

Τηλεπικοινωνιακά Συστήματα II

Διάλεξη 5: Ψηφιακή Διαμόρφωση Φάσης Phase Shift Keying (PSK) με Ορθογωνική Σηματοδοσία

Δρ. Μιχάλης Παρασκευάς
Αναπληρωτής Καθηγητής

Ατζέντα

- Ορθογωνική Σηματοδοσία
- Διαμόρφωση Μετατόπισης Φάσης με Τετραγωνισμό (QPSK)
- Διαφορική διαμόρφωση QPSK (DQPSK)
- Διαμόρφωση $\pi/4$ QPSK
- Συνδυασμένη Διαμόρφωση Πλάτους και Φάσης – QAM
- Χαρακτηριστικά μεγέθη M-QAM
- Σύγκριση PSK και QAM

Ψηφιακή Διαμόρφωση Φάσης - PSK

- QPSK Quadrature PSK
- DQPSK Differential QPSK
- $\pi/4$ QPSK
- QAM Quadrature Amplitude Modulation

Η έννοια της Ορθογωνικής Σηματοδοσίας

Δύο καταστάσεις συμβόλων $a_i(t)$ και $a_j(t)$ ονομάζονται ορθογώνιες στη διάρκεια της περιόδου συμβόλου T_s , όταν ισχύει:

$$\int_0^{T_s} a_i(t) \cdot a_j(t) dt \xrightarrow{i \neq j} 0$$

Με την ορθογωνική σηματοδοσία είναι δυνατό να αυξήσουμε τον αριθμό των καταστάσεων συμβόλων M σε μία ψηφιακή διαμόρφωση, χωρίς να αυξηθεί η πιθανότητα εμφάνισης λάθους στον ανιχνευτή (δέκτη).

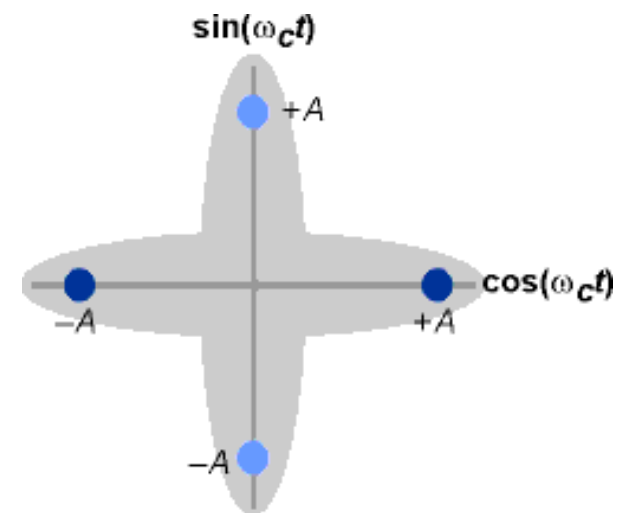
Η έννοια της Ορθογωνικής Σηματοδοσίας

Πρακτική ερμηνεία ορθογωνικότητας:

- Αν ένα σύμβολο $a_i(t)$ αναμιχθεί με ένα φέρον αναφοράς που έχει τη φάση ενός άλλου συμβόλου $a_j(t)$, τότε η μέση τιμή της εξόδου του μίκτη για χρονικό διάστημα μίας περιόδου, θα είναι **μηδέν**.
- Αν εκπέμπουμε δυαδική πληροφορία PSK στο **συνημιτονικό όρο** του φέροντος και ταυτόχρονα εκπέμπουμε πληροφορία και στον **ημιτονικό όρο** του ίδιου φέροντος, τότε θα είναι δυνατό να ανιχνεύσουμε **ανεξάρτητα** τα δύο σήματα, σαν να μην είχε εκπεμφθεί το άλλο.
- Για να γίνει αυτό, μοναδική προϋπόθεση είναι ο κάθε ανιχνευτής να υπολογίσει τη **μέση τιμή** κατά τη διάρκεια μίας περιόδου συμβόλου, που να διαρκεί έναν ακέραιο αριθμό πλήρων κύκλων του φέροντος.

Διαμόρφωση Μετατόπισης Φάσης με Τετραγωνισμό (QPSK)

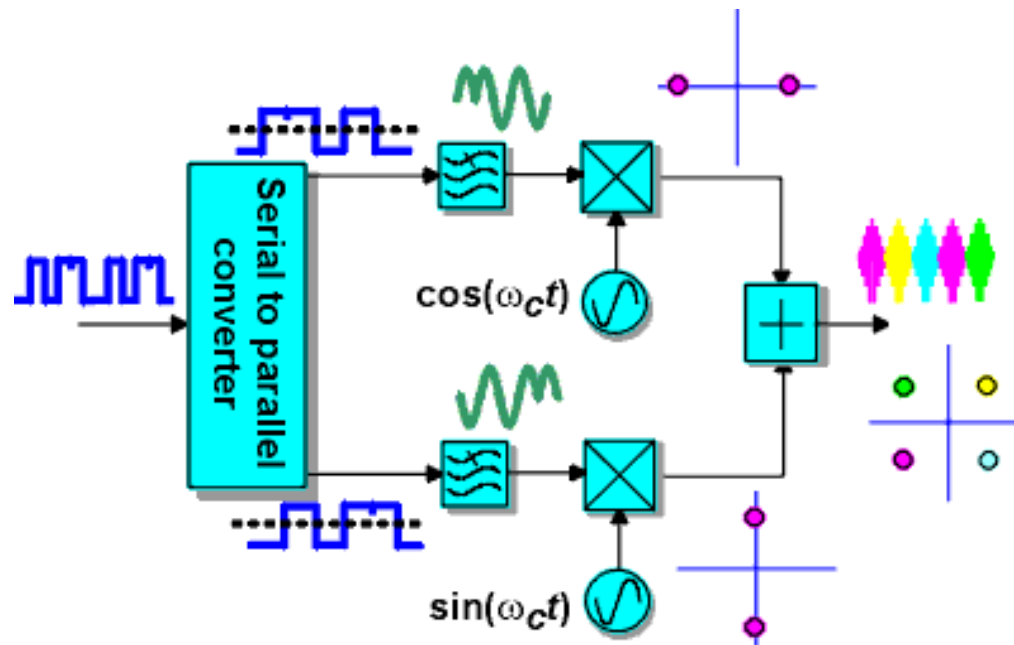
- Μια ενδιαφέρουσα περίπτωση των διαμορφώσεων φάσης πολλαπλών επιπέδων είναι η διαμόρφωση μετατόπισης φάσης με τετραγωνισμό ([Quadrature PSK](#), QPSK), η οποία χρησιμοποιεί τέσσερα σύμβολα, ορθογωνικά μεταξύ τους.
- Το διάγραμμα αστερισμού της QPSK αποτελείται από 4 σημεία επάνω σε έναν κύκλο ακτίνας A (= πλάτος φέροντος), τα οποία ισαπέχουν μεταξύ τους κατά γωνία $\pi/2$ rad. Οι καταστάσεις φάσεων είναι στραμμένες κατά 45° ως προς τους δύο άξονες $\cos(\omega_c t)$ και $\sin(\omega_c t)$.
- Η QPSK λόγω της ορθογωνικότητας επιτυγχάνει διπλάσια ταχύτητα από την BPSK στο ίδιο εύρος ζώνης και χωρίς να υποβαθμίζεται η απόδοση ανίχνευσης.
- Η φασματική απόδοση της QPSK είναι διπλάσια από της BPSK, δηλαδή είναι $Q = 2 \text{ bit/s/Hz}$



