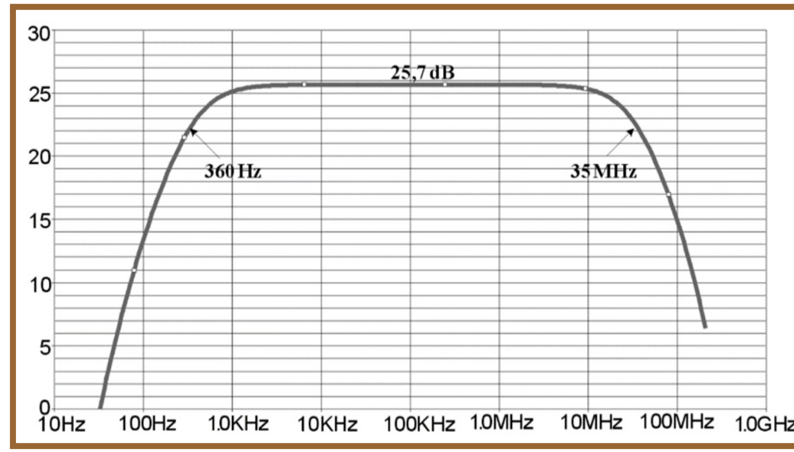
# ΑΝΑΛΟΓΙΚΑ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΑ ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ

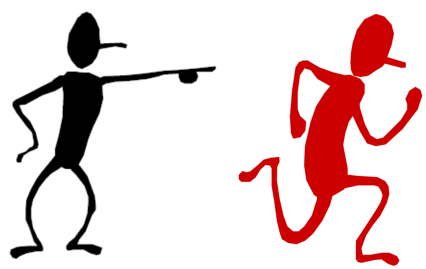

Λάμπρος Μπισδούνης

Καθηγητής


3$^{η}$ ενότητα

## ΑΠΟΚΡΙΣΗ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ ΕΝΙΣΧΥΤΩΝ



# Περιεχόμενα 3ης ενότητας

- Στην τρίτη ενότητα θα μελετήσουμε την απόκριση συχνότητας των ενισχυτών σε ευρεία περιοχή συχνοτήτων, όπου θα ληφθεί υπόψη η επίδραση των εξωτερικών μη ωμικών στοιχείων και των παρασιτικών χωρητικοτήτων των τρανζίστορ.
- Ημιτονική ανάλυση κυκλώματος και συνάρτηση μεταφοράς.
- Αποκρίσεις χρόνου και συχνότητας κυκλωμάτων πρώτου βαθμού:
  - ✓ Βαθυπερατό κύκλωμα.
  - ✓ Υψηπερατό κύκλωμα.
- Αποκρίσεις συχνότητας ενισχυτών (κοινού εκπομπού και κοινής βάσης).
- Διεύρυνση ανώτερης συχνότητας λειτουργίας ενισχυτή.
- Απόκριση χρόνου ενισχυτή.
- Συμπεράσματα και ασκήσεις.

# Ημιτονική ανάλυση και συνάρτηση μεταφοράς

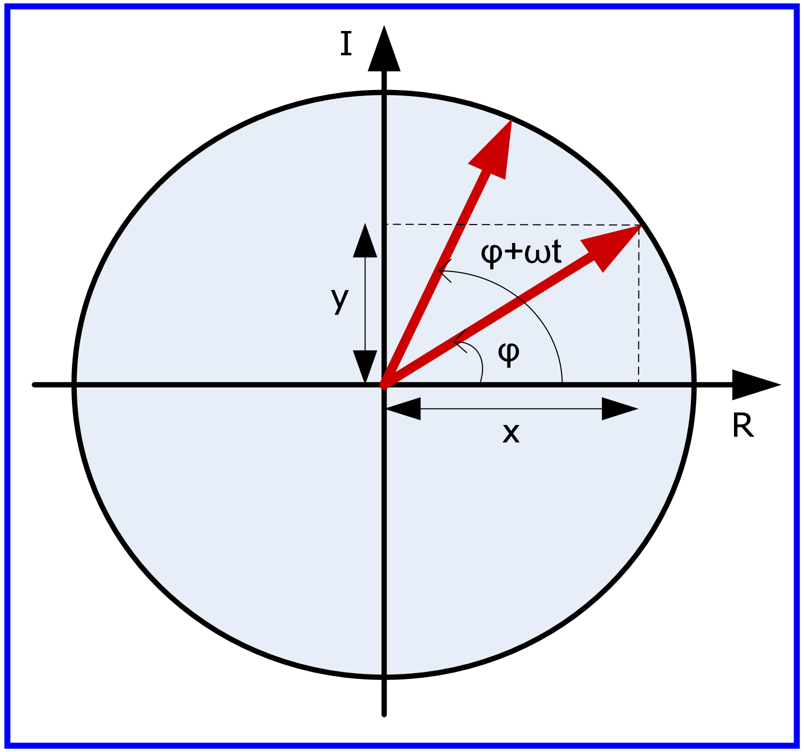
- Ημιτονική ανάλυση ενισχυτή: πως μεταβάλλεται το πλάτος και η φάση του σήματος εξόδου για διάφορες τιμές της συχνότητας του ημιτονικού σήματος εισόδου.
- Κατά την ημιτονική ανάλυση προσδιορίζεται το μέτρο και η φάση (δηλ. ο φάσορας $V_o \angle \varphi^o$) του σήματος εξόδου.
- Εάν σήμα εισόδου x(t) και σήμα εξόδου y(t), τότε στο χώρο των συχνοτήτων ισχύει η σχέση:
  - ✓ $Y(j\omega) = H(j\omega) \cdot X(j\omega)$
  - ✓ $H(j\omega)$: συνάρτηση μεταφοράς του κυκλώματος
  - ✓ $Y(j\omega)$, $X(j\omega)$: φάσορες σημάτων εξόδου και εισόδου.
- Στο χώρο της μιγαδικής συχνότητας s (χώρος Laplace με $s=j\omega$):
  - ✓ $Y(s) = H(s) \cdot X(s)$
- Επομένως, το μέτρο και η φάση του σήματος εξόδου εξαρτώνται από τη συνάρτηση μεταφοράς από την οποία λαμβάνουμε και τη σχετική πληροφορία.

# Ημιτονική ανάλυση

- Για να αναλύσουμε λοιπόν ένα κύκλωμα με ημιτονική διέγερση μετασχηματίζουμε τα στοιχεία του κυκλώματος από το πεδίο του χρόνου στο πεδίο της συχνότητας (φάσορες για τάσεις και ρεύματα και σύνθετες αντιστάσεις ή μιγαδικές εμπεδήσεις για πυκνωτές και πηνία).
- Σύνθετες αντιστάσεις πυκνωτή: $Z_C = 1 / j\omega C = - j / \omega C = 1 / s C$.
- Σύνθετη αντίσταση πηνίου: $Z_L = j\omega L = s L$.
- Φάσορες ρευμάτων και τάσεων.
- Μετά από το μετασχηματισμό των στοιχείων στο πεδίο της συχνότητας μπορούμε να αναλύσουμε το κύκλωμα με τις γνωστές μεθόδους (κανόνες Kirchhoff κλπ.), δηλαδή με τον ίδιο τρόπο που αντιμετωπίζουμε ένα γραμμικό κύκλωμα.
- Στο τέλος της ανάλυσης εάν επιθυμούμε να εξάγουμε τις κυματομορφές τάσης ή ρεύματος στο πεδίο του χρόνου, μετασχηματίζουμε τους αντίστοιχους φάσορες στις κυματομορφές τάσης ή ρεύματος που αντιπροσωπεύουν.

# Φάσορες σημάτων (ρευμάτων ή τάσεων)

- Οι ημιτονικές συναρτήσεις (σήματα) μίας συχνότητας (f, ω = 2πf) μπορούν να αντιστοιχιστούν με περιστρεφόμενα μιγαδικά διανύσματα (φάσορες) που συμβολίζονται με κεφαλαία γράμματα.




$$i(t) = I_o \sin(\omega t + \varphi)$$

$$I = \frac{I_o}{\sqrt{2}} \cdot e^{j\varphi} = I_{rms} \angle \varphi = I_{rms} \cos\varphi + j I_{rms} \sin\varphi$$

$$I = x + jy$$

$$I_{rms} = \sqrt{x^2 + y^2} \qquad \varphi = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$$

$$\varphi\ (\sigma\varepsilon\ ^\circ) = \frac{180 \cdot \varphi\ (\sigma\varepsilon\ \mathrm{rad})}{\pi}$$

- Ο μετασχηματισμός στο πεδίο της συχνότητας (Laplace) μας δίνει τη δυνατότητα να αναλύσουμε ένα κύκλωμα με γραμμικές εξισώσεις, αποφεύγοντας τις διαφορίσεις και ολοκληρώσεις που προκύπτουν στο πεδίο του χρόνου.

# Συνάρτηση μεταφοράς

- Η συνάρτηση μεταφοράς ενός κυκλώματος (γενικότερα συστήματος) μπορεί να εκφραστεί ως εξής:

$$\boxed{H(s) = A_m \frac{(s-z_1)\cdot(s-z_2)\cdots(s-z_m)}{(s-p_1)\cdot(s-p_2)\cdots(s-p_n)}}$$

- $z_1$, $z_2$, …, $z_m$ είναι οι ρίζες του πολυωνύμου του αριθμητή και αναφέρονται ως μηδενικά της συνάρτησης μεταφοράς και $p_1$, $p_2$, …, $p_n$ είναι οι ρίζες του πολυωνύμου του παρονομαστή και αναφέρονται ως πόλοι της συνάρτησης μεταφοράς ή φυσικές συχνότητες του συστήματος.

- Αντικαθιστώντας στη συνάρτηση μεταφοράς το s με jω:

Φάση της H(jω)

$$\boxed{H(j\omega) = \left|H(j\omega)\right|\cdot e^{j\angle H(j\omega)}}$$

$$\boxed{\angle H(j\omega) = \sum_{i=1}^{m}\left(\tan^{-1}\frac{\omega}{-z_i}\right) - \sum_{i=1}^{n}\left(\tan^{-1}\frac{\omega}{-p_i}\right)}$$

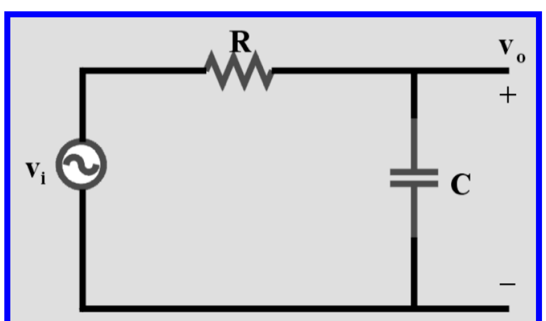
Μέτρο της H(jω)

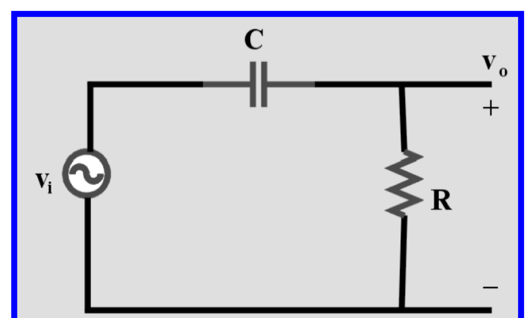
$$\boxed{\left|H(j\omega)\right| = \left|A_m\right|\cdot\frac{\left|(j\omega-z_1)\right|\cdot\left|(j\omega-z_2)\right|\cdots\left|(j\omega-z_m)\right|}{\left|(j\omega-p_1)\right|\cdot\left|(j\omega-p_2)\right|\cdots\left|(j\omega-p_n)\right|} = \left|A_m\right|\cdot\frac{\sqrt{\omega^2+z_1^2}\cdot\sqrt{\omega^2+z_2^2}\cdots\sqrt{\omega^2+z_m^2}}{\sqrt{\omega^2+p_1^2}\cdot\sqrt{\omega^2+p_2^2}\cdots\sqrt{\omega^2+p_n^2}}}$$

# Κυκλώματα RC 1ου βαθμού

- Η απόκριση συχνότητας περιγράφεται από δύο επιμέρους αποκρίσεις: την απόκριση μέτρου και την απόκριση φάσης.
- Για τη μελέτη απόκρισης συχνότητας σύνθετων συναρτήσεων μεταφοράς (δηλ. σύνθετων κυκλωμάτων) χρησιμοποιούνται οι αποκρίσεις απλών κυκλωμάτων.
- Στους ενισχυτές συνυπάρχουν περισσότεροι του ενός πυκνωτές και η απόκριση συχνότητας μπορεί να προσεγγιστεί θεωρώντας τη δράση καθενός από τους πυκνωτές χωριστά και λαμβάνοντας στο τέλος τη συνδυασμένη δράση όλων των πυκνωτών.
- Χρήσιμα κυκλώματα RC πρώτου βαθμού για την ανάλυση των ενισχυτών:
  - ✓ Κύκλωμα ολοκλήρωσης (βαθυπερατό κύκλωμα)
  - ✓ Κύκλωμα διαφόρισης (υψηπερατό κύκλωμα).

