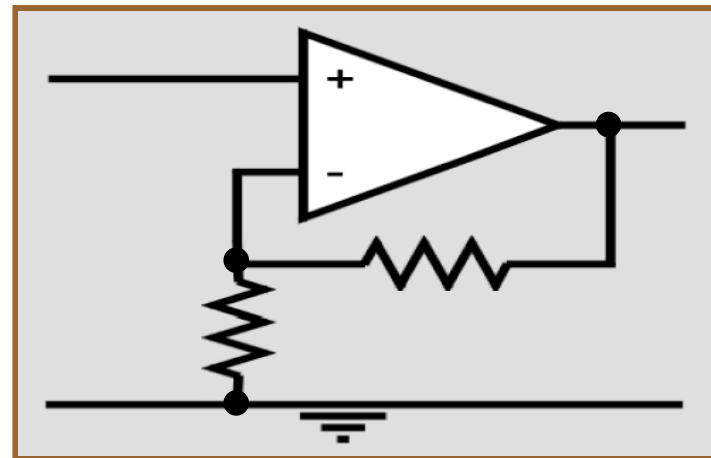
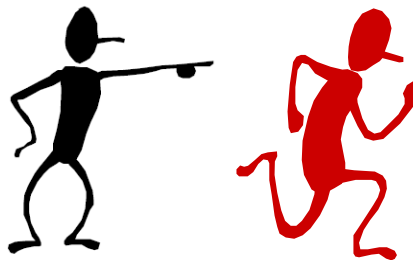


# ΑΝΑΛΟΓΙΚΑ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΑ ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ

Λάμπρος Μπισδούνης  
Καθηγητής



## 6<sup>η</sup> ενότητα ΤΕΛΕΣΤΙΚΟΣ ΕΝΙΣΧΥΤΗΣ

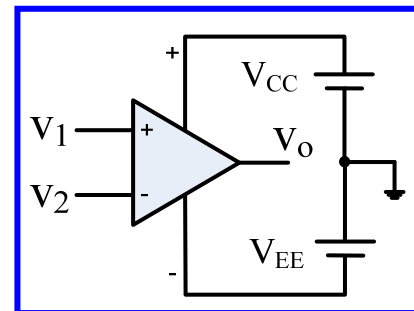
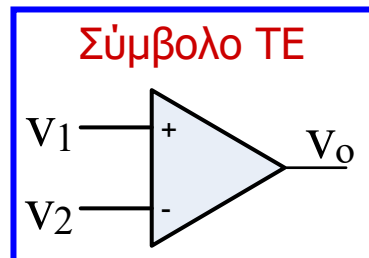


# Περιεχόμενα 6<sup>ης</sup> ενότητας

- Στην έκτη ενότητα, θα μελετήσουμε τον **τελεστικό ενισχυτή, ΤΕ, (operational amplifier, op-amp)** που αποτελεί το πιο χρήσιμο αναλογικό κύκλωμα.
- Εισαγωγή στον τελεστικό ενισχυτή.
- Ιδανικός τελεστικός ενισχυτής και εφαρμογές τελεστικού ενισχυτή.
- Ενισχυτής θετικής ενίσχυσης (μη αναστρέφων) και αρνητικής ενίσχυσης (αντιστροφέας) .
- Ανάλυση κυκλωμάτων με τελεστικούς ενισχυτές.
- Ενισχυτής διαφοράς και κυκλώματα αθροιστών με τελεστικό ενισχυτή.
- Κυκλώματα ολοκληρωτή και διαφοριστή.
- Ενισχυτής διαφορικής εισόδου και ενισχυτής διαφορικής εισόδου και εξόδου.
- Ενισχυτές οργανολογίας.
- Μετατροπέας ρεύματος σε τάση, κυκλώματα ανορθωτών και συγκριτές τάσης.
- Απόκριση συχνότητας τελεστικών ενισχυτών.
- Συμπεράσματα και ασκήσεις.

# Εισαγωγή στον τελεστικό ενισχυτή (ΤΕ)

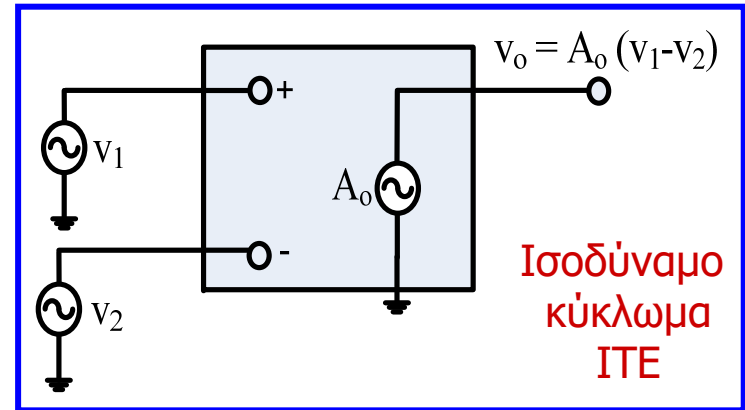
- Οι ΤΕ κατασκευάζονται ως ολοκληρωμένα κυκλώματα (integrated circuits) με όλα τα στοιχεία τους στην ίδια ψηφίδα (chip) και βρίσκουν πλήθος εφαρμογών.
- Ο ΤΕ διαθέτει 5 βασικούς ακροδέκτες: δύο εισόδους, μία έξοδο και δύο τροφοδοσίες (οι οποίες όμως δεν διακρίνονται στο σύμβολο αφού συνήθως ενδιαφερόμαστε για τη συμπεριφορά των ενισχυτών στο εναλλασσόμενο).
- Διαφορική είσοδος στον ΤΕ: **ακροδέκτης αντιστροφής (-)** και **ακροδέκτης μη αντιστροφής (+)**. Η έξοδος είναι σε φάση (ίδιο πρόσημο) με  $v_1$  και σε διαφορά φάσης  $180^\circ$  με  $v_2$ .
- Ο ΤΕ είναι ένας ενισχυτής τάσης πολλαπλών βαθμίδων απευθείας σύζευξης που είναι κατασκευασμένος για να **ανιχνεύει τη διαφορά των σημάτων τάσης που εφαρμόζονται στους ακροδέκτες εισόδου ( $v_1 - v_2$ )**, να **πολλαπλασιάζει τη διαφορά αυτή με  $A_o$  (ενίσχυση τάσης ανοικτού βρόχου)** και να προκαλεί την εμφάνιση του αποτελέσματος  $A_o (v_1 - v_2)$  στον **ακροδέκτη εξόδου**.
- Η διαφορική **ενίσχυση τάσης ανοικτού βρόχου  $A_o$**  (ενίσχυση τάσης χωρίς ανατροφοδότηση) του ΤΕ είναι πολύ **υψηλή**, η **αντίσταση εισόδου** είναι **υψηλή** και η **αντίσταση εξόδου χαμηλή**.



# Ιδανικός τελεστικός ενισχυτής (ΙΤΕ)

- Στον ΙΤΕ, η **ενίσχυση τάσης ανοικτού βρόχου** (ή ενίσχυση στο συνεχές) θεωρείται ότι έχει **άπειρη τιμή** και ανεξάρτητη της συχνότητας (**άπειρο εύρος ζώνης**), αλλά ο ΙΤΕ δεν χρησιμοποιείται χωρίς ανατροφοδότηση, οπότε στις εφαρμογές του η ενίσχυση εξαρτάται από το κύκλωμα ανατροφοδότησης.

$$v_o = A_o (v_1 - v_2) \quad (A_o = \infty)$$
$$(v_1 - v_2) = \frac{1}{A_o} \cdot v_o \Rightarrow v_1 = v_2$$



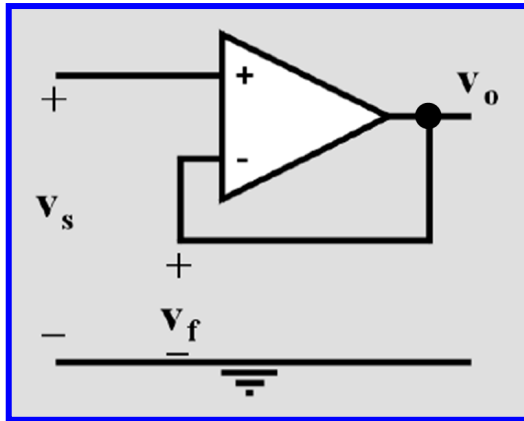
Στον ΙΤΕ, η διαφορά δυναμικού στους ακροδέκτες εισόδου είναι μηδενική, οπότε οι τάσεις στους ακροδέκτες εισόδου είναι ίσες (**ιδιότητα αντιγραφής τάσεων**).

- Ο ΙΤΕ δεν «τραβάει» ρεύμα από τις εισόδους του ( $i_1 = i_2 = 0$ ), δηλ. ο ΙΤΕ δεν φορτώνει τα κυκλώματα προς τα οποία συνδέεται, συνεπώς η **αντίσταση εισόδου** θεωρείται **άπειρη**.
- Η έξοδος του ΙΤΕ δρα ως ακροδέκτης **ιδανικής πηγής τάσης ελεγχόμενης από τάση**, δηλ. η τάση εξόδου δεν επηρεάζεται από το φορτίο στο οποίο συνδέεται, συνεπώς η **αντίσταση εξόδου** θεωρείται **μηδενική**.

# Εφαρμογές τελεστικού ενισχυτή

- Ο ΤΕ χρησιμοποιείται σε πολλές εφαρμογές που εντάσσονται κυρίως στην κατηγορία της επεξεργασίας αναλογικών σημάτων.
- Κυκλώματα ΤΕ με ανατροφοδότηση χρησιμοποιούνται για την εκτέλεση αρκετών μαθηματικών λειτουργιών, όπως:
  - ✓ Πολλαπλασιασμός σήματος με θετική σταθερά (ενισχυτής θετικής ενίσχυσης ή μη αναστρέφων ενισχυτής).
  - ✓ Πολλαπλασιασμός σήματος με αρνητική σταθερά (ενισχυτής αρνητικής ενίσχυσης ή αντιστροφέας).
  - ✓ Πρόσθεση και αφαίρεση σημάτων.
  - ✓ Ολοκλήρωση και διαφορίση σήματος.
  - ✓ Ανόρθωση και σύγκριση σημάτων.
- Τα κυκλώματα ΤΕ που εκτελούν τις λειτουργίες αυτές μπορούν να συνδυαστούν για την υλοποίηση πιο σύνθετων λειτουργιών.

# Ακολουθητής τάσης



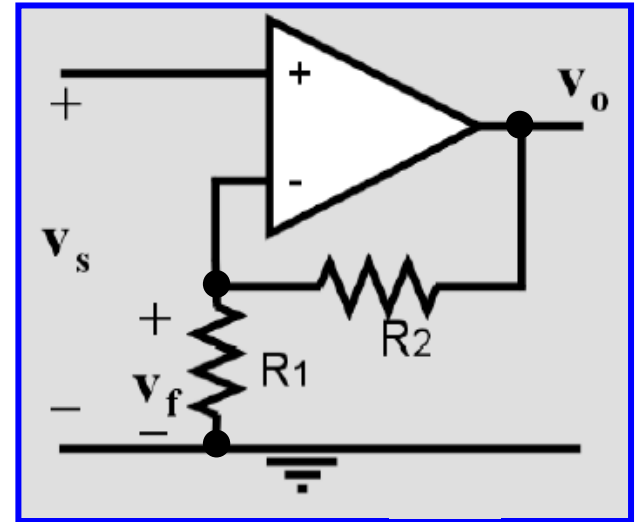
$$v_+ = v_- = v_o \Rightarrow v_s = v_o \Rightarrow A_v = \frac{v_o}{v_s} = 1$$

- Εφαρμόζεται ολική ανατροφοδότηση ( $\beta=1$ ) και η ενίσχυση του κυκλώματος είναι μοναδιαία, που σημαίνει ότι η τάση εξόδου είναι ίση με την τάση εισόδου.
- Ο ΤΕ είναι κατάλληλος για την εφαρμογή αυτή επειδή έχει πολύ υψηλή αντίσταση εισόδου και πολύ μικρή αντίσταση εξόδου.
- Η αντίσταση εισόδου είναι πολύ υψηλή, συνεπώς δεν επηρεάζει την τάση εξόδου του κυκλώματος στο οποίο συνδέεται, ενώ η αντίσταση εξόδου είναι πολύ μικρή, συνεπώς το κύκλωμα δεν επηρεάζεται από το φορτίο που του συνδέεται.
- Έτσι, ο ακολουθητής τάσης είναι χρήσιμος απομονωτής μεταξύ πηγής και φορτίου (π.χ. μεταξύ ενός αισθητήρα και μίας συσκευής ένδειξης).

# Ενισχυτής θετικής ενίσχυσης (μη αναστρέφων)

- Το κύκλωμα ανατροφοδότησης του ενισχυτή αυτού, υλοποιείται με έναν ωμικό διαιρέτη τάσης:

$$v_- = v_f = \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_o \quad \overset{v_- = v_+ = v_s}{\Rightarrow} \quad v_o = \frac{R_1 + R_2}{R_1} v_s$$
$$\Rightarrow A_v = \frac{v_o}{v_s} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$



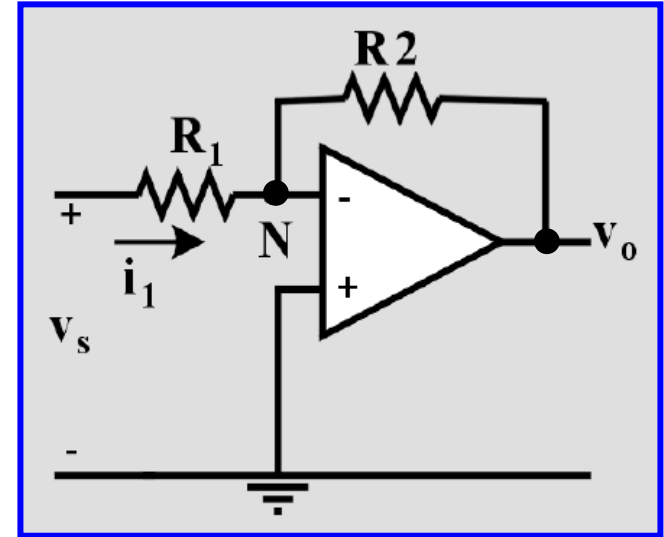
- Συνεπώς, πρόκειται για έναν ενισχυτή τάσης θετικής ενίσχυσης, η οποία καθορίζεται αποκλειστικά από το κύκλωμα ανατροφοδότησης.
- Η ενίσχυση δεν μπορεί να γίνει μικρότερη του 1.
- Στην περίπτωση όπου οι αντιστάσεις του κυκλώματος ανατροφοδότησης αντικατασταθούν από εμπεδήσεις, η ενίσχυση του κυκλώματος παύει να είναι πραγματικός αριθμός και γίνεται συνάρτηση της συχνότητας, η οποία εκφράζει στην ουσία τη συνάρτηση μεταφοράς του κυκλώματος ενίσχυσης με ΙΤΕ:

$$A_v(s) = \frac{V_o}{V_s} = 1 + \frac{Z_2(s)}{Z_1(s)}$$

# Ενισχυτής αρνητικής ενίσχυσης (αντιστροφέας)

- Ο ενισχυτής αρνητικής ενίσχυσης έχει παρόμοια τοπολογία με εφαρμογή του σήματος στον ακροδέκτη αντιστροφής και με τον ακροδέκτη μη αντιστροφής γειωμένο.
- Το ρεύμα στις εισόδους του ΙΤΕ είναι μηδενικό:

$$\dot{i}_1 = \dot{i}_{R_2} \Rightarrow \frac{V_s - V_-}{R_1} = \frac{V_- - V_o}{R_2} \Rightarrow$$
$$\left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) V_- = \frac{V_s}{R_1} + \frac{V_o}{R_2}$$



- Λόγω της ιδιότητας αντιγραφής τάσεων του ΙΤΕ, ο ακροδέκτης αντιστροφής συμπεριφέρεται ως εικονική γη (virtual earth):

$$V_- = V_+ = 0 \rightarrow A_v = \frac{V_o}{V_s} = -\frac{R_2}{R_1}$$

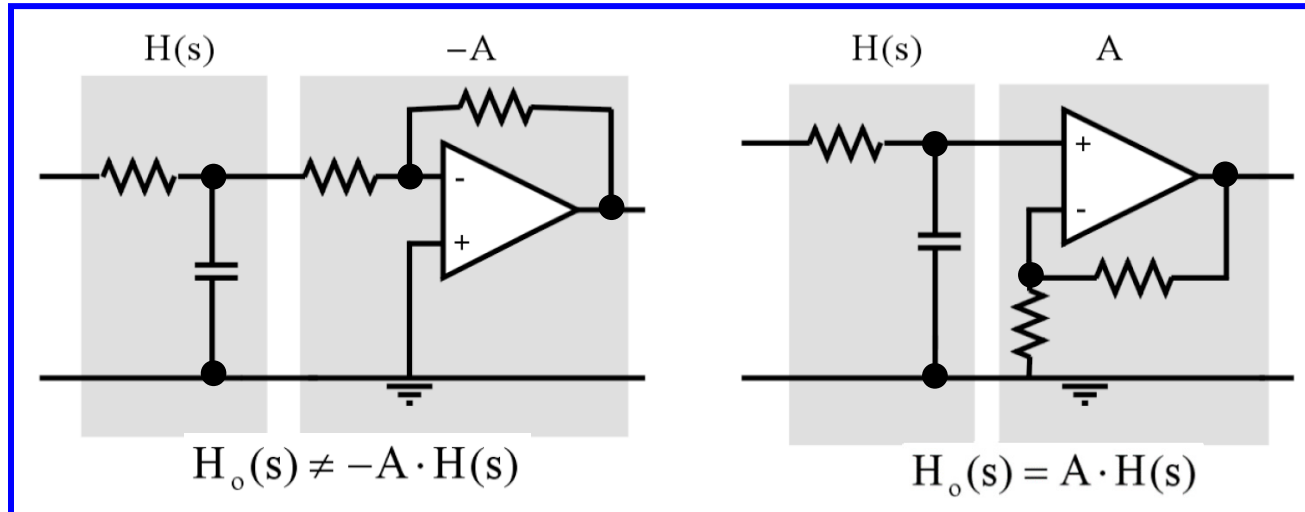
Συνάρτηση μεταφοράς κυκλώματος:

$$A(s) = \frac{V_o}{V_s} = -\frac{Z_2}{Z_1}$$



# Ενισχυτής αρνητικής ενίσχυσης (αντιστροφέας)

- Ο αντιστροφέας έχει πεπερασμένη αντίσταση εισόδου ( $R_i = v_s / i_1 = R_1$ ) σε αντίθεση με τον μη αναστρέφοντα ενισχυτή που έχει άπειρη αντίσταση εισόδου.
- Επομένως, ο αντιστροφέας φορτώνει την έξοδο του κυκλώματος προς στο οποίο συνδέεται.



- Η συνάρτηση μεταφοράς του συνολικού κυκλώματος στην περίπτωση του μη αναστρέφοντα ενισχυτή είναι  $H(s) \cdot A$ , ενώ στην περίπτωση του αντιστροφέα αυτό δε συμβαίνει αφού ο αντιστροφέας φορτώνει το υποκύκλωμα  $H(s)$  αλλοιώνοντας τη συνάρτηση μεταφοράς του.

# Παράδειγμα 1<sup>ο</sup>: ενισχυτής αρνητικής ενίσχυσης

Για το κύκλωμα με ΙΤΕ του παρακάτω σχήματος προσδιορίστε μία έκφραση για την ενίσχυση. Στη συνέχεια χρησιμοποιείτε το κύκλωμα αυτό για να σχεδιάσετε έναν ενισχυτή αρνητικής ενίσχυσης με ενίσχυση  $-100$  και αντίσταση εισόδου  $1\text{ M}\Omega$ . Για το σχεδιασμό δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν αντιστάσεις μεγαλύτερες του  $1\text{ M}\Omega$ .

$$V_- = V_+ = 0 \rightarrow V_1 = 0$$

$$i_1 = \frac{V_i - V_1}{R_1} = \frac{V_i - 0}{R_1} = \frac{V_i}{R_1}$$

$$i_1 = i_2$$

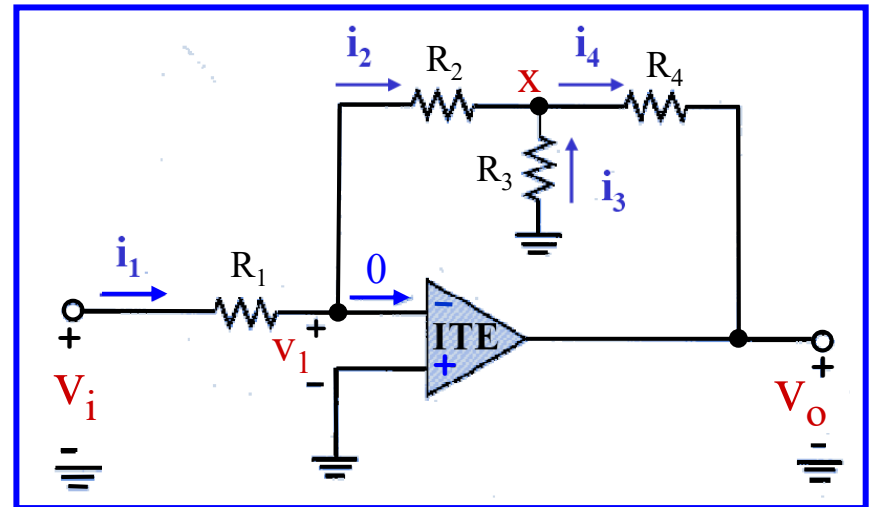
$$V_x = V_1 - i_2 R_2 = 0 - \frac{V_i}{R_1} R_2 = -\frac{R_2}{R_1} V_i$$

$$i_3 = \frac{0 - V_x}{R_3} = \frac{R_2}{R_1 R_3} V_i$$

$$i_4 = i_2 + i_3 = \frac{V_i}{R_1} + \frac{R_2}{R_1 R_3} V_i$$

$$V_o = V_x - i_4 R_4 = -\frac{R_2}{R_1} V_i - \left( \frac{V_i}{R_1} + \frac{R_2}{R_1 R_3} V_i \right) R_4$$

$$A_v = \frac{V_o}{V_i} = - \left[ \frac{R_2}{R_1} + \frac{R_4}{R_1} \left( 1 + \frac{R_2}{R_3} \right) \right] = - \frac{R_2}{R_1} \left( 1 + \frac{R_4}{R_2} + \frac{R_4}{R_3} \right)$$



# Παράδειγμα 1<sup>ο</sup>: ενισχυτής αρνητικής ενίσχυσης

$$A_v = \frac{v_o}{v_i} = - \left[ \frac{R_2}{R_1} + \frac{R_4}{R_1} \left( 1 + \frac{R_2}{R_3} \right) \right] = - \frac{R_2}{R_1} \left( 1 + \frac{R_4}{R_2} + \frac{R_4}{R_3} \right)$$

Με δεδομένο ότι  $R_i = R_1 = 1 \text{ M}\Omega$ , εάν επιλέξουμε και  $R_2 = 1 \text{ M}\Omega$ , τότε θα πρέπει οι τιμές των  $R_3$  και  $R_4$  να είναι τέτοιες ώστε  $A_v = -100$ . Εάν επιλέξουμε  $R_4 = 1 \text{ M}\Omega$ :

$$R_3 = - \frac{R_2 R_4}{A_v R_1 + R_2 + R_4} \Rightarrow R_3 = 10.2 \text{ k}\Omega$$

Στην κλασσική τοπολογία του ενισχυτή αρνητικής ενίσχυσης:

$$A_v = \frac{v_o}{v_i} = - \frac{R_2}{R_1}$$

Συνεπώς, με δεδομένο ότι η αντίσταση εισόδου είναι  $R_1 = 1 \text{ M}\Omega$ , για να πετύχουμε ενίσχυση  $A_v = -100$ , θα χρειαζόμασταν την πολύ μεγάλη αντίσταση  $R_2 = 100 \text{ M}\Omega$  (πρακτικά μη υλοποιήσιμη).

# Ανάλυση κυκλωμάτων με τελεστικούς ενισχυτές

- Ανάλυση κυκλώματος με τη **μέθοδο ανάλυσης των κόμβων**:
  - ✓ Εφαρμόζουμε τον **1<sup>ο</sup> κανόνα Kirchhoff** σε κάθε κόμβο του κυκλώματος εκτός των κόμβων εισόδου και εξόδου ως εξής: το άθροισμα των αγωγιμοτήτων (δηλ. των αντίστροφων αντιστάσεων ή εμπεδησεων) που ξεκινούν από τον κόμβο εφαρμογής πολ/σμένο με την τάση του κόμβου εφαρμογής ισούται με το άθροισμα των γινομένων των αγωγιμοτήτων αυτών με τις τάσεις των κόμβων στους οποίους καταλήγουν.
  - ✓ Χρησιμοποιούμε την **ιδιότητα αντιγραφής τάσεων** στους ακροδέκτες του ΙΤΕ.
  - ✓ Επιλύουμε το **σύστημα των εξισώσεων** που προκύπτει και υπολογίζουμε την **τάση εξόδου** του κυκλώματος.
- Ανάλυση κυκλώματος με την **αρχή της επαλληλίας**:
  - ✓ Σε κυκλώματα στα οποία υπάρχουν πολλά σήματα εισόδου, το **σήμα εξόδου** μπορεί να προκύψει από το **άθροισμα των επιμέρους σημάτων εξόδου** που προκύπτουν εάν κάθε φορά λάβουμε υπόψη **μόνο ένα σήμα εισόδου** και θεωρήσουμε τα **υπόλοιπα μηδενικά**.
  - ✓ Πηγή τάσης με μηδενική τιμή λαμβάνεται ως βραχυκύκλωμα, ενώ πηγή ρεύματος με μηδενική τιμή λαμβάνεται ως ανοικτό κύκλωμα.