Παραγωγή σήματος QPSK

Διαμορφωτής QPSK

- Τα δεδομένα εισόδου χωρίζονται σε **δύο ακολουθίες** (μία άρτια και μία περιττή), οι οποίες εμφανίζουν ρυθμό δεδομένων το ήμισυ του αρχικού ρυθμού.
- Οι ακολουθίες φιλτράρονται και διαμορφώνουν κατά BPSK δύο **ορθογωνικά φέροντα** $\cos(\omega_c t)$ και $\sin(\omega_c t)$ τα οποία **αθροίζονται παράλληλα**.

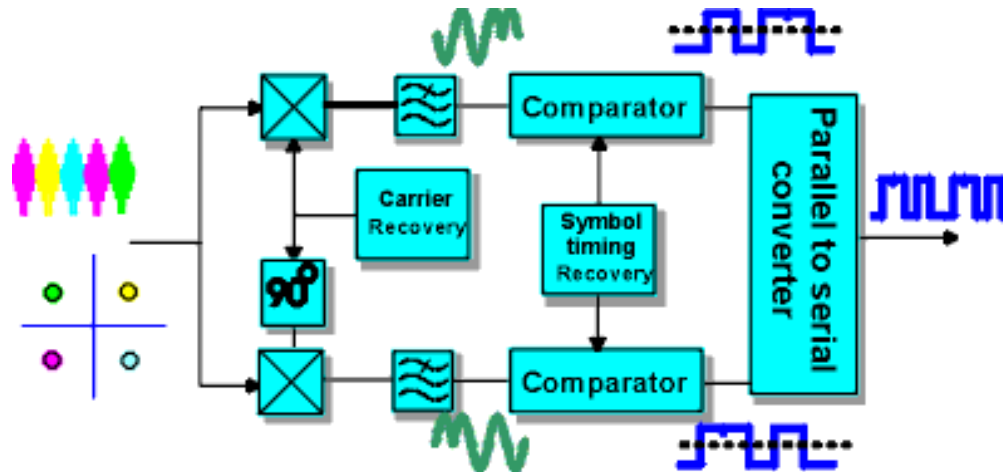


Διάγραμμα διαμορφωτή QPSK

Λήψη σήματος QPSK

Αποδιαμορφωτής QPSK. Το διαμορφωμένο σήμα:

- Υφίσταται μίξη με τα δύο ορθογωνικά φέροντα, τα οποία έχουν προηγουμένως ανακτηθεί.
- Οδηγείται σε ένα συγκριτή προκειμένου να ανακτηθούν οι δύο ακολουθίες δεδομένων.
- Τα δεδομένα ανασυντίθενται σε μια ενιαία ακολουθία με τη χρήση κατάλληλου μετατροπέα παράλληλης επικοινωνίας σε σειριακή.

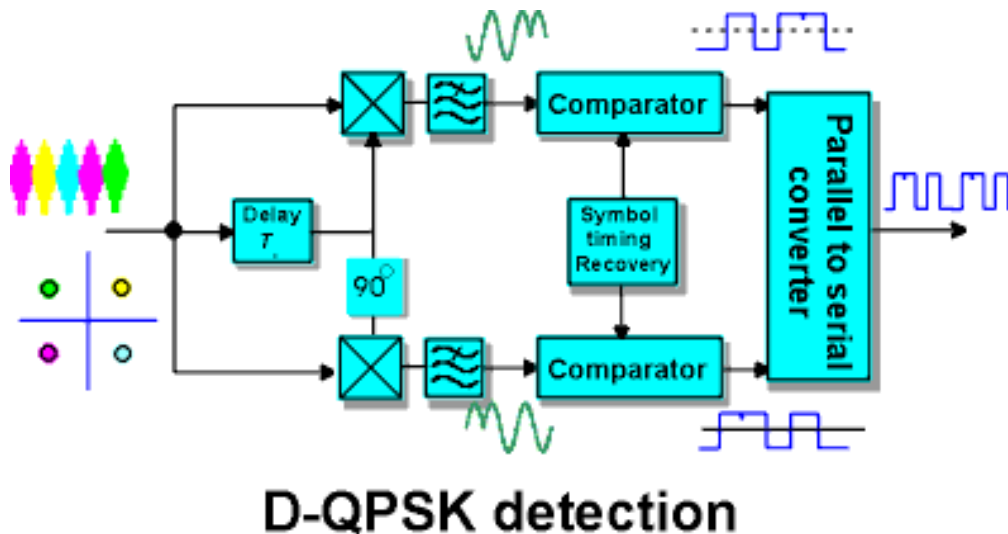


Διάγραμμα αποδιαμορφωτή QPSK

Ένας σύμφωνος δέκτης QPSK απαιτεί **ακριβή ανάκτηση** του φέροντος. Είναι δυνατό να χρησιμοποιηθούν οι **ίδιες μέθοδοι** ανάκτησης του χρονισμού των συμβόλων, με αυτές που περιγράφηκαν στις μεθόδους διαμόρφωσης βασικής ζώνης και την δυαδική PSK.