ΒΑΘΥΠΕΡΑΤΟ ΚΥΚΛΩΜΑ

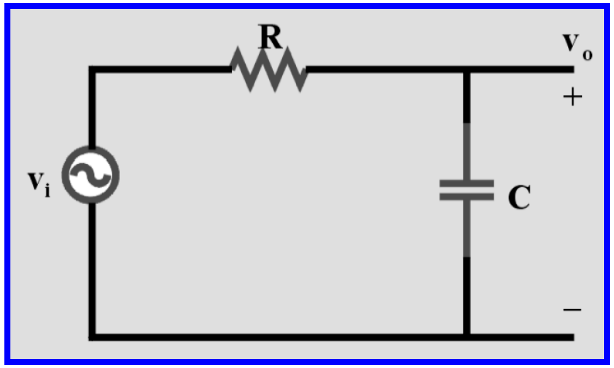



ΥΨΗΠΕΡΑΤΟ ΚΥΚΛΩΜΑ

# Συνάρτηση μεταφοράς κυκλωμάτων RC 1ου βαθμού

ΒΑΘΥΠΕΡΑΤΟ ΚΥΚΛΩΜΑ

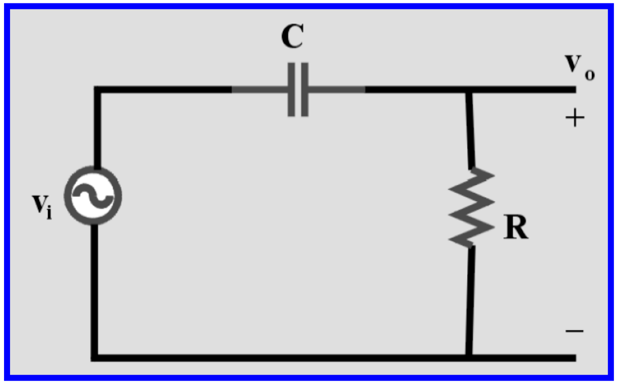



$$V_o = \frac{Z_C}{Z_C + R} V_i \Rightarrow \frac{V_o}{V_i} = \frac{1/j\omega C}{1/j\omega C + R} = \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

$$H(s) = \frac{1}{1+\tau s}, \quad s = j\omega, \quad \tau = RC$$

τ: σταθερά χρόνου

ΥΨΗΠΕΡΑΤΟ ΚΥΚΛΩΜΑ

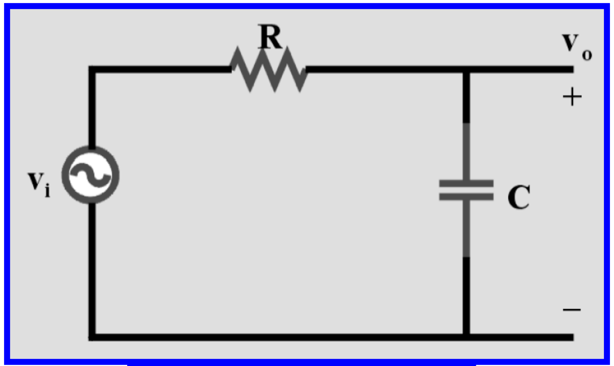



$$V_o = \frac{R}{Z_C + R} V_i \Rightarrow \frac{V_o}{V_i} = \frac{R}{1/j\omega C + R} = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC}$$

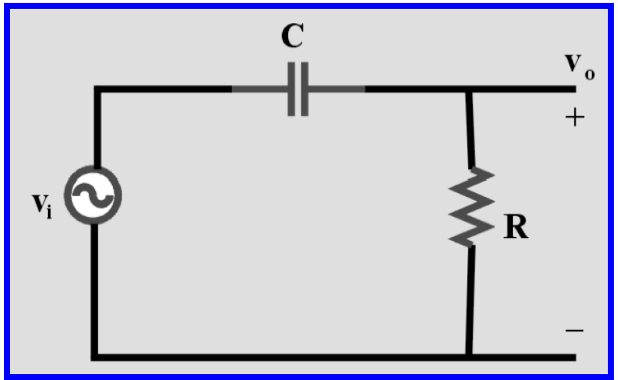
$$H(s) = \frac{\tau s}{1+\tau s}, \quad s = j\omega, \quad \tau = RC$$

# Απόκριση χρόνου κυκλωμάτων RC 1ου βαθμού

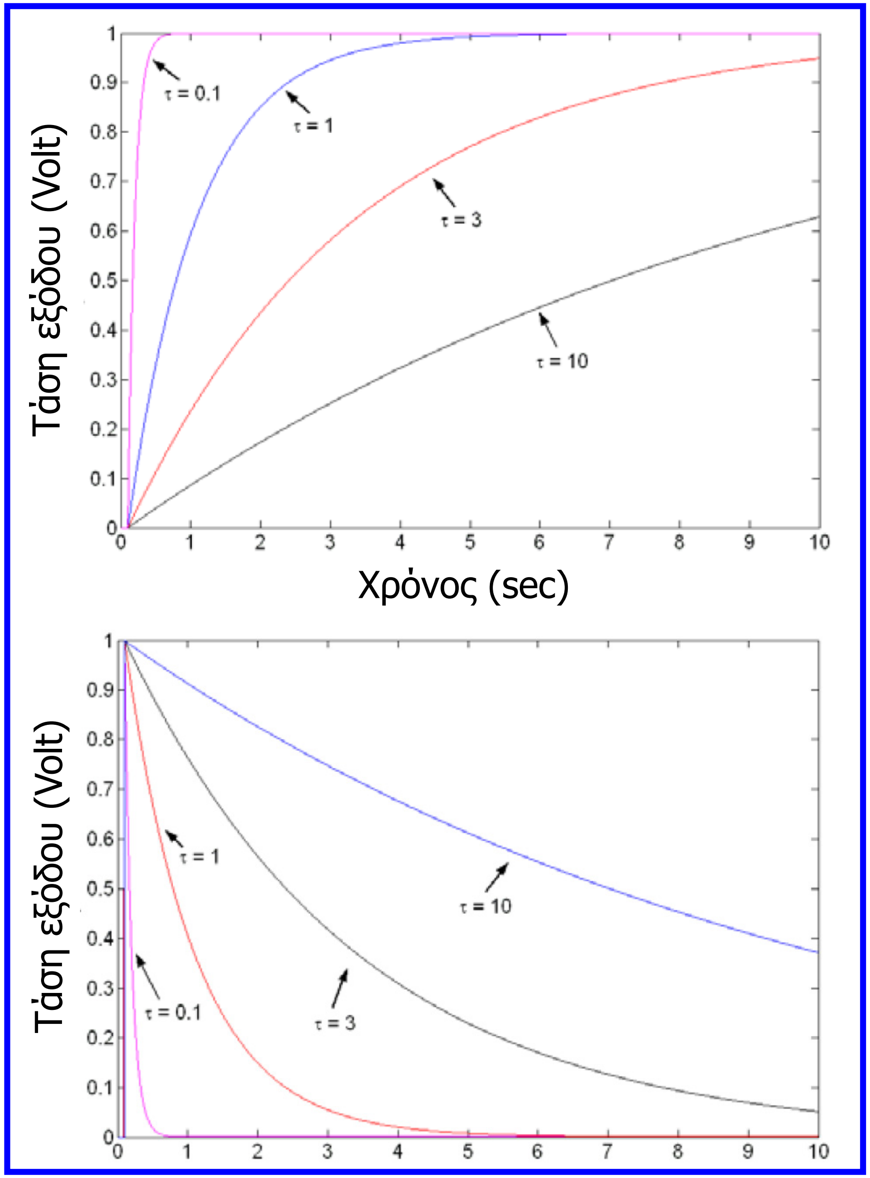
Είσοδος: μοναδιαία βηματική συνάρτηση




$$v_o(t) = 1 - e^{-t/\tau}$$




$$v_o(t) = e^{-t/\tau}$$

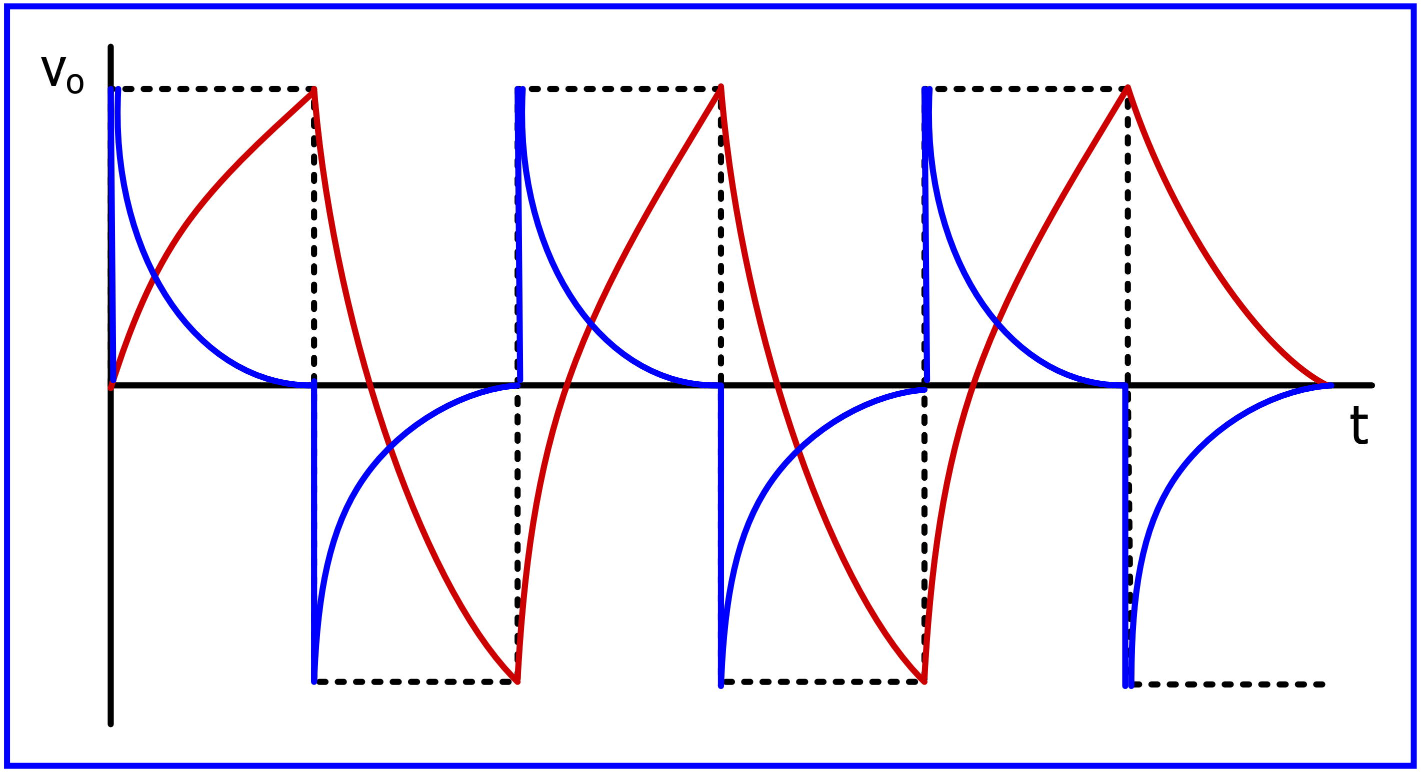


# Απόκριση χρόνου κυκλωμάτων RC 1ου βαθμού

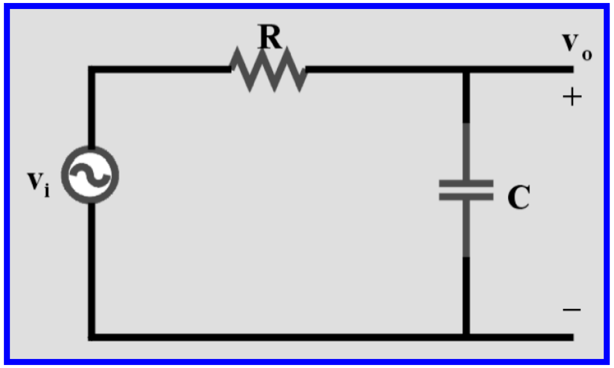
Τετραγωνικός παλμός τάσης εισόδου

Απόκριση χρόνου κυκλώματος ολοκλήρωσης (βαθυπερατού)