# Ενισχυτής διαφοράς τάσεων

## ΜΕΘΟΔΟΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΚΟΜΒΩΝ

Κόμβος  $v_3$ :

$$(G_1 + G_2)v_3 = G_1v_1 + G_2v_o \Rightarrow$$

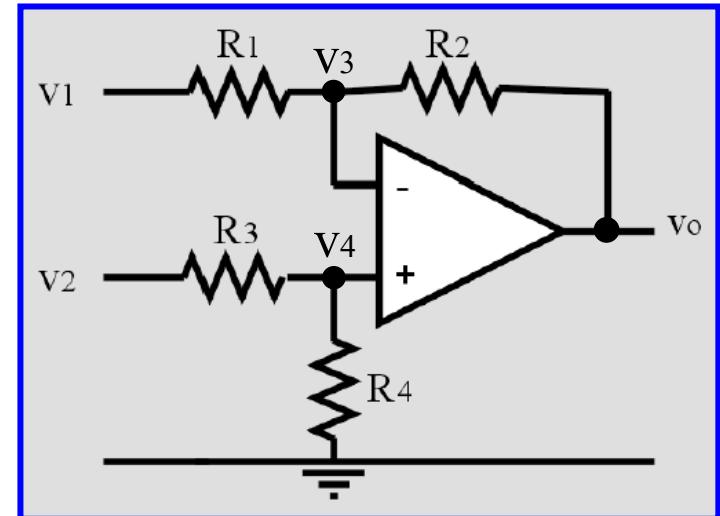
$$v_3 = \frac{G_1}{G_1 + G_2}v_1 + \frac{G_2}{G_1 + G_2}v_o$$

Κόμβος  $v_4$ :

$$(G_3 + G_4)v_4 = G_3v_2 \Rightarrow v_4 = \frac{G_3}{G_3 + G_4}v_2$$

Ιδιότητα αντιγραφής τάσεων εισόδου ΙΤΕ:

$$v_3 = v_4 \Rightarrow v_o = \frac{G_3}{G_2} \left( \frac{G_1 + G_2}{G_3 + G_4} \right) v_2 - \frac{G_1}{G_2} v_1$$



Εάν επιλέξουμε:

$$R_1 = R_3 \text{ και } R_2 = R_4$$

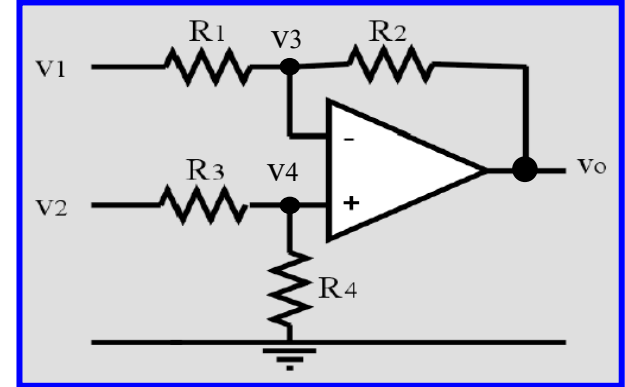
$$v_o = \frac{R_2}{R_1}(v_2 - v_1)$$

# Ενισχυτής διαφοράς τάσεων

## ΑΡΧΗ ΕΠΑΛΛΗΛΙΑΣ

Μηδενισμός της  $v_1$ :

Το κύκλωμα λειτουργεί ως **ενισχυτής θετικής ενίσχυσης** με κύκλωμα ανατροφοδότησης που αποτελείται από τις  $R_1$  και  $R_2$ , είσοδο  $v_4$  και έξοδο  $v_o$ , οπότε:



$$v_o = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)v_4$$

$$v_4 = \frac{R_4}{R_3 + R_4}v_2$$

$$v_o = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)\frac{R_4}{R_3 + R_4}v_2$$

Μηδενισμός της  $v_2$ :

Το κύκλωμα λειτουργεί ως **ενισχυτής αρνητικής ενίσχυσης** με αντίσταση ανατροφοδότησης την  $R_2$ , αντίσταση εισόδου την  $R_1$ , είσοδο  $v_1$  και έξοδο  $v_o$ , οπότε:

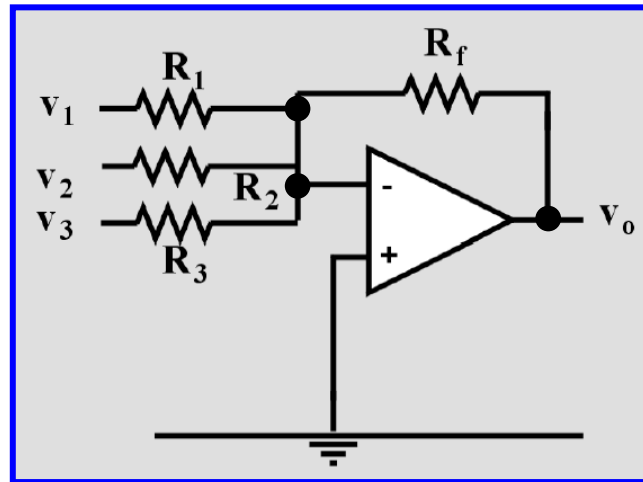
$$v_o = -\frac{R_2}{R_1}v_1$$

$$v_o = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)\frac{R_4}{R_3 + R_4}v_2 - \frac{R_2}{R_1}v_1$$

$$R_1 = R_3 \text{ και } R_2 = R_4$$

$$v_o = \frac{R_2}{R_1}(v_2 - v_1)$$

# Αντιστρέφων αθροιστής



- Ο **αντιστρέφων αθροιστής** είναι ένας ενισχυτής αρνητικής ενίσχυσης, στην είσοδο του οποίου συνδέονται περισσότερα από ένα σήματα.
- Με χρήση της αρχής επαλληλίας καταλήγουμε στην πρόσθεση των σημάτων εξόδου που προκύπτουν από ενισχυτές αρνητικής ενίσχυσης:

$$v_o = -\left( \frac{R_f}{R_1} v_1 + \frac{R_f}{R_2} v_2 + \frac{R_f}{R_3} v_3 + \dots \right)$$

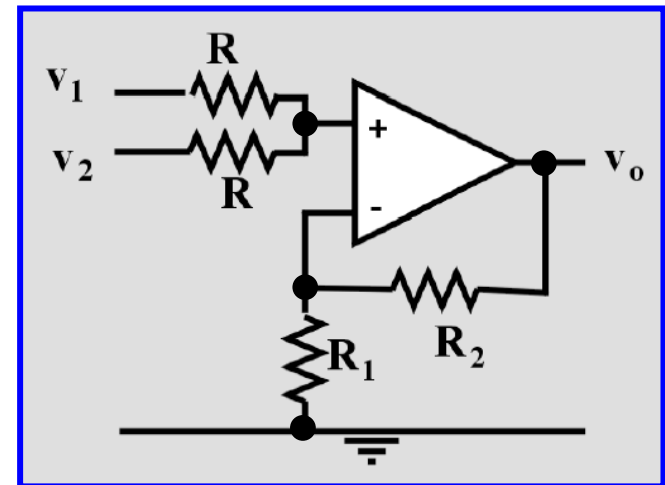
- Εξυπακούεται ότι οι αντιστάσεις εισόδου μπορούν να αντικατασταθούν από εμπεδήσεις για την υλοποίηση άθροισης πιο σύνθετων λειτουργιών.

# Μη αντιστρέφων αθροιστής

Με χρήση αρχής επαλληλίας, η έξοδος για τον μη αντιστρέφων αθροιστή υπολογίζεται ως εξής:

$$v_2 = 0 \Rightarrow v_o = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) v_+$$
$$v_+ = \frac{R}{R + R} v_1 \Rightarrow v_+ = \frac{v_1}{2}$$

$$v_o = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{v_1}{2}$$



$$v_1 = 0 \Rightarrow v_o = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) v_+$$
$$v_+ = \frac{R}{R + R} v_2 \Rightarrow v_+ = \frac{v_2}{2}$$

$$v_o = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{v_2}{2}$$

$$v_o = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \left(\frac{v_1}{2} + \frac{v_2}{2}\right)$$

Εάν επιχειρήσουμε να αυξήσουμε τον αριθμό των εισόδων, κάθε νέα είσοδος επηρεάζει το ποσοστό των υπολοίπων.

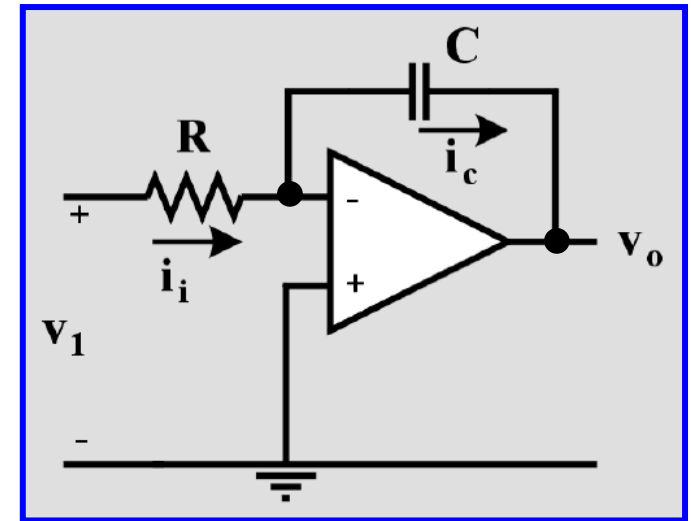


# Ολοκληρωτής

Στην είσοδο του ΙΤΕ το ρεύμα είναι μηδενικό:

$$i_i(t) = i_c(t)$$
$$\frac{v_1(t)}{R} = -C \frac{dv_o(t)}{dt}$$

$$v_o(t) = -\frac{1}{RC} \int_0^t v_1(t) dt \quad (1)$$



Η (1) εκφράζει την έξοδο του κυκλώματος στο **πεδίο του χρόνου**. Η **συνάρτηση μεταφοράς του κυκλώματος (πεδίο συχνότητας)** προσδιορίζεται εάν αναγνωρίσουμε ότι το κύκλωμα είναι ένας αντιστροφέας με χωρητική εμπέδηση στη θέση της αντίστασης ανατροφοδότησης:

$$A(s) = \frac{V_o}{V_1} = -\frac{Z_C}{Z_R} = -\frac{Z_C}{R} = \frac{1}{RCs} \quad (2)$$

Η (2) μπορεί να προκύψει από την (1) και με μετασχηματισμό Laplace, αφού:

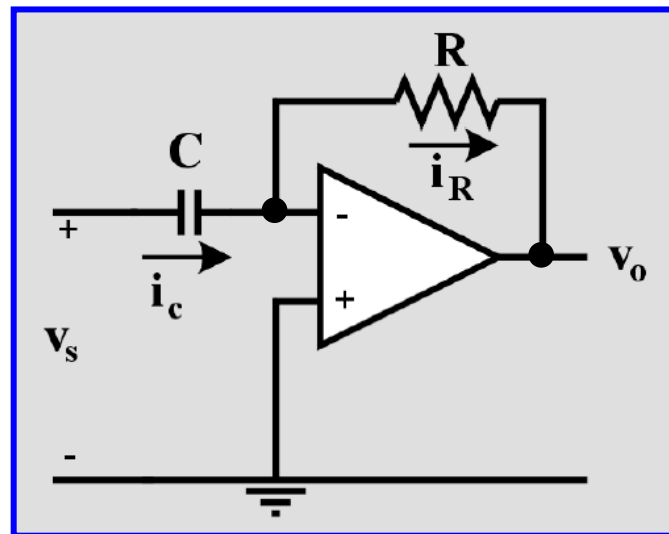
$$L\left\{\int_0^t x(t) dt\right\} = \frac{1}{s} \cdot X(s)$$

# Διαφοριστής

Στην είσοδο του ΙΤΕ το ρεύμα είναι μηδενικό:

$$i_R = i_C \Rightarrow -\frac{V_o}{R} = C \frac{dv_s}{dt}$$

$$V_o = -RC \frac{dv_s}{dt} \quad (1)$$



Η (1) εκφράζει την έξοδο του κυκλώματος στο **πεδίο του χρόνου**. Η **συνάρτηση μεταφοράς του κυκλώματος (πεδίο συχνότητας)** προσδιορίζεται εάν αναγνωρίσουμε ότι το κύκλωμα είναι ένας αντιστροφέας με χωρητική εμπέδηση στην είσοδο:

$$A(s) = \frac{V_o}{V_s} = -\frac{Z_R}{Z_C} = -\frac{R}{Z_C} = -RCs \quad (2)$$

Η (2) μπορεί να προκύψει από την (1) και με μετασχηματισμό Laplace, αφού:

$$L\left\{\frac{dx}{dt}\right\} = s \cdot X(s)$$

# Παράδειγμα 2<sup>ο</sup>: εφαρμογή αρχής επαλληλίας

Η είσοδος  $v_1$  του κυκλώματος του παρακάτω σχήματος είναι σταθερή τάση  $-4$  Volt, ενώ η είσοδος  $v_2$  είναι σήμα τάσης το οποίο μεταβάλλεται γραμμικά κατά  $2$  Volt κάθε δευτερόλεπτο. Οι δύο εισοδοι εφαρμόζονται στο κύκλωμα για χρονικό διάστημα  $5$  sec. Δίνεται ότι:  $R = 5$  k $\Omega$  και  $C = 100$   $\mu$ F. Με χρήση της αρχής επαλληλίας, να προσδιορίσετε την  $v_o$  και να χαράξετε τις γραφικές παραστάσεις των  $v_o$ ,  $v_1$  και  $v_2$  ως προς το χρόνο στους ίδιους άξονες.

Εάν  $v_2 = 0$ , το κύκλωμα αποτελεί **ενισχυτή αρνητικής ενίσχυσης**:

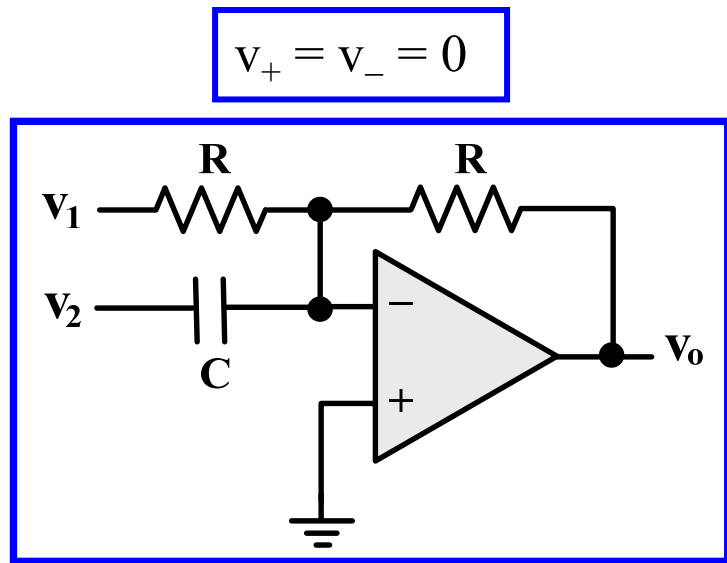
$$v_o = -\frac{R}{R} v_1 = -v_1$$

Εάν  $v_1 = 0$ , το κύκλωμα αποτελεί **διαφοριστή**:

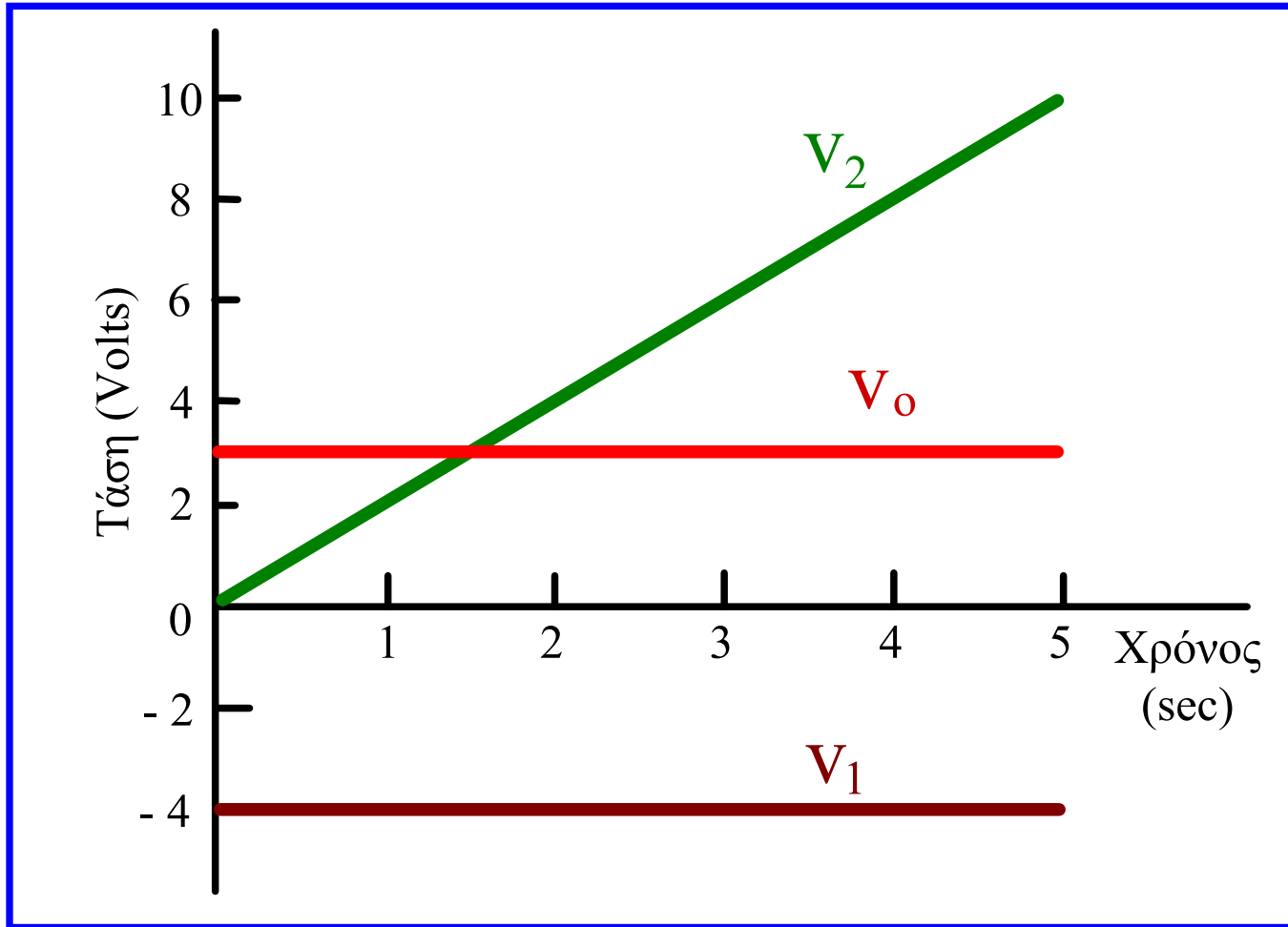
$$v_o = -RC \frac{dv_2}{dt}$$

Με εφαρμογή και των δύο τάσεων εισόδου:

$$v_o = -\left( v_1 + RC \frac{dv_2}{dt} \right) \Rightarrow v_o = -\left( -4 + 5 \cdot 10^3 \cdot 100 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{d(2 \cdot t)}{dt} \right)$$
$$\Rightarrow v_o = -(-4 + 0.5 \cdot 2) \Rightarrow v_o = 3 \text{ V}$$



# Παράδειγμα 2ο: εφαρμογή αρχής επαλληλίας

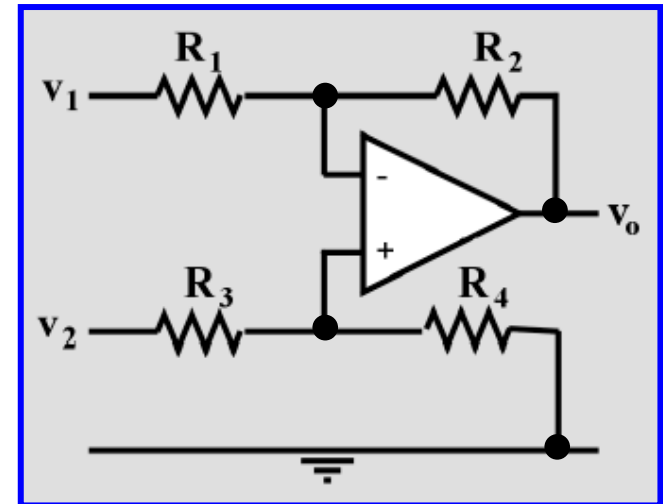


# Ενισχυτής διαφορικής εισόδου

Έχουμε ήδη μελετήσει τον ενισχυτή διαφοράς τάσεων όπου προέκυψε ότι:

$$v_o = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{R_4}{R_3 + R_4} v_2 - \frac{R_2}{R_1} v_1$$

$$\begin{matrix} R_1 = R_3 \\ R_2 = R_4 \end{matrix} \rightarrow v_o = \frac{R_2}{R_1} (v_2 - v_1)$$



Ενίσχυση σημάτων κοινού τρόπου:

$$A_{CM} = \left| \frac{v_o}{v_1} \right|_{v_2=v_1} = \frac{R_1 R_4 - R_2 R_3}{R_1 (R_3 + R_4)}$$

$$\begin{matrix} R_1 = R_3 \\ R_2 = R_4 \end{matrix} \rightarrow A_{CM} = 0$$

- Εάν γειώσουμε τη μία από τις δύο εισόδους στον ενισχυτή διαφορικής εισόδου τότε μπορούμε να υλοποιήσουμε ενισχυτή θετικής ή αρνητικής ενίσχυσης.
- Με τον ενισχυτή διαφορικής εισόδου μπορούμε να υλοποιήσουμε διάφορες λειτουργίες με χρήση συνδυασμού ωμικών και χωρητικών εμπεδησεων στις θέσεις των αντιστάσεων του κυκλώματος.

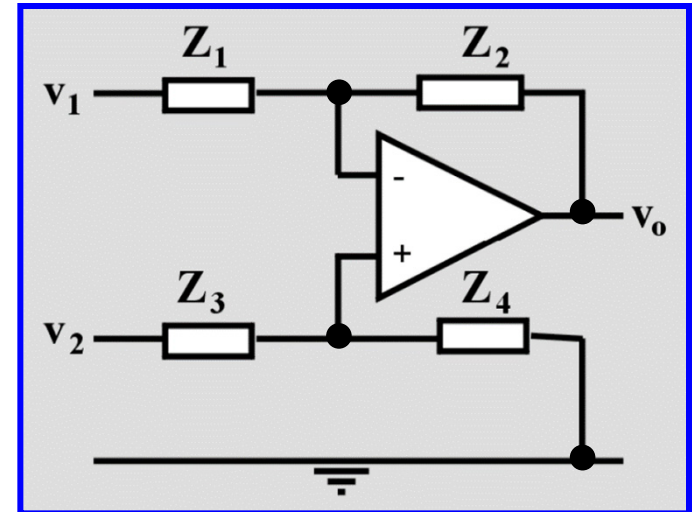
# Ενισχυτής διαφορικής εισόδου

$$Z_1 = Z_3 \text{ και } Z_2 = Z_4$$

$Z_1, Z_2$ : αντιστάσεις

Ενίσχυση  
διαφοράς τάσεων:

$$v_o = \frac{R_2}{R_1} (v_2 - v_1)$$



$Z_1$  αντίσταση,  $Z_2$  πυκνωτής

Ολοκλήρωση διαφοράς τάσεων:

$$v_o = \frac{1}{RC} \int (v_2 - v_1) dt$$

$Z_1$  πυκνωτής,  $Z_2$  αντίσταση

Παραγωγή διαφοράς τάσεων:

$$v_o = RC \frac{d(v_2 - v_1)}{dt}$$

# Ενισχυτής διαφορικής εισόδου και εξόδου

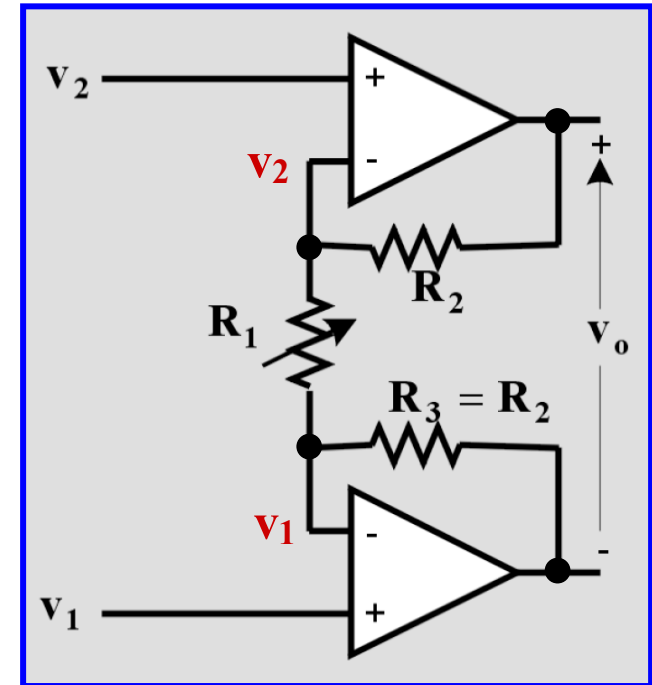
- Ο ενισχυτής διαφορικής εισόδου και διαφορικής εξόδου έχει τη δυνατότητα να ενισχύει διαφορικά σήματα και να παρέχει διαφορική έξοδο.
- Οι τάσεις εισόδου, «αντιγράφονται» στις εισόδους αντιστροφής των ΙΤΕ και τα ρεύματα στις εισόδους των ΙΤΕ είναι μηδενικά, επομένως:

$$i_{R_1} = \frac{V_2 - V_1}{R_1}$$

$$V_o = i_{R_1} \cdot (R_1 + 2 \cdot R_2) = \left(1 + 2 \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot (v_2 - v_1)$$

Διαφορική ενίσχυση (μπορεί να ρυθμιστεί από τη μεταβλητή αντίσταση  $R_1$ ):

$$A_d = \frac{V_o}{V_2 - V_1} = \left(1 + 2 \frac{R_2}{R_1}\right)$$



Μηδενική ενίσχυση σημάτων κοινού τρόπου, χωρίς ταίριασμα τιμών των αντιστάσεων (στην πράξη όμως δεν είναι μηδενική):

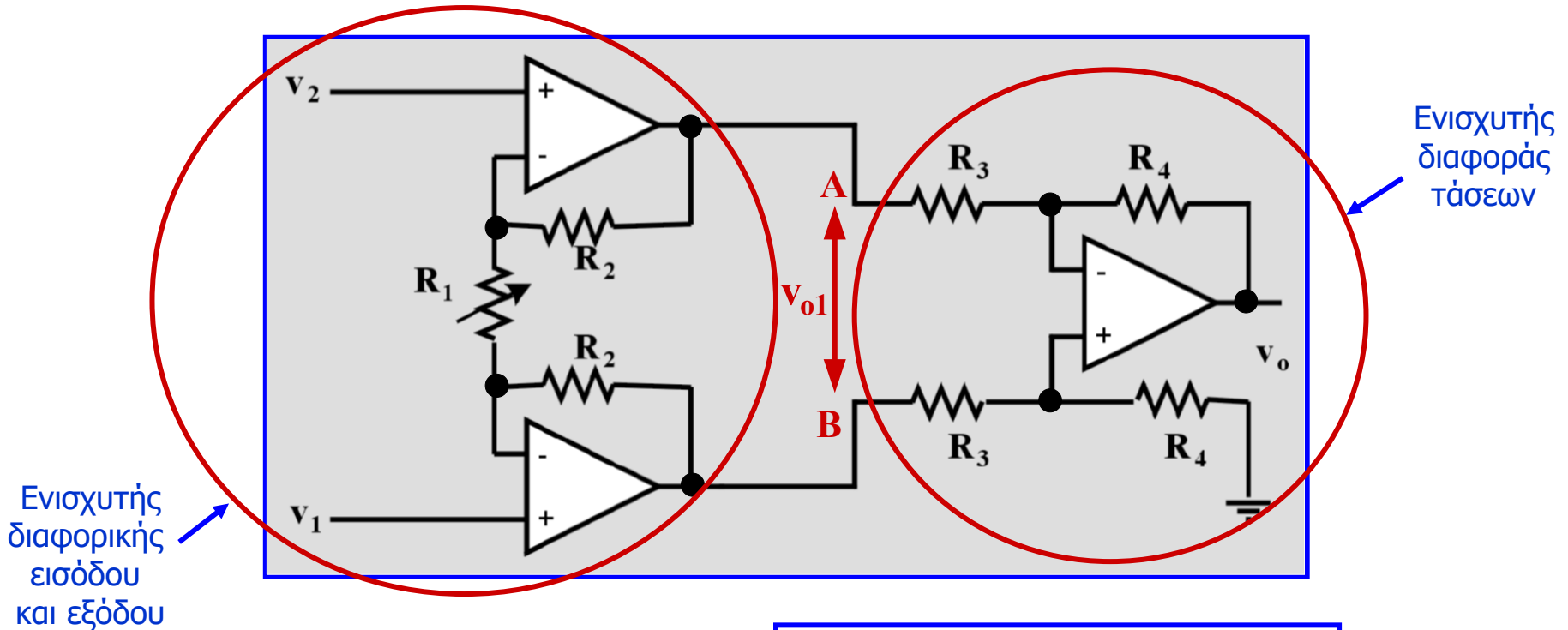
$$A_{CM} = \left. \frac{V_o}{V_1} \right|_{V_2=V_1} = 0$$

# Ενισχυτής οργανολογίας

- Επειδή τα παρεχόμενα σήματα από αισθητήρες συχνά συνοδεύονται από ανεπιθύμητα σήματα παρεμβολών ή θόρυβο, για την ενίσχυσή τους και την προετοιμασία τους ώστε να γίνουν κατάλληλα και να τροφοδοτήσουν μετατροπείς σημάτων (A/D), χρησιμοποιείται ο **ενισχυτής οργανολογίας**.
- Ο ενισχυτής αυτός θα πρέπει να έχει **υψηλή αντίσταση εισόδου**, ώστε να μην «φορτώνει» τους αισθητήρες, **χαμηλή ενίσχυση σημάτων κοινού τρόπου** (επομένως και **υψηλό λόγο απόρριψης σημάτων κοινού τρόπου**) και **σταθερή διαφορική ενίσχυση**.
- Ο ενισχυτής αυτός αποτελείται από έναν **ενισχυτή διαφορικής εισόδου και εξόδου**, ο οποίος ακολουθείται από έναν **ενισχυτή διαφοράς τάσεων**.
- Η **πρώτη βαθμίδα** εξασφαλίζει **υψηλή αντίσταση εισόδου**, **υψηλό λόγο απόρριψης σημάτων κοινού τρόπου** και **δυνατότητα ρύθμισης** της διαφορικής **ενίσχυσης** μέσω μίας και μόνο αντίστασης.
- Η **δεύτερη βαθμίδα** παρέχει τη **δυνατότητα λήψης απλής εξόδου** (δηλ. μη διαφορικής) και συνεισφέρει στην **ενίσχυση τάσης** και στο **λόγο απόρριψης σημάτων κοινού τρόπου**.