Διαφορική Διαμόρφωση QPSK (DQPSK)

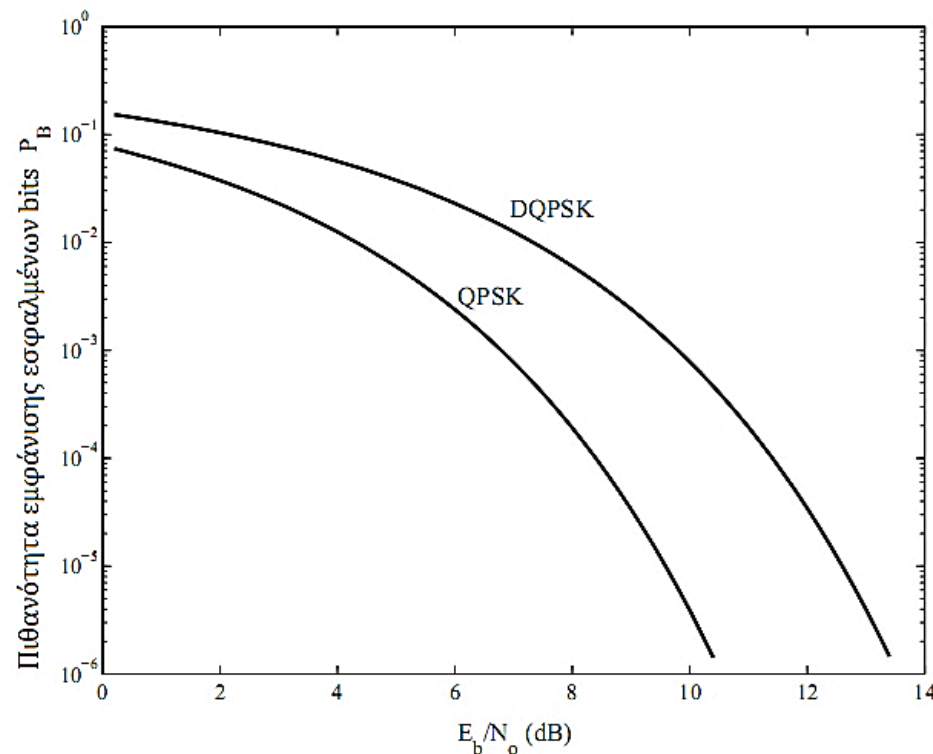
- Για την άρση της αβεβαιότητας φάσης στην ανάκτηση του φέροντος στην QPSK χρησιμοποιούνται τεχνικές, όπως π.χ., τοποθέτηση προπομπών (preambles) στην αρχή, η διαφορική κωδικοποίηση και αποκωδικοποίηση ή η από κοινού χρήση διαφορικής κωδικοποίησης και διαφορικής ανίχνευσης φάσης.



- Είναι προτιμότερο να χρησιμοποιηθεί διαφορική αποδιαμόρφωση της QPSK, αντί για την σύμφωνη ανίχνευση σε περιπτώσεις που το ζητούμενο είναι η απλή υλοποίηση του πομποδέκτη.

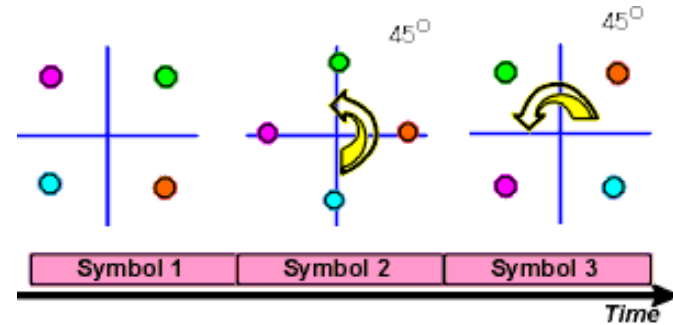
Διαφορική Διαμόρφωση QPSK (DQPSK)

- Η απόδοση της DQPSK ως προς τον ρυθμό εμφάνισης σφαλμάτων είναι **σημαντικά υποδεέστερη** από της QPSK.
- Επιπλέον, η DQPSK δεν μοιράζεται την σπουδαία ιδιότητα της σύμφωνης QPSK, να μη ζημιώνεται η απόδοση σφάλματος όταν βελτιώνεται η φασματική απόδοση.
- Η DQPSK δεν προτιμάται γενικά στα σύγχρονα τηλεπικοινωνιακά συστήματα.

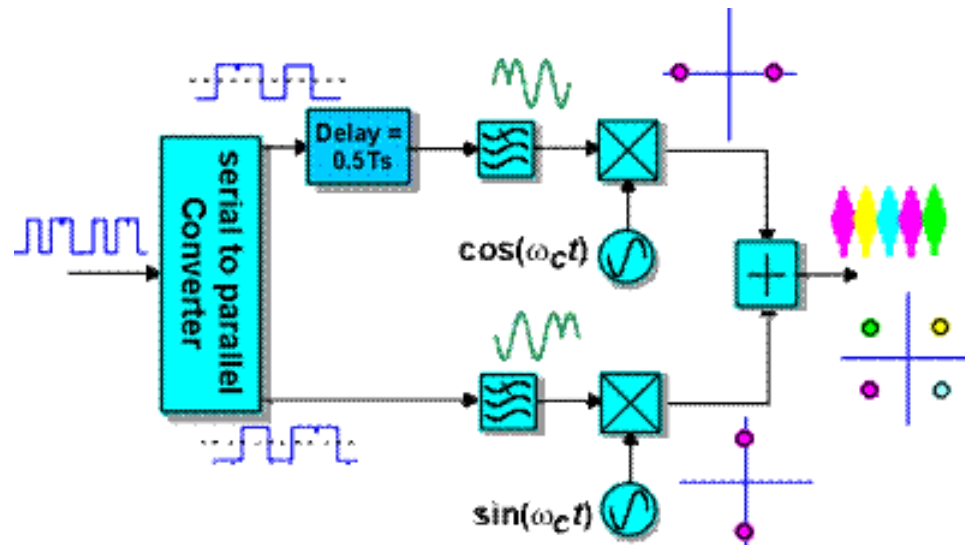


Διαμόρφωση $\pi/4$ QPSK

- Σε αυτή τη διαμόρφωση το σύνολο των 4 συμβόλων περιστρέφεται κατά $\pi/4$ σε κάθε εκπομπή νέου συμβόλου.