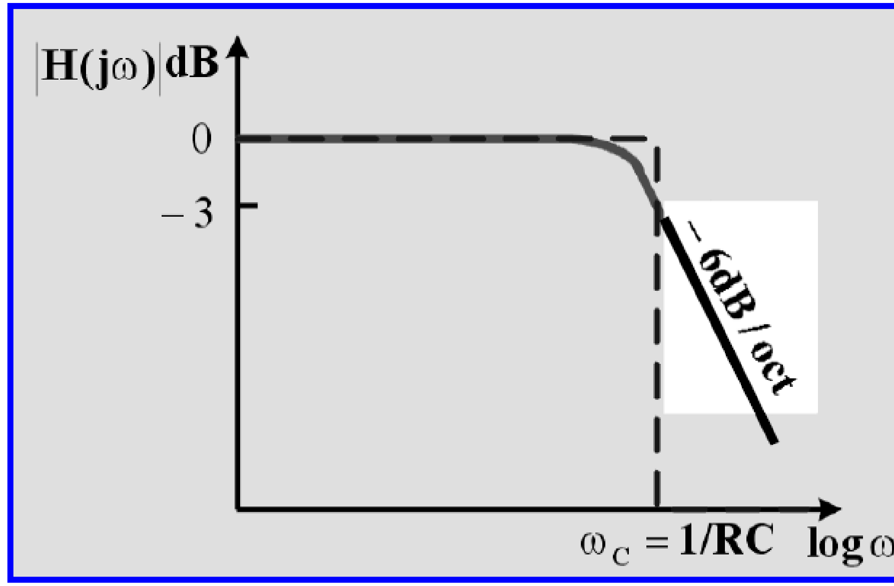
Απόκριση χρόνου κυκλώματος διαφόρισης (υψηπερατού)



# Απόκριση συχνότητας μέτρου βαθυπερατού




$$H(s) = \frac{1}{1+\tau s}$$

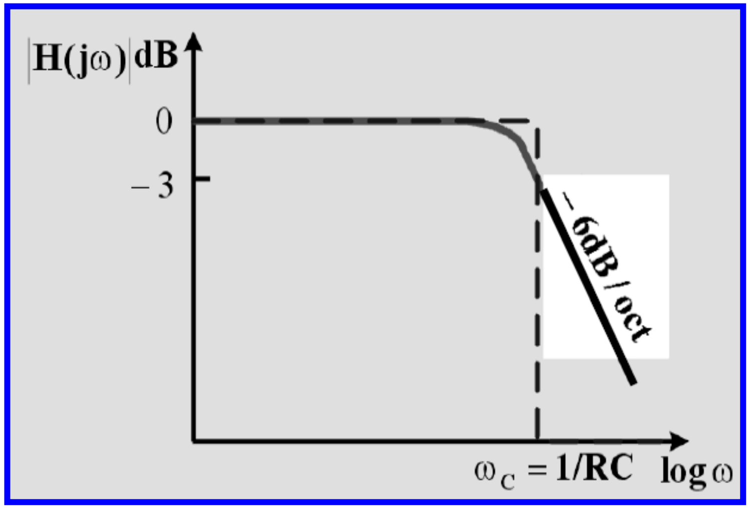



- Οι κυματομορφές σημάτων εξόδου παραμένουν αναλλοίωτες όταν η συχνότητα σήματος εισόδου βρίσκεται μέσα στη ζώνη διέλευσης ($\omega < \omega_c$). Εκτός της ζώνης διέλευσης, οι παλμοί σημάτων εξόδου υφίστανται ολοκλήρωση.
- Η απόκριση συχνότητας μέτρου δίνεται γραφικά με διάγραμμα Bode, στο οποίο η απόκριση μέτρου υπολογίζεται σε dB εάν πολλαπλασιάσουμε το δεκαδικό λογάριθμο του μέτρου της συνάρτησης μεταφοράς με το 20 ($20\log|H(j\omega)|$) και η συχνότητα εκφράζεται σε λογαριθμική κλίμακα ($\log\omega$).
- Μία οκτάβα (oct) αντιστοιχεί σε διπλασιασμό της συχνότητας.

# Απόκριση συχνότητας μέτρου βαθυπερατού

$$H(s)=\frac{1}{\tau s+1}$$

$$H(j\omega)=\frac{1}{1+j\tau\omega}=\frac{1}{1+j\dfrac{\omega}{\omega_c}}$$




Η συνάρτηση μεταφοράς έχει έναν πραγματικό πόλο $s_p$ = -1 / τ στον οποίο αντιστοιχεί η ιδιοσυχνότητα ή συχνότητα αποκοπής $\omega_c$ = 1 / τ του κυκλώματος

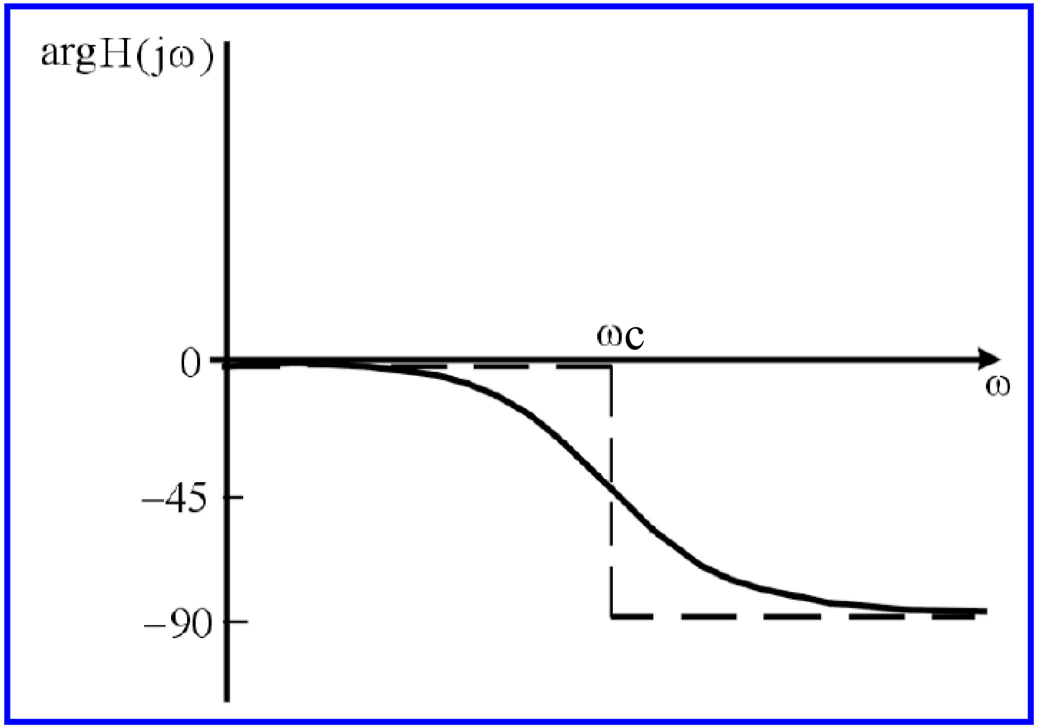
$$|H(j\omega)|=\frac{1}{\sqrt{1+\left(\dfrac{\omega}{\omega_c}\right)^2}} \Rightarrow$$

$$|H(j\omega)|_{\omega=0}=1 \Rightarrow 0\ \mathrm{dB}$$

$$|H(j\omega)|_{\omega=\omega_c}=\frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow -3\ \mathrm{dB}$$

$$|H(j\omega)|_{\omega=2\omega_c}\approx\frac{1}{2} \Rightarrow -6\,\mathrm{dB}$$

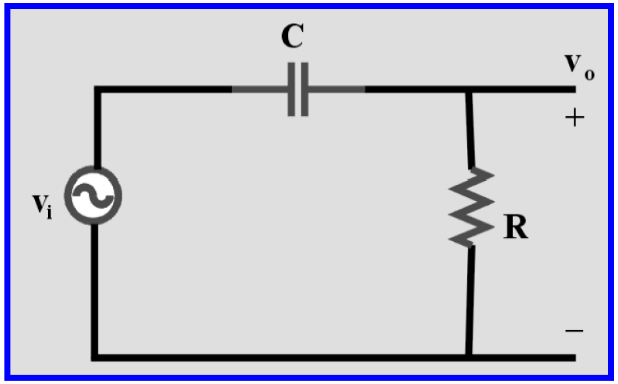
# Απόκριση συχνότητας φάσης βαθυπερατού



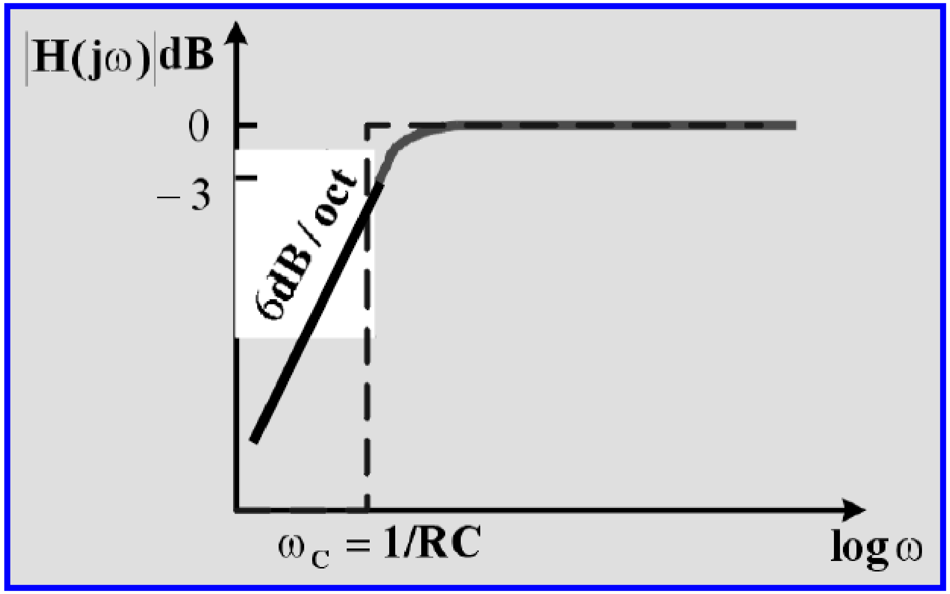

$$\varphi = \angle H(j\omega) = -\tan^{-1}\frac{\omega}{\omega_c}$$

| | | |
|---|---|---|
| $\varphi = 0^o$ | όταν | $\omega << \omega_c$ |
| $\varphi = -45^o$ | όταν | $\omega = \omega_c$ |
| $\varphi = -90^o$ | όταν | $\omega >> \omega_c$ |

# Απόκριση συχνότητας μέτρου υψηπερατού




$$H(s) = \frac{\tau s}{1 + \tau s}$$

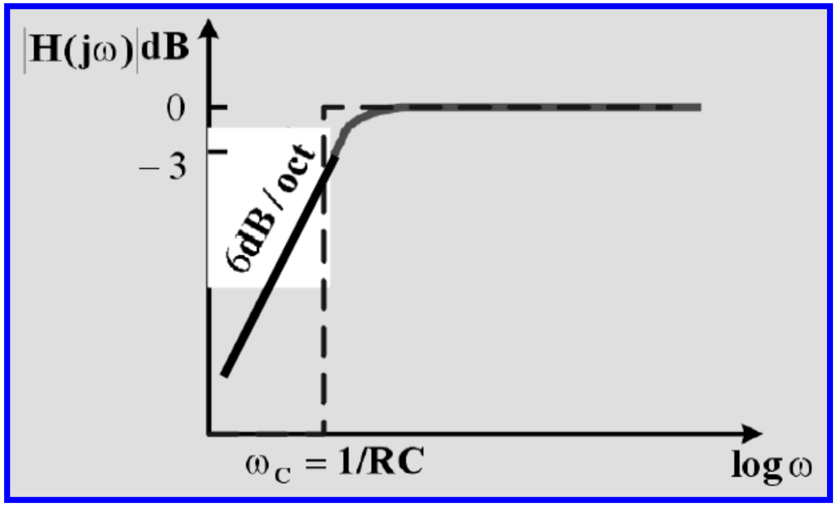



- Οι κυματομορφές σημάτων εξόδου παραμένουν αναλλοίωτες όταν η συχνότητα σήματος εισόδου βρίσκεται μέσα στη ζώνη διέλευσης ($\omega > \omega_c$).
- Εκτός της ζώνης διέλευσης, οι παλμοί σημάτων εξόδου υφίστανται διαφόριση.

