

Τηλεπικοινωνιακά Συστήματα II

Διάλεξη 9: Ο συγχρονισμός στις ψηφιακές επικοινωνίες

Δρ. Μιχάλης Παρασκευάς
Αναπληρωτής Καθηγητής

Ατζέντα

- Σκοπός
- Εισαγωγή
- Βρόχος κλειδώματος φάσης (Phase Locked Loop - PLL)
 - Αναλογικό PLL
 - Ψηφιακό PLL
- Συγχρονισμός φέροντος
- Χρονικός συγχρονισμός

Σκοπός

- Σκοπός της παρούσας διάλεξης είναι:
 - Ο ορισμός της έννοιας και της σημασίας του Συγχρονισμού στα τηλεπικοινωνιακά συστήματα
 - Η παρουσίαση των κυριότερων μεθόδων Συγχρονισμού

Εισαγωγή

- Τα ψηφιακά (αλλά και τα αναλογικά) τηλεπικοινωνιακά συστήματα απαιτούν κάποιου είδους συγχρονισμό (synchronization) μεταξύ πομπού και δέκτη.
- Απουσία συγχρονισμού ή ελλιπής συγχρονισμός, οδηγεί σε σφάλματα κατά την ανίχνευση των συμβόλων στο **δέκτη** και επομένως σε υποβάθμιση της ποιότητας επικοινωνίας.
- Αίτια αδυναμίας συγχρονισμού:
 - Θόρυβος
 - Διασυμβολική παρεμβολή
 - Φαινόμενο Doppler
 - Καθυστέρηση διάδοσης, κλπ.

Εισαγωγή

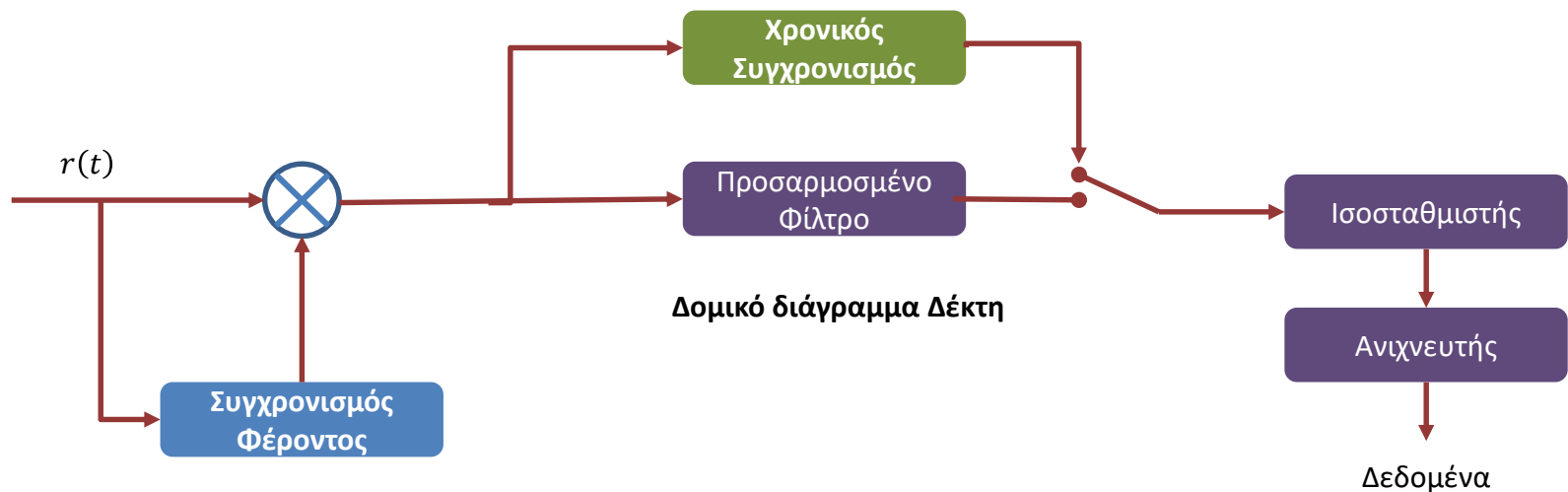
- Οι δύο γενικές κατηγορίες στις οποίες ανήκουν όλα τα συστήματα και οι τεχνικές συγχρονισμού είναι:

Συγχρονισμός Φέροντος (Carrier Synchronization)

ανάκτηση από το δέκτη της συχνότητας και της φάσης του λαμβανόμενου σήματος

Χρονικός Συγχρονισμός (Timing Synchronization)

υπολογισμός των βέλτιστων χρονικών στιγμών για την πραγματοποίηση της δειγματοληψίας στο δέκτη



Βρόγχος κλειδώματος φάσης

Phase Locked Loop (PLL)

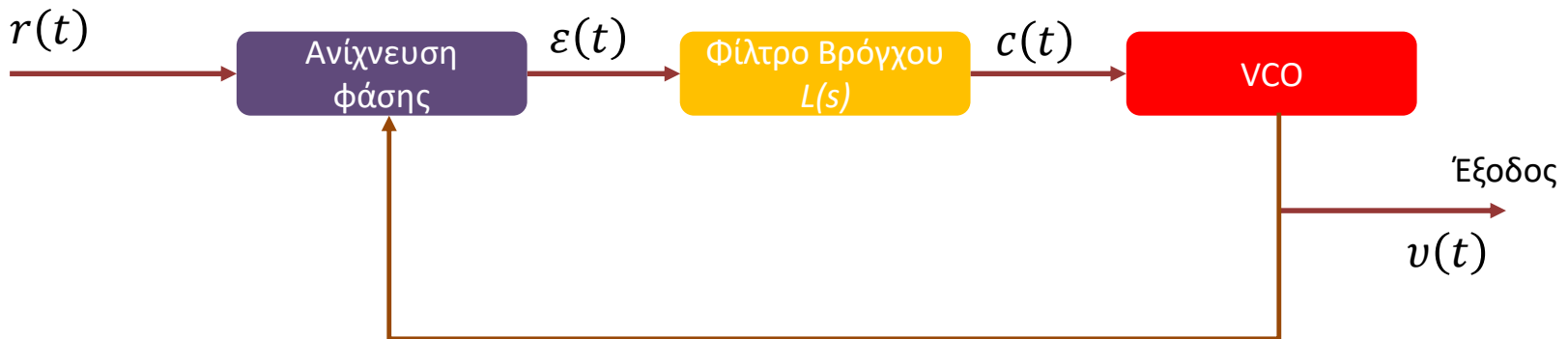
- Ο Βρόγχος Κλειδώματος Φάσης (Phase Locked Loop-PLL) είναι ένα απαραίτητο υποσύστημα για την πλειοψηφία των διατάξεων συγχρονισμού.
- Βασική αποστολή του PLL είναι η δημιουργία ενός σήματος με συχνότητα και φάση που να προσεγγίζει με ακρίβεια τη συχνότητα και τη φάση του σήματος εισόδου.
- Το PLL είναι γενικά ένα μη-γραμμικό σύστημα και η ακριβής ανάλυση της συμπεριφοράς του είναι ιδιαίτερα δύσκολη.
- Απλοποιούμε τη μελέτη του θεωρώντας γραμμική συμπεριφορά (παραδοχή).
- Υπάρχουν δύο είδη κυκλωμάτων, τα αναλογικά PLL και τα ψηφιακά PLL.