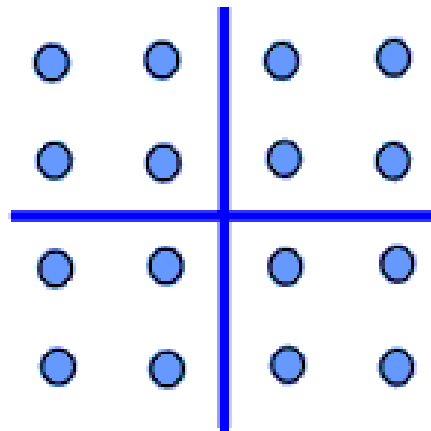
- Αυτό γίνεται για να διασφαλιστεί ότι η διαμορφωμένη περιβάλλουσα δεν θα διέλθει **ποτέ από το μηδέν**, ελαχιστοποιώντας έτσι το λόγο τιμής κορυφής προς την μέση τιμή της διαμόρφωσης.



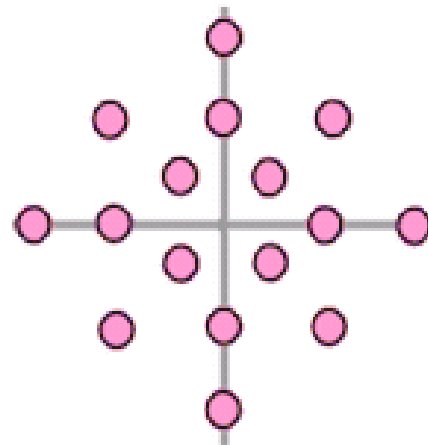
Κύκλωμα παραγωγής $\pi/4$ -QPSK

Συνδυασμένη Διαμόρφωση Πλάτους και Φάσης QAM/APK

Συνδυάζοντας το πλάτος και τη φάση συμβόλων προκύπτει ένα είδος σύνθετης διαμόρφωσης που άλλοτε αποκαλείται **M-αδική σηματοδοσία APK** (Amplitude and Phase Keying) και άλλοτε **M-αδική σηματοδοσία QAM** (Quadrature Amplitude Modulation), ανάλογα με τους περιορισμούς στη σχέση πλάτους και φάσης.



16-QAM constellation

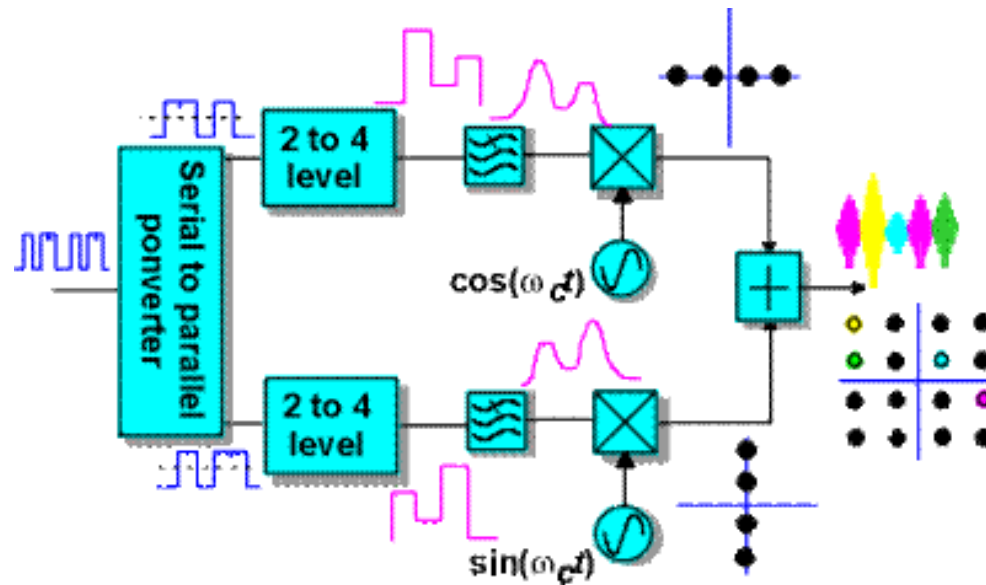


16-APK constellation

Συνδυασμένη Διαμόρφωση Πλάτους και Φάσης QAM/APK

Διαμορφωτής M-QAM

Η απλούστερη μορφή διαμόρφωσης QAM είναι στην πραγματικότητα το σύνολο συμβόλων της QPSK, το οποίο μπορεί να θεωρηθεί ως δύο ορθογώνιοι (με διαφορά φάσης 90°) φορείς, διαμορφωμένοι κατά πλάτος, με στάθμες πλάτους $+A$ και $-A$.