# Απόκριση συχνότητας μέτρου υψηπερατού

$$H(s) = \frac{\tau s}{1+\tau s}$$

$$H(j\omega) = \frac{j\tau\omega}{1+j\tau\omega} = \frac{j\left(\dfrac{\omega}{\omega_c}\right)}{1+j\left(\dfrac{\omega}{\omega_c}\right)}$$




Η συνάρτηση μεταφοράς έχει έναν πραγματικό πόλο $s_p = -1 / \tau$, στον οποίο αντιστοιχεί η ιδιοσυχνότητα ή συχνότητα αποκοπής $\omega_c = 1 / \tau$ του κυκλώματος, καθώς κι έναν πραγματικό μηδενισμό $s_z = 0$

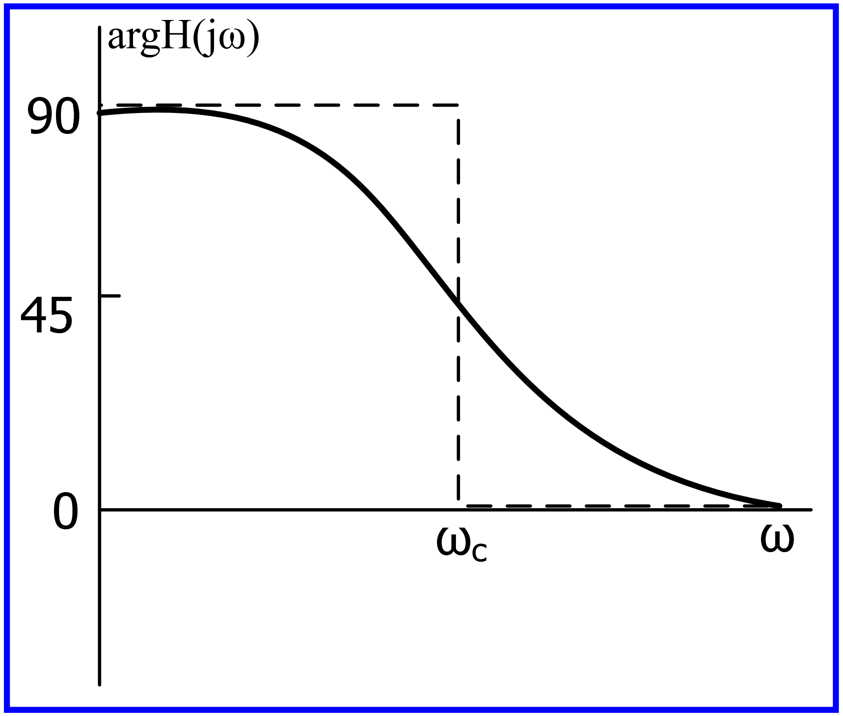
$$\left|H(j\omega)\right|_{\omega>>\omega_c} = 1 \;\Rightarrow 0\,\mathrm{dB}$$

$$\left|H(j\omega)\right| = \frac{\left(\dfrac{\omega}{\omega_c}\right)}{\sqrt{1+\left(\dfrac{\omega}{\omega_c}\right)^2}} \;\Rightarrow$$

$$\left|H(j\omega)\right|_{\omega=\omega_c} = \frac{1}{\sqrt{2}} \;\Rightarrow -3\,\mathrm{dB}$$

$$\left|H(j\omega)\right|_{\omega=\omega_c/2} \approx \frac{1}{2} \;\Rightarrow -6\,\mathrm{dB}$$

# Απόκριση συχνότητας φάσης υψηπερατού




$$\varphi = \angle H(j\omega) = 90^\circ - \tan^{-1}\frac{\omega}{\omega_c}$$

| | | |
|---|---|---|
| $\varphi = 90^\circ$ | όταν | $\omega \ll \omega_c$ |
| $\varphi = 45^\circ$ | όταν | $\omega = \omega_c$ |
| $\varphi = 0^\circ$ | όταν | $\omega \gg \omega_c$ |

# Απόκριση συχνότητας ενισχυτών

- Στα κυκλώματα RC που εξετάσαμε η ενίσχυση ήταν μοναδιαία.
- Παρατηρώντας τις αποκρίσεις που παράχθηκαν συμπεραίνουμε ότι μπορούμε εμπειρικά να χαράξουμε τις αποκρίσεις συχνότητας κυκλωμάτων πρώτου βαθμού όταν γνωρίζουμε:
  - ✓ τη συμπεριφορά τους (βαθυπερατή ή υψηπερατή),
  - ✓ τη σταθερά χρόνου που σχηματίζουν τα στοιχεία του κυκλώματος,
  - ✓ και την ενίσχυση στις μεσαίες συχνότητες.
- Είναι φανερό ότι οι σταθερές χρόνου καθορίζουν την απόκριση συχνότητας (αλλά και την απόκριση χρόνου) των κυκλωμάτων.
- Γενικά, στις συναρτήσεις μεταφοράς τάσεων ή ρευμάτων, οι συντελεστές της μιγαδικής συχνότητας s συνίστανται από σταθερές χρόνου.

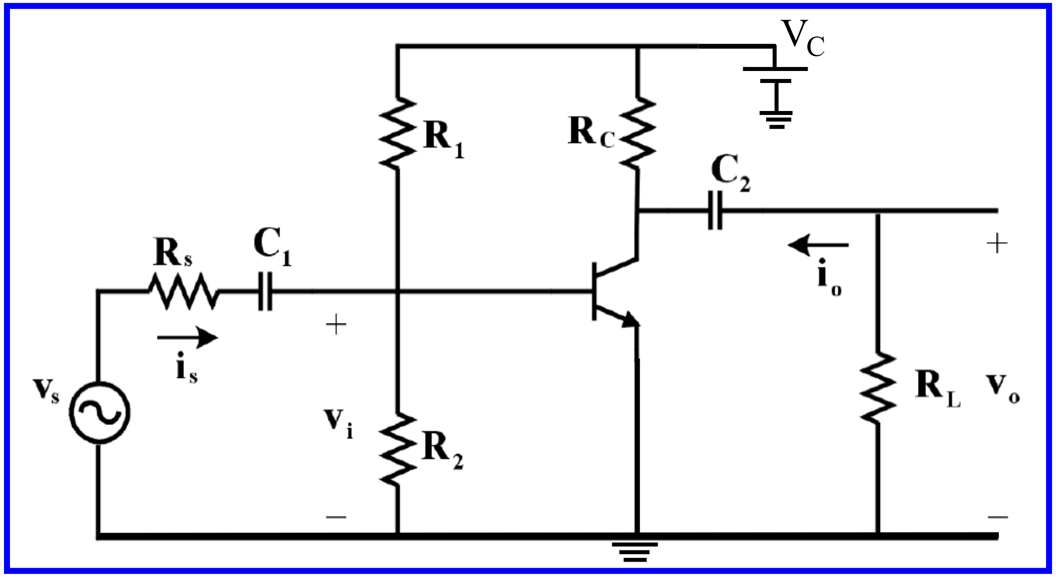
# Απόκριση συχνότητας ενισχυτών

- Η απόκριση συχνότητας ενισχυτών (μέτρο και φάση) δίνει επαρκείς πληροφορίες, όταν ο ενισχυτής διεγείρεται από περιοδικά σήματα μίας συχνότητας (π.χ. ημιτονικά σήματα).

- Για να μεταδοθεί ένα σήμα μέσα από έναν ενισχυτή, χωρίς αλλοίωση θα πρέπει η ενίσχυση να είναι σταθερή (ως προς το μέτρο) και η φάση να μεταβάλλεται γραμμικά σε όλη την περιοχή των συχνοτήτων ενδιαφέροντος.

- Σύμφωνα με όσα μελετήσαμε στην 1η ενότητα, οι ενισχυτές είχαν σταθερό μέτρο ενίσχυσης και σταθερή διαφορά φάσης (π.χ. στον ενισχυτή κοινού εκπομπού η τάση εξόδου είχε διαφορά φάσης $180^o$ σε σχέση με την τάση εισόδου) σε όλη την περιοχή συχνοτήτων.

# Απόκριση συχνότητας ενισχυτή κοινού εκπομπού



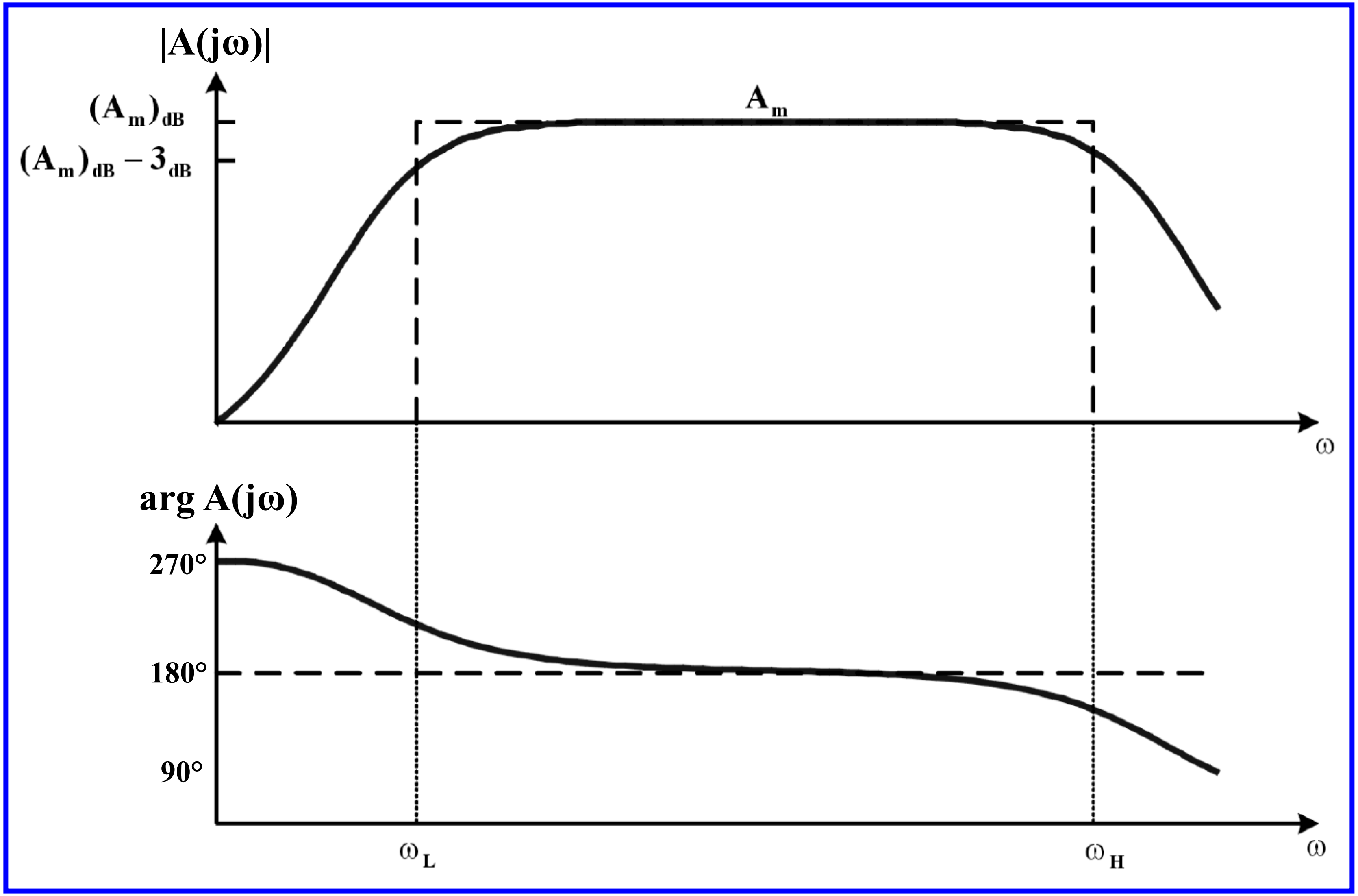

Ενίσχυση τάσης στην περιοχή μεσαίων συχνοτήτων:

$$A_m = \frac{v_o}{v_s} = -\frac{h_{fe}R_L^{'}}{h_{ie}} \cdot \frac{R_i}{R_i + R_s}$$

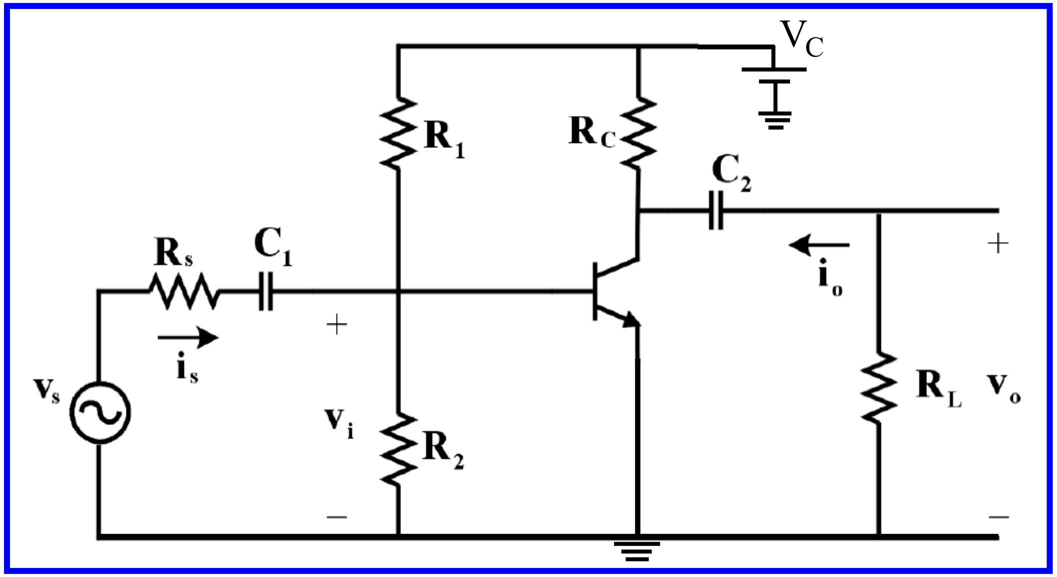
Μέτρο ενίσχυσης $A_m$ και διαφορά φάσης 180°.