Αναλογικό PLL

Βρόγχος κλειδώματος φάσης - Αναλογικό PLL

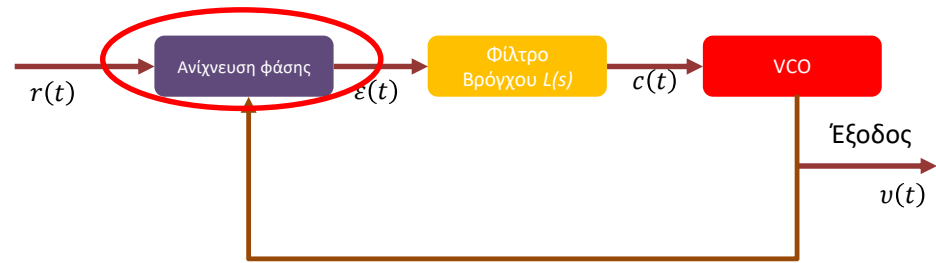
- Το αναλογικό PLL χειρίζεται σήματα συνήθως
- Εάν θεωρήσουμε (για λόγους απλότητας) ότι το αναλογικό PLL είναι $r(t) = A_r \cos[2\pi f_c t + \theta(t)]$ και το σήμα εξόδου είναι: $v(t) = A_v \cos[2\pi f_c t + \varphi(t)]$, τότε:
 - A_r, A_v, f_c πλάτος (σήματος εισόδου & εξόδου) και συχνότητα σήματος (σταθερές).
 - $\theta(t), \varphi(t)$ φάση σήματος εισόδου & εξόδου (συναρτήσεις του χρόνου).

σε πραγματικά τηλεπικοινωνιακά συστήματα A_r, A_v, f_c συνήθως δεν είναι σταθερά αλλά μεταβάλλονται εξαιτίας φαινομένων όπως το Doppler, η πολυδιόδευση (multipath) των σημάτων στις ασύρματες επικοινωνίες, κ.λ.π.



Δομικό διάγραμμα αναλογικού PLL

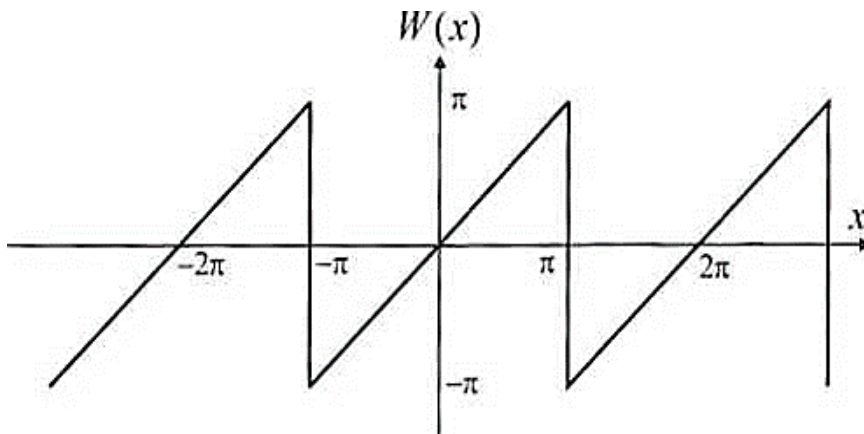
Ανιχνευτής φάσης



- Ο Ανιχνευτής Φάσης (Phase Detector - PD) δημιουργεί ένα σήμα $\varepsilon(t)$, το οποίο μεταβάλλεται συναρτήσει της διαφοράς των φάσεων $\theta(t)$ και $\varphi(t)$.

$$\varepsilon(t) = W(\theta(t) - \varphi(t))$$

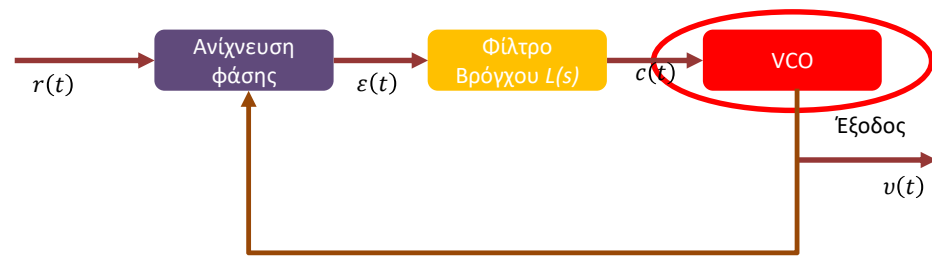
όπου $W()$ συνάρτηση που καθορίζει τη γραμμική συμπεριφορά του ανιχνευτή φάσης και γενικά του PLL.



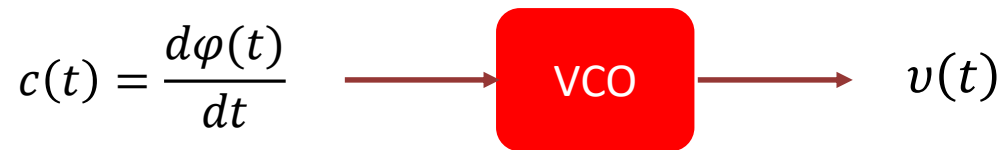
Ιδανική συνάρτηση $W()$
Sawtooth Phase Detector

$$\varepsilon(t) = [\theta(t) - \varphi(t)] \bmod 2\pi$$

Ταλαντωτής ελεγχόμενος από τάση



- Ο ιδανικός Ταλαντωτής Ελεγχόμενος από Τάση (Voltage Control Oscillator- VCO) έχει ως είσοδο ένα σήμα ελέγχου $c(t)$, το οποίο μεταβάλλεται ανάλογα με το σφάλμα φάσης $\varepsilon(t)$.



- Η έξοδος του VCO (άρα του PLL) είναι $v(t) = A_v \cos(2\pi f_c t + \varphi(t))$, με στιγμιαία συχνότητα:

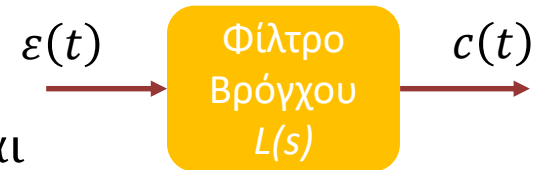
$$f_i(t) = f_c + \frac{1}{2\pi} \frac{d\varphi(t)}{dt}$$

- Αν $\varphi(t) = \varphi_c$ (δηλαδή σταθερή), τότε $f_i = f_c$, και η συχνότητα ονομάζεται φυσική συχνότητα ή **συχνότητα αναφοράς** (free-running).