# Ενισχυτής οργανολογίας



$$v_{o1} = \left( 1 + 2 \cdot \frac{R_2}{R_1} \right) \cdot (v_2 - v_1)$$

$$v_o = \frac{R_4}{R_3} \cdot (v_B - v_A) = -\frac{R_4}{R_3} \cdot v_{o1}$$

$$v_o = \left( 1 + 2 \cdot \frac{R_2}{R_1} \right) \cdot \frac{R_3}{R_4} \cdot (v_1 - v_2)$$

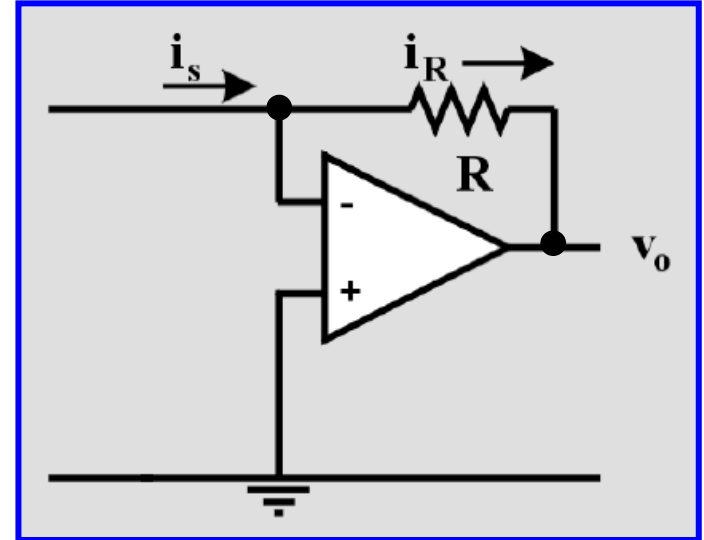
# Μετατροπέας ρεύματος σε τάση

- Το κύκλωμα του διπλανού σχήματος **μετατρέπει** μία **πηγή ρεύματος** με μεγάλη εσωτερική αντίσταση σε μία **πηγή τάσης** με μικρή εσωτερική αντίσταση.
- Πρόκειται δηλ. για έναν **ενισχυτή διεμπέδησης** που λειτουργεί ως **μετατροπέας ρεύματος σε τάση**.

- Τάση εξόδου του κυκλώματος:

$$i_s = i_R = \frac{V_- - V_o}{R} = -\frac{V_o}{R} \Rightarrow V_o = -i_s \cdot R$$

- Η τάση στην έξοδο του κυκλώματος είναι ανάλογη του ρεύματος στην είσοδο, ενώ η αντίσταση εξόδου είναι σχεδόν μηδενική.
- Συγκρίνοντας τον μετατροπέα με τον **διαφοριστή** που εξετάσαμε, συμπεραίνουμε ότι όταν το ρεύμα εισόδου του ενισχυτή διεμπέδησης διέρχεται από πυκνωτή, τότε η τάση στην έξοδο του είναι το διαφορικό σήμα της τάσης εισόδου.

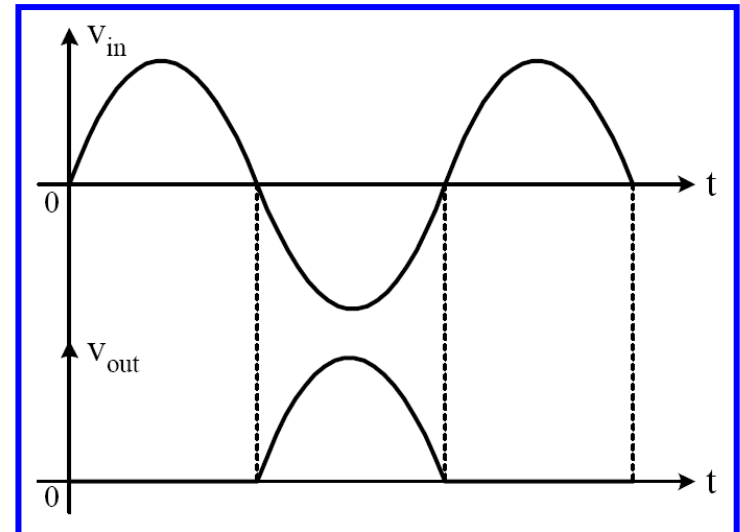
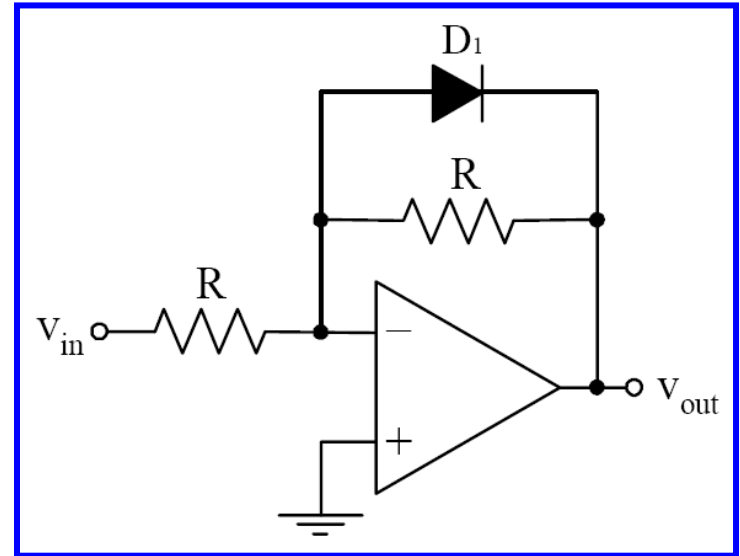


# Κυκλώματα ανορθωτών

- Με **συνδυασμό τελεστικών ενισχυτών** και **διόδων** μπορούμε να επιτύχουμε **ανόρθωση ασθενών σημάτων** (με μικρότερο πλάτος από την τάση αγωγής των διόδων).
- Στο διπλανό κύκλωμα, όταν η τάση εισόδου είναι θετική, η διάδος άγει και η τάση εξόδου είναι μηδενική για ιδανική δίοδο ή λίγο αρνητική ( $-0.7\text{ V}$ ) για πραγματική δίοδο, λόγω της πτώσης τάσης στην αντίσταση αγωγής της διόδου.
- Όταν η τάση εισόδου είναι αρνητική, η διάδος βρίσκεται σε κατάσταση αποκοπής (ανάστροφα πολωμένη), επομένως:

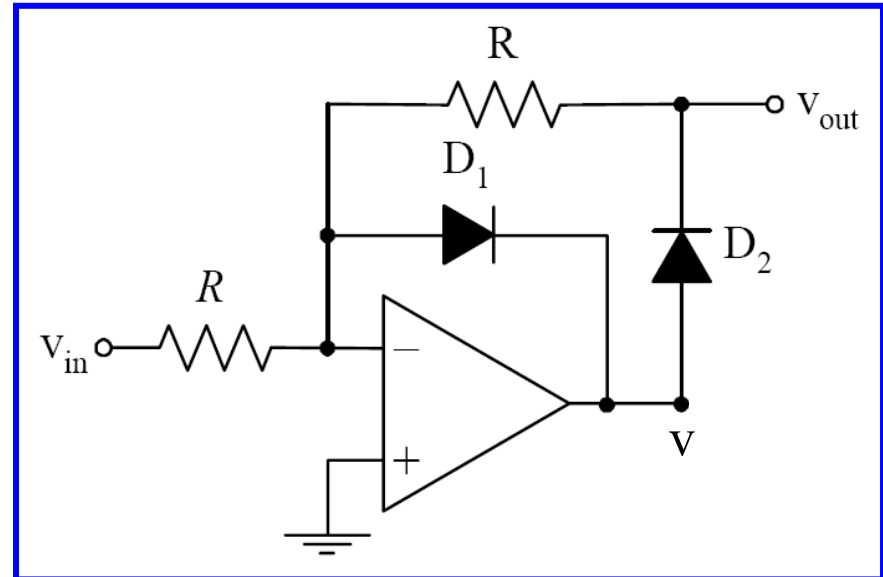
$$V_{\text{out}} = -\frac{R}{R} V_{\text{in}} = -V_{\text{in}}$$

- Το κύκλωμα λειτουργεί ως **ανορθωτής μισού κύματος**.



# Κυκλώματα ανορθωτών

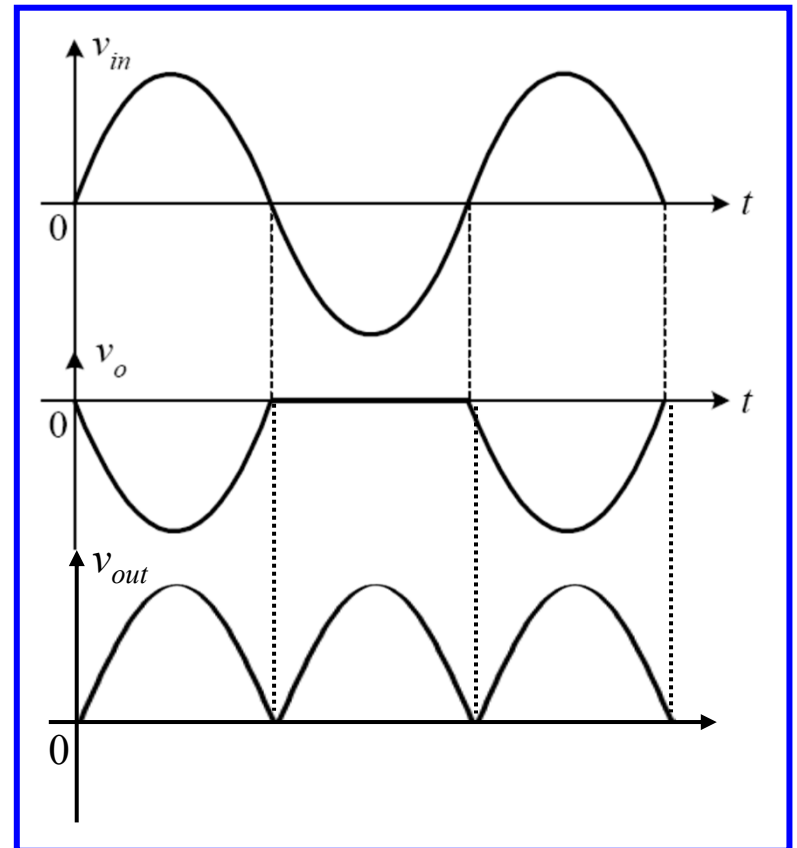
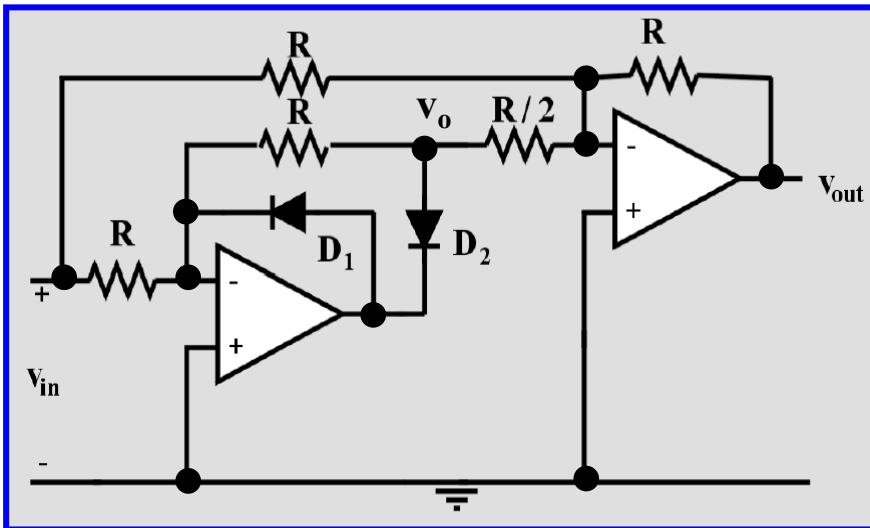
- Στο διπλανό σχήμα (προσθήκη της  $D_2$ ) όταν η τάση εισόδου είναι θετική η  $D_1$  άγει (ορθά πολωμένη) και η  $D_2$  είναι σε αποκοπή (ανάστροφα πολωμένη).
- Η τάση εξόδου  $v$  του τελεστικού ενισχυτή δεν είναι μηδενική, αλλά ελαφρώς αρνητική ( $-0.7\text{ V}$ ), αλλά αφού η διάοδος  $D_2$  είναι ανάστροφα πολωμένη εμποδίζει την αρνητική τάση να «περάσει» στην έξοδο, με αποτέλεσμα η τάση εξόδου να είναι μηδενική.
- Όταν η τάση εισόδου είναι αρνητική, η  $D_1$  αποκόπτεται, η  $D_2$  άγει και το κύκλωμα λειτουργεί ως αντιστροφέας.



Βελτιωμένος ανορθωτής  
μισού κύματος

# Κυκλώματα ανορθωτών

- Με **συνδυασμό ανορθωτή μισού κύματος** (με αλλαγή της φοράς των διόδων) και **αντιστρέφοντα αθροιστή**, δημιουργούμε **ανορθωτή πλήρους κύματος**.



$$V_{out} = -\left(\frac{R}{R} V_{in} + \frac{R}{R/2} v_o\right) = -V_{in} - 2v_o$$

# Συγκριτές τάσης

- Όταν ένας **TE** λειτουργεί με **ανοικτό βρόχο** (χωρίς ανατροφοδότηση), τότε λόγω της πολύ υψηλής ενίσχυσης που εμφανίζει, η έξοδος του ενισχυτή θα οδηγηθεί σε κατάσταση θετικού ή αρνητικού κόρου, δηλαδή σε θετική ή αρνητική τιμή λίγο μικρότερη από την τάση τροφοδοσίας (ιδανικά ίση με την τάση τροφοδοσίας), ανάλογα με τον αν η διαφορά δυναμικού στους ακροδέκτες εισόδου είναι θετική ή αρνητική.
- Επομένως, οι δύο καταστάσεις εξόδου του TE δίνουν πληροφορία για τη σύγκριση χαμηλών δυναμικών στους δύο ακροδέκτες εισόδου, με αποτέλεσμα ο TE να λειτουργεί ως **συγκριτής τάσης (voltage comparator)**.
- Συνήθως επιδιώκουμε σύγκριση μεταξύ μίας τάσης μεταβλητού μεγέθους και μίας τάσης σταθερού μεγέθους.
- Οπότε σε έναν συγκριτή τάσης, εάν γειώσουμε τον έναν ακροδέκτη ή εάν τον συνδέσουμε σε δυναμικό σταθερής στάθμης, τότε η σύγκριση του δυναμικού του άλλου ακροδέκτη γίνεται ως προς το 0 ή ως προς τη σταθερή στάθμη.
- Μπορούμε λοιπόν να αναφερόμαστε σε **κυκλώματα ανιχνευτών μηδενός** ή σε **κυκλώματα ανιχνευτών στάθμης**.
- Ο **TE** όταν λειτουργεί ως **συγκριτής**, ισοδυναμεί με **διακοπτική βαθμίδα (on-off)**.

# Συγκριτές τάσης

$$v_o = A_o \cdot (v_1 - v_2)$$

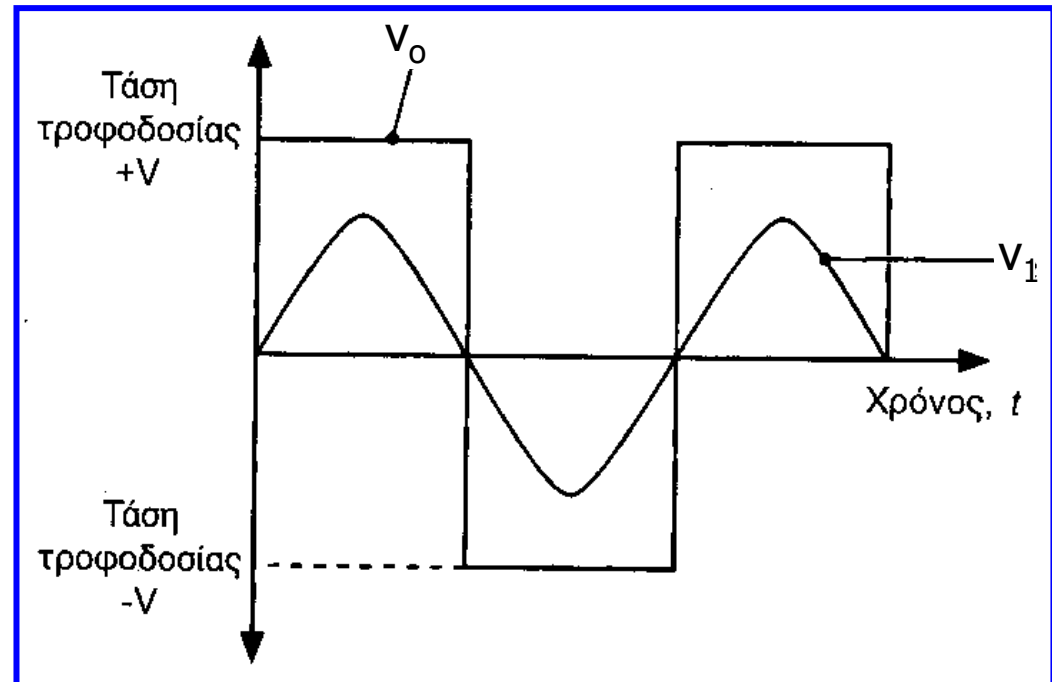
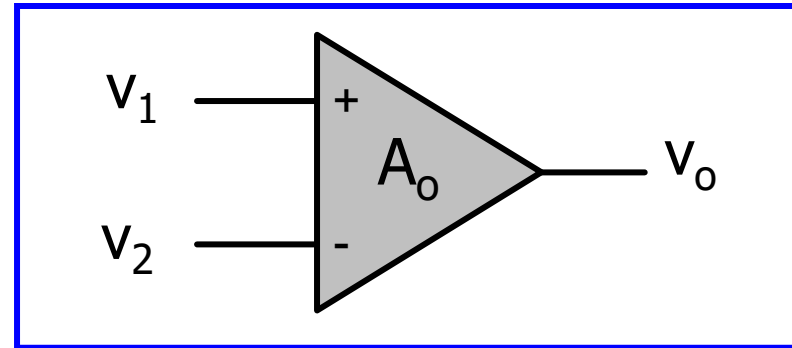
$$v_1 < v_2 \Rightarrow v_o < 0$$

$$v_1 > v_2 \Rightarrow v_o > 0$$

$$v_1 = v_2 \Rightarrow v_o = 0$$

## Παράδειγμα:

Εάν εφαρμοστεί ένα ημιτονικό σήμα στην είσοδο  $v_1$  και η είσοδος  $v_2$  γειωθεί, τότε η τάση εξόδου θα αλλάζει κάθε φορά που το ημιτονικό σήμα περνάει από την τιμή 0, οπότε η κυματομορφή της τάσης εξόδου θα είναι τετραγωνικό σήμα.



# Απόκριση συχνότητας τελεστικών ενισχυτών

- Ο ιδανικός ΤΕ υποθέσαμε ότι διαθέτει άπειρη τιμή ενίσχυσης ανοικτού βρόχου και άπειρο εύρος ζώνης (δηλ. η ενίσχυση που παρέχει είναι σταθερή σε σχέση με τη συχνότητα).
- Ωστόσο, η ενίσχυση ανοικτού βρόχου ενός πραγματικού ΤΕ είναι πεπερασμένη και ελαττώνεται με την αύξηση της συχνότητας.
- Εσωτερικά οι ΤΕ αποτελούνται από τρεις βασικές βαθμίδες: μια βαθμίδα διαφορικού ενισχυτή με πηγές σταθερού ρεύματος που παρουσιάζει υψηλή αντίσταση εισόδου, μία ενδιάμεση βαθμίδα ενισχυτή τάσης με μεγάλη ενίσχυση τάσης και μία απλή βαθμίδα ενισχυτή ισχύος εξόδου, η οποία προσδίδει στον ενισχυτή χαμηλή αντίσταση εξόδου και οδηγεί το φορτίο.
- Η διαφορική απόκριση συχνότητας των ΤΕ είναι βαθυπερατή (συνήθως με τρεις πόλους στη συνάρτηση μεταφοράς τους) λόγω της βαθυπερατής συμπεριφοράς των βαθμίδων που τους απαρτίζουν.



# Απόκριση συχνότητας τελεστικών ενισχυτών

- Για να εξασφαλιστεί η **ευστάθεια** των ΤΕ, εφαρμόζεται **αντιστάθμιση συχνότητας** (τροποποίηση της απόκρισης) που υλοποιείται με την προσθήκη ενός απλού πυκνωτή ή ενός δικτυώματος R-C που συνδέεται εξωτερικά στους ακροδέκτες του ενισχυτή ή εσωτερικά κατά την κατασκευή του.
- Ο πυκνωτής αντιστάθμισης χρησιμοποιείται για αποφυγή **ταλαντώσεων υψηλής συχνότητας** στην έξοδο των ΤΕ, που οδηγούν σε **αστάθεια**.
- Ο πυκνωτής αντιστάθμισης μειώνει το μέτρο της ενίσχυσης του ΤΕ στις υψηλές συχνότητες, δηλαδή περιορίζει το εύρος ζώνης του.
- Χωρίς πυκνωτή αντιστάθμισης, στις υψηλές συχνότητες θα υπήρχε υψηλή ενίσχυση, έτσι ώστε όταν μέρος του σήματος εξόδου ανατροφοδοτεί θετικά την είσοδο να προκαλούνται ανεπιθύμητες ταλαντώσεις και ο ενισχυτής να μη μπορεί να ελεγχθεί πλέον από το σήμα εισόδου.
- Η προσθήκη πυκνωτή αντιστάθμισης δημιουργεί έναν πόλο στη συνάρτηση μεταφοράς του ενισχυτή, έτσι ώστε ο ενισχυτής να έχει συμπεριφορά βαθυπερατού κυκλώματος με μεγάλη σταθερά χρόνου, η οποία και καθορίζει τη συχνότητα αποκοπής του ενισχυτή.