- Ωστόσο, η πραγματική απόκριση συχνότητας μέτρου του ενισχυτή δεν είναι σταθερή, αλλά ζωνοδιαβατή με ζώνη διέλευσης $\omega_L < \omega < \omega_H$, που αποτελεί και την περιοχή των μεσαίων συχνοτήτων του ενισχυτή αυτού.
- Η ζώνη αυτή αναφέρεται και ως εύρος ζώνης ενισχυμένων συχνοτήτων (bandwidth, $BW = \omega_H - \omega_L$).
- Στην περιοχή διέλευσης, το μέτρο ενίσχυσης παραμένει σταθερό και η διαφορά φάσης παραμένει περίπου σταθερή στις 180°.

# Απόκριση συχνότητας ενισχυτή κοινού εκπομπού



# Απόκριση συχνότητας ενισχυτή κοινού εκπομπού




- Στην περιοχή των χαμηλών συχνοτήτων, ο ενισχυτής εμφανίζει υψηπερατή συμπεριφορά λόγω της παρουσίας των εξωτερικών πυκνωτών ζεύξης ($C_1$ και $C_2$).
- Αντίθετα, στην περιοχή των υψηλών συχνοτήτων, ο ενισχυτής εμφανίζει βαθυπερατή συμπεριφορά λόγω της παρουσίας των παρασιτικών πυκνωτών του διπολικού τρανζίστορ.
- Η συμπεριφορά του ενισχυτή στην περιοχή των χαμηλών συχνοτήτων προσδιορίζεται από τις σταθερές χρόνου που σχηματίζουν οι εξωτερικοί πυκνωτές με τις αντιστάσεις του ενισχυτή, ενώ η συμπεριφορά του ενισχυτή στην περιοχή των υψηλών συχνοτήτων προσδιορίζεται από τις σταθερές χρόνου που σχηματίζουν οι παρασιτικοί πυκνωτές του τρανζίστορ με τις αντιστάσεις του ενισχυτή.

# Απόκριση συχνότητας ενισχυτή κοινού εκπομπού

- Η απόκριση συχνότητας του ενισχυτή είναι στην ουσία η συνάρτηση της ενίσχυσης ως προς τη συχνότητα (A(s)).

$$\boxed{A(s) = A_m \cdot A_L(s) \cdot A_H(s)}$$

- Οι συναρτήσεις $A_L(s)$ και $A_H(s)$ εκφράζουν την εξάρτηση της ενίσχυσης από τη συχνότητα στην περιοχή των χαμηλών και των υψηλών συχνοτήτων, αντίστοιχα.

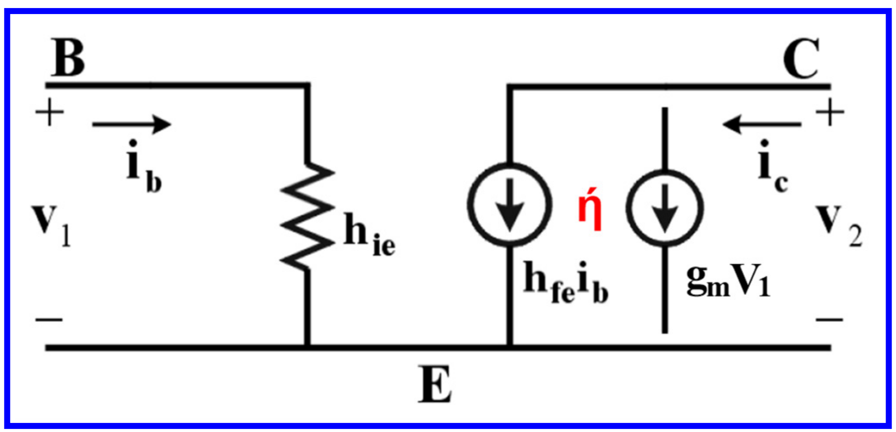
- Στη ζώνη διέλευσης $\omega_L < \omega < \omega_H$ (περιοχή μεσαίων συχνοτήτων) όπου $A(s) = A_m$, η ενίσχυση προσδιορίστηκε στην 1η ενότητα με ανάλυση του ισοδύναμου κυκλώματος μικρού σήματος του ενισχυτή, θεωρώντας ότι οι πυκνωτές ζεύξης λειτουργούν ως βραχυκυκλώματα και αγνοώντας τις παρασιτικές χωρητικότητες του διπολικού τρανζίστορ.

- Στην περιοχή χαμηλών συχνοτήτων όπου $A(s) = A_m \cdot A_L(s)$, η ενίσχυση προσδιορίζεται με ανάλυση του ισοδύναμου μοντέλου του ενισχυτή (απλοποιημένο h-ισοδύναμο ή απλοποιημένο π-ισοδύναμο για χαμηλές και μεσαίες συχνότητες) λαμβάνοντας υπόψη μόνο τους εξωτερικούς πυκνωτές ζεύξης.

- Στην περιοχή υψηλών συχνοτήτων όπου $A(s) = A_m \cdot A_H(s)$, η ενίσχυση προσδιορίζεται με ανάλυση του τροποποιημένου κατά Miller ισοδύναμου μοντέλου του ενισχυτή που λαμβάνει υπόψη τις παρασιτικές χωρητικότητες του τρανζίστορ, θεωρώντας ως βραχυκυκλώματα τους εξωτερικούς πυκνωτές ζεύξης.

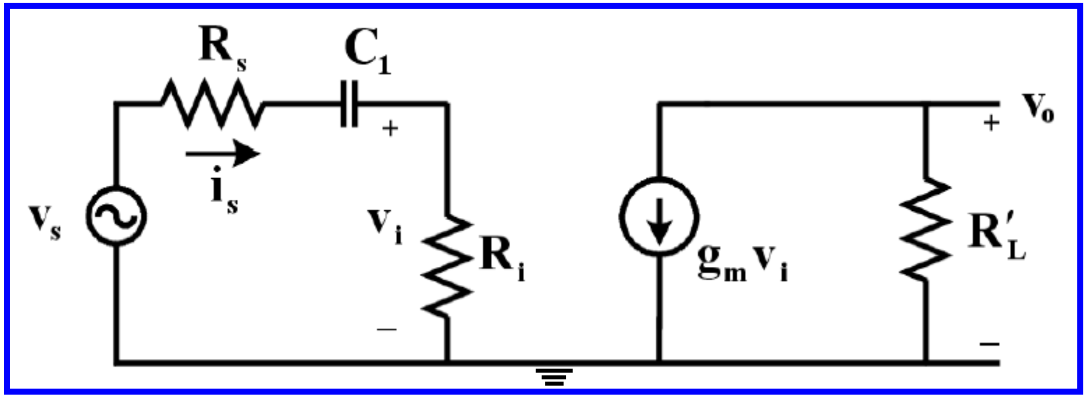
# Απόκριση συχνότητας ενισχυτή κοινού εκπομπού

- Μελετάμε πρώτα τον ενισχυτή στην περιοχή των χαμηλών και μεσαίων συχνοτήτων.
- Στους ενισχυτές όπου συνυπάρχουν περισσότεροι του ενός πυκνωτές, η απόκριση συχνότητας μπορεί να προσεγγιστεί θεωρώντας τη δράση καθενός από τους πυκνωτές χωριστά και λαμβάνοντας στο τέλος τη συνδυασμένη δράση όλων των πυκνωτών.
- Θεωρώντας ότι επιδρά στο κύκλωμα μόνο ο πυκνωτής $C_1$, ενώ ο $C_2$ λειτουργεί ως βραχυκύκλωμα, σχεδιάζουμε το ισοδύναμο μοντέλο του ενισχυτή, με βάση το παρακάτω απλοποιημένο h-ισοδύναμο ή το απλοποιημένο π-ισοδύναμο για χαμηλές και μεσαίες συχνότητες του τρανζίστορ.




$$h_{ie} \approx r_\pi$$
$$h_{fe} \approx g_m r_\pi$$

# Απόκριση συχνότητας ενισχυτή κοινού εκπομπού




$$R_B = R_1 // R_2$$

$$R_i = R_B // r_\pi$$

$$R'_L = R_C // R_L$$

$$v_o = -g_m . R'_L . v_i = \frac{-g_m . R'_L . R_i}{R_i + R_s} v_s$$

$$A_m = \frac{v_o}{v_s} = -\frac{g_m . R'_L . R_i}{R_i + R_s}$$

Ενίσχυση στις μεσαίες συχνότητες

- Περιοχή χαμηλών συχνοτήτων: Η σταθερά χρόνου του κυκλώματος προσδιορίζεται από το κύκλωμα εισόδου, το οποίο λειτουργεί ως υψηπερατό κύκλωμα, οπότε:

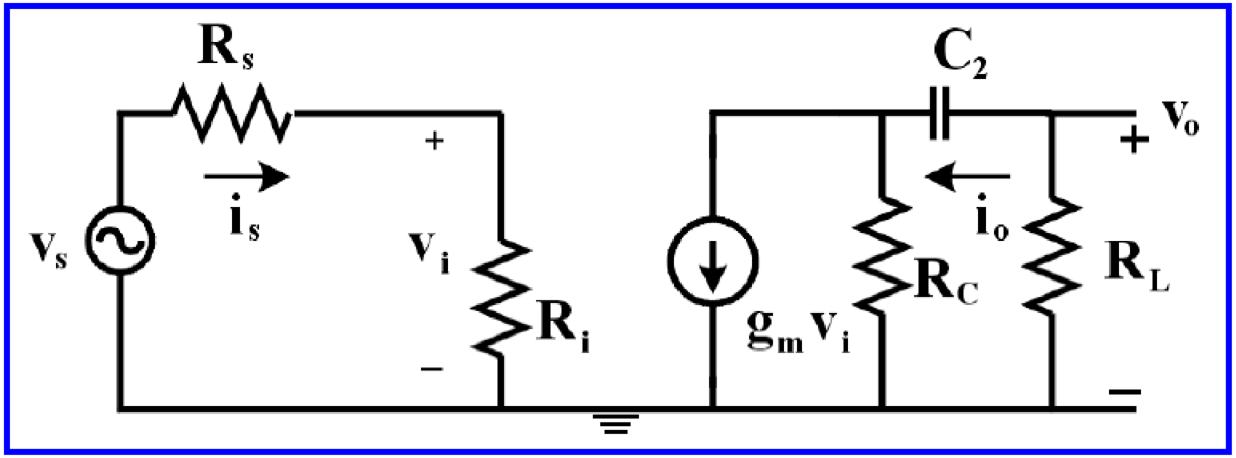
$$A_1(s) = \frac{V_o(s)}{V_s(s)} = A_m \frac{\tau_1 s}{\tau_1 s + 1}$$

$$\tau_1 = (R_s + R_i) C_1$$

Για τον υπολογισμό της αντίστασης που συμμετέχει στη σταθερά χρόνου, βραχυκυκλώνουμε την πηγή σήματος του κυκλώματος.

# Απόκριση συχνότητας ενισχυτή κοινού εκπομπού

- Θεωρούμε στη συνέχεια ότι επιδρά στο κύκλωμα μόνο ο πυκνωτής $C_2$, ενώ ο $C_1$ λειτουργεί ως βραχυκύκλωμα.