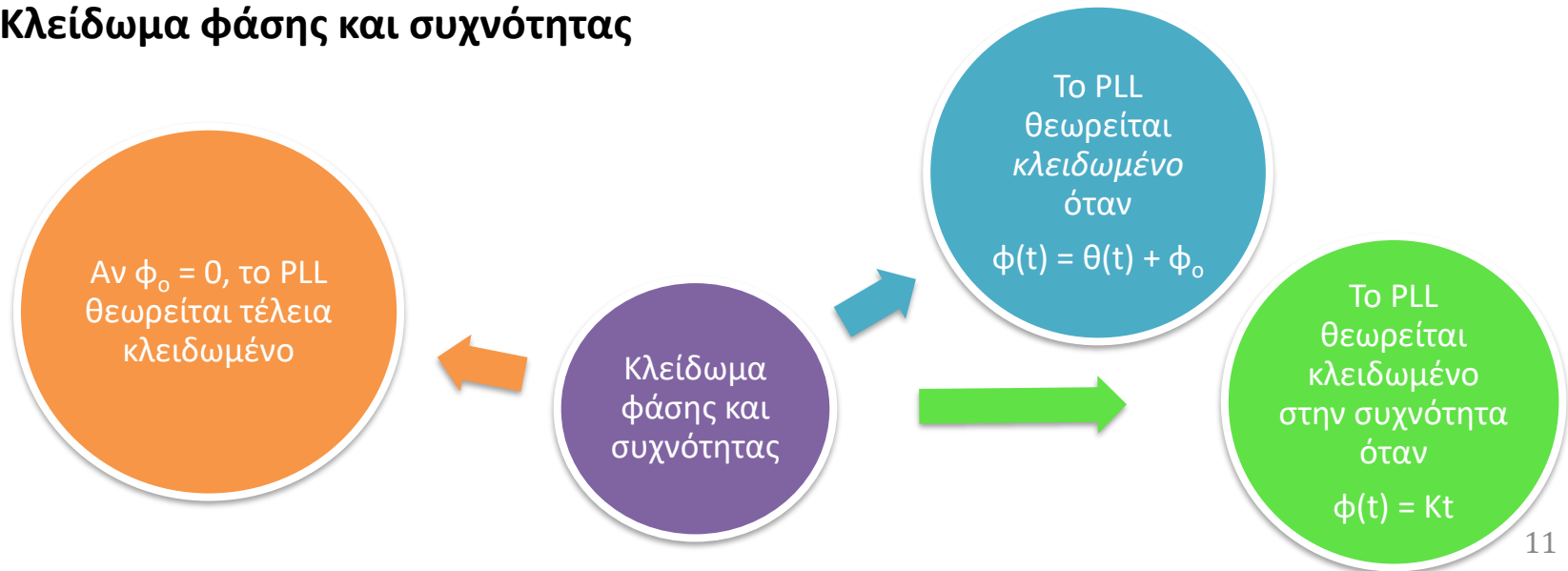
Φίλτρο βρόγχου



- Το **Φίλτρο Βρόγχου** (Loop Filter) με συνάρτηση μεταφοράς $L(s)$, περιλαμβάνει τα κέρδη που εισάγονται από τον PD και τον VCO και σχεδιάζεται έτσι ώστε να επιτυγχάνεται η επιθυμητή δυναμική συμπεριφορά του συστήματος.
- Η επιλογή του $L(s)$ χαρακτηρίζει και την τάξη του PLL.



Κλείδωμα φάσης και συχνότητας



Ανάλυση στο πεδίο της συχνότητας

- Αν για το σφάλμα στη φάση ισχύει $|\theta(t) - \varphi(t)| \leq \pi$, τότε ο ανιχνευτής φάσης (ιδανικός) λειτουργεί στη γραμμική περιοχή, οπότε $\varepsilon(t) = \theta(t) - \varphi(t)$.
- Εάν $\Theta(s)$ και $\Phi(s)$ οι μετασχηματισμοί Laplace των $\theta(t)$ και $\varphi(t)$ αντίστοιχα, τότε για τη συνάρτηση μεταφοράς κλειστού βρόγχου για το ιδανικό PLL θα ισχύει:

$$\frac{\Phi(s)}{\Theta(s)} = \frac{L(s)}{L(s) + s}$$

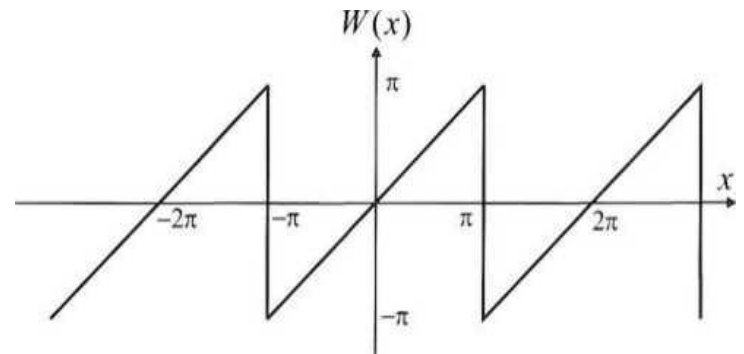
Άσκηση 1

Αν η φάση του σήματος εισόδου έχει τη μορφή $\theta(t) = 2\pi f_0 t + \theta_0$, με θ_0 μία σταθερά, να δείξετε ότι το PLL μπορεί να κλειδώσει μόνο αν ισχύει $|f_0| \leq \frac{|L(0)|}{2}$

Απάντηση:

- Από την $\theta(t) = 2\pi f_0 t + \theta_0$ προκύπτει ότι το σήμα στην είσοδο του PLL παρουσιάζει μία μετατόπιση (offset) στη συχνότητα ίση με f_0 . Προκειμένου να κλειδώσει το VCO πρέπει να δημιουργήσει ένα σήμα με την ίδια μετατόπιση συχνότητας $\varphi(t) = 2\pi f_0 t + \varphi_0$.
- Αν χρησιμοποιηθεί ο ιδανικός ανιχνευτής φάσης, θα ισχύει:
 - $|\varepsilon(t)| = |\theta(t) - \varphi(t)| = |\theta_0 - \varphi_0| \leq \pi$
 - Αλλά ισχύει $c(t) = \frac{d\varphi(t)}{dt} = 2\pi f_0$
- Αν το DC κέρδος του φίλτρου βρόγχου (για $s=0$) είναι $L(0)^2$, τότε $|c(t)| = |\varepsilon(t)L(0)|$, και συνεπώς $|c(t)| = |L(0)(\theta_0 - \varphi_0)| = 2\pi f_0$.
- Συνδυάζοντας τις παραπάνω σχέσεις, προκύπτει :

$$\left| \frac{2\pi f_0}{L(0)} \right| \leq \pi \Rightarrow |f_0| \leq \frac{|L(0)|}{2}$$



Άσκηση 2

Ένα PLL Β' τάξης Τύπου Ι έχει φίλτρο βρόγχου με συνάρτηση μεταφοράς:

$$L(s) = K_L \frac{s + K_1}{s + K_2}$$

1. Να βρεθεί η συνθήκη που πρέπει να ικανοποιείται προκειμένου να μπορεί να κλειδώσει το PLL, αν η φάση του σήματος εισόδου έχει την μορφή $\theta(t) = 2\pi f_0 t + \theta_0$.
2. Να βρεθεί η συνάρτηση μεταφοράς κλειστού βρόγχου.
3. Να βρεθούν οι συνθήκες ευστάθειας του PLL. Επίσης να σχεδιαστεί το μέτρο της συνάρτησης μεταφοράς ως προς την συχνότητα. Τι παρατηρείτε;

Απάντηση:

- Από τη σχέση $|f_0| \leq \frac{|L(0)|}{2}$ και για $L(s) = K_L \frac{s+K_1}{s+K_2}$ έχουμε :

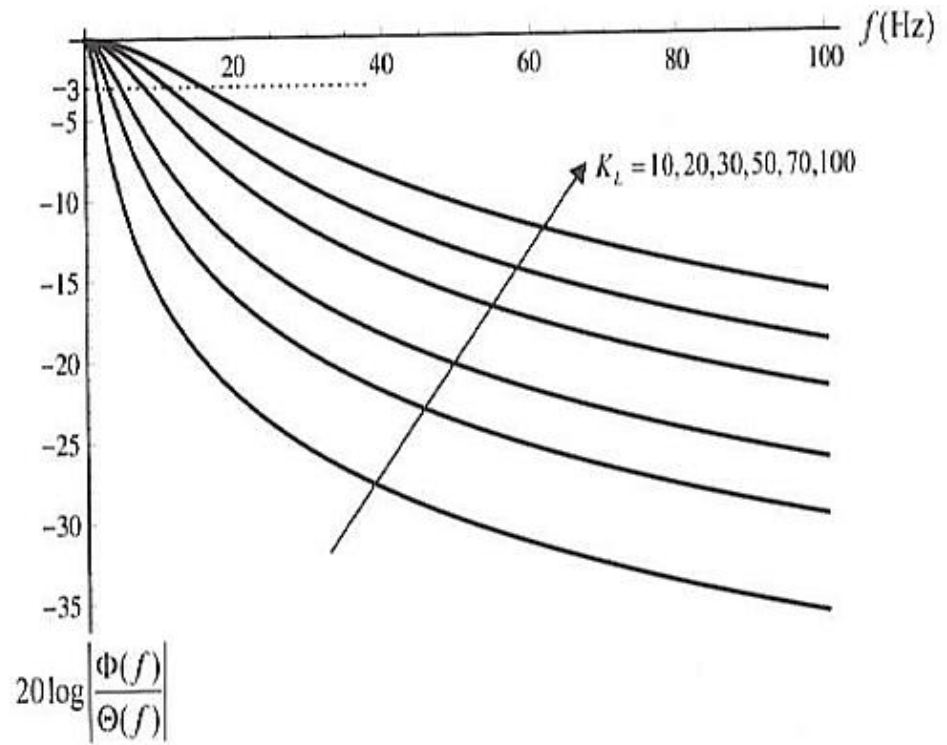
$$|f_0| \leq \left| \frac{K_L K_1}{K_2} \right|$$