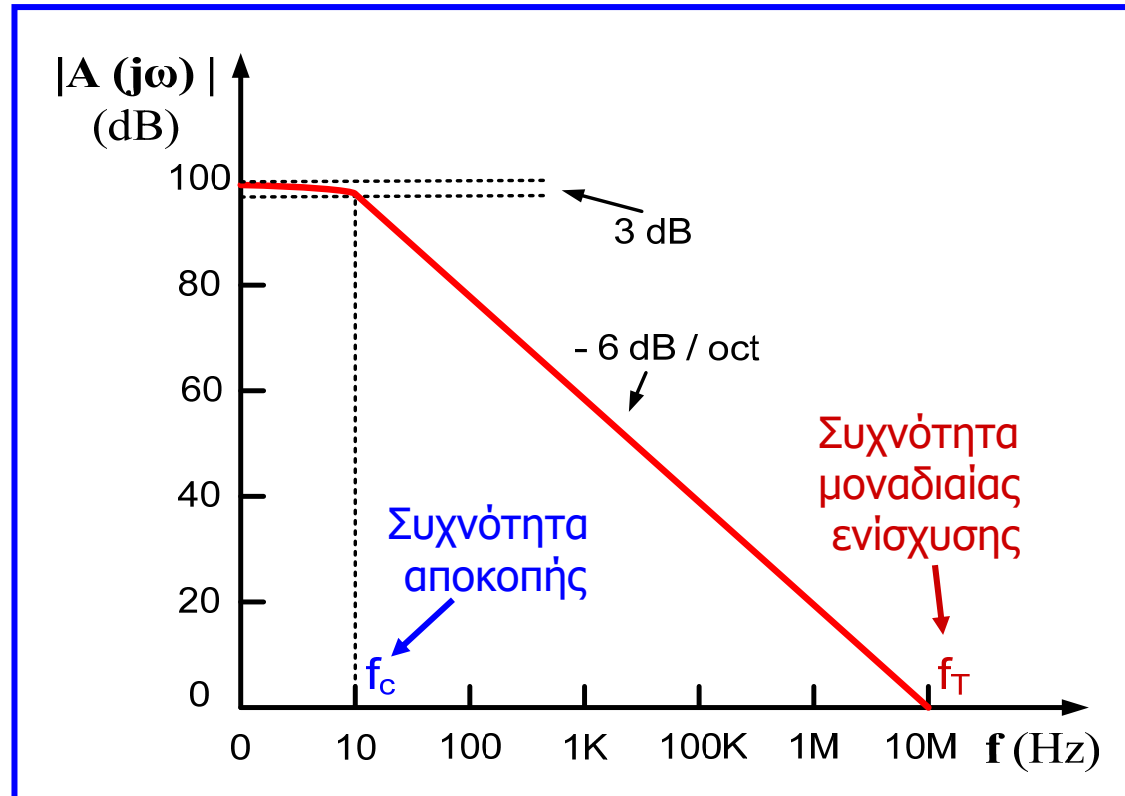
# Απόκριση συχνότητας τελεστικών ενισχυτών

Διαφορική ενίσχυση ανοικτού βρόχου (Open Loop)

$$A_{OL}(s) = \frac{V_o}{V_+ - V_-} = \frac{A_o}{\tau_c s + 1}$$

$$\frac{1}{\tau_c} = \omega_c = 2\pi f_c$$

Συχνότητα αποκοπής



Απόκριση  
συχνότητας  
τυπικού  
τελεστικού  
ενισχυτή

# Απόκριση συχνότητας τελεστικών ενισχυτών

Το γινόμενο του μέτρου ενίσχυσης επί το εύρος ζώνης ενισχυμένων συχνοτήτων είναι σταθερό

$$A_o \cdot \omega_c = 1 \cdot \omega_T \Rightarrow \omega_T = A_o \cdot \omega_c = A_o 2\pi f_c$$

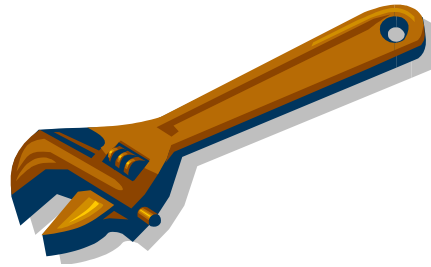
$$f_T = \frac{\omega_T}{2\pi} = \frac{A_o 2\pi f_c}{2\pi} = A_o f_c$$

$f_T$ : συχνότητα μοναδιαίας ενίσχυσης, δηλ. η συχνότητα όπου  $|A(j\omega)|=1$  (δηλ. 0 dB) που αποτελεί χαρακτηριστικό μέγεθος για κάθε ενισχυτή.

$$A_{OL}(s) = \frac{A_o}{\tau_c s + 1} = \frac{1}{\frac{\tau_c}{A_o} s + \frac{1}{A_o}} = \frac{1}{\frac{1}{A_o \omega_c} s + \frac{1}{A_o}} = \frac{1}{\frac{1}{\omega_T} s + \frac{1}{A_o}}$$

# Συμπεράσματα

- Οι τελεστικοί ενισχυτές (TE) είναι διαθέσιμοι ως ολοκληρωμένα κυκλώματα με την καθιερωμένη ονομασία «op-amp».
- Υπάρχουν πολλές εφαρμογές στις οποίες συναντά κανείς κυκλώματα τελεστικών ενισχυτών.
- Ο TE είναι πολύ χρήσιμο στοιχείο στην επεξεργασία αναλογικών σημάτων, αφού αρκετές μαθηματικές λειτουργίες μπορούν να υλοποιηθούν με εφαρμογή κατάλληλης ανατροφοδότησης σε μία βαθμίδα TE:
  - ✓ Πολλαπλασιασμός σήματος με θετική σταθερά ή αρνητική σταθερά.
  - ✓ Πρόσθεση και αφαίρεση σημάτων.
  - ✓ Ολοκλήρωση και διαφορίση σήματος.
  - ✓ Ανόρθωση και σύγκριση σημάτων, κ.α.
- Οι TE προσφέρονται συνήθως για λειτουργία στην περιοχή συχνοτήτων έως 10 MHz. Ωστόσο, υπάρχουν στο εμπόριο και TE που λειτουργούν μέχρι 100 MHz.



# Ασκήσεις 6<sup>ης</sup> ενότητας

# Άσκηση 1<sup>η</sup>

Στο κύκλωμα του παρακάτω σχήματος που περιλαμβάνει ΙΤΕ, η τάση  $v_s$  είναι ημιτονική πλάτους 1 V και συχνότητας 1 KHz, ενώ η τάση  $V_E$  είναι συνεχής πηγή τάσης 1 V. Προσδιορίστε με βάση την αρχή της επαλληλίας την τάση εξόδου και χαράξτε στους ίδιους άξονες τις κυματομορφές της τάσης  $v_s$  και της τάσης εξόδου.

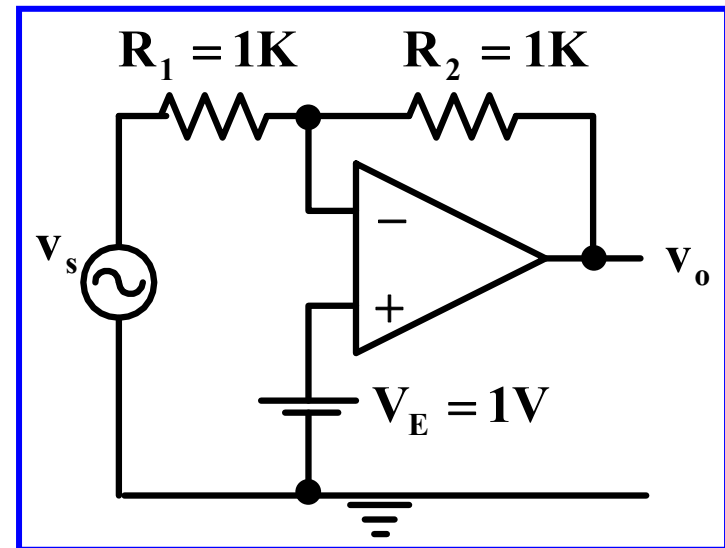
Όταν  $V_E = 0$  το κύκλωμα λειτουργεί ως ενισχυτής αρνητικής ενίσχυσης:

$$v_o = -\frac{R_2}{R_1} v_s = -v_s$$

Όταν  $v_s = 0$  το κύκλωμα λειτουργεί ως ενισχυτής θετικής ενίσχυσης:

$$v_o = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) V_E = 2V_E = 2V$$

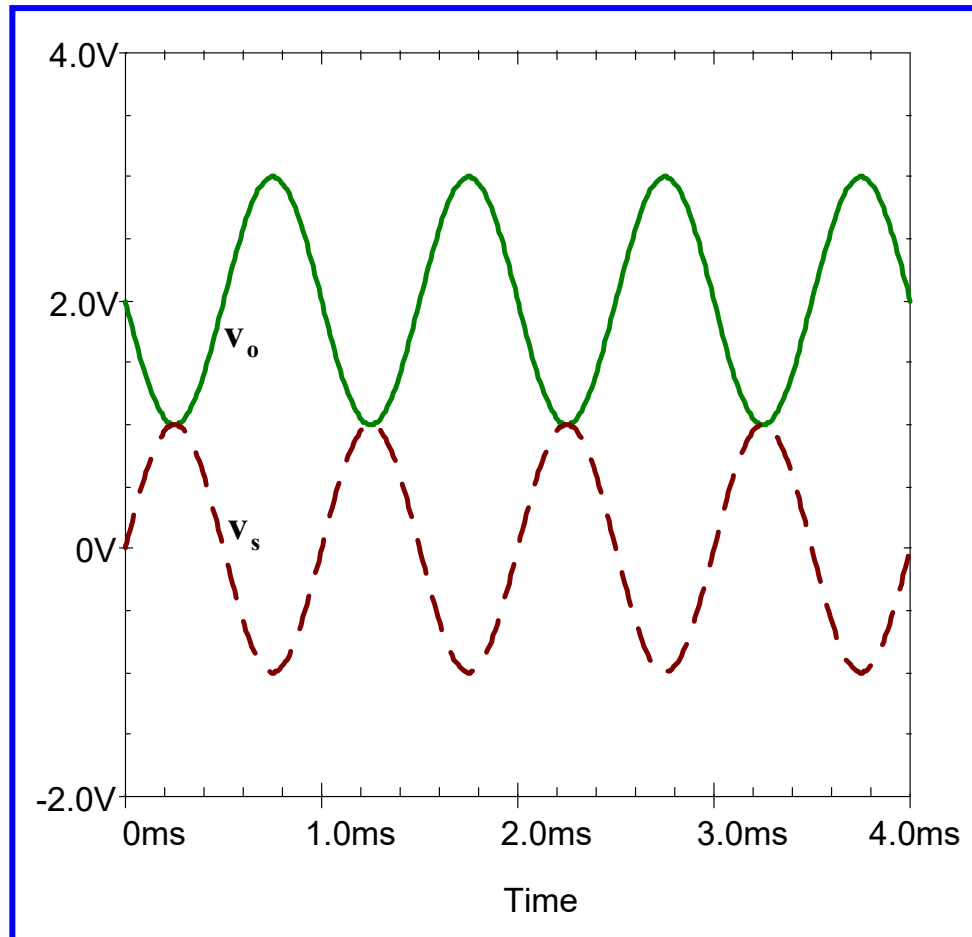
Επομένως: 
$$v_o = -v_s + 2$$



# Άσκηση 1<sup>η</sup>

$$v_o = -v_s + 2$$

$$f = 1 \text{ KHz} \Rightarrow T = 1 \text{ ms}$$



## Άσκηση 2<sup>η</sup>

Στο κύκλωμα του παρακάτω σχήματος που περιλαμβάνει ΙΤΕ, η τάση  $v_s$  είναι ημιτονική πλάτους 1 V και συχνότητας 1 KHz, ενώ η τάση  $V_E$  είναι συνεχής πηγή τάσης 2 V. Προσδιορίστε με βάση την αρχή της επαλληλίας την τάση εξόδου και χαράξτε στους ίδιους άξονες τις κυματομορφές της τάσης  $v_s$  και της τάσης εξόδου.

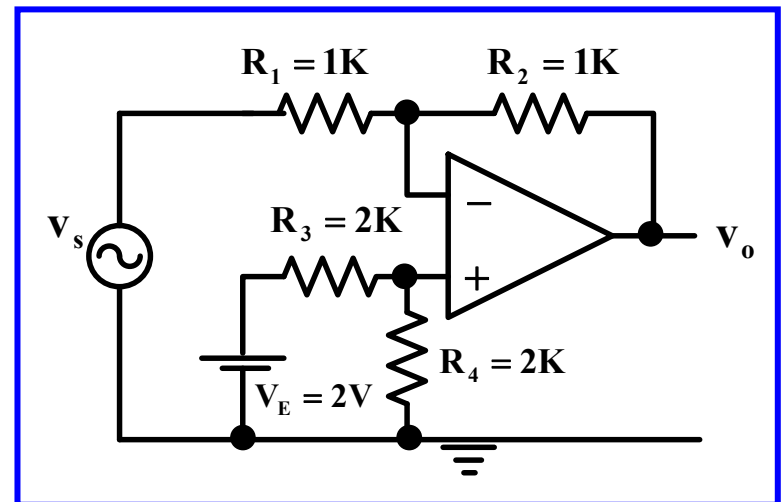
Όταν  $V_E = 0$  το κύκλωμα λειτουργεί ως ενισχυτής αρνητικής ενίσχυσης:

$$v_o = -\frac{R_2}{R_1} v_s = -v_s$$

Όταν  $v_s = 0$  το κύκλωμα λειτουργεί ως ενισχυτής θετικής ενίσχυσης:

$$v_o = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) v_+ = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \left(\frac{R_4}{R_3 + R_4}\right) V_E = V_E = 2 \text{ V}$$

Επομένως:  $v_o = -v_s + 2$



Οι κυματομορφές είναι όμοιες με εκείνες της προηγούμενης άσκησης.



# Άσκηση 3<sup>η</sup>

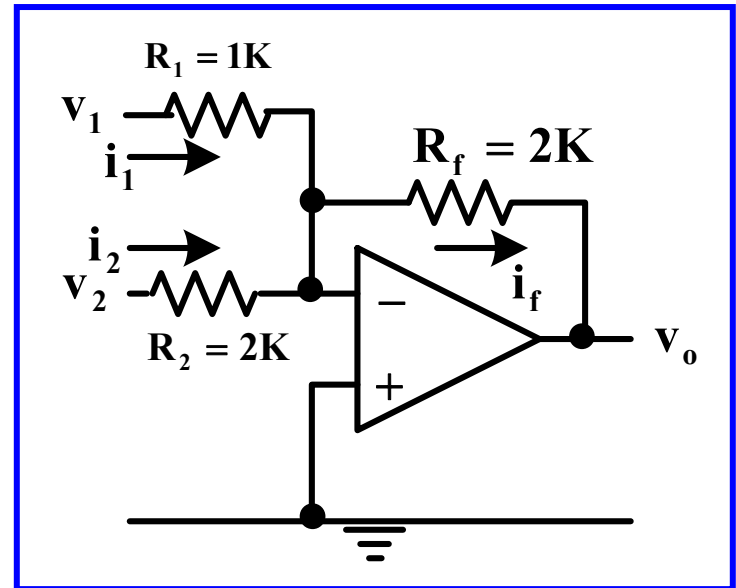
Στο κύκλωμα του παρακάτω σχήματος που περιλαμβάνει ΙΤΕ, η τάση  $v_1$  είναι ημιτονική πλάτους 1 V και συχνότητας 1 KHz, ενώ η τάση  $v_2$  είναι συνεχής πηγή τάσης -2 V. Προσδιορίστε την τάση εξόδου και χαράξτε στους ίδιους άξονες τις κυματομορφές της τάσης  $v_1$  και της τάσης εξόδου.

$$i_f = i_1 + i_2$$

$$i_f = \frac{v_1}{R_1} + \frac{v_2}{R_2}$$

$$v_o = -R_f i_f = -\left( \frac{R_f}{R_1} v_1 + \frac{R_f}{R_2} v_2 \right)$$

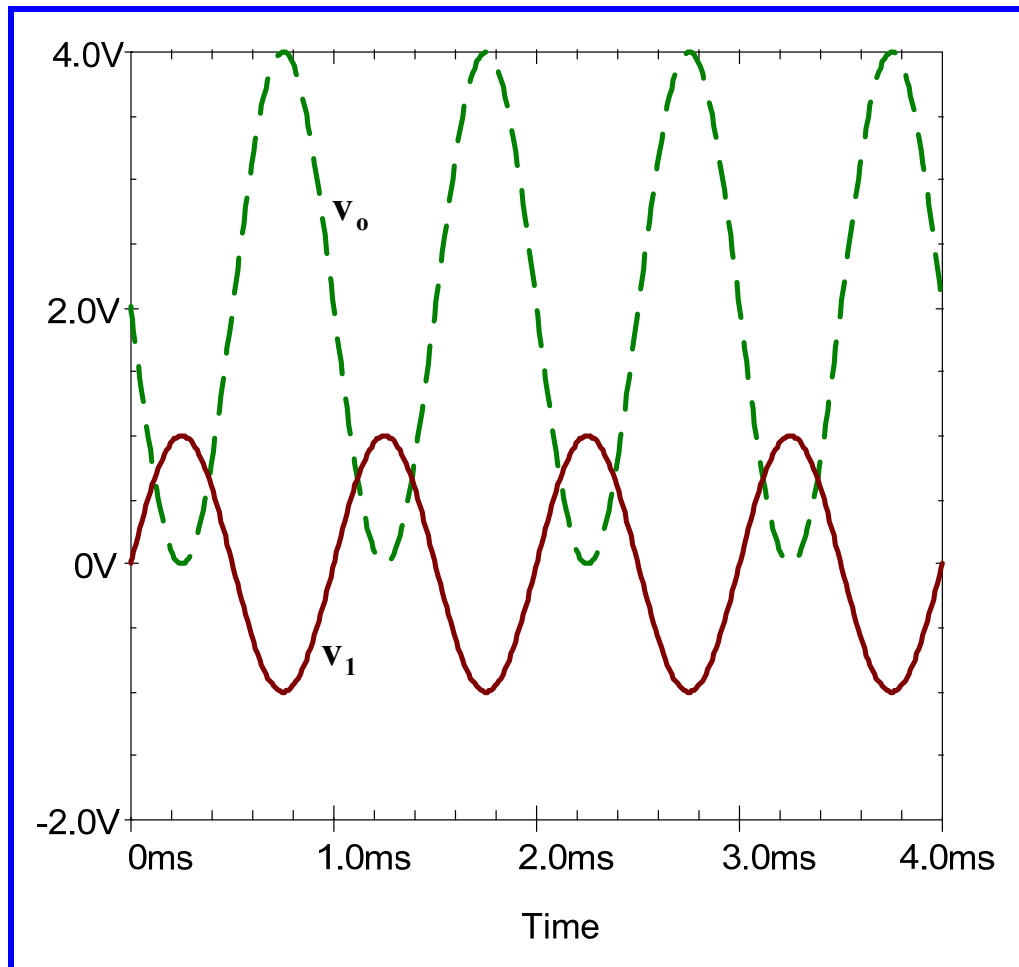
$$v_o = -(2v_1 + v_2) = -2v_1 + 2$$



Το κύκλωμα αποτελεί  
αντιστρέφων αθροιστή

# Άσκηση 3<sup>η</sup>

$$v_o = -(2v_1 + v_2) = -2v_1 + 2$$



# Άσκηση 4<sup>η</sup>

Στο κύκλωμα του παρακάτω σχήματος που περιλαμβάνει ΙΤΕ, προσδιορίστε την τάση εξόδου συναρτήσει των τάσεων  $v_1$ ,  $v_2$  και  $v_3$  εφαρμόζοντας την αρχή της επαλληλίας.

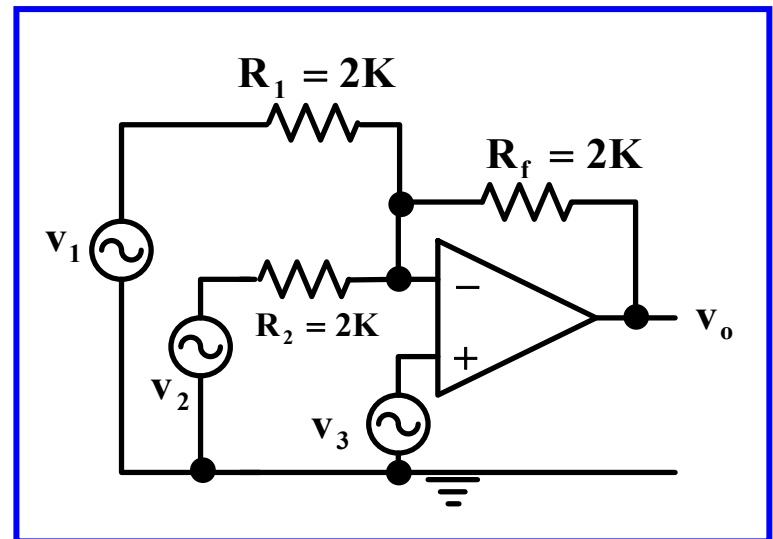
Όταν  $v_3 = 0$  το κύκλωμα λειτουργεί ως αντιστρέφων αθροιστής:

$$v_o = -\left(\frac{R_f}{R_1} v_1 + \frac{R_f}{R_2} v_2\right) = -(v_1 + v_2)$$

Όταν  $v_1 = 0$  και  $v_2 = 0$  το κύκλωμα λειτουργεί ως ενισχυτής θετικής ενίσχυσης:

$$v_o = \left(1 + \frac{R_f}{(R_1 // R_2)}\right) v_3 = (1 + 2)v_3 = 3v_3$$

Επομένως:  $v_o = 3v_3 - v_1 - v_2$



# Άσκηση 5<sup>η</sup>

Στο κύκλωμα του παρακάτω σχήματος που περιλαμβάνει ΙΤΕ, προσδιορίστε την τάση εξόδου συναρτήσει των τάσεων  $v_1$  και  $v_2$  εφαρμόζοντας την αρχή της επαλληλίας.

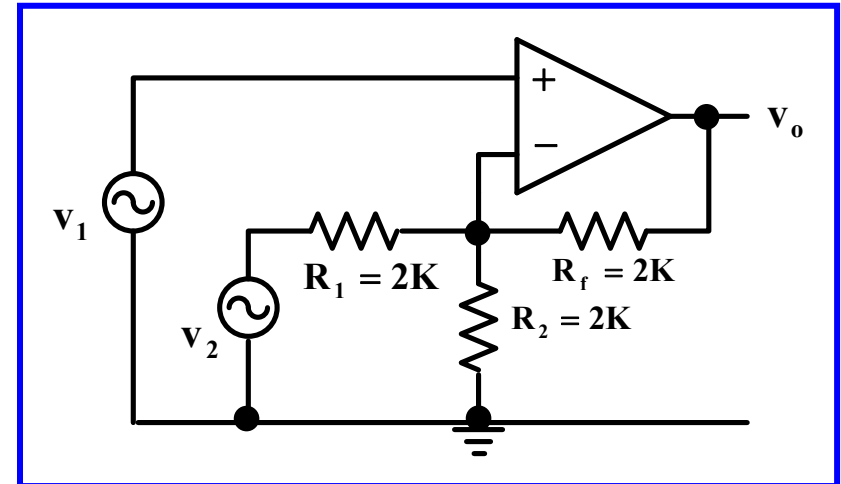
Όταν  $v_2 = 0$  το κύκλωμα λειτουργεί ως ενισχυτής θετικής ενίσχυσης:

$$v_o = \left( 1 + \frac{R_f}{(R_1 // R_2)} \right) v_3 = (1 + 2)v_3 = 3v_3$$

Όταν  $v_1 = 0$  το κύκλωμα λειτουργεί ως ενισχυτής αρνητικής ενίσχυσης:

$$v_o = -\frac{R_f}{R_1} v_2 = -v_2$$

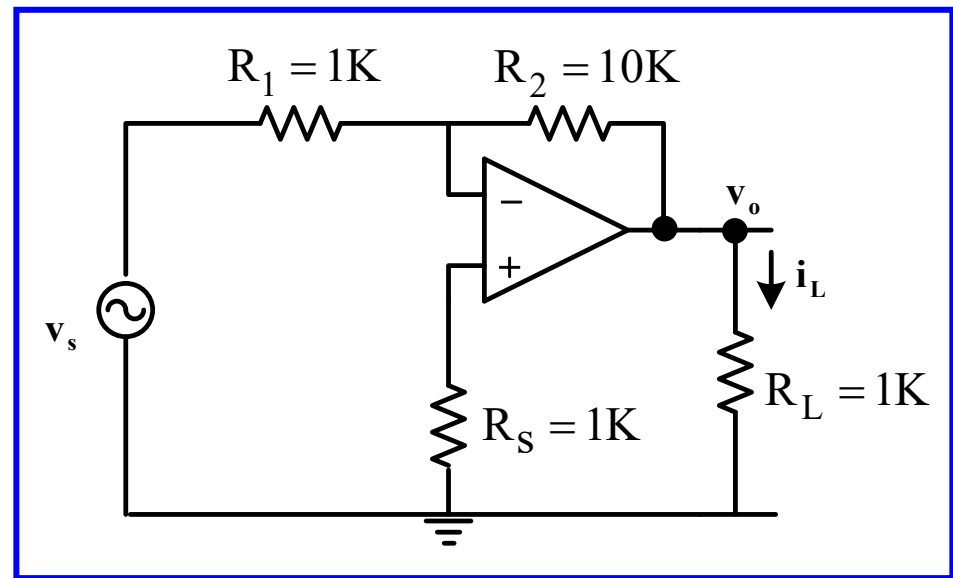
Επομένως: 
$$v_o = 3v_1 - v_2$$



# Άσκηση 6<sup>η</sup>

Στο κύκλωμα του παρακάτω σχήματος που περιλαμβάνει ΙΤΕ, η τάση  $v_s$  είναι ημιτονική πλάτους 1 V και συχνότητας 1 KHz. Προσδιορίστε το ρεύμα  $i_L$  και χαράξτε τις κυματομορφές της τάσης  $v_s$  και του ρεύματος  $i_L$ .