- Η σταθερά χρόνου του κυκλώματος προσδιορίζεται από το κύκλωμα εξόδου, το οποίο επίσης λειτουργεί ως υψηπερατό κύκλωμα, οπότε:

$$A_2(s) = A_m \cdot \frac{\tau_2 s}{\tau_2 s + 1}$$

$$\tau_2 = (R_C + R_L) C_2$$

# Απόκριση συχνότητας ενισχυτή κοινού εκπομπού

- Επομένως, στην περιοχή χαμηλών συχνοτήτων όπου η ενίσχυση προσδιορίζεται με ανάλυση του ισοδύναμου μοντέλου του ενισχυτή λαμβάνοντας υπόψη μόνο τους εξωτερικούς πυκνωτές ζεύξης, ισχύει:

$$\boxed{A_L(s) = A_m \frac{\tau_1 s \cdot \tau_2 s}{(\tau_1 s + 1)\cdot(\tau_2 s + 1)}}$$

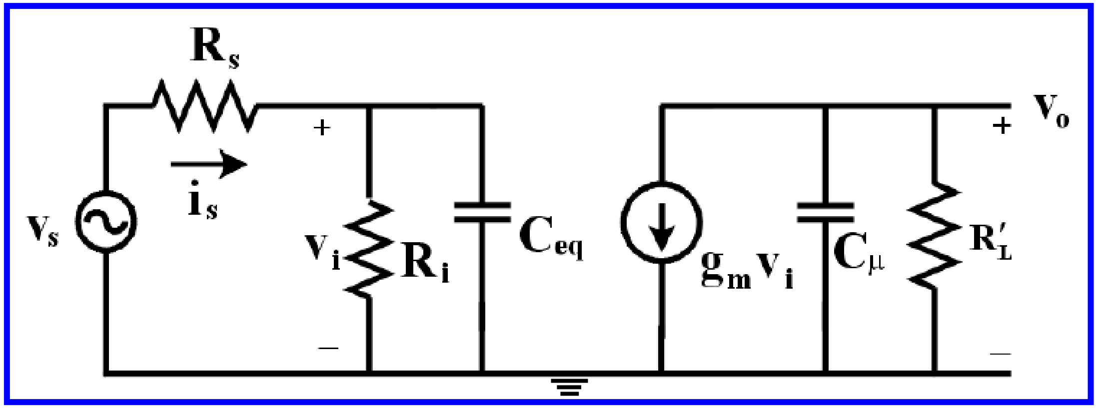
- Από τους δύο πόλους της παραπάνω ενίσχυσης (απόκρισης) αυτός με την μικρότερη σταθερά χρόνου αντιστοιχεί και στη μεγαλύτερη συχνότητα ($\omega = 1/\tau$) και συνεπώς ακολουθώντας την προσέγγιση επικρατούντος πόλου, η ενίσχυση στην περιοχή χαμηλών συχνοτήτων μπορεί να απλοποιηθεί ως εξής:

$$\boxed{A_L(s) = A_m \frac{\tau_2 s}{\tau_2 s + 1}}$$

Θεωρήσαμε ότι για τον ενισχυτή που εξετάζουμε ισχύει: $\tau_2 < \tau_1 \Rightarrow \omega_2 > \omega_1$, δηλαδή ότι ο πόλος που επικρατεί είναι εκείνος που αντιστοιχεί στη σταθερά $\tau_2$.

# Απόκριση συχνότητας ενισχυτή κοινού εκπομπού

- Στην περιοχή υψηλών συχνοτήτων η ενίσχυση προσδιορίζεται με ανάλυση του τροποποιημένου κατά Miller ισοδύναμου μοντέλου του ενισχυτή που λαμβάνει υπόψη τις παρασιτικές χωρητικότητες του τρανζίστορ, θεωρώντας ως βραχυκυκλώματα τους εξωτερικούς πυκνωτές ζεύξης.




- Παρατηρούμε ότι το κύκλωμα εισόδου και το κύκλωμα εξόδου έχουν βαθυπερατή συμπεριφορά, οπότε:

$$A_4(s) = A_m \cdot \frac{1}{\tau_i s + 1}$$

$$A_5(s) = A_m \frac{1}{\tau_o s + 1}$$

$$\tau_i = (R_i // R_s) C_{eq}$$

$$\tau_o = R'_L C_\mu$$

# Απόκριση συχνότητας ενισχυτή κοινού εκπομπού

- Επομένως, στην περιοχή υψηλών συχνοτήτων όπου η ενίσχυση προσδιορίζεται με ανάλυση του ισοδύναμου μοντέλου του ενισχυτή λαμβάνοντας υπόψη τις παρασιτικές χωρητικότητες του τρανζίστορ και θεωρώντας ως βραχυκυκλώματα τους εξωτερικούς πυκνωτές ζεύξης, ισχύει:

$$\boxed{A_H(s) = A_m \frac{1}{(\tau_i s + 1)\cdot(\tau_o s + 1)}}$$

- Συνήθως, η σταθερά χρόνου του κυκλώματος εισόδου είναι πολύ μεγαλύτερη από τη σταθερά χρόνου του κυκλώματος εξόδου, οπότε το κύκλωμα εισόδου στο οποίο αντιστοιχεί ο πόλος της απόκρισης με τη μικρότερη συχνότητα, είναι αυτό που καθορίζει την απόκριση του ενισχυτή κοινού εκπομπού στην περιοχή των υψηλών συχνοτήτων.

- Επομένως, η ενίσχυση στην περιοχή υψηλών συχνοτήτων μπορεί να απλοποιηθεί ως εξής:

$$\boxed{A_H(s) = A_m \frac{1}{\tau_i s + 1}}$$

# Απόκριση συχνότητας ενισχυτή κοινού εκπομπού

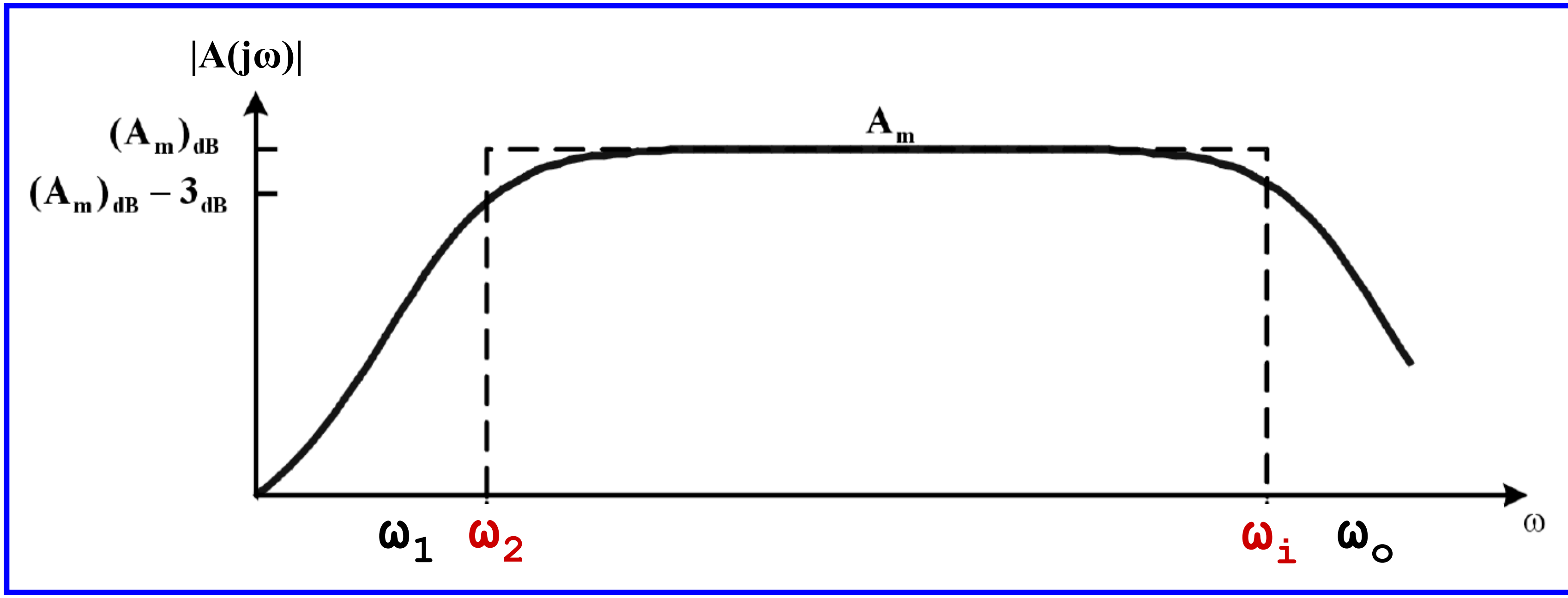
- Η συνδυασμένη απόκριση του ενισχυτή λόγω της δράσης όλων των πυκνωτών δίνεται ως εξής:

$$A(s) = A_m \cdot A_L(s) \cdot A_H(s) = A_m \frac{\tau_1 s \cdot \tau_2 s}{(\tau_1 s + 1) \cdot (\tau_2 s + 1) \cdot (\tau_i s + 1) \cdot (\tau_o s + 1)}$$

$$\Rightarrow A(s) = A_m \frac{\tau_2 s}{(\tau_2 s + 1) \cdot (\tau_i s + 1)}$$

- Συμπεραίνουμε ότι:
  - ✓ Η περιοχή των χαμηλών συχνοτήτων ($\omega_L$) καθορίζεται από τις σταθερές χρόνου που δημιουργούν οι εξωτερικοί πυκνωτές και ειδικότερα αυτός που δημιουργεί τη μικρότερη σταθερά χρόνου.
  - ✓ Η ανώτερη συχνότητα αποκοπής ($\omega_H$) καθορίζεται από τις σταθερές χρόνου που σχηματίζουν οι παρασιτικές χωρητικότητες του τρανζίστορ και ειδικότερα από τη σταθερά χρόνου που σχηματίζεται στο κύκλωμα εισόδου του ενισχυτή.

# Απόκριση συχνότητας ενισχυτή κοινού εκπομπού




Κατώτερη συχνότητα αποκοπής

$$\omega_L = \omega_2 = \frac{1}{\tau_2} \Rightarrow f_L = \frac{\omega_2}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\tau_2}$$

Ανώτερη συχνότητα αποκοπής

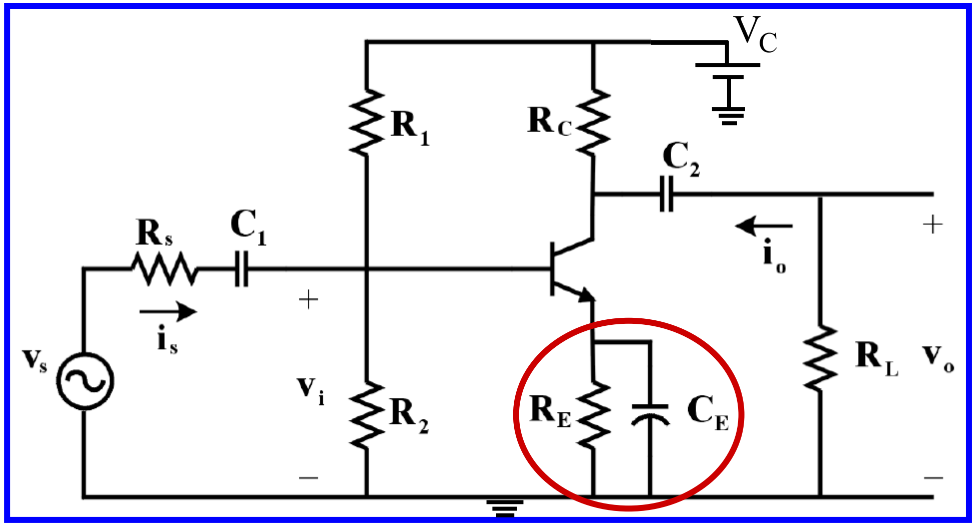
$$\omega_H = \omega_i = \frac{1}{\tau_i} \Rightarrow f_H = \frac{\omega_i}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\tau_i}$$

$$A(s) = \frac{A_m \cdot \tau_2 s}{(\tau_2 s + 1)\cdot(\tau_i s + 1)} = \frac{A_m}{\left(1 + j\frac{f}{f_H}\right)\cdot\left(1 - j\frac{f_L}{f}\right)}$$