- Η συνάρτηση μεταφοράς κλειστού βρόγχου θα είναι:

$$\frac{\Phi(s)}{\Theta(s)} = \frac{L(s)}{L(s) + s} = \frac{K_L s + K_L K_1}{s^2 + (K_L + K_2)s + K_L K_1}$$

Άσκηση 2 (συνέχεια)

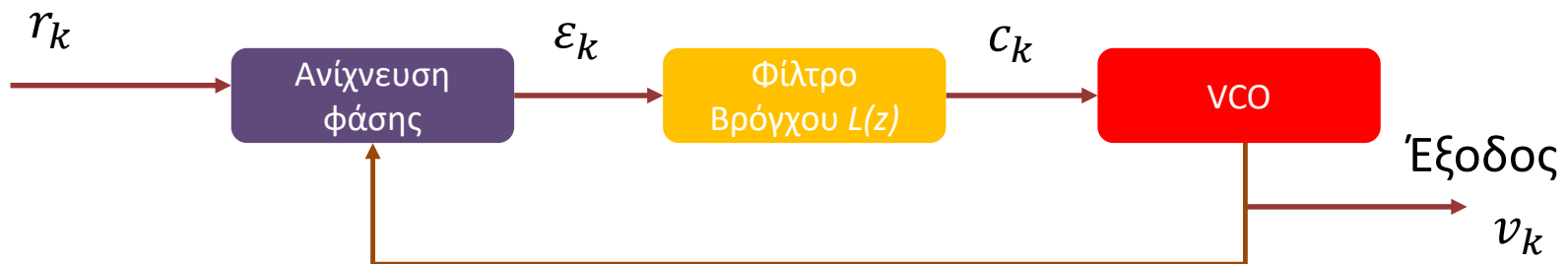
- Όπως είναι γνωστό για να είναι ευσταθές ένα γραμμικό σύστημα κλειστού βρόχου πρέπει οι πόλοι της συνάρτησης μεταφοράς να βρίσκονται στο αριστερό μιγαδικό ημιεπίπεδο. Για να ισχύει η συνθήκη αυτή για το PLL δεύτερης τάξης τύπου Ι πρέπει οι συντελεστές του διωνύμου στον παρονομαστή της τελευταίας σχέσης να βρίσκονται στο αριστερό μιγαδικό ημιεπίπεδο.
- Μετά από πράξεις προκύπτει ότι αυτό συμβαίνει όταν ικανοποιούνται οι συνθήκες $K_2 > -K_L$, και $K_L K_2 > 0$



Ψηφιακό PLL

Ψηφιακό PLL

- Το *PLL* για σήματα διακριτού χρόνου (ψηφιακό *PLL*) έχει ως είσοδο ένα σήμα διακριτού χρόνου, δηλαδή δείγματα λαμβανόμενα από ένα συνεχές σήμα.



Δομικό διάγραμμα ψηφιακού PLL

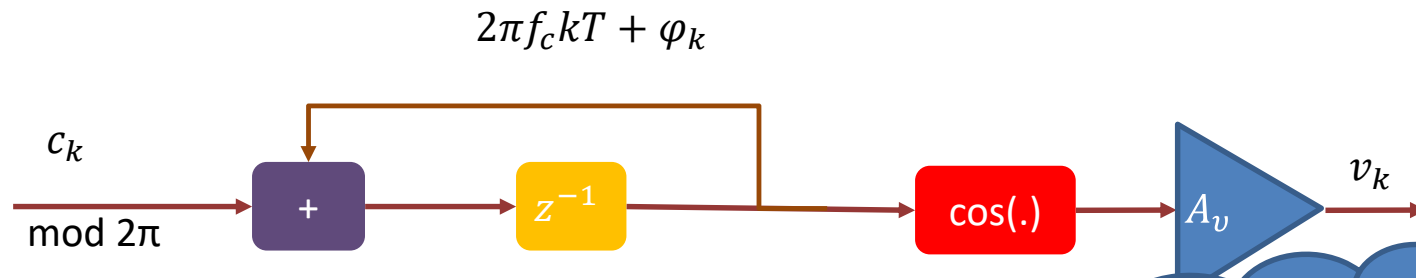
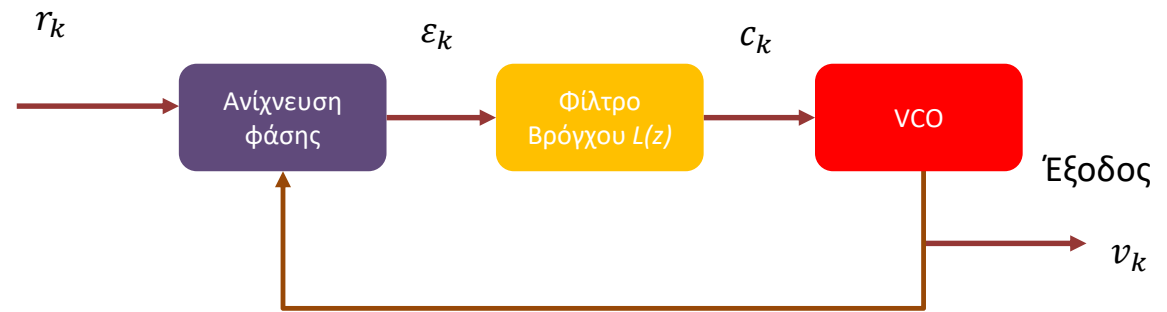
Είσοδος

$$r_k = A_r \cos(2\pi f_c kT + \theta_k)$$

Έξοδος

$$v_{k+1} = A_v \cos(2\pi f_c kT + \varphi_k + 2\pi f_c T + c_k)$$

VCO – Ταλαντωτής ελεγχόμενος από τάση



- Η συνάρτηση μεταφοράς κλειστού βρόγχου είναι.