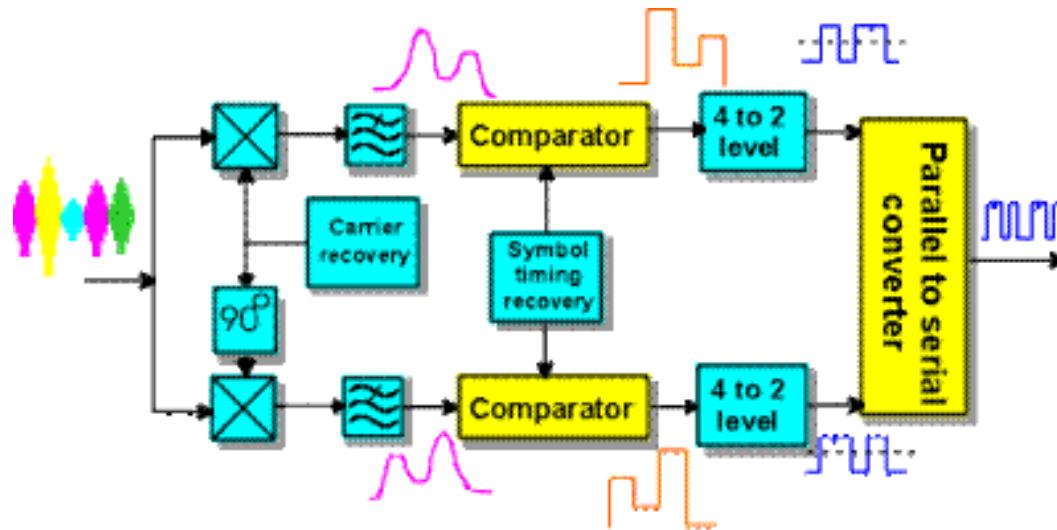


Αυξάνοντας τον αριθμό των σταθμών πλάτους κάθε φορά σε **τέσσερις**, για παράδειγμα $\pm A$ και $\pm 3A$, προκύπτουν **16 δυνατοί συνδυασμοί συμβόλων** στην έξοδο του πομπού, οι οποίοι απέχουν εξίσου στο διάγραμμα αστερισμού και αντιπροσωπεύονται από συγκεκριμένο πλάτος και φάση ο καθένας.

Συνδυασμένη Διαμόρφωση Πλάτους και Φάσης QAM/APK

Αποδιαμορφωτής M-QAM

Η διαμόρφωση QAM μπορεί να αποκωδικοποιηθεί είτε με σύμφωνη είτε με διαφορεικά σύμφωνη ανίχνευση, όπως η QPSK.



Για την ανίχνευση του σήματος M-QAM απαιτείται η ανάκτηση των ορθογωνικών φερόντων.

Το πρόβλημα της **αβεβαιότητας φάσης** περιπλέκεται ακόμα περισσότερο επειδή στα δεδομένα υπάρχει πλέον και το στοιχείο του **πλάτους**.

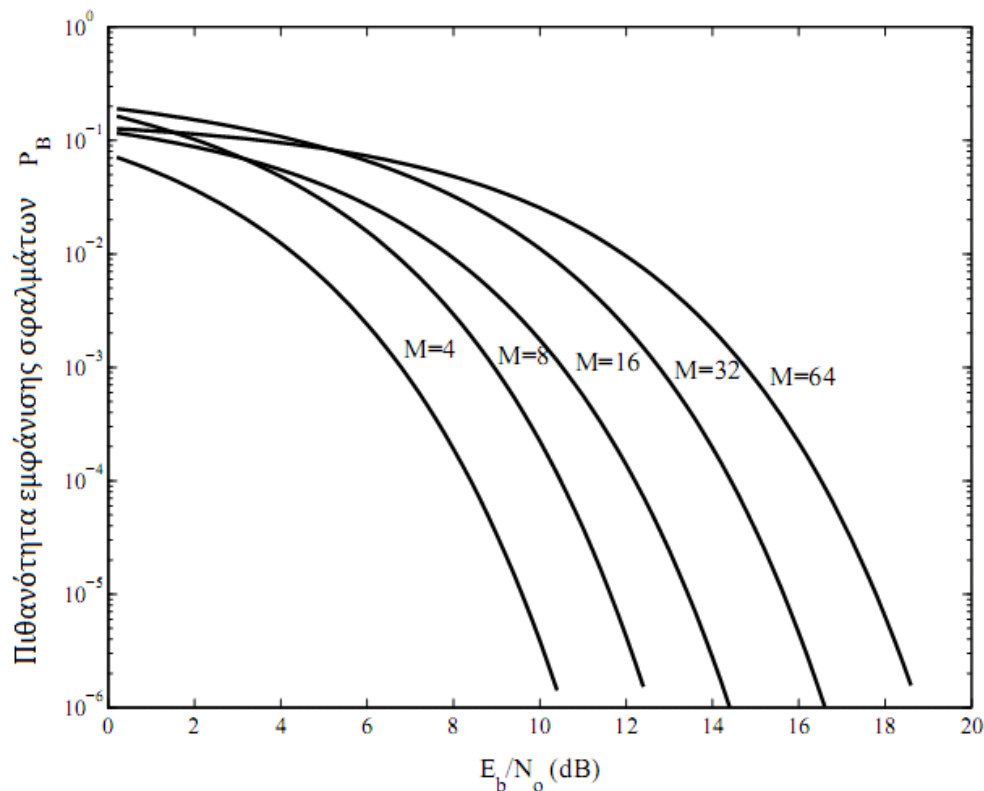
Στην έξοδο κάθε ορθογωνικού αποδιαμορφωτή προκύπτουν τα σύμβολα βασικής ζώνης πολλαπλών επιπέδων, τα οποία θα πρέπει πριν αναγνωριστούν από το κύκλωμα ανίχνευσης του δέκτη να υποστούν προσαρμοσμένο φιλτράρισμα.

Χαρακτηριστικά μεγέθη M-QAM

Φασματική πυκνότητα ισχύος (Power Spectral Density – PSD) [f_c συχνότητα φέροντος]:

$$P(f) = \frac{mE_b}{2} \left\{ \left[\frac{\sin \pi (f - f_c) mT}{\pi (f - f_c) mT} \right]^2 + \left[\frac{\sin \pi (f + f_c) mT}{\pi (f + f_c) mT} \right]^2 \right\}$$

όπου E_b η ενέργεια ανά bit και m το πλήθος των bits/symbol ($M = 2^m$).