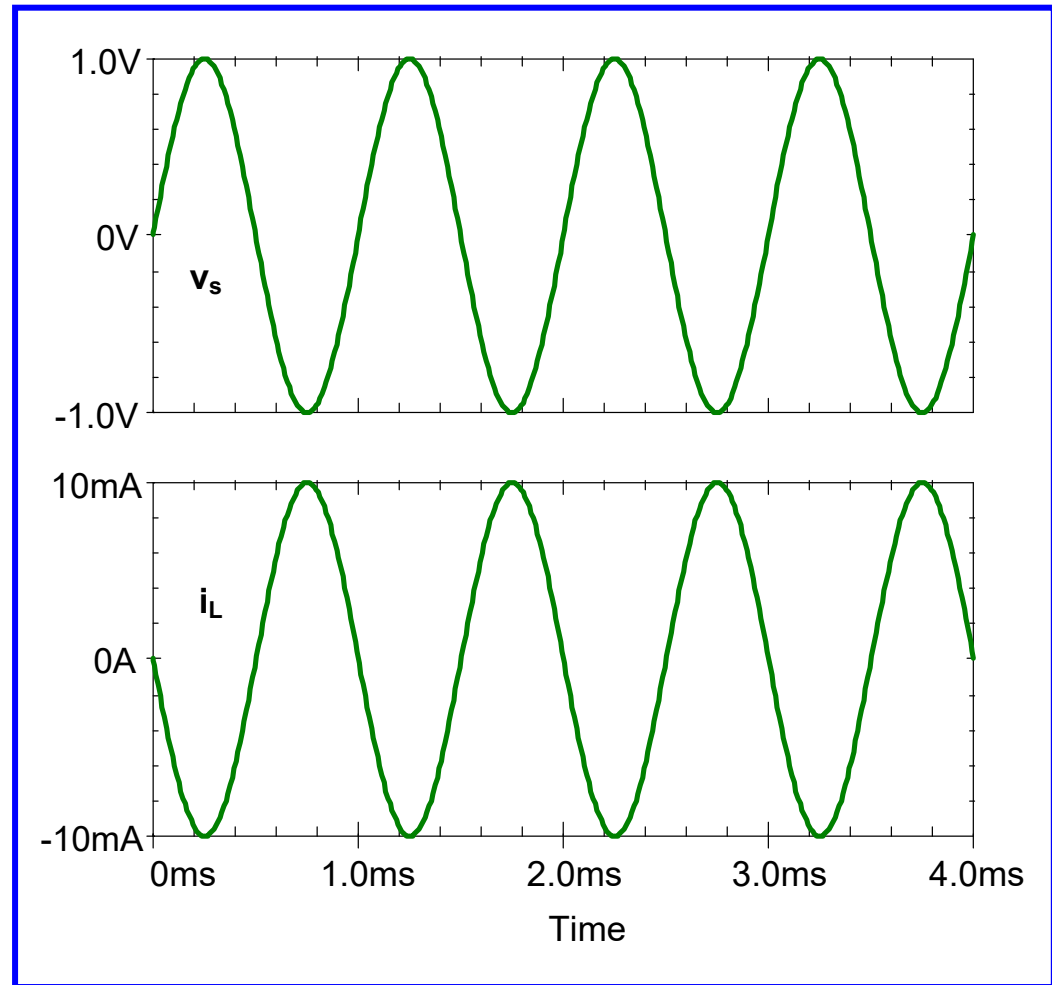
Πρόκειται για ενισχυτή αρνητικής ενίσχυσης που συνδέεται με αντίσταση φορτίου  $R_L$ . Η αντίσταση  $R_s$  δεν έχει καμία επίδραση στη λειτουργία του κυκλώματος, αφού το ρεύμα στον μη αναστρέφων ακροδέκτη (+) του ενισχυτή είναι μηδενικό. Επίσης, ο αντιστάτης  $R_L$  δεν επηρεάζει την ενίσχυση του ενισχυτή, αφού η έξοδος του κυκλώματος (ΙΤΕ) έχει συμπεριφορά ιδανικής πηγής τάσης.



$$v_o = -\frac{R_2}{R_1} v_s = -10 v_s \quad \rightarrow \quad i_L = \frac{v_o}{R_L} = -\frac{10 v_s}{R_L}$$

# Άσκηση 6<sup>η</sup>

$$i_L = \frac{v_o}{R_L} = -\frac{10 v_s}{R_L}$$



# Άσκηση 7η

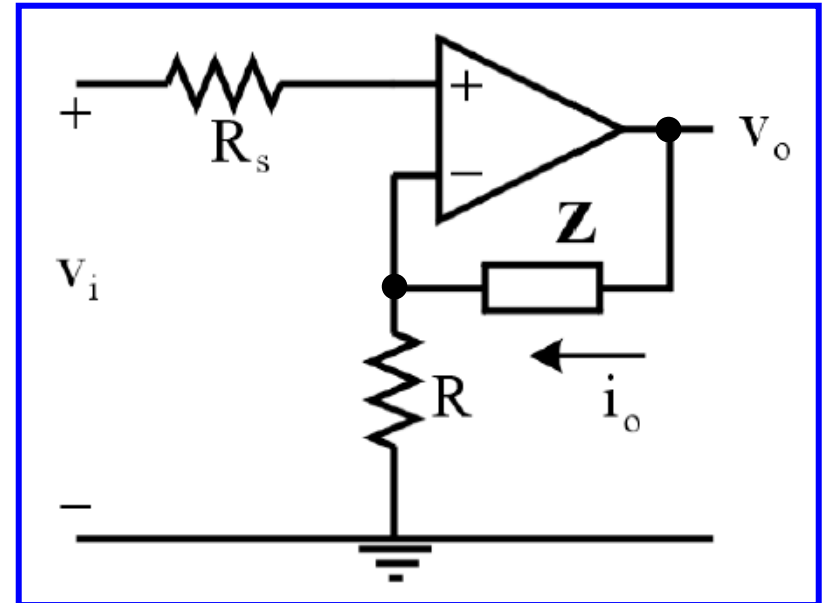
Στον κύκλωμα του παρακάτω σχήματος που περιλαμβάνει ΙΤΕ, να δείξετε ότι:

$$\frac{i_o}{v_i} = \frac{1}{R}$$

Αφού τα ρεύματα στις εισόδους του ΙΤΕ είναι μηδενικά, το ρεύμα εξόδου ισούται με το ρεύμα της αντίστασης R και η αντίσταση  $R_s$  δεν έχει καμία επίδραση στη λειτουργία του κυκλώματος:

$$i_o = i_R \Rightarrow i_R = \frac{v_-}{R} = \frac{v_+}{R} = \frac{v_i}{R} \Rightarrow$$

$$\frac{i_o}{v_i} = \frac{1}{R}$$



# Άσκηση 8<sup>η</sup>

Έχετε στη διάθεσή σας ένα ιδανικό τελεστικό ενισχυτή και αντιστάσεις. Προτείνετε κυκλώματα, που να πραγματοποιούν τις αριθμητικές πράξεις:

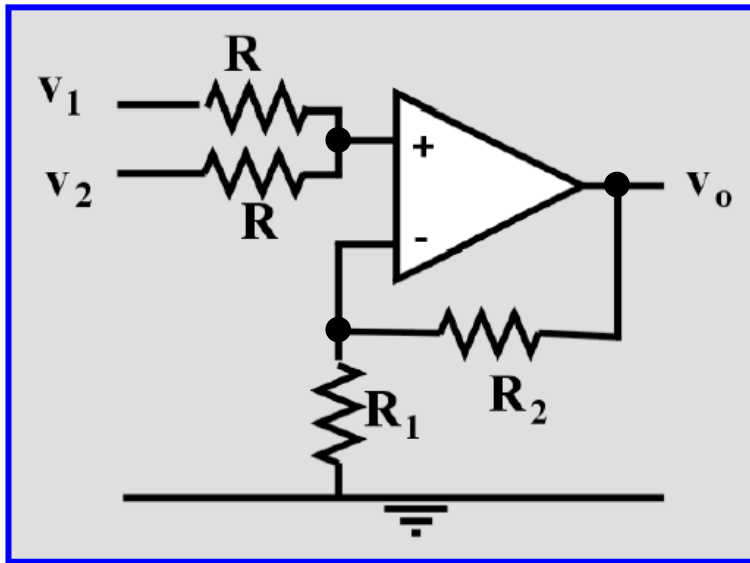
$$V_o = V_1 + V_2$$

$$V_o = V_1 - V_2$$

$$V_o = 2V_1 - V_2$$

όπου  $v_o$  η τάση εξόδου του ενισχυτή και  $v_1, v_2$  ιδανικές πηγές τάσεων.

$$V_o = V_1 + V_2$$



Η πρώτη πράξη πραγματοποιείται εάν χρησιμοποιήσουμε το κύκλωμα του μη αντιστρέφοντος αθροιστή, στο οποίο θα πρέπει οι τιμές των αντιστάσεων  $R_1$  και  $R_2$  να είναι ίδιες.

$$V_o = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \left(\frac{V_1}{2} + \frac{V_2}{2}\right)$$

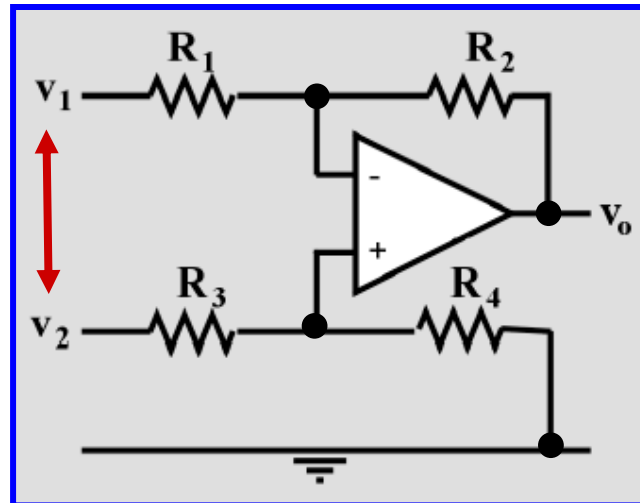


# Άσκηση 8<sup>η</sup>

$$V_o = V_1 - V_2$$

$$v_o = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{R_4}{R_3 + R_4} v_2 - \frac{R_2}{R_1} v_1$$

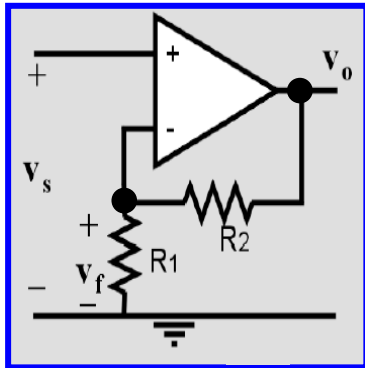
Η δεύτερη πράξη πραγματοποιείται εάν χρησιμοποιήσουμε το κύκλωμα του ενισχυτή διαφοράς τάσεων, στο οποίο θα πρέπει οι τιμές όλων των αντιστάσεων να είναι ίδιες και οι θέσεις των πηγών εισόδου να αλλάξουν



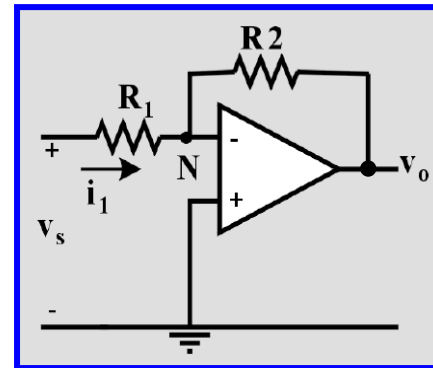
# Άσκηση 8<sup>η</sup>

$$V_o = 2V_1 - V_2$$

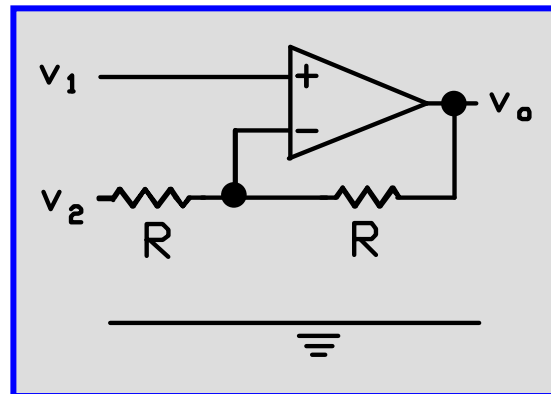
Για να παράγουμε την ποσότητα  $2v_1$  απαιτείται ένας ενισχυτής θετικής ενίσχυσης με όμοιες αντιστάσεις, ενώ για να παράγουμε το  $-v_2$  αρκεί ένας ενισχυτής αρνητικής ενίσχυσης με όμοιες αντιστάσεις. Με βάση την αρχή της επαλληλίας προκύπτει το απλό κύκλωμα του τελευταίου σχήματος.



$$V_o = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) V_1$$



$$V_o = -\frac{R_2}{R_1} V_2$$



# Άσκηση 9<sup>η</sup>

Για το κύκλωμα του παρακάτω σχήματος που περιλαμβάνει ΙΤΕ, προσδιορίστε την τάση εξόδου συναρτήσει των τάσεων εισόδου  $v_1$  και  $v_2$ .

Ακολουθώντας την αρχή της επαλληλίας, όταν  $v_2 = 0$ ,  $E = 0$  το κύκλωμα λειτουργεί ως ενισχυτής αρνητικής ενίσχυσης:

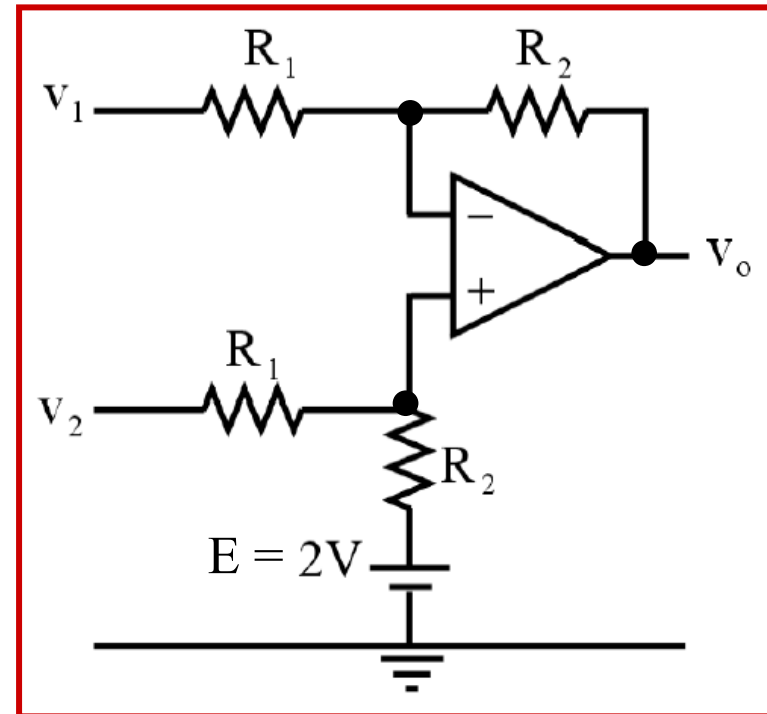
$$v_o = -\frac{R_2}{R_1} v_1$$

Όταν  $v_1 = 0$ ,  $E = 0$  εφαρμόζουμε τον 1ο κανόνα Kirchhoff στους δύο εσωτερικούς κόμβους:

$$\left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) v_- = \frac{1}{R_2} v_o$$
$$\left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) v_+ = \frac{1}{R_1} v_2$$

$v_+ = v_-$

$$v_o = \frac{R_2}{R_1} v_2$$



# Άσκηση 9η

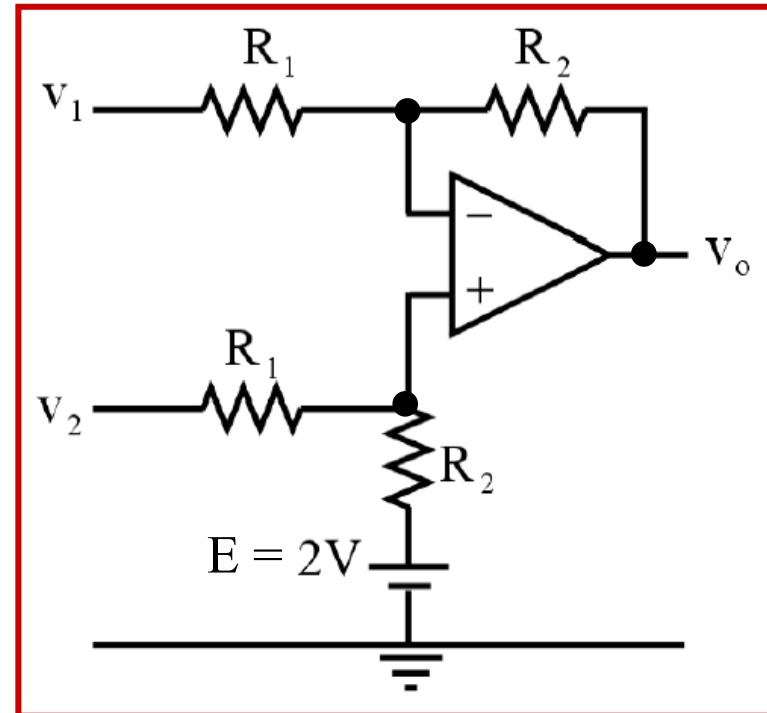
Όταν  $v_1 = 0$ ,  $v_2 = 0$  εφαρμόζουμε τον 1ο κανόνα Kirchhoff στους δύο εσωτερικούς κόμβους:

$$\left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) v_- = \frac{1}{R_2} v_o$$
$$\left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) v_+ = \frac{1}{R_2} E$$

$v_+ = v_-$   $\Rightarrow$   $v_o = E$

Προσθέτοντας τις τρεις επιμέρους τάσεις εξόδου καταλήγουμε στην παρακάτω έκφραση:

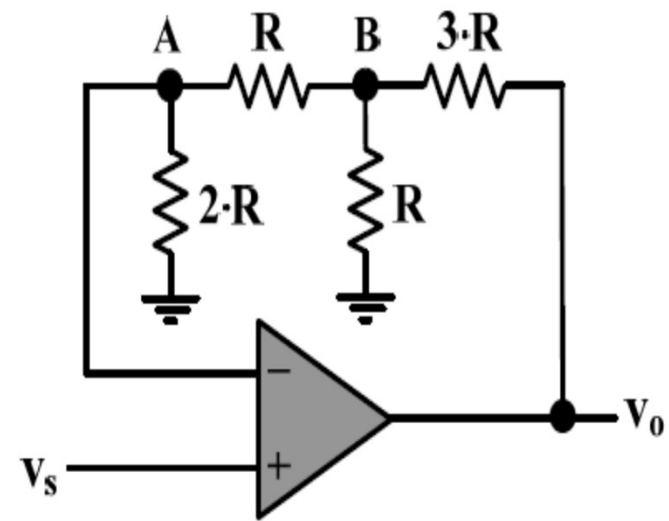
$$v_o = \frac{R_2}{R_1} (v_2 - v_1) + E \Rightarrow v_o = \frac{R_2}{R_1} (v_2 - v_1) + 2V$$



# Άσκηση 10η

Το κύκλωμα του παρακάτω σχήματος, περιλαμβάνει ιδανικό τελεστικό ενισχυτή και 4 αντιστάσεις.

- (α) Να προσδιορίσετε την τάση εξόδου  $v_o$  συναρτήσει της τάσης εισόδου  $v_s$  του κυκλώματος.
- (β) Εάν η είσοδος  $v_s$  είναι ημιτονικό σήμα τάσης με συχνότητα 25 kHz και πλάτος 400 mV, να σχεδιάσετε στους ίδιους άξονες την κυματομορφή της τάσης εξόδου του κυκλώματος και την κυματομορφή της τάσης του κόμβου B, για χρονικό διάστημα μιας περιόδου. Πόση είναι η διαφορά φάσης μεταξύ του σήματος της τάσης εισόδου του κυκλώματος και των δύο σημάτων που σχεδιάσατε;



# Άσκηση 10η

- (α) Χρησιμοποιούμε τη μέθοδο ανάλυσης των κόμβων, δηλαδή εφαρμόζουμε τον 1<sup>ο</sup> κανόνα Kirchhoff στους εσωτερικούς κόμβους του κυκλώματος (Α και Β). Θα πρέπει σε καθένα από τους κόμβους Α και Β, να εξισώσουμε το άθροισμα των αγωγιμοτήτων (δηλ. των αντίστροφων αντιστάσεων) που ξεκινούν από τον καθένα από τους κόμβους αυτούς, πολλαπλασιασμένο με την τάση τους, με το άθροισμα των γινομένων των αγωγιμοτήτων αυτών με τις τάσεις των κόμβων στους οποίους καταλήγουν.

Έτσι στον κόμβο Α του κυκλώματος, έχουμε:

$$\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{2R}\right) \cdot V_A = \frac{1}{R} \cdot V_B + \frac{1}{2R} \cdot 0$$

Χρησιμοποιούμε την ιδιότητα αντιγραφής τάσεων στους ακροδέκτες του ιδανικού τελεστικού ενισχυτή:  $V_A = v_- = v_+ = v_s$  και καταλήγουμε στην παρακάτω σχέση:

$$\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{2R}\right) \cdot v_s = \frac{1}{R} \cdot V_B \Rightarrow \frac{3}{2} \cdot v_s = V_B \quad (1)$$

# Άσκηση 10η

Στον κόμβο Β του κυκλώματος, έχουμε:

$$\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{3R}\right) \cdot V_B = \frac{1}{R} \cdot V_A + \frac{1}{R} \cdot 0 + \frac{1}{3R} v_o \Rightarrow \frac{7}{3} \cdot V_B = v_s + \frac{1}{3} \cdot v_o \stackrel{(1)}{\Rightarrow}$$

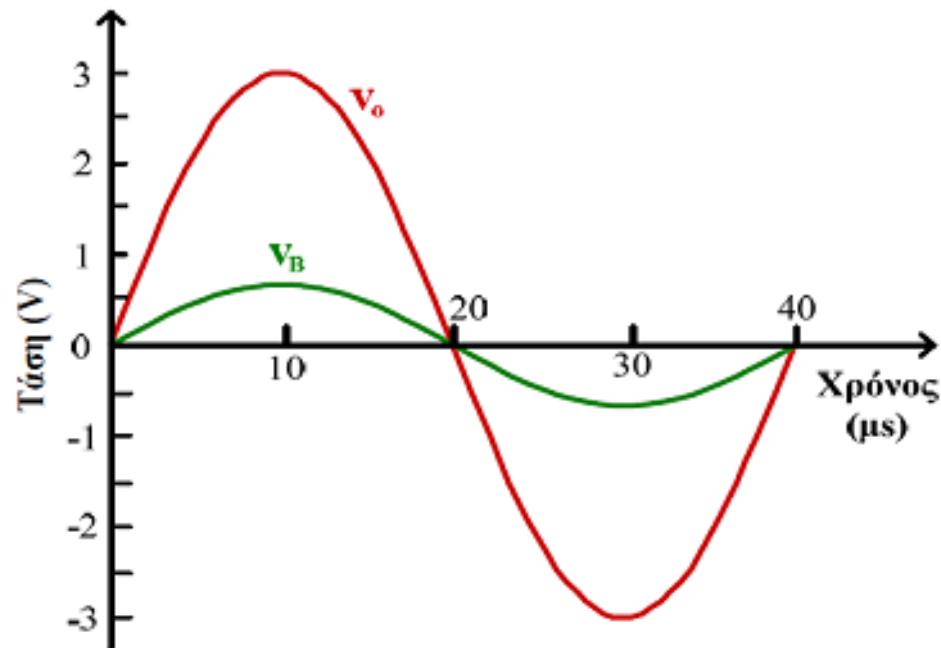
$$\frac{7}{3} \cdot \frac{3}{2} \cdot v_s = v_s + \frac{1}{3} \cdot v_o \Rightarrow \frac{21}{6} \cdot v_s - v_s = \frac{1}{3} \cdot v_o \Rightarrow \frac{15}{6} \cdot v_s = \frac{1}{3} \cdot v_o \Rightarrow v_o = \frac{45}{6} \cdot v_s \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_o = 7.5 \cdot v_i$$

# Άσκηση 10η

(β) Με βάση τα δεδομένα, η τάση εισόδου  $v_s$  έχει πλάτος (δηλ. μέγιστη τιμή) 400 mV και περίοδο  $T = 1 / f = 1 / 25 \text{ kHz} = 0.04 \text{ ms} = 40 \text{ } \mu\text{s}$ .

Με βάση τη σχέση (1), το πλάτος της τάσης του κόμβου B ισούται με  $3/2 \cdot 400 \text{ mV} = 600 \text{ mV} = 0.6 \text{ V}$ , ενώ με βάση την τελευταία σχέση του ερωτήματος (α), το πλάτος της τάσης εξόδου ισούται με  $7.5 \cdot 400 \text{ mV} = 3000 \text{ mV} = 3 \text{ V}$ . Αφού το σήμα της τάσης εισόδου του κυκλώματος έχει περίοδο 40  $\mu\text{s}$ , τότε και τα ανάλογα με αυτό σήματα του κόμβου B και του κόμβου εξόδου θα έχουν την ίδια περίοδο. Με βάση τα παραπάνω, στο διάγραμμα που ακολουθεί σχεδιάζουμε τις ζητούμενες κυματομορφές τάσεων, για το χρονικό διάστημα μιας περιόδου.

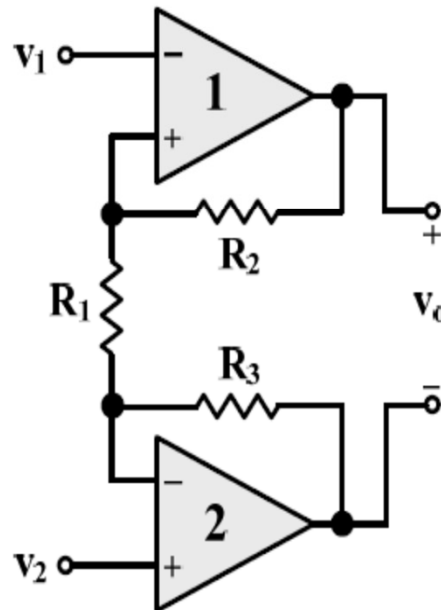




# Άσκηση 11η

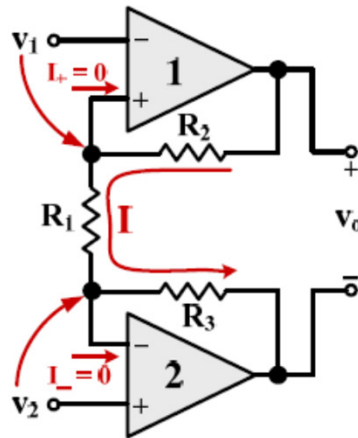
Οι τελεστικοί ενισχυτές που περιλαμβάνονται στο κύκλωμα του παρακάτω σχήματος είναι ιδανικοί και οι τιμές των αντιστάσεων  $R_2$  και  $R_3$  είναι  $15\text{ k}\Omega$  και  $5\text{ k}\Omega$ , αντίστοιχα.

- (α) Εάν η τάση εξόδου ( $v_o$ ) είναι τριπλάσια της διαφοράς των τάσεων εισόδου  $v_1$  και  $v_2$ , να υπολογίσετε την τιμή της αντίστασης  $R_1$ .
- (β) Με δεδομένη τη σχέση των τάσεων που περιγράφεται στο ερώτημα (α), εάν οι τάσεις εισόδου  $v_1$  και  $v_2$  είναι γραμμικά σήματα που αυξάνονται κατά  $150\text{ mV}$  και  $50\text{ mV}$ , αντίστοιχα, κάθε δευτερόλεπτο, να σχεδιάσετε με ακρίβεια την κυματομορφή της τάσης εξόδου ( $v_o$ ) για χρονικό διάστημα πέντε (5) δευτερολέπτων. Θεωρήστε ότι τη χρονική στιγμή  $t = 0$ , οι τάσεις εισόδου  $v_1$  και  $v_2$  είναι μηδενικές.



# Άσκηση 11η

- (α) Τα ρεύματα εισόδου στους ιδανικούς τελεστικούς ενισχυτές είναι μηδενικά, λόγω της άπειρης αντίστασης εισόδου που αυτοί παρουσιάζουν.



Συνεπώς, με βάση το παραπάνω κύκλωμα μπορούμε να γράψουμε:  $v_o = I \cdot (R_1 + R_2 + R_3)$ .

Λόγω της ιδιότητας αντιγραφής των τάσεων που ισχύει στους δύο ιδανικούς τελεστικούς ενισχυτές, η τάση στο άνω άκρο της  $R_1$  ισούται με  $v_1$ , ενώ η τάση στο κάτω άκρο της  $R_1$  ισούται με  $v_2$ . Συνεπώς:

$$I = \frac{v_1 - v_2}{R_1}.$$

Αντικαθιστώντας το ρεύμα  $I$  στην εξίσωση που έχουμε αρχικώς εξάγει για την τάση εξόδου του κυκλώματος και χρησιμοποιώντας το δεδομένο ότι  $v_o = 3 \cdot (v_1 - v_2)$ , προκύπτει:

$$v_o = \frac{v_1 - v_2}{R_1} \cdot (R_1 + R_2 + R_3) \Rightarrow v_o = \frac{R_1 + R_2 + R_3}{R_1} \cdot (v_1 - v_2) \Rightarrow R_1 \cdot v_o = (R_1 + R_2 + R_3) \cdot (v_1 - v_2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_1 \cdot 3 \cdot (v_1 - v_2) = (R_1 + R_2 + R_3) \cdot (v_1 - v_2) \Rightarrow 3 \cdot R_1 = R_1 + R_2 + R_3 \Rightarrow R_1 = \frac{R_2 + R_3}{2} \Rightarrow R_1 = 10 \text{ k}\Omega.$$

# Άσκηση 11η

**Εναλλακτικά**, μπορούμε να καταλήξουμε στο ίδιο αποτέλεσμα, εφαρμόζοντας τη μέθοδο ανάλυσης των κόμβων στα δύο άκρα της αντίστασης  $R_1$ . Σε καθένα από τους δύο κόμβους εφαρμόζουμε τον 1ο κανόνα Kirchhoff, εξισώνοντας το άθροισμα των αγωγιμοτήτων (δηλ. των αντίστροφων αντιστάσεων) που ξεκινούν από κάθε κόμβο, πολλαπλασιασμένο με την τάση τους, με το άθροισμα των γινομένων των αγωγιμοτήτων αυτών με τις τάσεις των κόμβων στους οποίους καταλήγουν.