$$\frac{\Phi(z)}{\Theta(z)} = \frac{L(z)}{L(z) + z - 1}$$

ανάλυση αντίστοιχη με το αναλογικό αντίστοιχο κύκλωμα

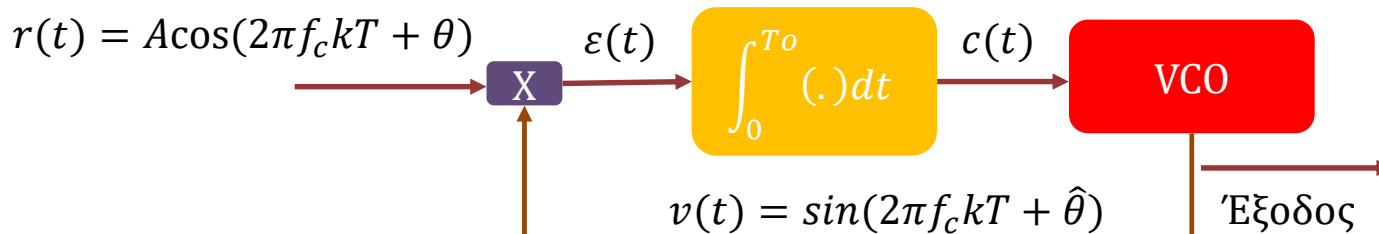
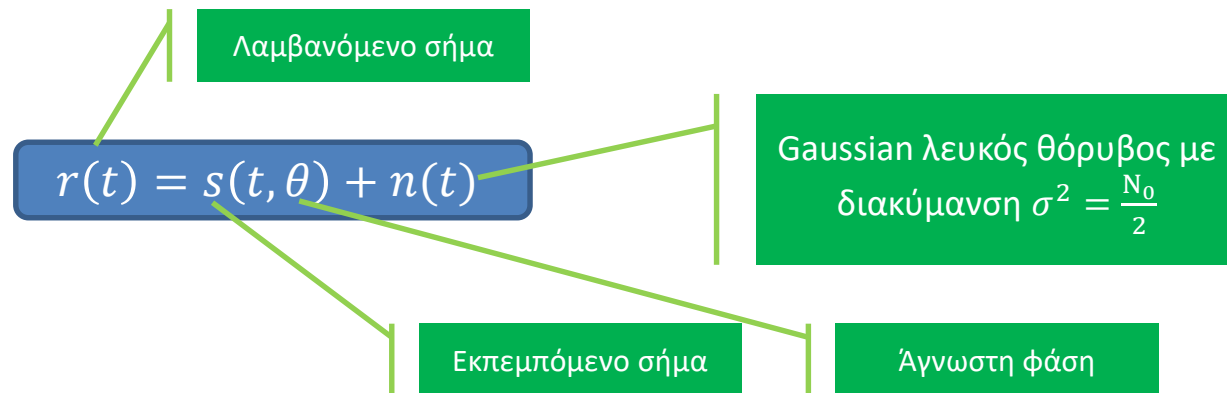
Συγχρονισμός φέροντος

- Σε τηλεπικοινωνιακά συστήματα που χρησιμοποιούν ζωνοπερατές διαμορφώσεις, η **σύμφωνη** (coherent) αποδιαμόρφωση απαιτεί την **ακριβή ανάκτηση** στο δέκτη της **συχνότητας** και της **φάσης** του λαμβανόμενου σήματος, δηλαδή τον **συγχρονισμό φέροντας** (carrier synchronization).
- Ένα σήμα με την επιθυμητή συχνότητα μπορεί να δημιουργηθεί από ένα τοπικό ταλαντωτή (συνήθως VCO). Η ακριβής όμως ανάκτηση της φάσης είναι ένα **πρόβλημα** το οποίο αποτελεί αντικείμενο έρευνας από την εποχή της εμφάνισης των πρώτων τηλεπικοινωνιακών συστημάτων.
- Υπάρχουν δύο κατηγορίες συστημάτων που χρησιμοποιούνται για την **εκτίμηση** της φάσης του φέροντος:
 - Αυτά που δεν χρησιμοποιούν ανάδραση απόφασης και δεν απαιτούν τη γνώση των αποφάσεων του ανιχνευτή για τα εκπεμπόμενα σύμβολα.
 - Αυτά που χρησιμοποιούν τη γνώση των αποφάσεων του ανιχνευτή προκειμένου να βελτιώσουν την εκτίμηση της φάσης.

Εκτίμηση φάσης φέροντος με το κριτήριο της μέγιστης πιθανοφάνειας

- Εκτιμούμε την άγνωστη φάση θ , ως $\hat{\theta}$ σύμφωνα με το **κριτήριο μέγιστης πιθανοφάνειας** από τη σχέση (T_0 το χρονικό διάστημα παρατήρησης του $r(t)$):

$$\int_0^{T_0} [r(t) - s(t, \hat{\theta})] \frac{\partial s(t, \hat{\theta})}{\partial \hat{\theta}} dt = 0$$

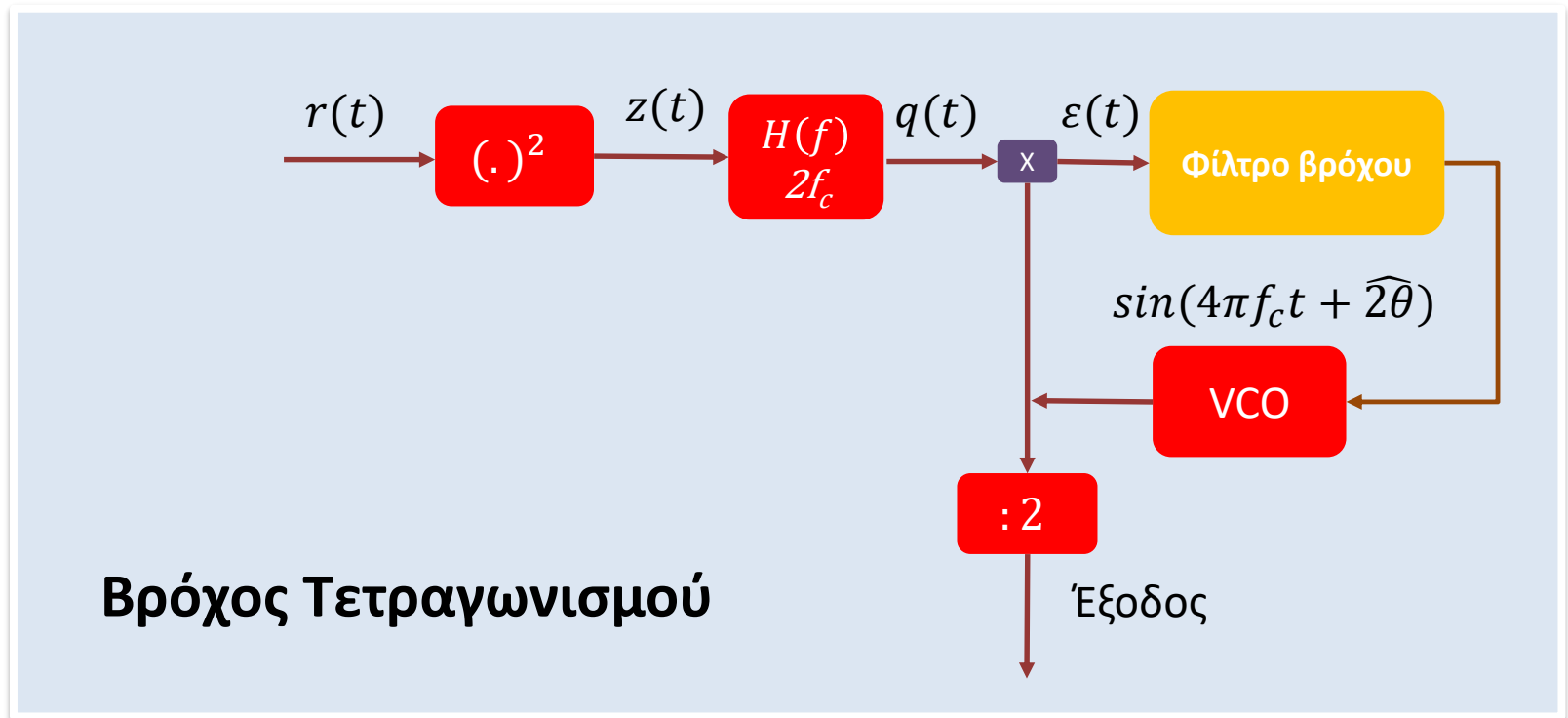


Πρακτικές διατάξεις για την εκτίμηση της φάσης του φέροντος

- Η απευθείας εφαρμογή του PLL για την εκτίμηση της φάσης του φέροντος (δες προηγούμενη διαφάνεια) προϋποθέτει ότι το φέρον παρουσιάζει φασματικό περιεχόμενο σε μία γνωστή συχνότητα f_c .
- Όμως στις περισσότερες περιπτώσεις των ψηφιακών τηλεπικοινωνιακών συστημάτων (π.χ. M-PSK, M-QAM, κλπ) το φέρον καταργείται (suppressed carrier) με σκοπό την εξοικονόμηση ενέργειας εκπομπής. Έτσι, η μέση ισχύς στην έξοδο του ζωνοπερατού φίλτρου (με κεντρική συχνότητα την f_c) που χρησιμοποιείται για την “απομόνωση” της f_c θα είναι ίση με μηδέν.
- Στην περίπτωση αυτή δεν μπορεί να λειτουργήσει απευθείας το PLL, αφού δεν θα υπάρχει σήμα εισόδου με το οποίο να κλειδώσει, οπότε πρέπει να χρησιμοποιηθούν άλλες τεχνικές εκτίμησης του φέροντος.
- Στη συνέχεια παρουσιάζονται οι περισσότεροι γνωστές από αυτές:
 - Ο Βρόχος τετραγωνισμού
 - Ο Βρόχος Costas