Χαρακτηριστικά μεγέθη M-QAM

- Φασματική Απόδοση

$$Q = m \text{ bits/sec/Hz}$$

Αύξηση απόδοσης Q με την αύξηση των ομαδοποιημένων bits ανά σύμβολο, συνεπώς και με τον αριθμό των συμβόλων M .

- Ρυθμός λήψης λαθασμένων συμβόλων P_S

$$P_S \leq 2 \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{3 \log_2 M}{2(M-1)} \cdot \frac{E_b}{N_0}} \right)$$

- Πιθανότητα εμφάνισης λαθασμένων bits P_B

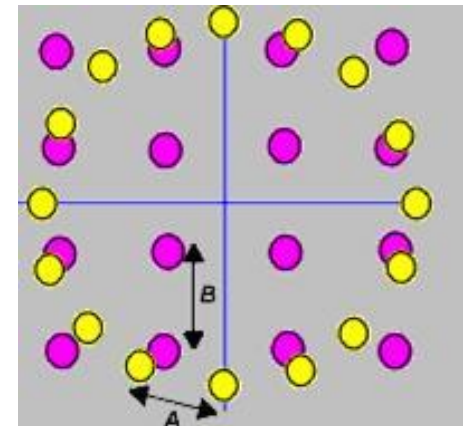
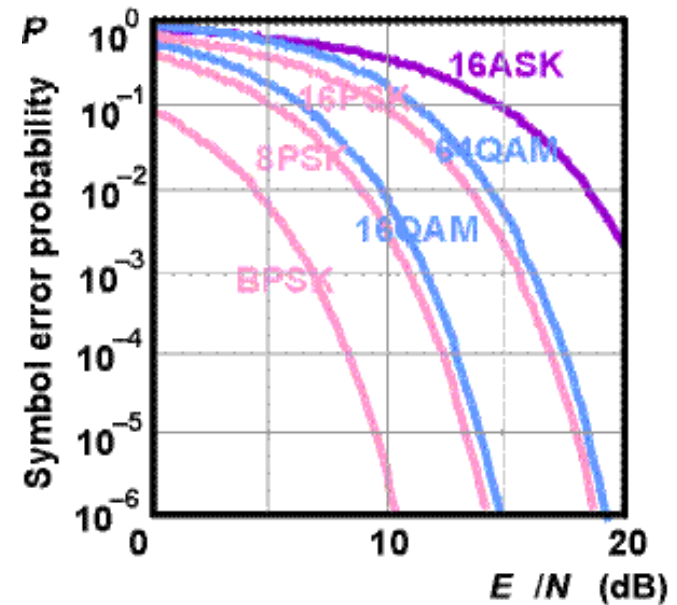
$$P_B = \frac{P_S}{\log_2 M}$$

Σύγκριση PSK και QAM

Συγκρίνοντας τις καμπύλες πιθανότητας εμφάνισης σφάλματος για τις τεχνικές PSK και QAM, διαπιστώνεται το πλεονέκτημα της QAM έναντι της PSK, το οποίο είναι η **επιπλέον ανοχή στο θόρυβο κατά περίπου 3,5dB**, ανάμεσα στις 16-QAM και 16-PSK.

Η βελτίωση αυτή προκύπτει σε βάρος της σχεδίασης του αποδιαμορφωτή, καθώς η QAM απαιτεί **πιο περίπλοκα κυκλώματα**, ικανά να διαχειριστούν πληροφορία που μεταφέρεται στο πλάτος αλλά και στη φάση, και να αντιμετωπίσουν τα σφάλματα στο πλάτος και στη φάση που προκαλούνται στο κανάλι.

Στην πράξη, τα οφέλη λόγω της καλύτερης συμπεριφοράς αντισταθμίζουν την πολυπλοκότητα, και έτσι σήμερα η μέθοδος διαμόρφωσης QAM χρησιμοποιείται **πιο συχνά** από την PSK.



Άσκηση 1

Ένα σύστημα ψηφιακής τηλεόρασης λαμβάνει ένα αναλογικό σήμα εικόνας (video signal) με εύρος ζώνης από 0 έως 2 MHz. Το σήμα δειγματοληπτείται με συχνότητα τετραπλάσια της μέγιστης χρησιμοποιώντας έναν μετατροπέα αναλογικού σε ψηφιακό (A/D converter) με 16 bit. Το σήμα δεδομένων που προκύπτει εκπέμπεται στον αέρα χρησιμοποιώντας διαμόρφωση 16-QAM και φίλτρα μορφοποίησης παλμών με παράγοντα κλίσης $\alpha = 0,5$. Ποιο είναι το εύρος ζώνης που καταλαμβάνεται από το εκπεμπόμενο ψηφιακό σήμα εικόνας;

Απάντηση:

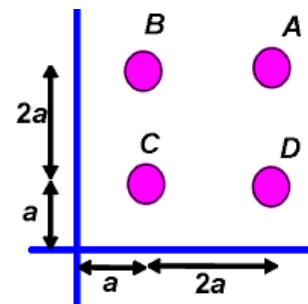
- Ο ρυθμός δειγματοληψίας του μετατροπέα A/D είναι $4 \times 2 \text{ MHz} = 8.000.000$ δείγματα ανά δευτερόλεπτο. Κάθε δείγμα κωδικοποιείται ως μία λέξη μήκους 16 bit. Έτσι προκύπτει ένας ρυθμός αποστολής δεδομένων στην έξοδο του μετατροπέα ίσος με $16 \times 8 \times 10^6 = 128 \text{ Mbps}$.
- Η μέθοδος 16-QAM μεταφέρει 4 bit ανά εκπεμπόμενο σύμβολο και, επειδή έχει μορφή ζώνης διέλευσης, μπορεί να έχει μέγιστη απόδοση εύρους ζώνης 4 bit/sec/Hz όταν το φίλτρο μορφοποίησης παλμών είναι ιδανικό ($\alpha = 0$).
- Για φίλτρο με $\alpha = 0,5$ η απόδοση εύρους ζώνης ελαττώνεται κατά παράγοντα $(1 + \alpha)$, δηλαδή ελαττώνεται στην τιμή 2,66 bits/s/Hz και έτσι το εύρος ζώνης που απαιτείται για να υποστηριχθεί ο ρυθμός των 128 Mbps είναι 48 MHz.