$$BW = f_H - f_L$$

Εύρος ζώνης ενισχυμένων συχνοτήτων

# Απόκριση συχνότητας ενισχυτή κοινού εκπομπού

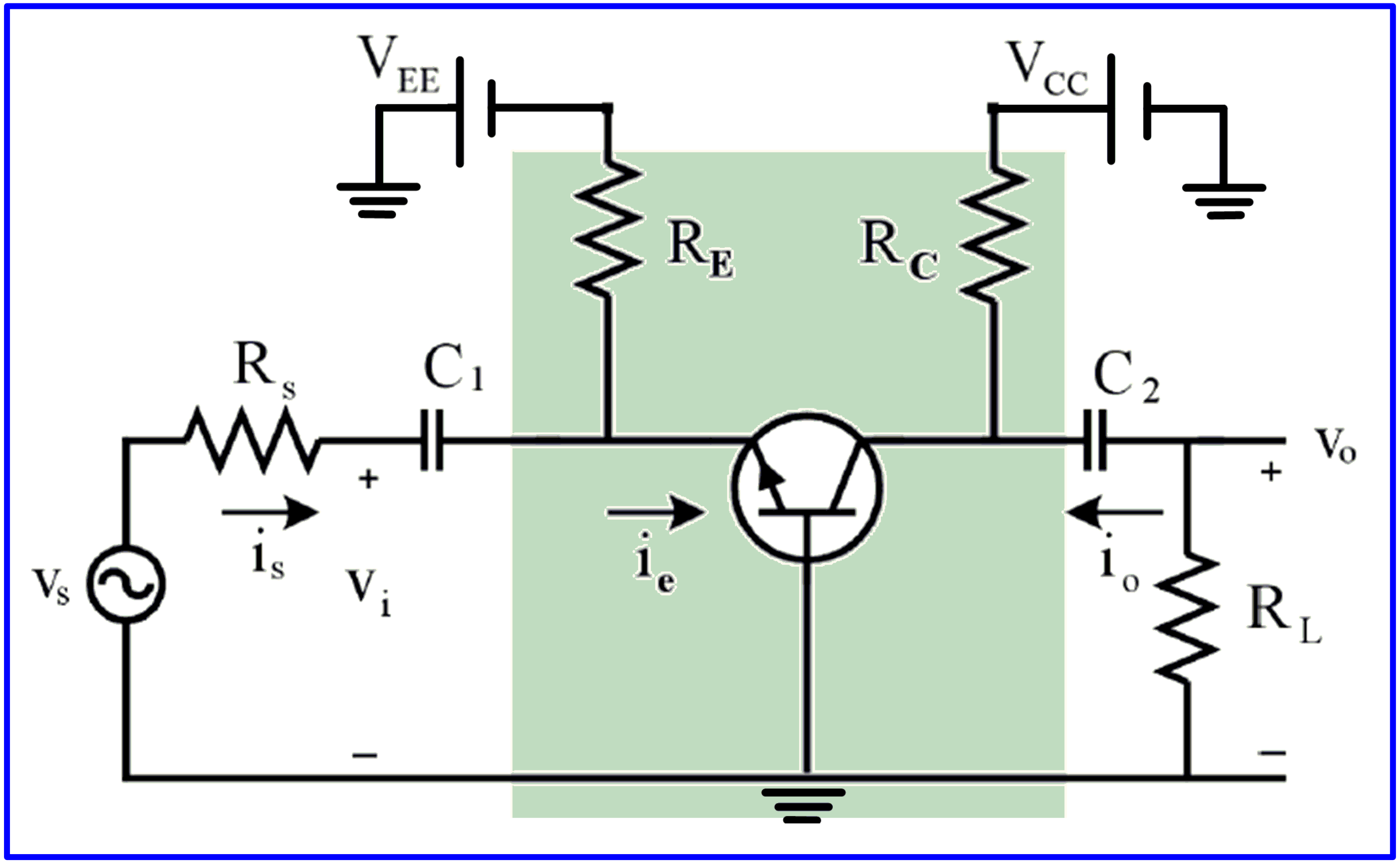



Αντιπροσωπευτικά παραδείγματα υπολογισμού της απόκρισης συχνότητας μέτρου του ενισχυτή κοινού εκπομπού με βάση την τεχνική σταδιακής ανάλυσης κατά περιοχές συχνοτήτων που μελετήσαμε, αποτελούν οι ασκήσεις 5, 6, 7 της ενότητας.

- Για την απλούστευση του υπολογισμού της απόκρισης συχνότητας μέτρου του ενισχυτή κοινού εκπομπού σε όλο το εύρος των συχνοτήτων, θεωρήσαμε ότι δεν υφίσταται αντίσταση εκπομπού ($R_E$) και εξωτερικός πυκνωτής παράκαμψης $C_E$ και λάβαμε υπόψη μόνο την επίδραση των εξωτερικών πυκνωτών ζεύξης $C_1$, $C_2$.
- Ωστόσο, εάν δε γίνει η θεώρηση αυτή, η επίδραση του $C_E$ είναι συχνά αυτή που καθορίζει την απόκριση συχνότητας στις χαμηλές συχνότητες, δηλαδή καθορίζει την κατώτερη συχνότητα αποκοπής (βλέπε άσκηση 6), η οποία είναι μεγαλύτερη από εκείνες που προκύπτουν λόγω της επίδρασης των πυκνωτών ζεύξης $C_1$ & $C_2$.

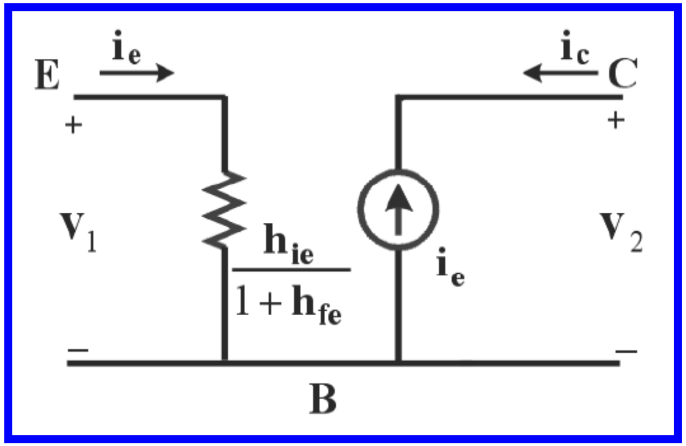
# Απόκριση συχνότητας ενισχυτή κοινής βάσης

Η μελέτη της απόκρισης συχνότητας του ενισχυτή κοινής βάσης γίνεται με την ίδια διαδικασία ανάλυσης που ακολουθήθηκε για τον ενισχυτή κοινού εκπομπού.



# Απόκριση συχνότητας ενισχυτή κοινής βάσης

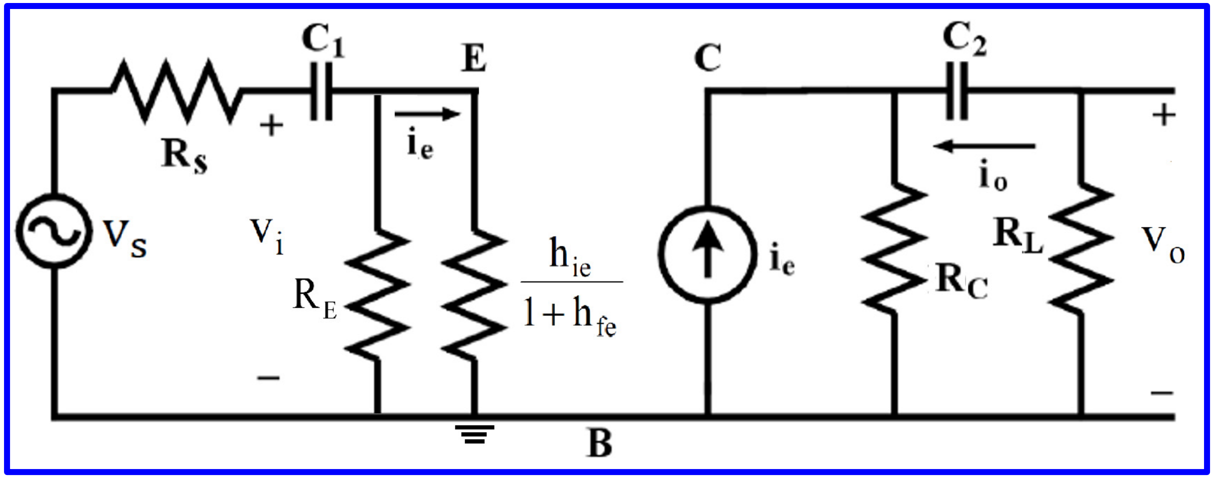
- Μελετάμε πρώτα τον ενισχυτή στην περιοχή των χαμηλών και μεσαίων συχνοτήτων.
- Κι εδώ συνυπάρχουν δύο εξωτερικοί πυκνωτές, οπότε η απόκριση συχνότητας προσεγγίζεται θεωρώντας τη δράση καθενός από τους δύο πυκνωτές χωριστά και λαμβάνοντας στο τέλος τη συνδυασμένη δράση όλων των πυκνωτών.
- Θεωρώντας αρχικά ότι επιδρά στο κύκλωμα μόνο ο πυκνωτής $C_1$ (ενώ ο πυκνωτής $C_2$ λειτουργεί ως βραχυκύκλωμα) και στη συνέχεια ότι επιδρά μόνο ο πυκνωτής $C_2$ (ενώ ο πυκνωτής $C_1$ λειτουργεί ως βραχυκύκλωμα), σχεδιάζουμε το ισοδύναμο κύκλωμα του ενισχυτή (για τη συνδεσμολογία κοινής βάσης), με βάση το παρακάτω απλοποιημένο ισοδύναμο κύκλωμα του τρανζίστορ για τις χαμηλές και τις μεσαίες συχνότητες.




$$h_{ie} \approx r_{\pi}$$
$$h_{fe} \approx g_m r_{\pi}$$

# Απόκριση συχνότητας ενισχυτή κοινής βάσης

Ισοδύναμο κύκλωμα του ενισχυτή για την περιοχή των χαμηλών συχνοτήτων




$$R'_L = R_C // R_L$$

Ενίσχυση στις μεσαίες συχνότητες (πυκνωτές $C_1$ και $C_2$: βραχυκυκλώματα):

$$v_o = i_e R'_L = \frac{v_i}{\frac{h_{ie}}{1+h_{fe}}} R'_L$$

$$R_i = R_E // \frac{h_{ie}}{1+h_{fe}} = R_E // \frac{r_\pi}{1+g_m r_\pi}$$

$$v_i = \frac{R_i}{R_s + R_i} v_s$$

$$v_o = \frac{(1+h_{fe}) \cdot R_i \cdot R'_L}{h_{ie} \cdot (R_i + R_s)} \cdot v_s \Rightarrow A_{vs} = \frac{v_o}{v_s} = \frac{(1+h_{fe}) \cdot R_i \cdot R'_L}{h_{ie} \cdot (R_i + R_s)}$$

# Απόκριση συχνότητας ενισχυτή κοινής βάσης

- Παρατηρούμε ότι το κύκλωμα εισόδου και το κύκλωμα εξόδου του ενισχυτή έχουν υψηπερατή συμπεριφορά.
- Για το κύκλωμα εισόδου, προσδιορίζεται η συχνότητα αποκοπής ως εξής:

$$\boxed{\omega_1 = \frac{1}{\tau_1}} \qquad \boxed{\tau_1 = (R_s + R_i)C_1}$$

- Για το κύκλωμα εξόδου, προσδιορίζεται η συχνότητα αποκοπής ως εξής:

$$\boxed{\omega_2 = \frac{1}{\tau_2}} \qquad \boxed{\tau_2 = (R_C + R_L)C_2}$$

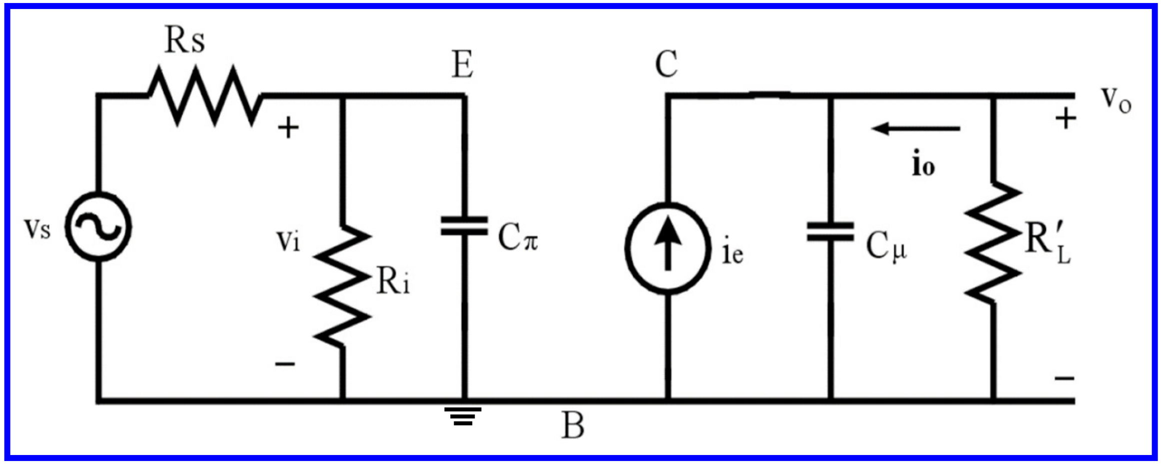
- Συνήθως, στους ενισχυτές κοινής βάσης οι πυκνωτές ζεύξης έχουν παρόμοια τιμή και

$$\boxed{R_s + R_i << R_C + R_L} \Rightarrow \boxed{\omega_1 >> \omega_2}$$

- Επομένως, το κύκλωμα εισόδου (που περιλαμβάνει τον πυκνωτή $C_1$) είναι αυτό που καθορίζει την κατώτερη συχνότητα αποκοπής ($\omega_1 = \omega_L$).