Βρόχος Τετραγωνισμού - (Squared Loop)

- Ιστορικά η πρώτη τεχνική που χρησιμοποιήθηκε πρακτικά
- $H(f)$ ζωνοπερατό φίλτρο με κεντρική συχνότητα $2f_c$



Βρόχος Τετραγωνισμού - (Squared Loop)

- Χωρίς βλάβη της γενικότητας, θεωρούμε διαμόρφωση BPSK.
- Το λαμβανόμενο σήμα $r(t, \theta) = A(t)\cos(2\pi f_c t + \theta) + n(t)$, όπου $A(t) = \pm A$, οδηγεί σε έξοδο με μέση τιμή πλάτους:

$$E[q(t)] = \frac{E[A^2(t)]}{2} |H(2f_c)|$$

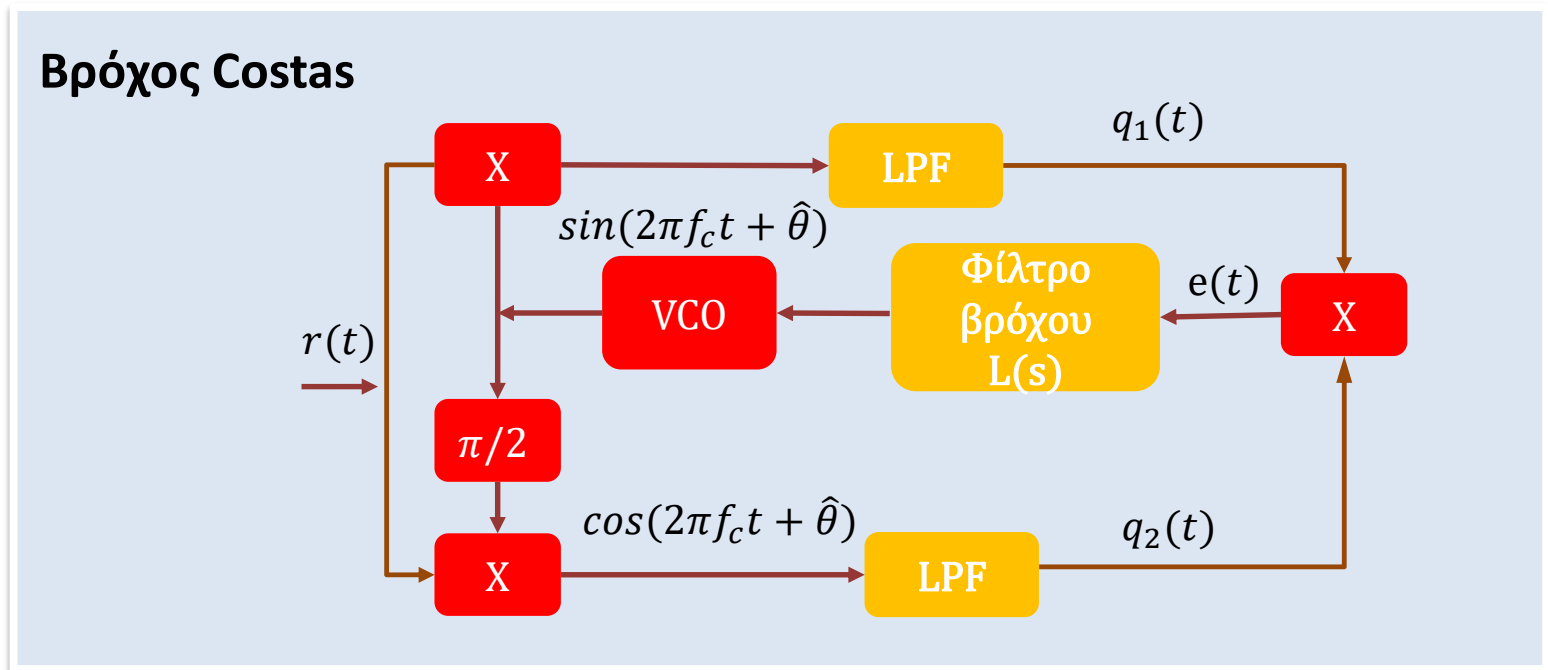
- Άρα, η έξοδος του φίλτρου θα είναι ένα φέρον με μη-μηδενικό φασματικό περιεχόμενο στη συχνότητα $2f_c$.
- Το σήμα αυτό χρησιμοποιείται ως είσοδος σε PLL του οποίου ο VCO δημιουργεί ένα σήμα με συχνότητα αναφοράς $2f_c$.
- Το σήμα αυτό κλειδώνει στη φάση 2θ και κατόπιν οδηγείται σε έναν διαιρέτη συχνότητας, η έξοδος του οποίου χρησιμοποιείται για την σύμφωνη αποδιαμόρφωση.

Μειονεκτήματα Βρόχου Τετραγωνισμού

- Κυκλώματα τετραγωνισμού είναι δύσκολο να υλοποιηθούν σε υψηλές συχνότητες.
- Εξαιτίας του τετραγωνισμού του $r(t)$ η φάση του σήματος διπλασιάζεται, οπότε διπλασιάζεται και ο **θόρυβος** που επηρεάζει τη φάση, ενώ η διακύμανση του θορύβου τετραπλασιάζεται. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να απαιτείται περίπου 6dB μεγαλύτερο SNR για να διασφαλιστεί αξιόπιστο κλείδωμα στη φάση του PLL.
- Η διαδικασία της διαίρεσης δια 2 της συχνότητας της εξόδου του PLL έχει ως αποτέλεσμα την εισαγωγή **αμφιβολίας** της τάξης του π στην εκτίμηση της φάσης. Αυτό οφείλεται στο ότι ο διαιρέτης συχνότητας υλοποιείται στην πράξη με λογικά κυκλώματα αποτελούμενα από flip-flops, τα οποία ανάλογα με την αρχική κατάσταση, αν η φάση είναι $2\hat{\theta}$, δίνουν στην έξοδο $\hat{\theta}$ ή $\hat{\theta} + \pi$. Η δεύτερη περίπτωση οδηγεί σε λάθος απόφαση.
- Το πρόβλημα αυτό, το οποίο επηρεάζει κυρίως συστήματα με διαμόρφωση φάσης, αντιμετωπίζεται με **διαφορική κωδικοποίηση** των δεδομένων ή εναλλακτικά με την αποστολή ενός σήματος αναφοράς (preamble) που δημιουργεί την αρχική κατάσταση στο διαιρέτη, οπότε η φάση εκτιμάται σωστά.