Έτσι λοιπόν στο άνω άκρο της αντίστασης  $R_1$  έχουμε:

$$\begin{aligned}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) \cdot v_{+1} &= \frac{1}{R_1} \cdot v_{-2} + \frac{1}{R_2} \cdot v_{o+} \Rightarrow \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) \cdot v_1 = \frac{1}{R_1} \cdot v_2 + \frac{1}{R_2} \cdot v_{o+} \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{1}{R_2} \cdot v_{o+} &= \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) \cdot v_1 - \frac{1}{R_1} \cdot v_2 \Rightarrow v_{o+} = \left(\frac{R_2}{R_1} + 1\right) \cdot v_1 - \frac{R_2}{R_1} \cdot v_2\end{aligned}$$

Στην παραπάνω σχέση χρησιμοποιήθηκε η ιδιότητα αντιγραφής των τάσεων που ισχύει στους ιδανικούς τελεστικούς ενισχυτές, με βάση την οποία η τάση στο άνω άκρο της  $R_1$  ισούται με  $v_1$ , ενώ η τάση στο κάτω άκρο της  $R_1$  ισούται με  $v_2$ . Ομοίως, στο κάτω άκρο της αντίστασης  $R_1$  έχουμε:

$$\begin{aligned}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3}\right) \cdot v_{-2} &= \frac{1}{R_1} \cdot v_{+1} + \frac{1}{R_3} \cdot v_{o-} \Rightarrow \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3}\right) \cdot v_2 = \frac{1}{R_1} \cdot v_1 + \frac{1}{R_3} \cdot v_{o-} \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{1}{R_3} \cdot v_{o-} &= \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3}\right) \cdot v_2 - \frac{1}{R_1} \cdot v_1 \Rightarrow v_{o-} = \left(\frac{R_3}{R_1} + 1\right) \cdot v_2 - \frac{R_3}{R_1} \cdot v_1\end{aligned}$$

# Άσκηση 11η

Από το κύκλωμα που δίνεται προκύπτει εύκολα ότι:  $v_o = (v_{o+} - v_{o-})$ . Επομένως, συνδυάζοντας τις σχέσεις που προέκυψαν παραπάνω για τις τάσεις των κόμβων εξόδου των δύο τελεστικών ενισχυτών και χρησιμοποιώντας το δεδομένο ότι  $v_o = 3 \cdot (v_1 - v_2)$ , προκύπτει:

$$\begin{aligned}v_o &= (v_{o+} - v_{o-}) \Rightarrow v_o = \left(\frac{R_2}{R_1} + 1\right) \cdot v_1 - \frac{R_2}{R_1} \cdot v_2 - \left(\frac{R_3}{R_1} + 1\right) \cdot v_2 + \frac{R_3}{R_1} \cdot v_1 \Rightarrow \\ \Rightarrow v_o &= \left(\frac{R_2}{R_1} + 1 + \frac{R_3}{R_1}\right) \cdot v_1 - \left(\frac{R_2}{R_1} + \frac{R_3}{R_1} + 1\right) \cdot v_2 \Rightarrow 3 \cdot (v_1 - v_2) = \left(\frac{R_2}{R_1} + 1 + \frac{R_3}{R_1}\right) \cdot (v_1 - v_2) \Rightarrow \\ \Rightarrow 3 &= \frac{R_2}{R_1} + 1 + \frac{R_3}{R_1} \Rightarrow 2 = \frac{R_2}{R_1} + \frac{R_3}{R_1} \Rightarrow 2 \cdot R_1 = R_2 + R_3 \Rightarrow R_1 = \frac{R_2 + R_3}{2} \Rightarrow R_1 = 10\text{k}\Omega.\end{aligned}$$

(β) Από τα δεδομένα του ερωτήματος (β) προκύπτει ότι τα σήματα εισόδου του κυκλώματος έχουν ως εξής:

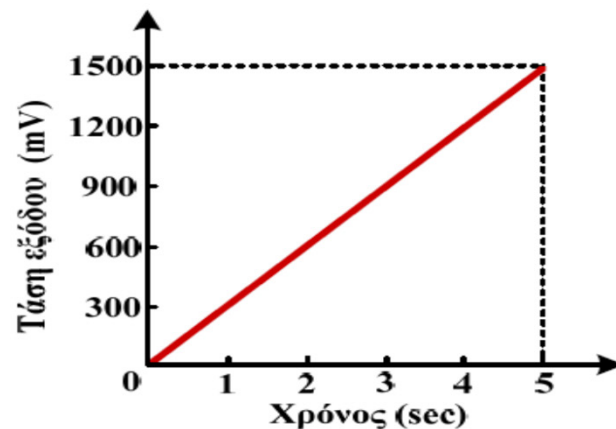
$$v_1 = 150 \cdot t \text{ (σε mV) και } v_2 = 50 \cdot t \text{ (σε mV).}$$

Χρησιμοποιώντας το δεδομένο ότι  $v_o = 3 \cdot (v_1 - v_2)$ , προκύπτει:

$$v_o = 3 \cdot (v_1 - v_2) \Rightarrow v_o = 3 \cdot (150 \cdot t - 50 \cdot t) \Rightarrow v_o = 3 \cdot 100 \cdot t \Rightarrow v_o = 300 \cdot t \text{ (σε mV).}$$

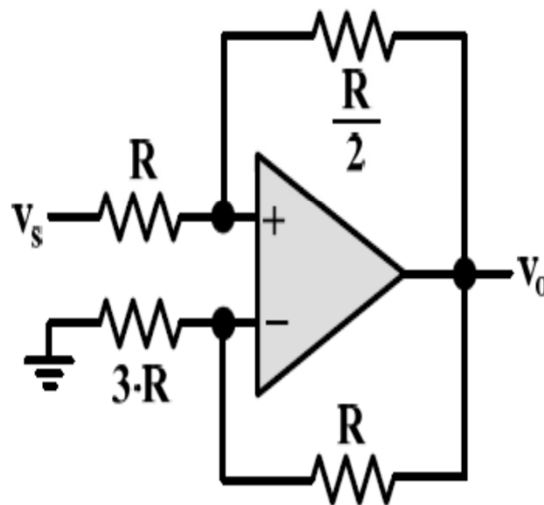
Επομένως, η τάση εξόδου του κυκλώματος είναι γραμμικό σήμα που αυξάνεται κατά 300 mV κάθε δευτερόλεπτο φθάνοντας στο τέλος του χρονικού διαστήματος των 5 δευτερολέπτων στην τιμή των 1500 mV ή 1.5 V. Η τάση εξόδου του κυκλώματος αρχικά είναι μηδενική, λόγω του ότι τη χρονική στιγμή  $t = 0$  οι τάσεις εισόδου  $v_1$  και  $v_2$  είναι μηδενικές.

Με βάση τα παραπάνω, η κυματομορφή της τάσης εξόδου του κυκλώματος παρουσιάζεται στο διπλανό σχήμα.



# Άσκηση 12η

Στο κύκλωμα του παρακάτω σχήματος, που περιλαμβάνει ιδανικό τελεστικό ενισχυτή, να προσδιορίσετε την τάση εξόδου  $v_o$  συναρτήσει της τάσης εισόδου  $v_s$ .



# Άσκηση 12η

Έτσι στον κόμβο του ακροδέκτη αντιστροφής του τελεστικού ενισχυτή, έχουμε:

$$\left(\frac{1}{3 \cdot R} + \frac{1}{R}\right) \cdot v_- = \frac{1}{3 \cdot R} \cdot 0 + \frac{1}{R} \cdot v_o \Rightarrow \frac{4 \cdot v_-}{3 \cdot R} = \frac{v_o}{R} \Rightarrow v_- = \frac{3 \cdot v_o}{4} \quad (1)$$

Στον κόμβο του ακροδέκτη μη αντιστροφής του τελεστικού ενισχυτή, έχουμε:

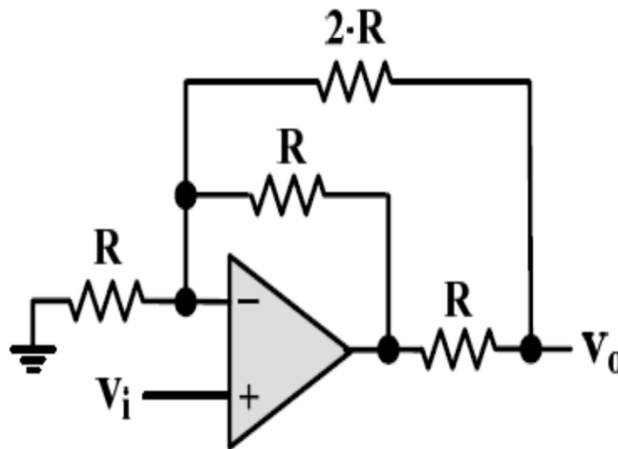
$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R/2}\right) \cdot v_+ &= \frac{1}{R} \cdot v_s + \frac{1}{R/2} \cdot v_o \Rightarrow \left(\frac{1}{R} + \frac{2}{R}\right) \cdot v_+ = \frac{1}{R} \cdot v_s + \frac{2}{R} \cdot v_o \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{3 \cdot v_+}{R} = \frac{v_s + 2 \cdot v_o}{R} \Rightarrow v_+ = \frac{v_s + 2 \cdot v_o}{3} \end{aligned} \quad (2)$$

Λόγω της ιδιότητας αντιγραφής τάσεων στους ακροδέκτες του ιδανικού τελεστικού ενισχυτή ( $v_- = v_+$ ), με βάση τις σχέσεις (1) και (2) καταλήγουμε στο εξής:

$$v_- = v_+ \Rightarrow \frac{3 \cdot v_o}{4} = \frac{v_s + 2v_o}{3} \Rightarrow 9 \cdot v_o = 4 \cdot v_s + 8 \cdot v_o \Rightarrow v_o = 4 \cdot v_s.$$

# Άσκηση 13η

- (α) Για το κύκλωμα του παρακάτω σχήματος, το οποίο περιλαμβάνει ιδανικό τελεστικό ενισχυτή, να προσδιορίσετε την τάση εξόδου  $v_o$  του κυκλώματος σε σχέση με την τάση εισόδου  $v_i$ .
- (β) Εάν η είσοδος  $v_i$  είναι ημιτονικό σήμα τάσης με συχνότητα 25 kHz και πλάτος 300 mV, να σχεδιάσετε στους ίδιους άξονες την κυματομορφή της τάσης εξόδου ( $v_o$ ) του κυκλώματος, την κυματομορφή της τάσης του ακροδέκτη εξόδου του τελεστικού ενισχυτή και την κυματομορφή της τάσης του ακροδέκτη αντιστροφής (-) του τελεστικού ενισχυτή για το χρονικό διάστημα μιας περιόδου.

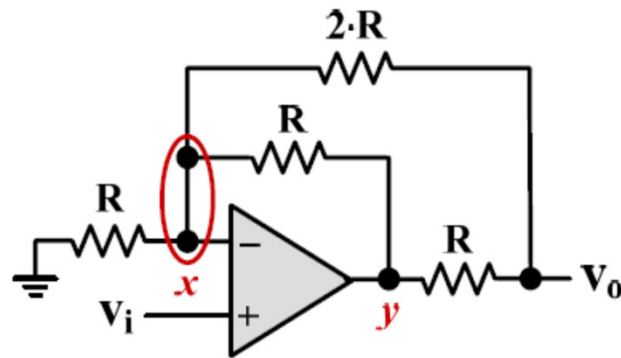


# Άσκηση 13η

Έτσι, στον κόμβο  $x$ , ο οποίος συμπίπτει με τον ακροδέκτη αντιστροφής ( $-$ ) του τελεστικού ενισχυτή, έχουμε:

$$\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{2 \cdot R}\right) \cdot v_x = \frac{1}{R} \cdot 0 + \frac{1}{R} \cdot v_y + \frac{1}{2 \cdot R} \cdot v_o.$$

Λόγω της ιδιότητας αντιγραφής τάσεων στους ακροδέκτες του ιδανικού τελεστικού ενισχυτή ισχύει:  $v_x = v_- = v_+ = v_i$ , συνεπώς από την παραπάνω σχέση προκύπτει ότι:



$$\frac{5}{2 \cdot R} \cdot v_i = \frac{1}{R} \cdot v_y + \frac{1}{2 \cdot R} \cdot v_o \Rightarrow \frac{5}{2} \cdot v_i = v_y + \frac{v_o}{2} \Rightarrow v_y = \frac{5 \cdot v_i - v_o}{2}. \quad (1)$$

Παρομοίως, στον κόμβο  $y$ , μπορούμε να γράψουμε:

$$\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R}\right) \cdot v_y = \frac{1}{R} \cdot v_x + \frac{1}{R} \cdot v_o \Rightarrow 2 \cdot v_y = v_i + v_o. \quad (2)$$

Αντικαθιστώντας την τάση  $v_y$  από τη σχέση (1) στη σχέση (2), λαμβάνουμε:

$$5 \cdot v_i - v_o = v_i + v_o \Rightarrow 2 \cdot v_o = 4 \cdot v_i \Rightarrow v_o = 2 \cdot v_i.$$

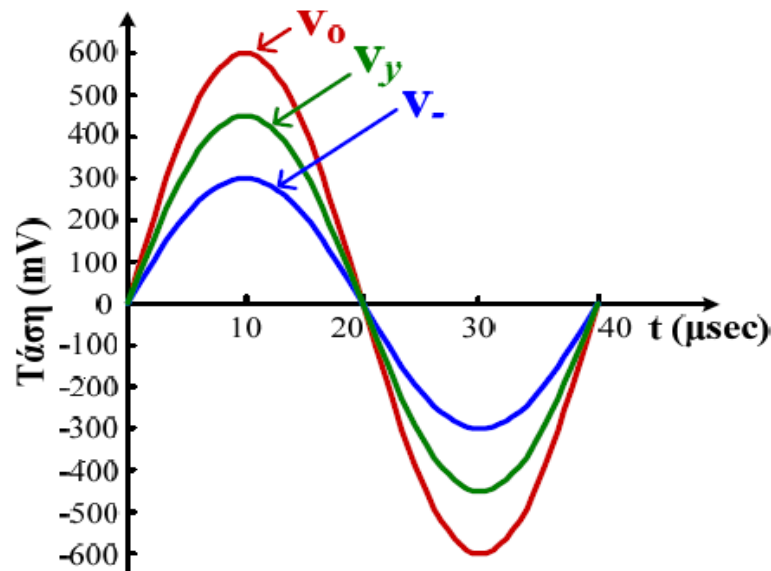


# Άσκηση 13η

Η τάση εισόδου του κυκλώματος έχει πλάτος (μέγιστη τιμή) 300 mV. Με βάση τη σχέση που προέκυψε στο ερώτημα (α) το πλάτος του σήματος εξόδου του κυκλώματος είναι  $2 \cdot 300 \text{ mV} = 600 \text{ mV}$ . Το πλάτος της τάσης του ακροδέκτη εξόδου του τελεστικού ενισχυτή (δηλαδή της τάσης του κόμβου  $y$ ) προκύπτει εύκολα από τη σχέση (1), ως εξής:

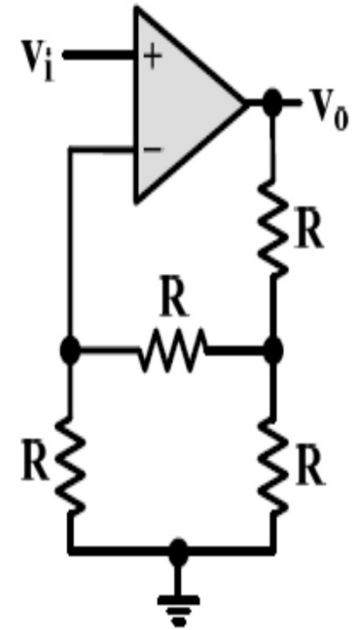
$$\frac{5 \cdot 300 - 600}{2} \text{ mV} = 450 \text{ mV}.$$

Το πλάτος της τάσης του ακροδέκτη αντιστροφής του τελεστικού ενισχυτή ισούται με το πλάτος της τάσης εισόδου του κυκλώματος (λόγω της ιδιότητας αντιγραφής τάσεων στους ακροδέκτες του ιδανικού τελεστικού ενισχυτή), το οποίο είναι 300 mV. Αφού το σήμα της τάσης εισόδου του κυκλώματος έχει περίοδο  $T = 1 / f = 1 / 25 \text{ kHz} = 40 \text{ } \mu\text{sec}$ , τότε και τα υπόλοιπα σήματα των οποίων ζητούνται οι κυματομορφές έχουν την ίδια περίοδο. Με βάση τα παραπάνω, στο διάγραμμα που ακολουθεί σχεδιάζουμε τις ζητούμενες κυματομορφές τάσεων, για το χρονικό διάστημα μιας περιόδου:



# Άσκηση 14η

- (α) Για το κύκλωμα του διπλανού σχήματος, το οποίο περιλαμβάνει ιδανικό τελεστικό ενισχυτή, να προσδιορίσετε την τάση εξόδου  $v_o$  σε σχέση με την τάση εισόδου  $v_i$ .
- (β) Εάν η είσοδος  $v_i$  είναι ημιτονικό σήμα τάσης με συχνότητα 5 kHz και πλάτος 200 mV, να σχεδιάσετε με ακρίβεια την κυματομορφή της τάσης εξόδου ( $v_o$ ) για το χρονικό διάστημα μιας περιόδου.



# Άσκηση 14η

Έτσι, στον κόμβο A, ο οποίος συμπίπτει με τον ακροδέκτη αντιστροφής (-) του τελεστικού ενισχυτή, έχουμε:

$$\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R}\right) \cdot v_- = \frac{1}{R} \cdot v_B + \frac{1}{R} \cdot 0 \Rightarrow 2 \cdot v_- = v_B.$$

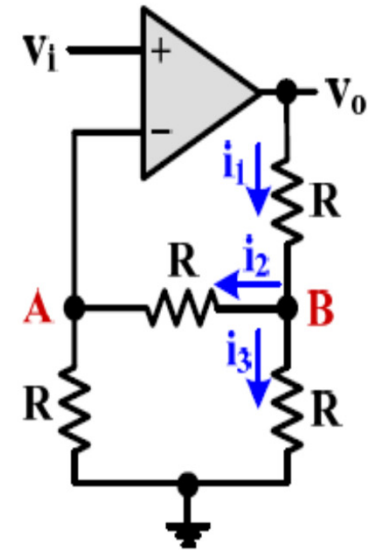
Λόγω της ιδιότητας αντιγραφής τάσεων στους ακροδέκτες του ιδανικού τελεστικού ενισχυτή ( $v_- = v_+ = v_i$ ), από την παραπάνω σχέση συμπεραίνουμε ότι:  $v_B = 2 \cdot v_i$ .

Παρομοίως, στον κόμβο B, έχουμε:

$$\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R}\right) \cdot v_B = \frac{1}{R} \cdot v_- + \frac{1}{R} \cdot v_o + \frac{1}{R} \cdot 0 \Rightarrow 3 \cdot v_B = v_- + v_o \Rightarrow v_o = 3 \cdot v_B - v_-.$$

Λόγω της ιδιότητας αντιγραφής τάσεων στους ακροδέκτες του ιδανικού τελεστικού ενισχυτή ( $v_- = v_+ = v_i$ ) και λόγω της σχέσης ( $v_B = 2 \cdot v_i$ ) που προέκυψε μετά την εφαρμογή της μεθόδου στον κόμβο A, η παραπάνω σχέση γίνεται:

$$v_o = 3 \cdot 2 \cdot v_i - v_i \Rightarrow v_o = 6 \cdot v_i - v_i \Rightarrow v_o = 5 \cdot v_i.$$



# Άσκηση 14η

**Εναλλακτικά**, μπορούμε να υπολογίσουμε την τάση του κόμβου B, αξιοποιώντας το διαιρέτη τάσης που σχηματίζεται από την αντίσταση που συνδέεται μεταξύ του κόμβου A και της γείωσης και από την αντίσταση που παρεμβάλλεται μεταξύ των κόμβων A και B, ως εξής:

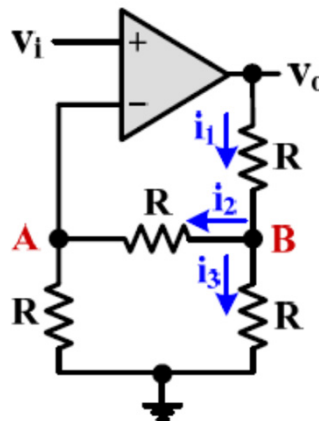
$$v_A = \frac{R}{R+R} \cdot v_B \quad \overset{v_A=v_-=v_+=v_i}{\Rightarrow} \quad v_i = \frac{v_B}{2} \Rightarrow v_B = 2 \cdot v_i.$$

Στη συνέχεια, μπορούμε να εφαρμόσουμε τον 1<sup>ο</sup> κανόνα του Kirchhoff στον κόμβο B, ως εξής:

$$\begin{aligned} i_1 = i_2 + i_3 &\Rightarrow \frac{v_o - v_B}{R} = \frac{v_B - v_A}{R} + \frac{v_B - 0}{R} \quad \overset{v_A=v_-=v_+=v_i}{\Rightarrow} \quad v_o - v_B = v_B - v_i + v_B \Rightarrow \\ &\Rightarrow v_o - v_B = 2 \cdot v_B - v_i \Rightarrow v_o = 3 \cdot v_B - v_i. \end{aligned}$$

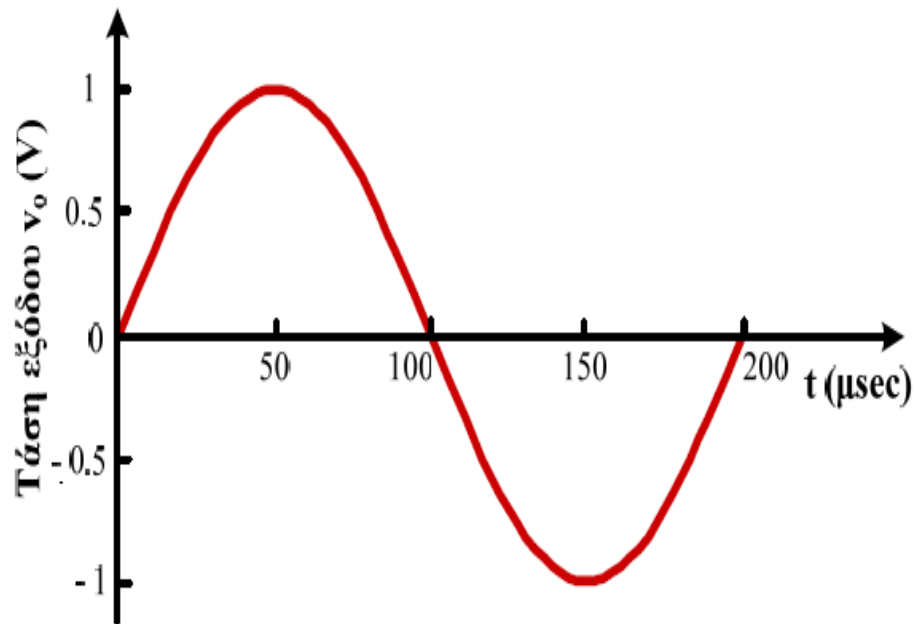
Λόγω της σχέσης που προέκυψε από την αξιοποίηση του διαιρέτη τάσης, η παραπάνω σχέση γίνεται:

$$v_o = 3 \cdot 2 \cdot v_i - v_i \Rightarrow v_o = 6 \cdot v_i - v_i \Rightarrow v_o = 5 \cdot v_i.$$



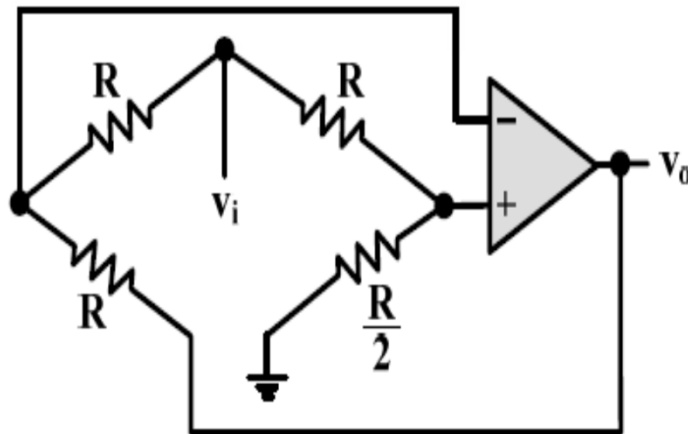
# Άσκηση 14η

Η τάση εισόδου έχει πλάτος (μέγιστη τιμή) 200 mV και περίοδο:  $T = 1 / f = 1 / 5 \text{ kHz} = 0.2 \text{ ms} = 200 \text{ } \mu\text{sec}$ . Το σήμα εξόδου έχει όμοια περίοδο 200  $\mu\text{sec}$  και πλάτος  $5 \cdot 200 \text{ mV} = 1000 \text{ mV} = 1 \text{ V}$ . Συνεπώς, η ζητούμενη κυματομορφή της τάσης εξόδου ( $v_o$ ) του κυκλώματος, για το χρονικό διάστημα μιας περιόδου, έχει ως εξής:



# Άσκηση 15η

- (α) Για το κύκλωμα του παρακάτω σχήματος που περιλαμβάνει ιδανικό τελεστικό ενισχυτή, να προσδιορίσετε την τάση εξόδου  $v_o$  σε σχέση με την τάση εισόδου  $v_i$ .
- (β) Εάν η είσοδος  $v_i$  είναι ημιτονικό σήμα τάσης με συχνότητα 200 kHz και πλάτος 600 mV, να σχεδιάσετε με ακρίβεια τις κυματομορφές των τάσεων εισόδου ( $v_i$ ) και εξόδου ( $v_o$ ) για το χρονικό διάστημα μιας περιόδου.