Άσκηση 2

Σχεδιάστε το διάγραμμα αστερισμού της τετραγωνικής 16-QAM. Εάν το μέγιστο μήκος διανυσμάτων στο διάγραμμα αστερισμού της τετραγωνικής 16-QAM είναι 100 mV rms , προσδιορίστε τη μέση ισχύ που θα μεταφερθεί σε μία κεραία αντίστασης φορτίου 50Ω , εάν κάθε σημείο του αστερισμού έχει την ίδια πιθανότητα να εκπεμφθεί.

Απάντηση:

Αναφερόμενοι στο ένα τεταρτημόριο του αστερισμού της διαμόρφωσης 16-QAM, η μέση ισχύς που αναπτύσσεται από τα διανύσματα A, B, C και D υπολογίζεται ως εξής:



$$A^2 = (3a)^2 + (3a)^2 = 18a^2 \quad B^2 = D^2 = (3a)^2 + (a)^2 = 10a^2 \quad C^2 = (a)^2 + (a)^2 = 2a^2$$

$$\text{Μέση ισχύς} = \frac{18a^2 + 2 \times 10a^2 + 2a^2}{4R}$$

Το μέγιστο μήκος διανύσματος είναι: $A = 100\text{ mV} = \sqrt{18a^2}$ και επομένως είναι $a = \sqrt{\frac{(100\text{ mV})^2}{18}} = 23.6\text{ mV}$. Άρα, η μέση ισχύς για όλες τις καταστάσεις συμβόλων είναι $10 a^2 / R = 111 \mu\text{W}$.

Άσκηση 3

Ο πομπός ενός συστήματος ψηφιακής ραδιοεπικοινωνίας μπορεί να εκπέμπει ισχύ έως μία μέγιστη τιμή 150 W. Προσδιορίστε τη μέση ισχύ που μπορεί να υποστηριχθεί όταν η κεραία έχει αντίσταση φορτίου 50 Ω και η εκπομπή γίνεται με διαμόρφωση 16-PSK και τετραγωνική διαμόρφωση 16-QAM.

Απάντηση:

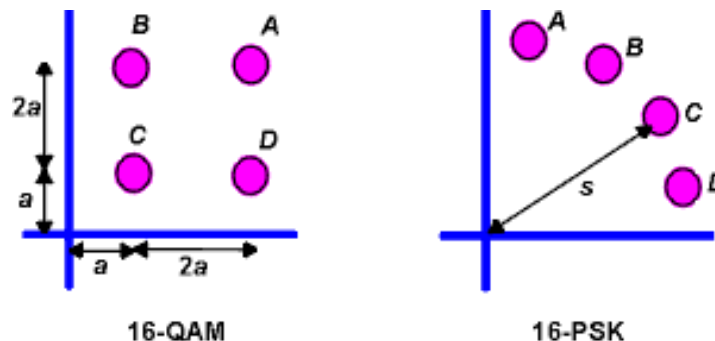
Εργαζόμενοι όπως στην προηγούμενη άσκηση, έχουμε:

$$A^2 = (3a)^2 + (3a)^2 = 18a^2$$

$$B^2 = D^2 = (3a)^2 + (a)^2 = 10a^2$$

$$C^2 = (a)^2 + (a)^2 = 2a^2$$

$$\text{Μέση ισχύς} = \frac{18a^2 + 2 \times 10a^2 + 2a^2}{4R}$$



Η μέγιστη ισχύς δίνεται ότι είναι 150 W και αναφέρεται προφανώς στο διάνυσμα A, οπότε είναι:

$$A^2/R = 18/R = 150 \text{ και επομένως είναι: } a = \sqrt{\frac{150 \times 50}{18}} = 20.4 \text{ W}$$

Άρα η μέση ισχύς για όλες τις καταστάσεις συμβόλων στην 16-QAM είναι:

$$\text{Μέση ισχύς QAM} = 10 a^2/R = 83.33 \text{ W}$$

Η μέση ισχύς για διαμόρφωση 16-PSK είναι η ίδια για όλες τις καταστάσεις συμβόλων και ίση με τη μέγιστη ισχύ των συμβόλων, καθώς η μη φιλτραρισμένη μέθοδος PSK έχει περιβάλλουσα σταθερής τιμής, δηλ. είναι: $\text{Μέση ισχύς PSK} = s^2/R = 150 \text{ W}$

Άσκηση 4

Ένα modem ορθογωνικής 4-δικής διαμόρφωσης FSK έχει ρυθμό εκπομπής συμβόλων 2400 baud. Εάν η χαμηλότερη συχνότητα των συμβόλων είναι 8 kHz, ποιες θα είναι οι άλλες τρεις συχνότητες;

Απάντηση:

- Για να ισχύει η ορθογωνικότητα πρέπει η ελάχιστη απόσταση μεταξύ των συμβόλων να είναι ίση με το μισό του ρυθμού συμβόλων, δηλ. 1.200 Hz.
- Επομένως, οι συχνότητες των συμβόλων είναι 8.000 Hz, 9.200 Hz, 10.400 Hz and 11.600 Hz.