Βρόχος Costas

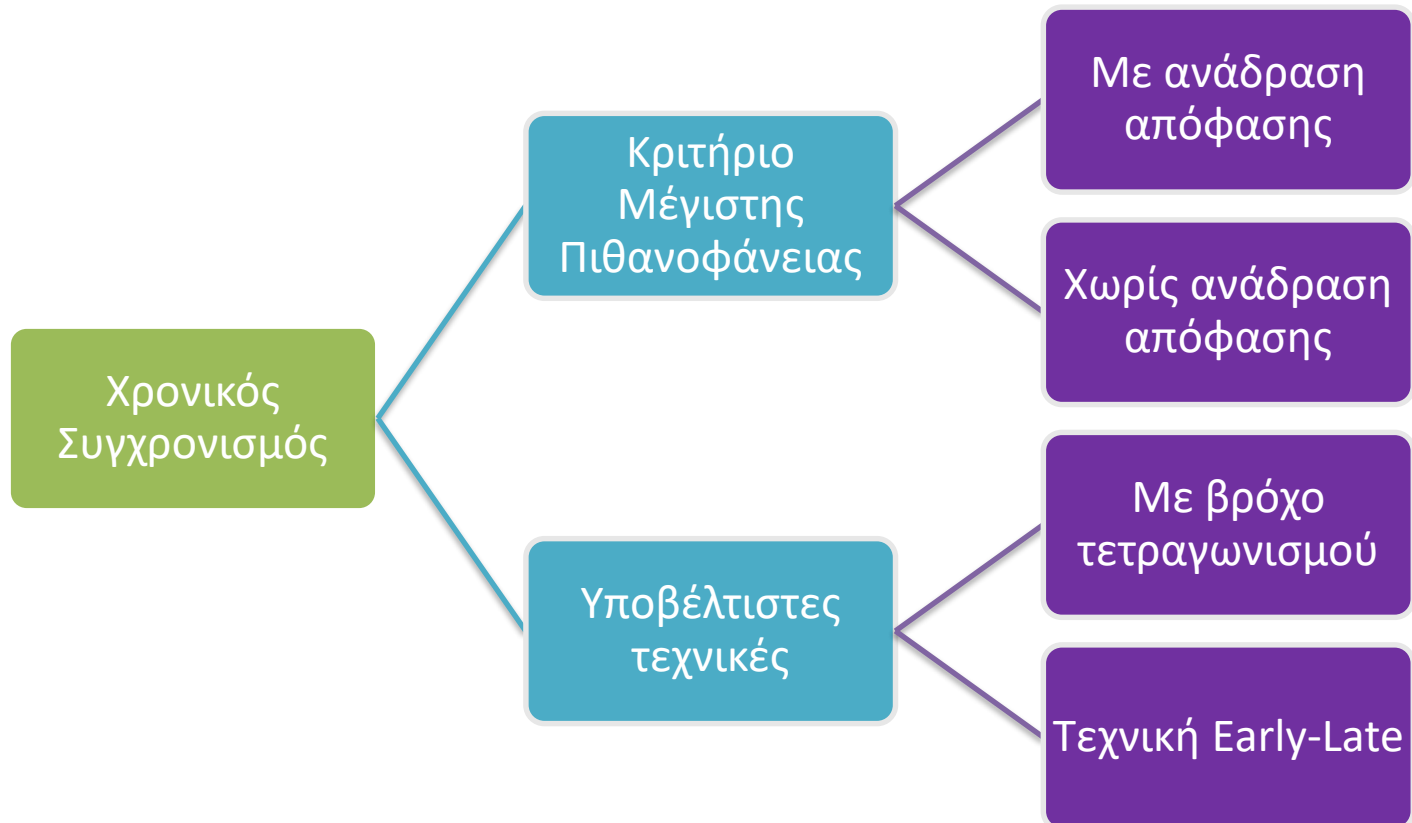
- Εναλλακτική διάταξη. Χρησιμοποιεί πολλαπλασιαστές και χαμηλοπερατά φίλτρα αντί μη-γραμμικών κυκλωμάτων τετραγωνισμού, τα οποία είναι πολύ δύσκολο να υλοποιηθούν σε υψηλές συχνότητες.



- Αποδεικνύεται πώς το σφάλμα $\varepsilon(t)$ του PLL εξαρτάται από τον όρο $\frac{1}{2}A^2(t)\sin[2(\hat{\theta} - \theta)]$, από όπου μπορεί να προκύψει ο χρονισμός.

Χρονικός Συγχρονισμός

- Εκτός από το συγχρονισμό του φέροντος, ο **χρονικός συγχρονισμός** (timing synchronization) είναι ιδιαίτερα σημαντικός στα ψηφιακά τηλεπικοινωνιακά συστήματα.
- Αναφέρεται στη δυνατότητα του δέκτη να πραγματοποιεί τη δειγματοληψία τη βέλτιστη χρονική στιγμή τ , εντός της χρονικής διάρκειας του συμβόλου.



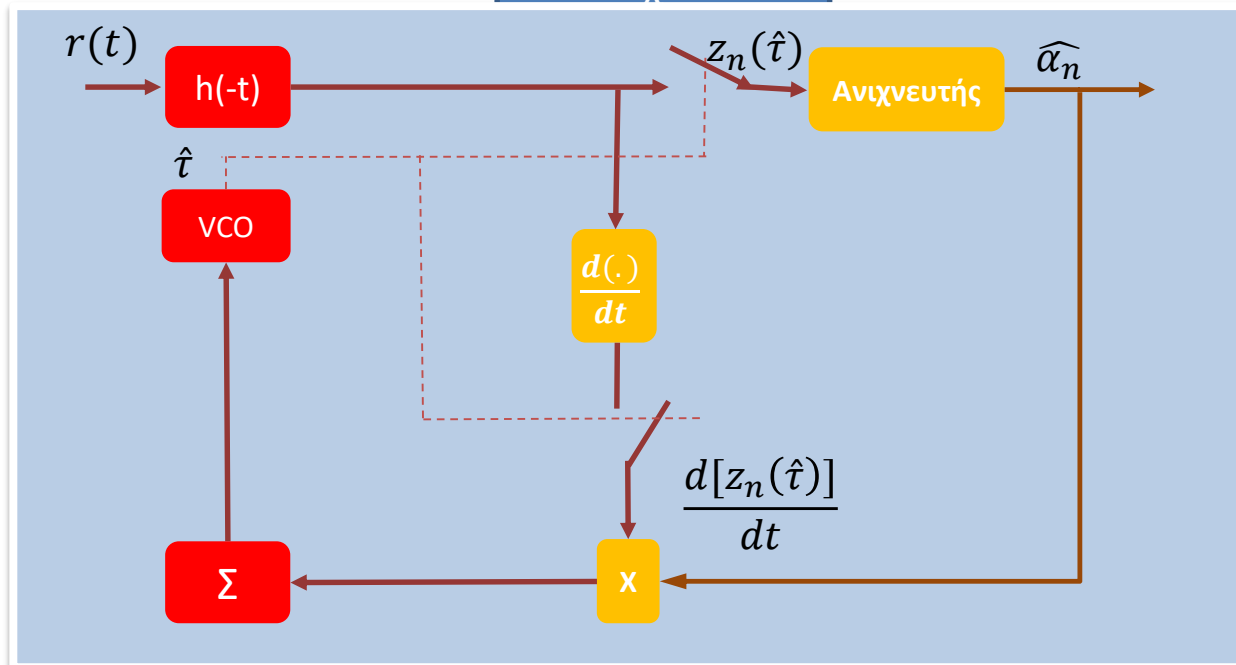
Κριτήριο Μέγιστης Πιθανοφάνειας

Με ανάδραση απόφασης

- Ο χρονικός συγχρονισμός με ανάδραση απόφασης (timing synchronization with decision feedback) χρησιμοποιεί την κρουστική συνάρτηση από τα σύμβολα που ανιχνεύονται με σκοπό την εύρεση της χρονικής στιγμής δειγματοληψίας.
- Αν $r(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n h(t - nT - \tau) + n(t)$ είναι το λαμβανόμενο σήμα μετά τη διαμόρφωση, αποδεικνύεται πως το παρακάτω κύκλωμα μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να εκτιμηθεί η χρονική στιγμή $\hat{\tau}$.