# Άσκηση 15η

Έτσι στον κόμβο του ακροδέκτη αντιστροφής (-) του τελεστικού ενισχυτή, έχουμε:

$$\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R}\right) \cdot v_- = \frac{1}{R} \cdot v_i + \frac{1}{R} \cdot v_o \Rightarrow 2 \cdot v_- = v_i + v_o \Rightarrow v_- = \frac{v_i}{2} + \frac{v_o}{2}.$$

Στον κόμβο του ακροδέκτη μη αντιστροφής (+) του τελεστικού ενισχυτή, έχουμε:

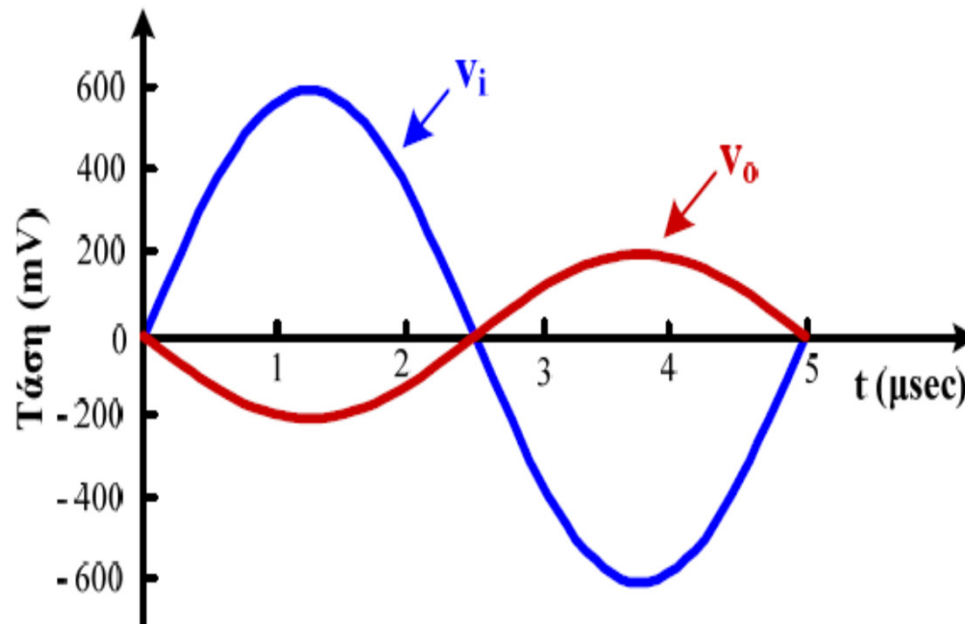
$$\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{0.5 \cdot R}\right) \cdot v_+ = \frac{1}{R} \cdot v_i + \frac{1}{0.5 \cdot R} \cdot 0 \Rightarrow 3 \cdot v_+ = v_i \Rightarrow v_+ = \frac{v_i}{3}.$$

Λόγω της ιδιότητας αντιγραφής τάσεων στους ακροδέκτες του ιδανικού τελεστικού ενισχυτή ( $v_- = v_+$ ), από τις παραπάνω σχέσεις καταλήγουμε στο εξής:

$$v_- = v_+ \Rightarrow \frac{v_i}{2} + \frac{v_o}{2} = \frac{v_i}{3} \Rightarrow \frac{v_o}{2} = \frac{v_i}{3} - \frac{v_i}{2} \Rightarrow v_o = \frac{2 \cdot v_i}{3} - v_i \Rightarrow v_o = -\frac{v_i}{3}.$$

# Άσκηση 15η

- (β) Η τάση εισόδου έχει πλάτος (μέγιστη τιμή) 600 mV και περίοδο:  $T = 1 / f = 1 / 200 \text{ kHz} = 0.005 \text{ ms} = 5 \text{ } \mu\text{sec}$ . Το σήμα εξόδου έχει όμοια περίοδο 5  $\mu\text{sec}$ , πλάτος  $600 / 3 = 200 \text{ mV}$  και διαφορά φάσης  $180^\circ$  σε σχέση με το σήμα εισόδου. Συνεπώς, οι κυματομορφές των τάσεων εισόδου ( $v_i$ ) και εξόδου ( $v_o$ ) για το χρονικό διάστημα μιας περιόδου, έχουν ως εξής:

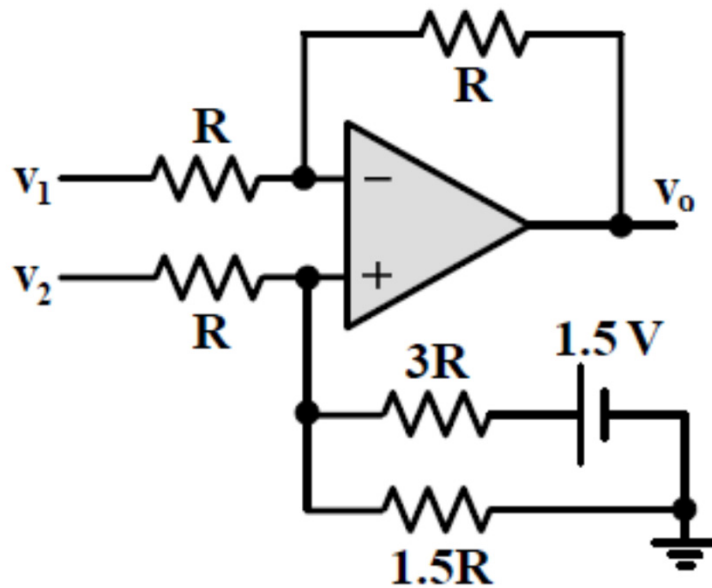




# Άσκηση 16η

Στο κύκλωμα του παρακάτω σχήματος, που περιλαμβάνει ιδανικό τελεστικό ενισχυτή, οι είσοδοι  $v_1$  και  $v_2$  είναι ημιτονικά σήματα τάσης με συχνότητα 20 kHz και πλάτος 400 mV και 900 mV, αντίστοιχα. Δίνεται ότι:  $R = 100 \Omega$ .

- (α) Να προσδιορίσετε την τάση εξόδου  $v_o$  σε σχέση με τις τάσεις εισόδου  $v_1$  και  $v_2$ .
- (β) Να σχεδιάσετε με ακρίβεια την κυματομορφή της τάσης εξόδου  $v_o$ , για το χρονικό διάστημα μιας περιόδου.



# Άσκηση 16η

Έτσι στον κόμβο του ακροδέκτη αντιστροφής (-) του τελεστικού ενισχυτή, έχουμε:

$$\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R}\right) \cdot v_- = \frac{1}{R} \cdot v_1 + \frac{1}{R} \cdot v_o \Rightarrow \frac{2 \cdot v_-}{R} = \frac{1}{R} \cdot v_1 + \frac{1}{R} \cdot v_o \Rightarrow 2 \cdot v_- = v_1 + v_o \Rightarrow v_- = \frac{v_1}{2} + \frac{v_o}{2}.$$

Στον κόμβο του ακροδέκτη μη αντιστροφής (+) του τελεστικού ενισχυτή, έχουμε:

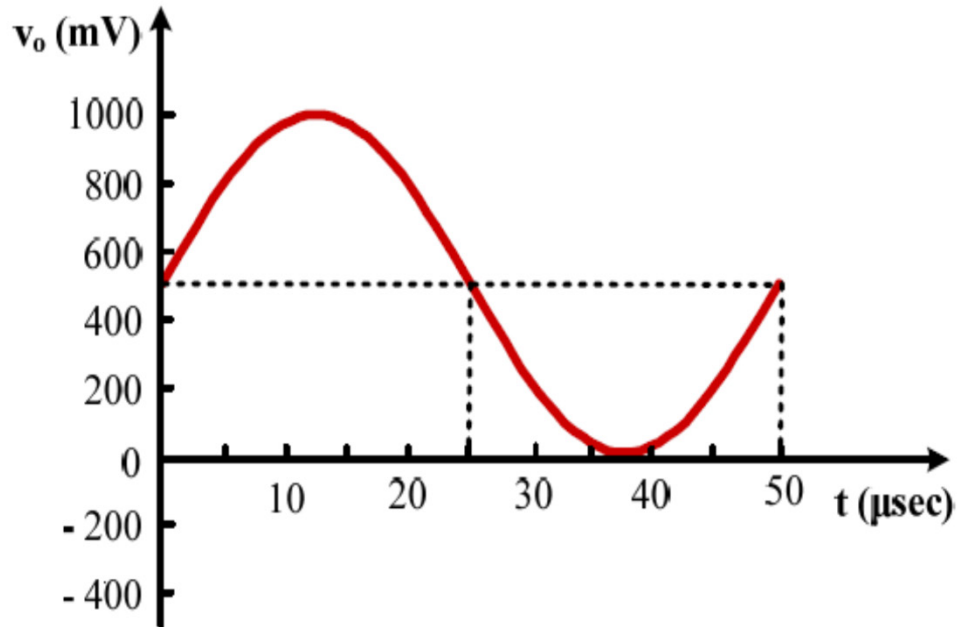
$$\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{3 \cdot R} + \frac{1}{1.5 \cdot R}\right) \cdot v_+ = \frac{1}{R} \cdot v_2 + \frac{1}{3 \cdot R} \cdot 1.5 + \frac{1}{1.5 \cdot R} \cdot 0 \Rightarrow \left(\frac{3}{3 \cdot R} + \frac{1}{3 \cdot R} + \frac{2}{3 \cdot R}\right) \cdot v_+ = \frac{1}{R} \cdot v_2 + \frac{1}{3 \cdot R} \cdot 1.5$$
$$\Rightarrow \frac{2 \cdot v_+}{R} = \frac{v_2}{R} + \frac{0.5}{R} \Rightarrow 2 \cdot v_+ = v_2 + 0.5 \Rightarrow v_+ = \frac{v_2}{2} + 0.25.$$

Λόγω της ιδιότητας αντιγραφής τάσεων στους ακροδέκτες του ιδανικού τελεστικού ενισχυτή ( $v_- = v_+$ ), από τις παραπάνω σχέσεις καταλήγουμε στο εξής:

$$v_- = v_+ \Rightarrow \frac{v_1}{2} + \frac{v_o}{2} = \frac{v_2}{2} + 0.25 \Rightarrow \frac{v_o}{2} = \frac{v_2}{2} + 0.25 - \frac{v_1}{2} \Rightarrow v_o = v_2 - v_1 + 0.5.$$

# Άσκηση 16η

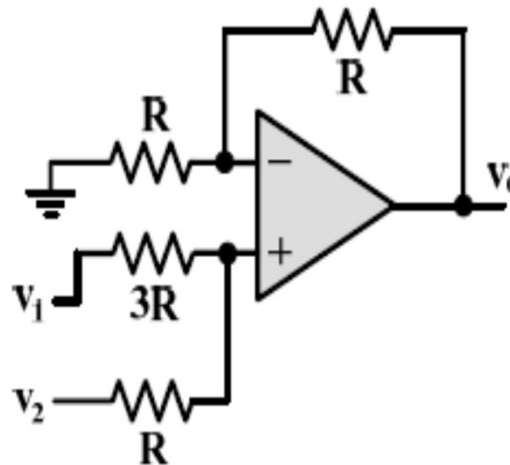
Με βάση τα δεδομένα, οι τάσεις εισόδου έχουν πλάτος (μέγιστη τιμή) 400 mV και 900 mV, αντίστοιχα και όμοια περίοδο:  $T = 1 / f = 1 / 20 \text{ kHz} = 0.05 \text{ ms} = 50 \text{ } \mu\text{sec}$ . Το σήμα εξόδου έχει περίοδο 50  $\mu\text{sec}$ , πλάτος  $900 - 400 = 500 \text{ mV}$  και είναι μετατοπισμένο στον άξονα της τάσης κατά 0.5 V ή 500 mV. Συνεπώς, η κυματομορφή του σήματος εξόδου, για το χρονικό διάστημα μιας περιόδου, έχει ως εξής:



# Άσκηση 17η

Στο κύκλωμα του παρακάτω σχήματος, που περιλαμβάνει ιδανικό τελεστικό ενισχυτή, οι εισοδοί  $v_1$  και  $v_2$  είναι ημιτονικά σήματα τάσης με συχνότητα 8 kHz και πλάτος 400 mV και 800 mV, αντίστοιχα. Δίνεται ότι:  $R = 10 \text{ k}\Omega$ .

- (α) Χρησιμοποιώντας τη μέθοδο ανάλυσης των κόμβων ή/και την αρχή της επαλληλίας, να προσδιορίσετε την τάση εξόδου  $v_o$  σε σχέση με τις τάσεις εισόδου  $v_1$  και  $v_2$ .
- (β) Να σχεδιάσετε με ακρίβεια την κυματομορφή της τάσης εξόδου  $v_o$ , για το χρονικό διάστημα μιας περιόδου.



# Άσκηση 17η

Χρησιμοποιούμε τη μέθοδο ανάλυσης των κόμβων, δηλαδή εφαρμόζουμε τον 1ο κανόνα Kirchhoff στους κόμβους των δύο ακροδεκτών (αντιστροφής και μη αντιστροφής) του τελεστικού ενισχυτή. Θα πρέπει να εξισώσουμε το άθροισμα των αγωγιμοτήτων (δηλ. των αντίστροφων αντιστάσεων) που ξεκινούν από τους κόμβους αυτούς, πολλαπλασιασμένο με την τάση τους, με το άθροισμα των γινομένων των αγωγιμοτήτων αυτών με τις τάσεις των κόμβων στους οποίους καταλήγουν.

Έτσι στον κόμβο του ακροδέκτη αντιστροφής (-) του τελεστικού ενισχυτή, έχουμε:

$$\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R}\right) \cdot v_- = \frac{1}{R} \cdot 0 + \frac{1}{R} \cdot v_0 \Rightarrow \frac{2 \cdot v_-}{R} = \frac{v_0}{R} \Rightarrow v_- = \frac{v_0}{2}.$$

Στον κόμβο του ακροδέκτη μη αντιστροφής (+) του τελεστικού ενισχυτή, έχουμε:

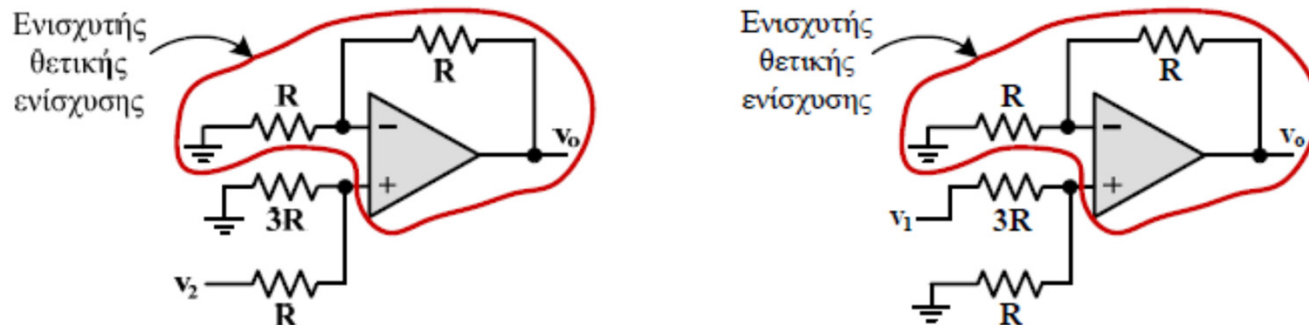
$$\left(\frac{1}{3 \cdot R} + \frac{1}{R}\right) \cdot v_+ = \frac{1}{3 \cdot R} \cdot v_1 + \frac{1}{R} \cdot v_2 \Rightarrow \frac{4}{3} \cdot v_+ = \frac{1}{3} \cdot v_1 + v_2 \Rightarrow v_+ = \frac{1}{4} \cdot v_1 + \frac{3}{4} \cdot v_2.$$

Λόγω της ιδιότητας αντιγραφής τάσεων στους ακροδέκτες του ιδανικού τελεστικού ενισχυτή ( $v_- = v_+$ ) και από τις παραπάνω σχέσεις καταλήγουμε στο εξής:

$$v_- = v_+ \Rightarrow \frac{v_0}{2} = \frac{1}{4} \cdot v_1 + \frac{3}{4} \cdot v_2 \Rightarrow v_0 = \frac{1}{2} \cdot v_1 + \frac{3}{2} \cdot v_2 \Rightarrow v_0 = \frac{v_1 + 3 \cdot v_2}{2}.$$

# Άσκηση 17η

Εάν χρησιμοποιήσουμε την αρχή της επαλληλίας, μηδενίζουμε αρχικά την τάση εισόδου  $v_1$  και παρατηρούμε ότι το κύκλωμα λειτουργεί ως ενισχυτής θετικής ενίσχυσης, με είσοδο την τάση του ακροδέκτη μη αντιστροφής και έξοδο  $v_o$ , όπως υποδεικνύεται στο αριστερό μέρος του παρακάτω σχήματος.



Επομένως:  $v_{o1} = \left(1 + \frac{R}{R}\right) \cdot v_+ \Rightarrow v_{o1} = 2 \cdot v_+$ , όπου  $v_+ = \frac{3 \cdot R}{R + 3 \cdot R} \cdot v_2 \Rightarrow v_+ = \frac{3}{4} \cdot v_2$  (από το διαιρέτη τάσης

που σχηματίζουν οι αντιστάσεις  $R$  και  $3R$ ). Από τις παραπάνω σχέσεις προκύπτει:  $v_{o1} = \frac{3}{2} \cdot v_2$ .

Εάν μηδενίσουμε την  $v_2$ , το κύκλωμα λειτουργεί επίσης ως ενισχυτής θετικής ενίσχυσης, με είσοδο την τάση του ακροδέκτη μη αντιστροφής και έξοδο  $v_o$ , όπως υποδεικνύεται στο δεξιό μέρος του παρακάτω σχήματος.

Επομένως:  $v_{o2} = \left(1 + \frac{R}{R}\right) \cdot v_+ \Rightarrow v_{o2} = 2 \cdot v_+$ , όπου  $v_+ = \frac{R}{R + 3 \cdot R} \cdot v_1 \Rightarrow v_+ = \frac{v_1}{4}$  (από το διαιρέτη τάσης που

σχηματίζουν οι αντιστάσεις  $3R$  και  $R$ ). Από τις παραπάνω σχέσεις προκύπτει:  $v_{o2} = \frac{1}{2} \cdot v_1$ .

Αθροίζοντας τις τάσεις εξόδου που προέκυψαν, καταλήγουμε στη σχέση που καταλήξαμε χρησιμοποιώντας τη μέθοδο ανάλυσης των κόμβων:

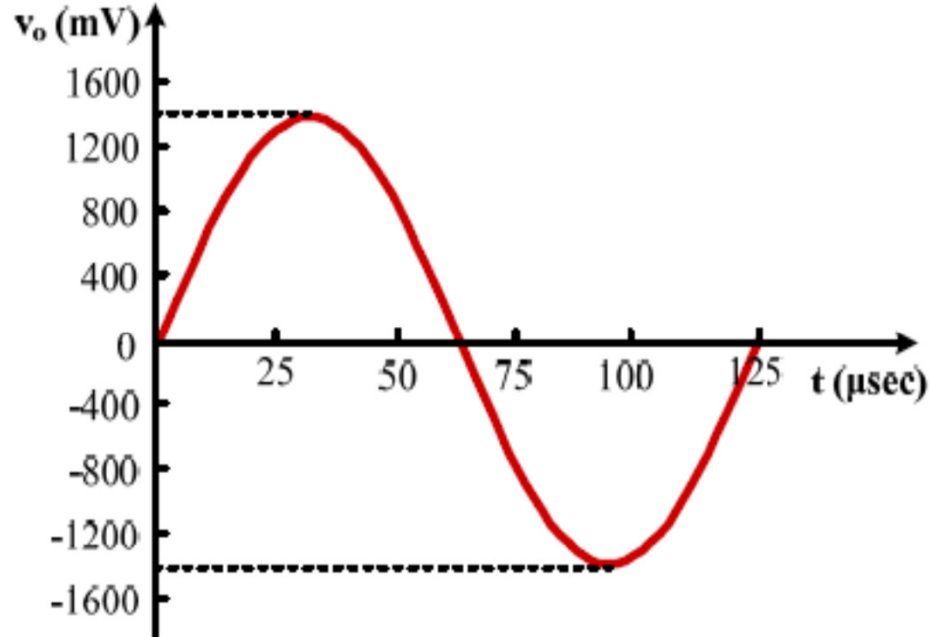
$$v_o = v_{o1} + v_{o2} \Rightarrow v_o = \frac{3}{2} \cdot v_2 + \frac{1}{2} \cdot v_1 \Rightarrow v_o = \frac{v_1 + 3 \cdot v_2}{2}$$

# Άσκηση 17η

Με βάση τα δεδομένα, οι τάσεις εισόδου έχουν πλάτος (μέγιστη τιμή) 400 mV και 800 mV, αντίστοιχα και όμοια περίοδο:  $T = 1 / f = 1 / 8 \text{ kHz} = 0.125 \text{ ms} = 125 \text{ } \mu\text{sec}$ . Το σήμα εξόδου έχει περίοδο 125  $\mu\text{sec}$  & πλάτος:

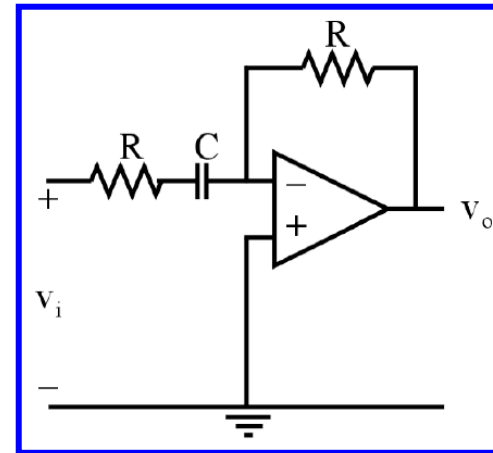
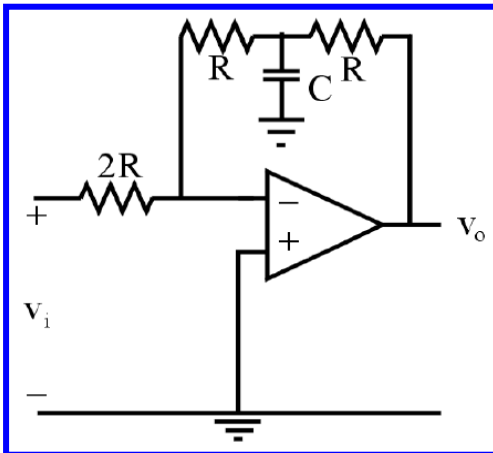
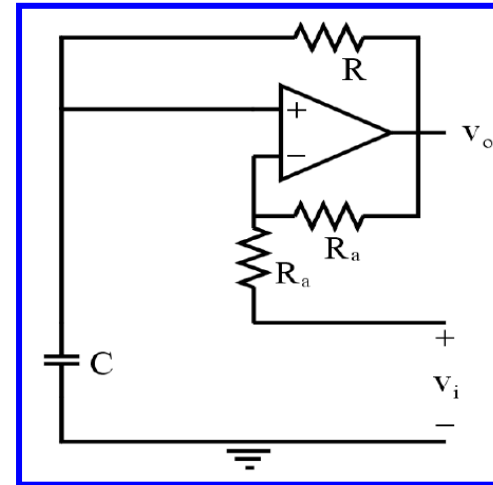
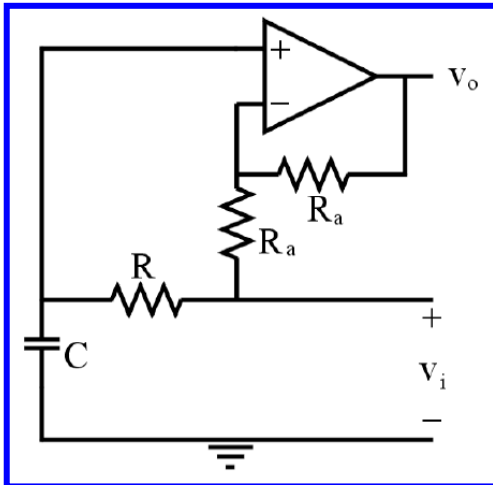
$$\frac{400 + 3 \cdot 800}{2} \text{ mV} = 1400 \text{ mV}.$$

Η κυματομορφή του σήματος εξόδου, για το χρονικό διάστημα μιας περιόδου, έχει ως εξής:



# Άσκηση 18<sup>η</sup>

Προσδιορίστε τις συναρτήσεις μεταφοράς των κυκλωμάτων του παρακάτω σχήματος θεωρώντας τους τελεστικούς ενισχυτές ιδανικούς.





# Άσκηση 18<sup>η</sup>

Βασισμένοι στη μέθοδο ανάλυσης των κόμβων, εφαρμόζουμε τον 1ο κανόνα Kirchhoff στον κόμβο A:

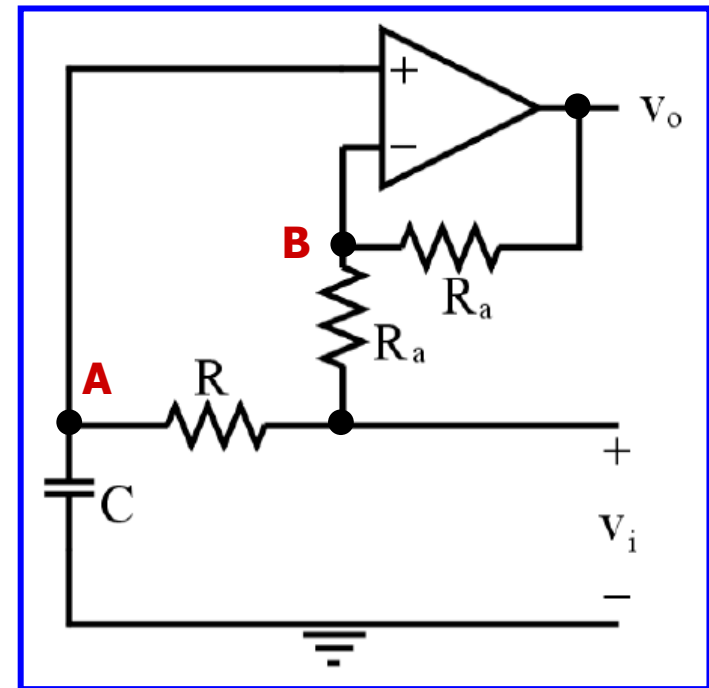
$$\left(\frac{1}{R} + Cs\right)V_+ = \frac{1}{R}V_i + 0 \Rightarrow V_+ = \frac{1}{RCs + 1}V_i$$

Εφαρμόζουμε τον 1ο κανόνα Kirchhoff στον κόμβο B:

$$\left(\frac{1}{R_a} + \frac{1}{R_a}\right)V_- = \frac{1}{R_a}V_o + \frac{1}{R_a}V_i \quad V_+ = V_-$$
$$\frac{2}{R_a}V_+ = \frac{1}{R_a}V_o + \frac{1}{R_a}V_i \Rightarrow V_o = 2V_+ - V_i$$

$$A(s) = \frac{V_o}{V_i} = \frac{2}{RCs + 1} - 1 = -\frac{RCs - 1}{RCs + 1}$$

Λόγω της παρουσίας του πυκνωτή, χρησιμοποιούμε φάσορες κατά την εφαρμογή του 1<sup>ου</sup> κανόνα Kirchhoff, που σημαίνει ότι λειτουργούμε στο πεδίο της συχνότητας.