Άσκηση 5

Εάν η μέγιστη ισχύς συμβόλων ενός τετραγωνικού 16-αδικού συστήματος QAM είναι 200 W, μετρημένη σε ένα φορτίο 50 Ω, ποια είναι τα πλάτη των διαφόρων διανυσμάτων συμβόλων της μεταδιδόμενης κυματομορφής; (αγνοήστε τυχόν επιδράσεις φιλτραρίσματος)

Απάντηση:

Αναφερόμενοι στο ένα τεταρτημόριο του αστερισμού της διαμόρφωσης 16-QAM, που εικονίζεται δεξιά, η μέση ισχύς που αναπτύσσεται από τα διανύσματα A, B, C και D υπολογίζεται ως εξής:

$$A^2 = (3a)^2 + (3a)^2 = 18a^2$$

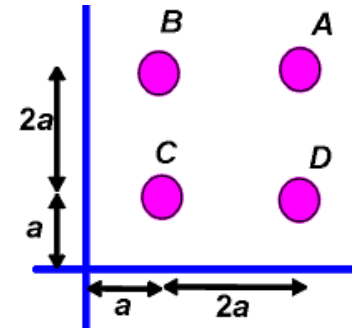
$$\text{Μέση ισχύς ανά σύμβολο} = A^2/R = 18a^2/50 = 200 \text{ Watts}$$

$$B^2 = D^2 = (3a)^2 + (a)^2 = 10a^2$$

$$\text{Μέση ισχύς ανά σύμβολο} = A^2/R = 10a^2/50 = 111,1 \text{ Watts}$$

$$C^2 = (a)^2 + (a)^2 = 2a^2$$

$$\text{Μέση ισχύς ανά σύμβολο} = A^2/R = 2a^2/50 = 22,2 \text{ Watts}$$



Άσκηση 6

Μία ζεύξη δεδομένων που χρησιμοποιεί διαμόρφωση 64-QAM λειτουργεί με ρυθμό 256 kbps. Ποιος είναι ο ρυθμός εκπομπής συμβόλων στο κανάλι και ποιο είναι το καταλαμβανόμενο εύρος ζώνης, εάν έχουν χρησιμοποιηθεί στον πομπό και το δέκτη φίλτρα ρίζας υψωμένου συνημιτόνου, που έχουν $\alpha=0.5$;

Απάντηση:

- Ένα σύστημα 64-QAM μπορεί να μεταφέρει $\log_2(64) = 6 \text{ bits/symbol}$.
- Έτσι, για ρυθμό μετάδοσης ψηφίων (bit rate) ίσο με 256 kbps, ο ρυθμός συμβόλων είναι $256.000 / 6 = 42.667 \text{ symbols/s}$.
- Για ζωνοδιαβατή σηματοδοσία αυτό απαιτεί ένα ελάχιστο εύρος ζώνης ίσο με τον ρυθμό μετάδοσης συμβόλων των 42.667 kHz, θεωρώντας ιδανικό (brick-wall, $a = 0$) φιλτράρισμα.
- Για $a = 0,5$ το απαιτούμενο εύρος ζώνης αυξάνεται κατά έναν συντελεστή $(1 + a) = 1,5$ δηλαδή στα 64 kHz.

Άσκηση 7

Ποιο είναι το ελάχιστο εύρος ζώνης που απαιτείται για να υποστηριχθεί μία ακολουθία δεδομένων ρυθμού 256 kbps χρησιμοποιώντας: (α) Διπολική σηματοδοσία βασικής ζώνης 4 επιπέδων, (β) Πολική σηματοδοσία βασικής ζώνης 4 επιπέδων, (γ) BPSK, (δ) QPSK, (ε) 64-QAM;

Απάντηση:

- (α) και (β) Αμφότερες οι σηματοδοσίες ζωικής ζώνης (πολική και διπολική) κατά λαμβάνουν το ίδιο εύρος ζώνης και έχουν φασματική απόδοση **2 bits/s/Hz**. Έτσι για ένα σήμα δεδομένων ρυθμού 256 kbps το ελάχιστο απαιτούμενο εύρος ζώνης είναι 128 kHz.
- (γ) Η BPSK είναι μία δυαδική διαμόρφωση με φασματική απόδοση μόλις **1 bit/s/Hz** (κατά μέγιστο). Έτσι, για μετάδοση σήματος ρυθμού 256 kbps απαιτείται εύρος ζώνης ίσο με 256 kHz.
- (δ) Η QPSK είναι μία διαμόρφωση με 4 καταστάσεις συμβόλων. Έχει φασματική απόδοση **2 bits/s/Hz** και απαιτεί εύρος ζώνης ίσο με 128 kHz.
- (ε) Η 64-QAM μεταφέρει 6 *bits/symbol* [$\log_2(64) = 6$] συγκρινόμενα με τα 2 *bits/symbol* της QPSK. Το απαιτούμενο εύρος ζώνης μειώνεται έτσι κατά έναν **συντελεστή 3** συγκρινόμενο με την QPSK, δηλ. είναι ίσο με 42.667 kHz.

Άσκηση 8

Μία μικροκυματική επικοινωνιακή ζεύξη οπτικής επαφής, χρησιμοποιεί διαμόρφωση 256-QAM επιπέδων για να μεταφέρει 32 Mbps. Το εύρος ζώνης που καταλαμβάνει το σήμα είναι 7 MHz.

- α) Ποια είναι η τιμή του a των χρησιμοποιούμενων φίλτρων ρίζας υψωμένου συνημιτόνου;
- β) Εάν ο λόγος σήματος προς θόρυβο στη ζεύξη είναι 40 dB, ποια είναι η θεωρητική μέγιστη χωρητικότητα του καναλιού στο εύρος ζώνης των 7 MHz;

Απάντηση:

(α) Ένα σύστημα 256-QAM μπορεί να μεταφέρει $n = \log_2(256) = 8 \text{ bits/symbol}$, δημιουργώντας έναν ρυθμό μετάδοσης συμβόλων $4.000.000 \text{ symbols/s}$ για ρυθμό δεδομένων 32 Mbps. Για μία ζωνοδιαβατή διαμόρφωση, απαιτείται εύρος ζώνης ίσο με 4 MHz (για ιδανικό φίλτρο - brick-wall filtering). Όμως, καθώς το πραγματικό εύρος ζώνης είναι 7 MHz, αυτό συνεπάγεται τη χρήση διαμόρφωσης παλμών με ένα φίλτρο για το οποίο ισχύει $(1 + a) = 7 / 4 = 1,75$. Άρα $a = 0,75$.

(β) Από την εξίσωση Shannon-Hartley $C = B \log_2(1 + S/N)$ έχουμε:

$$C = 7 \cdot 10^6 \log_2(10000 + 1) \text{ bits/second} = 93 \text{ Mbps}$$

όπου C : χωρητικότητα (bits/s), B : εύρος ζώνης (Hz) και S/N : λόγος σήματος προς θόρυβο (dB)