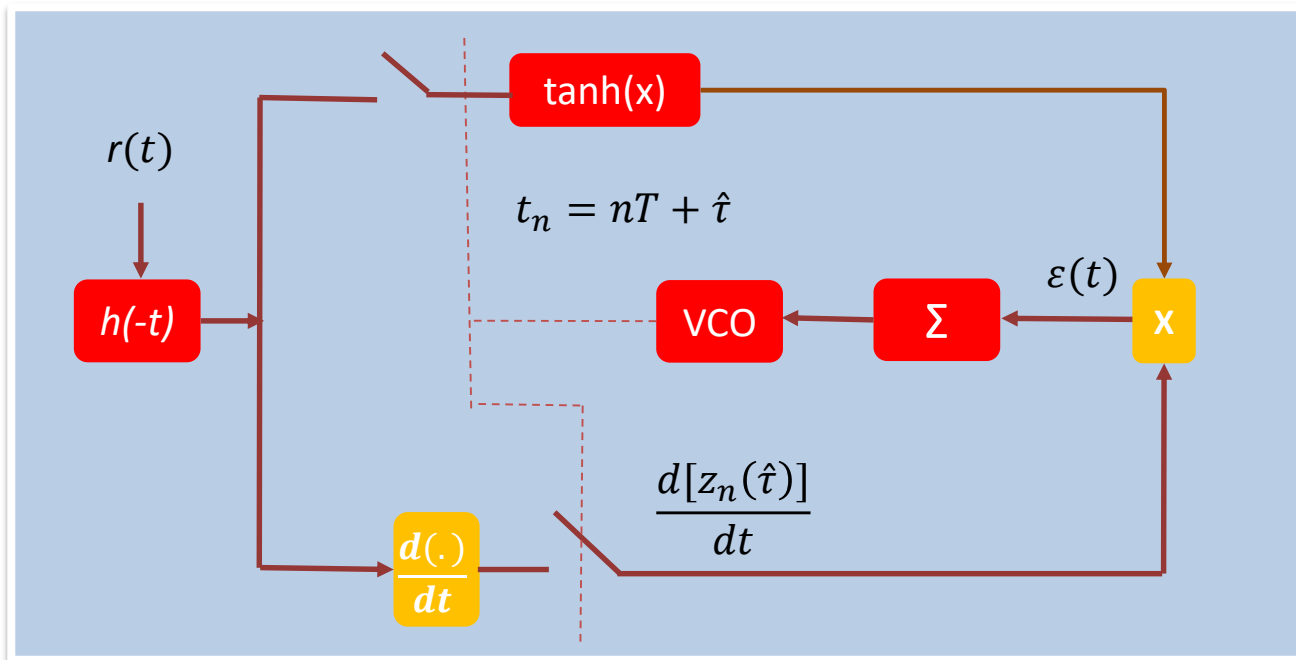
Κρουστική
Συνάρτηση

Ισοπίθανα και
ασυσχέτιστα



Χωρίς ανάδραση απόφασης

- Τα συστήματα χρονικού συγχρονισμού χωρίς ανάδραση απόφασης δεν απαιτούν γνώση των συμβόλων που έχουν ανιχνευθεί προκειμένου να καθορίσουν τη βέλτιστη χρονική στιγμή δειγματοληψίας.

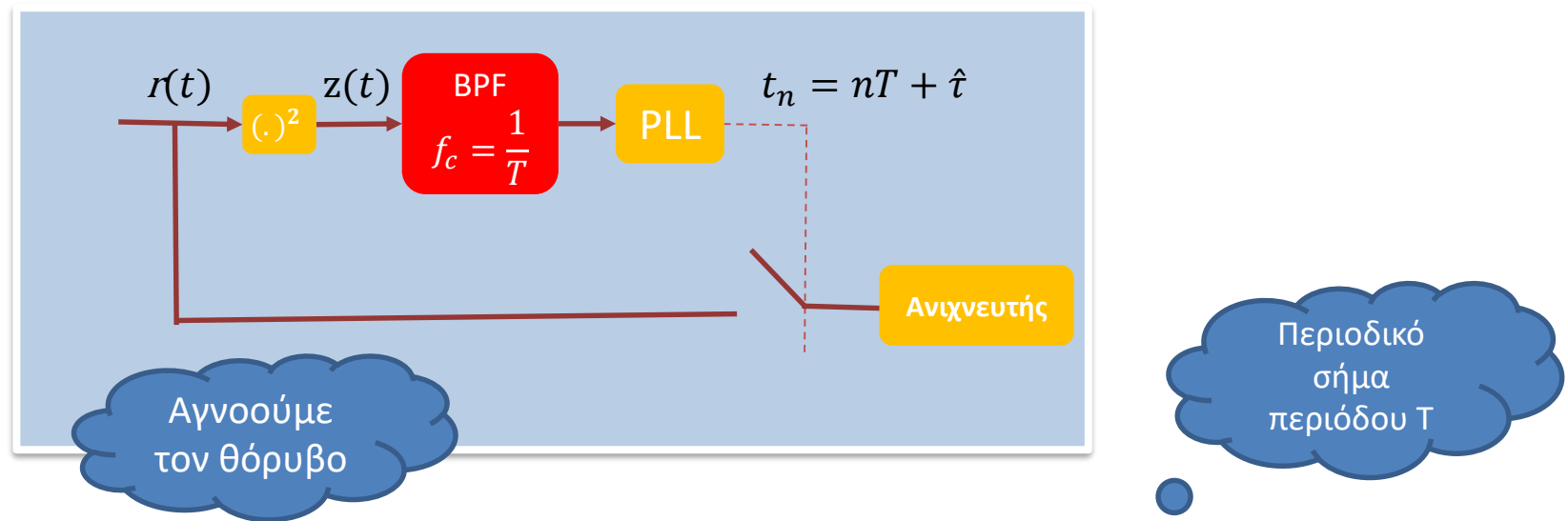


- Το $\hat{t}$ υπολογίζεται από τη $\frac{1}{\sigma^2} \sum_n \tanh \left[\frac{z_n(\cdot)}{\sigma^2} \right] \frac{d[z_n(\cdot)]}{dt} = 0$

Υποβέλτιστες τεχνικές

Με βρόχο τετραγωνισμού

- Η τεχνική που χρησιμοποιεί βρόχο τετραγωνισμού είναι κατάλληλη για σήματα βασικής ζώνης
- Εκμεταλλεύεται το γεγονός ότι τα σύμβολα εκπέμπονται περιοδικά (κάθε T sec).



$$r(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n h(t - nT - \tau) \quad \longrightarrow \quad E[|r(t)|^2] = E[|a_n|^2] \sum_{n=-\infty}^{\infty} |h(t - nT - \tau)|^2$$

Τεχνική Early-Late

- Η **Early-Late** μπορεί να υπολογίσει τη χρονική στιγμή δειγματοληψίας κατά την οποία λαμβάνεται η μέγιστη τιμή του σήματος-παλμού στην έξοδο του προσαρμοσμένου φίλτρου.
- Βασική ιδέα: Στην ιδανική περίπτωση η έξοδος του προσαρμοσμένου φίλτρου είναι ένας συμμετρικός παλμός ως προς τη μέγιστη τιμή. Αν όμως υπάρχει μία χρονική μετατόπιση του παλμού τότε αυτή μπορεί να ανιχνευθεί με καθυστέρηση και προήγηση της στιγμής δειγματοληψίας κατά δ .
- Αν η δειγματοληψία είναι ιδανική τότε η διαφορά των απολύτων τιμών πλάτους των δειγμάτων θα είναι ίση με μηδέν και το PLL θα κλειδώσει. Σε αντίθετη περίπτωση η διαφορά των τιμών εισέρχεται ως σφάλμα στην είσοδο του φίλτρου βρόχου, το οποίο υπολογίζει τη μέση τιμή και κατόπιν παράγει ένα σήμα που οδηγεί το VCO.
- Η τεχνική χρησιμοποιείται περισσότερο από τις υπόλοιπες σε πρακτικά ψηφιακά τηλεπικοινωνιακά συστήματα.

Τεχνική Early-Late