# Άσκηση 18<sup>η</sup>

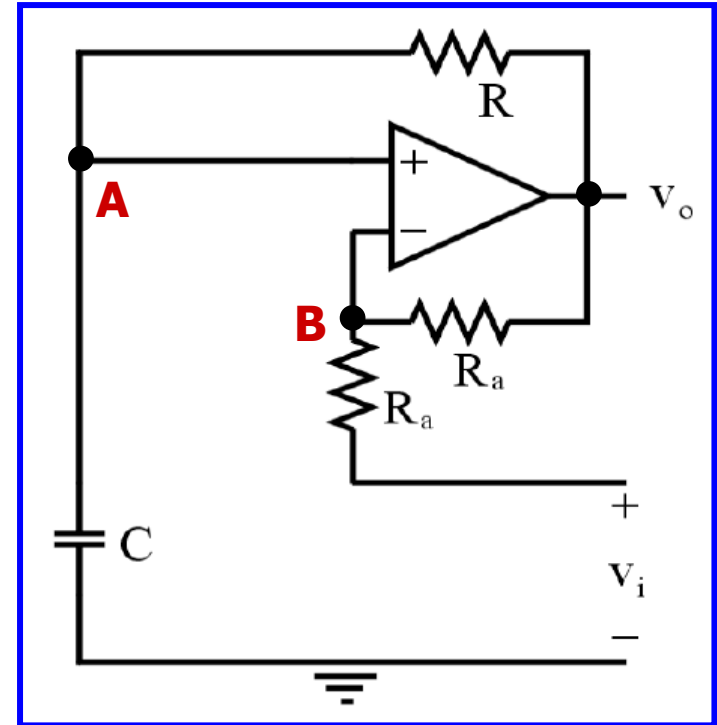
Βασισμένοι ξανά στη μέθοδο ανάλυσης των κόμβων, εφαρμόζουμε τον 1ο κανόνα Kirchhoff στον κόμβο A:

$$\left(\frac{1}{R} + Cs\right)V_+ = \frac{1}{R}V_o \Rightarrow V_+ = \frac{1}{RCs + 1}V_o$$

Εφαρμόζουμε τον 1ο κανόνα Kirchhoff στον κόμβο B:

$$\left(\frac{1}{R_a} + \frac{1}{R_a}\right)V_- = \frac{1}{R_a}V_i + \frac{1}{R_a}V_o \quad V_+ = V_- \Rightarrow$$
$$\frac{2}{R_a}V_+ = \frac{1}{R_a}V_i + \frac{1}{R_a}V_o \Rightarrow V_o = 2V_+ - V_i$$

$$A(s) = \frac{V_o}{V_i} = -\frac{RCs + 1}{RCs - 1}$$



# Άσκηση 18<sup>η</sup>

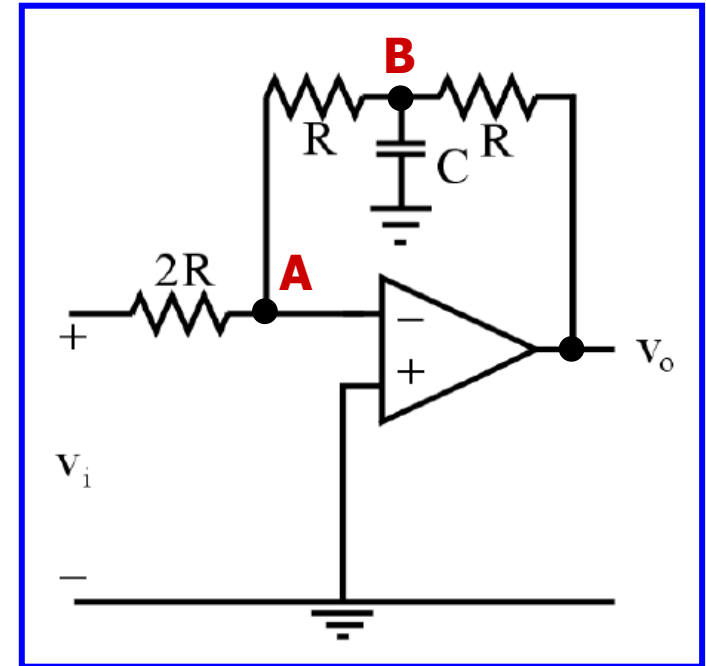
Βασισμένοι ξανά στη μέθοδο ανάλυσης των κόμβων, εφαρμόζουμε τον 1ο κανόνα Kirchhoff στον κόμβο A:

$$\left(\frac{1}{2R} + \frac{1}{R}\right) V_- = \frac{1}{2R} V_i + \frac{1}{R} V_c \Rightarrow V_c = -\frac{1}{2} V_i$$

Εφαρμόζουμε τον 1ο κανόνα Kirchhoff στον κόμβο B:

$$\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R} + Cs\right) V_c = \frac{1}{R} V_o \Rightarrow V_o = (RCs + 2)V_c$$

$$A(s) = \frac{V_o}{V_i} = -\frac{1}{2}(RCs + 2)$$

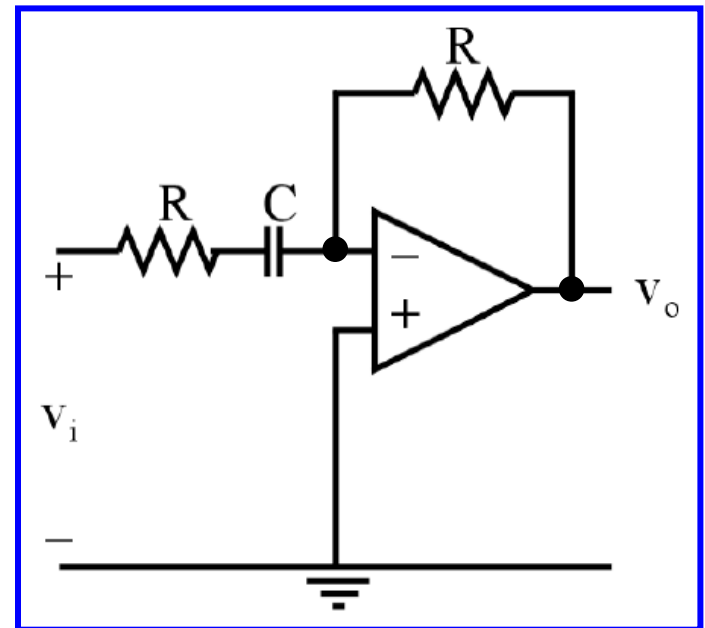


# Άσκηση 18<sup>η</sup>

Πρόκειται για τοπολογία ενισχυτή  
αρνητικής ενίσχυσης:

$$A(s) = \frac{V_o}{V_i} = -\frac{Z_2}{Z_1} \Rightarrow$$

$$A(s) = -\frac{R}{R + \frac{1}{Cs}} = -\frac{RCs}{RCs + 1}$$



# Άσκηση 19<sup>η</sup>

Για το κύκλωμα του παρακάτω σχήματος που περιλαμβάνει ΙΤΕ να προσδιορίσετε τη συνάρτηση μεταφοράς και τη συχνότητα αποκοπής του.

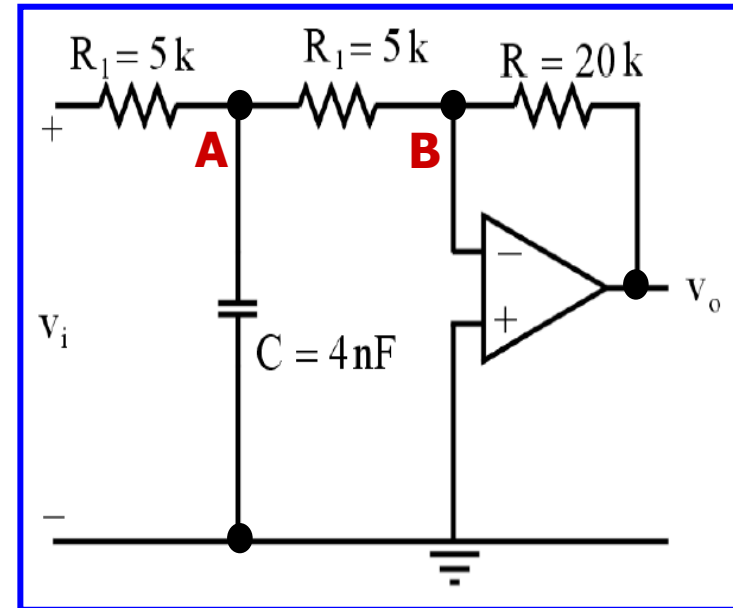
Βασισμένοι στη μέθοδο ανάλυσης των κόμβων, εφαρμόζουμε τον 1ο κανόνα Kirchhoff στον κόμβο A:

$$\left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_1} + Cs \right) V_A = \frac{1}{R_1} V_i + \frac{1}{R_1} V_- \stackrel{V_+ = V_- = 0}{\Rightarrow} V_A = \frac{1}{2 + R_1 Cs} V_i$$

Εφαρμόζουμε τον 1ο κανόνα Kirchhoff στον κόμβο B:

$$\left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R} \right) V_- = \frac{1}{R_1} V_A + \frac{1}{R} V_o \stackrel{V_+ = V_- = 0}{\Rightarrow} V_o = -\frac{R}{R_1} V_A$$

$$A(s) = \frac{V_o}{V_i} = -\frac{R}{R_1} \cdot \frac{1}{2 + R_1 Cs} = -\left( \frac{20 \cdot 10^3}{5 \cdot 10^3} \right) \frac{1}{2 + 5 \cdot 10^3 \cdot 4 \cdot 10^{-9} \cdot s} = \frac{-4}{2 + 2 \cdot 10^{-5} \cdot s} = \frac{-2}{1 + 10^{-5} \cdot s}$$



## Άσκηση 19<sup>η</sup>

Η συχνότητα αποκοπής είναι η συχνότητα για την οποία το μέτρο της απόκρισης συχνότητας (ενίσχυσης) του κυκλώματος είναι 3dB κάτω από τη μέγιστή τιμή του ή η συχνότητα για την οποία το μέτρο της ενίσχυσης ισούται με τη μέγιστη τιμή του διαιρεμένη με την τετραγωνική ρίζα του 2.

$$|A| = \frac{|-2|}{|1 + 10^{-5} \cdot s|} \Rightarrow |A| = \frac{2}{\sqrt{1 + (10^{-5} \cdot \omega)^2}} \Rightarrow |A| = \frac{2}{\sqrt{1 + 10^{-10} \cdot \omega^2}}$$

Προκύπτει ότι η μέγιστη τιμή του μέτρου της ενίσχυσης επιτυγχάνεται για μηδενική συχνότητα ( $\omega = 0$ ) και ισούται με 2.

$$\frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{1 + 10^{-10} \cdot \omega_c^2}} \Rightarrow 2 = 1 + 10^{-10} \cdot \omega_c^2 \Rightarrow \omega_c^2 = \frac{1}{10^{-10}} \Rightarrow \omega_c = 10^5 \text{ rad/sec}$$

Η συνάρτηση μεταφοράς έχει τη μορφή συνάρτησης βαθυπερατού κυκλώματος (που αναλύθηκε στην 3<sup>η</sup> ενότητα), δηλαδή  $[1 / (1 + \tau s)]$  με ενίσχυση -2, και σταθερά χρόνου  $10^{-5}$  sec, συνεπώς μπορούμε και χωρίς τον παραπάνω υπολογισμό να αποφανθούμε ότι:  $\omega_c = 1 / \tau = 10^5$  rad/sec.

$$f_c = \omega_c / 2\pi \Rightarrow f_c = 10^5 / 6.28 \text{ Hz} \Rightarrow f_c = 15.9 \text{ kHz}$$

# Άσκηση 20η

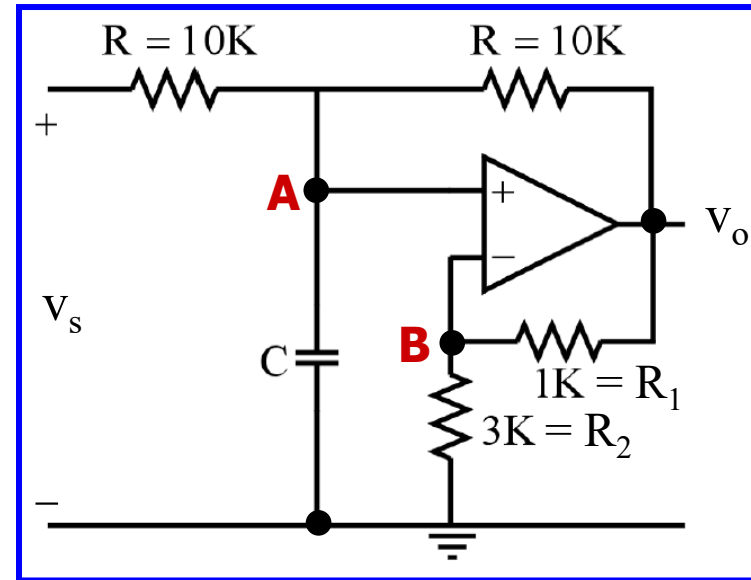
Για το κύκλωμα του παρακάτω σχήματος που περιλαμβάνει ΙΤΕ, προσδιορίστε την συνάρτηση μεταφοράς και την χωρητικότητα του πυκνωτή, ώστε η συχνότητα αποκοπής του κυκλώματος να είναι 1 kHz.

Βασισμένοι στη μέθοδο ανάλυσης των κόμβων, εφαρμόζουμε τον 1ο κανόνα Kirchhoff στον κόμβο A:

$$\left( \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + Cs \right) V_+ = \frac{1}{R} V_s + \frac{1}{R} V_o \Rightarrow V_- = \frac{V_s + V_o}{2 + RCs}$$

Εφαρμόζουμε τον 1ο κανόνα Kirchhoff στον κόμβο B:

$$\left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) V_- = \frac{1}{R_1} V_o \Rightarrow V_o = \frac{R_1^2 R_2}{R_1 + R_2} V_- \Rightarrow V_o = \frac{4}{3} V_-$$



$$V_o = \frac{4}{3} \cdot \frac{V_s + V_o}{2 + RCs} \Rightarrow 6V_o + 3RCsV_o = 4V_s + 4V_o \Rightarrow A(s) = \frac{V_o}{V_s} = \frac{4}{3RCs + 2} = \frac{2}{1.5 \cdot 10^4 Cs + 1}$$

## Άσκηση 20η

Το μέτρο της απόκρισης συχνότητας (ενίσχυσης) του κυκλώματος έχει ως εξής:

$$|A| = \frac{2}{\sqrt{(1.5 \cdot 10^4 \cdot C \cdot \omega)^2 + 1^2}} \Rightarrow |A| = \frac{2}{\sqrt{2.25 \cdot 10^8 \cdot C^2 \cdot \omega^2 + 1}}$$

Η μέγιστη τιμή του μέτρου της ενίσχυσης επιτυγχάνεται για μηδενική συχνότητα ( $\omega = 0$ ) και ισούται με 2. Δίνεται ότι  $f_c = 1$  kHz, επομένως:

$$\omega_c = 2 \cdot \pi \cdot f_c = 6.28 \cdot 10^3 \text{ rad/sec}$$

Η συχνότητα αποκοπής είναι εκείνη για την οποία το μέτρο της ενίσχυσης είναι 3dB κάτω από τη μέγιστη τιμή του ή η συχνότητα για την οποία το μέτρο της ενίσχυσης ισούται με τη μέγιστη τιμή του διαιρεμένη με την τετραγωνική ρίζα του 2:

$$\frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2.25 \cdot 10^8 \cdot C^2 \cdot \omega_c^2 + 1}} \Rightarrow 2 = 2.25 \cdot 10^8 \cdot C^2 \cdot \omega_c^2 + 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C = \sqrt{\frac{1}{88.65 \cdot 10^{14}}} \text{ F} = 10.6 \text{ nF}$$



## Άσκηση 20η

**Εναλλακτικά**, παρατηρώντας την συνάρτηση μεταφοράς του κυκλώματος προκύπτει ότι αποτελεί συνάρτηση μεταφοράς βαθυπερατού κυκλώματος, δηλαδή είναι της μορφής  $1 / (1 + \tau s)$  με ενίσχυση 2 και σταθερά χρόνου  $\tau = 1.5 \cdot 10^4 \cdot C$ .

$$A(s) = 2 \cdot \frac{1}{1 + 1.5 \cdot 10^4 \cdot C \cdot s}$$

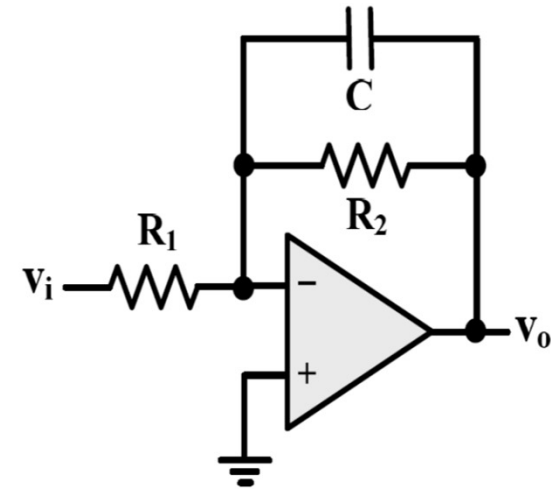
Χρησιμοποιώντας τη σταθερά χρόνου του κυκλώματος που προκύπτει από τη συνάρτηση μεταφοράς, μπορούμε μέσω της δεδομένης συχνότητας αποκοπής να υπολογίσουμε εύκολα τη ζητούμενη χωρητικότητα του πυκνωτή:

$$\omega_c = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{1.5 \cdot 10^4 \cdot C} \Rightarrow 6.28 \cdot 10^3 = \frac{1}{1.5 \cdot 10^4 \cdot C} \Rightarrow C = 10.6 \text{ nF}$$

# Άσκηση 21<sup>η</sup>

Για το κύκλωμα του διπλανού σχήματος, που περιλαμβάνει ιδανικό τελεστικό ενισχυτή, δίνεται ότι  $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 20 \text{ k}\Omega$  και  $C = 10 \text{ nF}$ .

- (α) Να υποδείξετε την τοπολογία αρνητικής ανατροφοδότησης που εφαρμόζεται στο κύκλωμα και να αναφέρετε την επίδραση της στις αντιστάσεις εισόδου και εξόδου του ενισχυτή.
- (β) Να προσδιορίσετε την συνάρτηση μεταφοράς  $A(s)$  του κυκλώματος ( $s = j \cdot \omega$ : μιγαδική συχνότητα).
- (γ) Να υπολογίσετε την ενίσχυση του κυκλώματος στο συνεχές ρεύμα.
- (δ) Να υπολογίσετε την συχνότητα αποκοπής του κυκλώματος.



# Άσκηση 21<sup>η</sup>

- (α) Πρόκειται για ενισχυτή στον οποίο εφαρμόζεται αρνητική ανατροφοδότηση τάσης παράλληλα με την είσοδο, αφού μέσω του βρόχου ανατροφοδότησης που αποτελείται από την αντίσταση  $R_2$  και τον πυκνωτή  $C$ , λαμβάνεται η τάση εξόδου και αφαιρείται ανάλογο με αυτή ρεύμα από το ρεύμα εισόδου. Με την εφαρμογή αυτής της τοπολογίας ανατροφοδότησης, μειώνονται οι αντιστάσεις εισόδου και εξόδου του ενισχυτή.
- (β) Χρησιμοποιούμε τη μέθοδο ανάλυσης των κόμβων, δηλαδή εφαρμόζουμε τον 1ο κανόνα Kirchhoff στον κόμβο του ακροδέκτη αντιστροφής του ιδανικού τελεστικού ενισχυτή. Θα πρέπει να εξισώσουμε το άθροισμα των αγωγιμοτήτων (δηλ. των αντίστροφων αντιστάσεων ή σύνθετων αντιστάσεων) που ξεκινούν από τον κόμβο αυτό πολλαπλασιασμένο με την τάση του, με το άθροισμα των γινομένων των αγωγιμοτήτων αυτών με τις τάσεις των κόμβων στους οποίους καταλήγουν. Λόγω της παρουσίας του πυκνωτή, χρησιμοποιούμε φάσορες κατά την εφαρμογή του 1ου κανόνα Kirchhoff (δηλαδή, λειτουργούμε στο πεδίο της συχνότητας).

Έτσι, στον κόμβο του ακροδέκτη αντιστροφής του τελεστικού ενισχυτή, έχουμε:

$$\left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + C \cdot s \right) \cdot V_- = \frac{1}{R_1} \cdot V_i + \frac{1}{R_2} \cdot V_o + C \cdot s \cdot V_o \Rightarrow \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + C \cdot s \right) \cdot 0 = \frac{1}{R_1} \cdot V_i + \frac{1}{R_2} \cdot V_o + C \cdot s \cdot V_o \Rightarrow$$

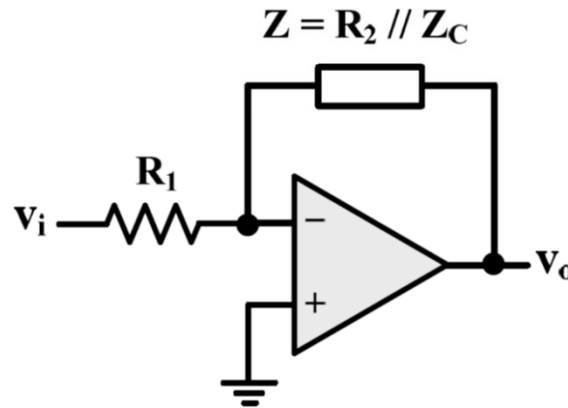
$$\left( \frac{1}{R_2} + C \cdot s \right) \cdot V_o = -\frac{1}{R_1} \cdot V_i \Rightarrow \frac{V_o}{V_i} = -\frac{\frac{1}{R_1}}{\frac{1}{R_2} + C \cdot s} \Rightarrow A(s) = \frac{-R_2/R_1}{1 + R_2 \cdot C \cdot s} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A(s) = \frac{-20 \cdot 10^3 / 10 \cdot 10^3}{1 + 20 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 10^{-9} \cdot s} \Rightarrow A(s) = \frac{-2}{1 + 2 \cdot 10^{-4} \cdot s}.$$

Στην παραπάνω σχέση χρησιμοποιήσαμε την ιδιότητα αντιγραφής των τάσεων στους ακροδέκτες του ιδανικού τελεστικού ενισχυτή, δηλαδή ότι  $V_- = V_+ = 0$ .

# Άσκηση 21<sup>η</sup>

**Εναλλακτικά**, για να προσδιορίσουμε τη συνάρτηση μεταφοράς, μπορούμε να απλοποιήσουμε το κύκλωμα, αξιοποιώντας την παράλληλη σύνδεση της αντίστασης  $R_2$  με τον πυκνωτή  $C$ . Το απλοποιημένο κύκλωμα αποτελεί αντιστροφέα με αντίσταση εισόδου  $R_1$  και αντίσταση ανατροφοδότησης την σύνθετη αντίσταση  $Z$ :



$$Z = \frac{R_2 \cdot Z_C}{R_2 + Z_C} = \frac{R_2 \cdot \frac{1}{C \cdot s}}{R_2 + \frac{1}{C \cdot s}} = \frac{R_2}{R_2 \cdot C \cdot s + 1}$$

Για τον αντιστροφέα ισχύει ότι:

$$V_o = -\frac{Z}{R_1} \cdot V_i \Rightarrow \frac{V_o}{V_i} = -\frac{\frac{R_2}{R_2 \cdot C \cdot s + 1}}{R_1} \Rightarrow A(s) = \frac{-R_2/R_1}{1 + R_2 \cdot C \cdot s} \Rightarrow A(s) = \frac{-2}{1 + 2 \cdot 10^{-4} \cdot s}$$

# Άσκηση 21<sup>η</sup>

- (γ) Η ενίσχυση στο συνεχές ρεύμα προκύπτει εύκολα από την συνάρτηση μεταφοράς του κυκλώματος, εάν σ' αυτή μηδενίσουμε την συχνότητα. Έτσι, για  $s = j \cdot \omega = 0$ , προκύπτει ότι  $A_o = -2$ .

Στο ίδιο αποτέλεσμα μπορούμε να καταλήξουμε εάν στο κύκλωμα που δίνεται θεωρήσουμε τον πυκνωτή ως ανοικτό κύκλωμα, αφού έτσι λειτουργεί στο συνεχές ρεύμα. Στην περίπτωση αυτή το κύκλωμα αποτελεί ενισχυτή αρνητικής ενίσχυσης (ή αντιστροφή) για τον οποίο ισχύει ότι:

$$v_o = -\frac{R_2}{R_1} \cdot v_i \Rightarrow \frac{v_o}{v_i} = -2 \Rightarrow A_o = -2.$$

- (δ) Η συχνότητα αποκοπής είναι εκείνη για την οποία το μέτρο της ενίσχυσης του κυκλώματος ισούται με τη μέγιστη τιμή του, διαιρεμένη με την τετραγωνική ρίζα του 2.

Το μέτρο της ενίσχυσης του κυκλώματος έχει ως εξής:

$$|A| = \frac{|-2|}{|1 + 2 \cdot 10^{-4} \cdot s|} \Rightarrow |A| = \frac{2}{\sqrt{1 + (2 \cdot 10^{-4} \cdot \omega)^2}} \Rightarrow |A| = \frac{2}{\sqrt{1 + 4 \cdot 10^{-8} \cdot \omega^2}}.$$

Η μέγιστη τιμή του μέτρου της ενίσχυσης προκύπτει για  $\omega = 0$  και ισούται με 2. Η συχνότητα αποκοπής υπολογίζεται από την ακόλουθη εξίσωση:

$$\frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{1 + 4 \cdot 10^{-8} \cdot \omega_c^2}} \Rightarrow 2 = 1 + 4 \cdot 10^{-8} \cdot \omega_c^2 \Rightarrow \omega_c^2 = \frac{1}{4 \cdot 10^{-8}} \Rightarrow \omega_c = \frac{1}{2 \cdot 10^{-4}} \text{ rad/sec} = 5000 \text{ rad/sec}.$$

$$f_c = \frac{\omega_c}{2\pi} \Rightarrow f_c = \frac{5000}{2\pi} \text{ Hz} \Rightarrow f_c = 796 \text{ Hz}.$$

# Άσκηση 21<sup>η</sup>

---

**Εναλλακτικά**, εάν παρατηρήσουμε ότι η συνάρτηση μεταφοράς  $[ A(s) = -2 / (1 + 2 \cdot 10^{-4} \cdot s) ]$  έχει τη μορφή συνάρτησης βαθυπερατού κυκλώματος (η οποία αναλύεται στην 3<sup>η</sup> ενότητα του μαθήματος), με σταθερά χρόνου  $\tau = 2 \cdot 10^{-4} \text{ sec}$  και ενίσχυση  $-2$ , μπορούμε να αποφανθούμε ότι η γωνιακή συχνότητα (ή ταχύτητα) απόκοπής είναι  $\omega_c = 1 / \tau = 0.5 \cdot 10^4 \text{ rad/sec} = 5000 \text{ rad/sec}$ , χωρίς να διενεργήσουμε τον παραπάνω υπολογισμό μέσω του μέτρου της ενίσχυσης.



Τέλος 6<sup>ης</sup> ενότητας