# Απόκριση συχνότητας ενισχυτή κοινής βάσης

- Ισοδύναμο κύκλωμα του ενισχυτή για την περιοχή των υψηλών συχνοτήτων, όπου λαμβάνονται υπόψη οι παρασιτικές χωρητικότητες του τρανζίστορ:




$C_\pi$ είναι η χωρητικότητα της επαφής βάσης-εκπομπού και $C_\mu$ είναι η χωρητικότητα της επαφής βάσης-συλλέκτη.

Συνεπώς, στους ενισχυτές ΚΒ δεν χρειάζεται η εφαρμογή του θεωρήματος Miller.

- Παρατηρούμε ότι τα κυκλώματα εισόδου και εξόδου παρουσιάζουν βαθυπερατή συμπεριφορά.

$$\boxed{\omega_i = \frac{1}{\tau_i}}$$

$$\boxed{\omega_o = \frac{1}{\tau_o}}$$

$$\boxed{\tau_i = (R_i // R_s)C_\pi}$$

$$\boxed{\tau_o = R'_L C_\mu}$$

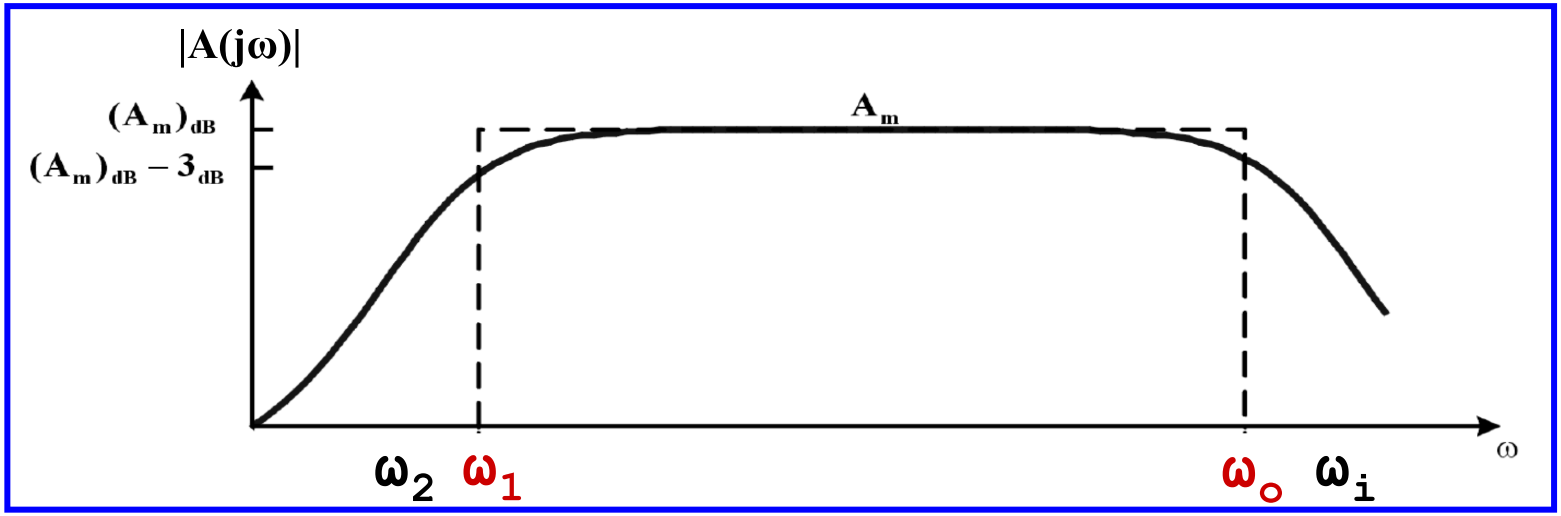
Η σταθερά χρόνου του κυκλώματος εισόδου είναι πολύ μικρότερη από εκείνη του κυκλώματος εξόδου.

Συνεπώς, σε ενισχυτές ΚΒ το κύκλωμα εξόδου καθορίζει την ανώτερη συχνότητα αποκοπής ($\omega_L = \omega_o$)

# Απόκριση συχνότητας ενισχυτή κοινής βάσης

- Με βάση τα προηγούμενα, η ενίσχυση του κυκλώματος προσεγγίζεται ως εξής:

$$A(s) = A_m \cdot \frac{\tau_1 s}{\tau_1 s + 1} \cdot \frac{1}{\tau_o s + 1}$$




- Λαμβάνοντας υπόψη ότι οι αντιστάσεις που χρησιμοποιούνται στον ενισχυτή κοινής βάσης και σχηματίζουν τη σταθερά χρόνου του κυκλώματος εξόδου είναι μικρότερες από εκείνες που χρησιμοποιούνται στον ενισχυτή κοινού εκπομπού και σχηματίζουν τη σταθερά χρόνου του κυκλώματος εισόδου, συμπεραίνουμε ότι ο ενισχυτής κοινής βάσης έχει στις υψηλές συχνότητες καλύτερη συμπεριφορά από τον ενισχυτή κοινού εκπομπού.

# Διεύρυνση ανώτερης συχνότητας λειτουργίας

- Στην περιοχή υψηλών συχνοτήτων για τον ενισχυτή κοινού εκπομπού ισχύει:

$$\boxed{A_H(s) = A_m \frac{1}{(\tau_i s + 1)(\tau_o s + 1)}}$$

$$\boxed{\begin{array}{c}\tau_i = (R_i // R_s) C_{eq} \\ \tau_o = R_C C_\mu\end{array}}$$

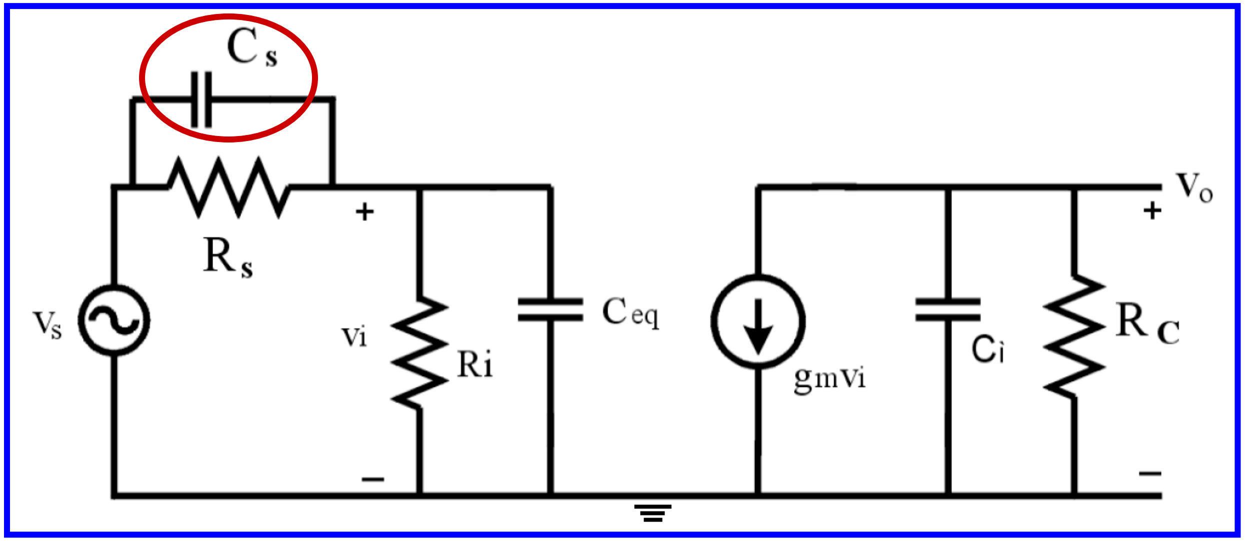
- Συνήθως, η σταθερά χρόνου του κυκλώματος εισόδου είναι μεγαλύτερη, οπότε η είσοδος είναι αυτή που καθορίζει την απόκριση του ενισχυτή στις υψηλές συχνότητες.
- Στις υψηλές συχνότητες, ο ενισχυτής παρουσιάζει δύο πόλους, από τους οποίους επικρατεί αυτός που αντιστοιχεί στο κύκλωμα εισόδου και καθορίζει την ανώτερη συχνότητα αποκοπής ή λειτουργίας.
- Μπορούμε να αντισταθμίσουμε τον επικρατών πόλο εάν εισάγουμε ένα μηδενικό στην απόκριση συχνότητας συνδέοντας έναν πυκνωτή $C_s$, παράλληλα με την $R_s$, τέτοιον ώστε:

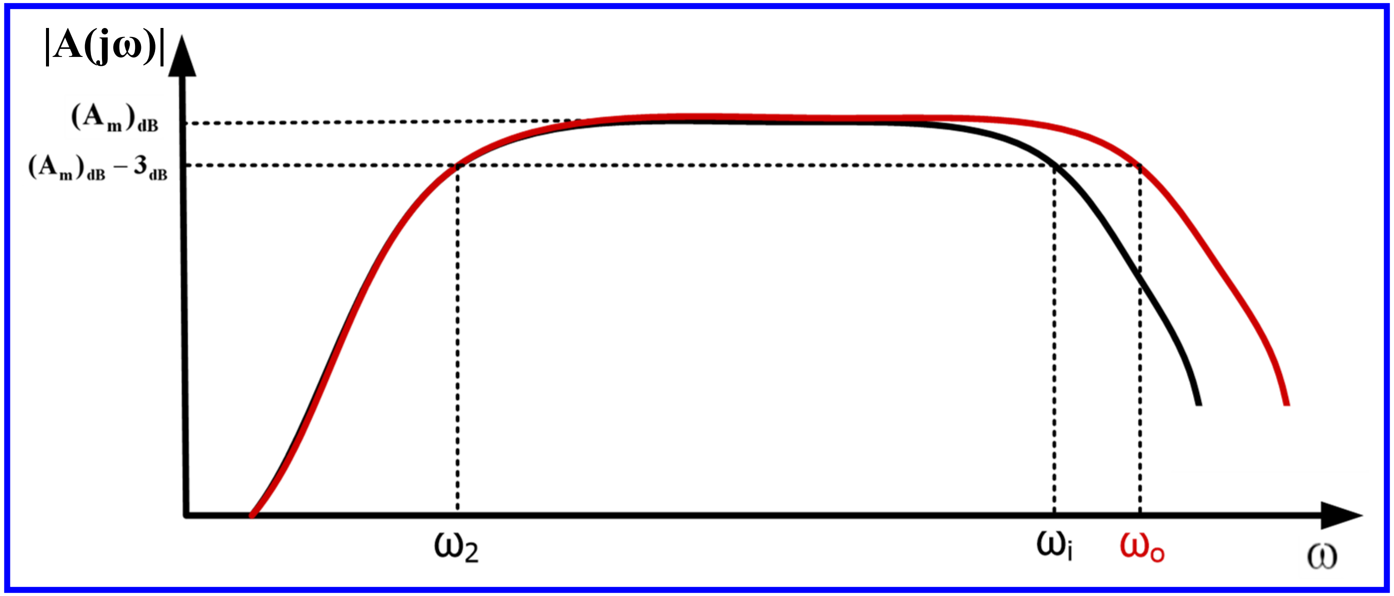
$$\boxed{R_s C_s = R_i C_{eq}}$$

με αποτέλεσμα την απλοποίηση της συνάρτησης μεταφοράς στις υψηλές συχνότητες και κατά συνέπεια την διεύρυνση της ανώτερης συχνότητας λειτουργίας σε τιμή που καθορίζεται πλέον από το κύκλωμα εξόδου.

$$\boxed{A_H(s) = A_m \frac{1}{(\tau_o s + 1)}} \longrightarrow \boxed{\omega_L = \omega_o}$$

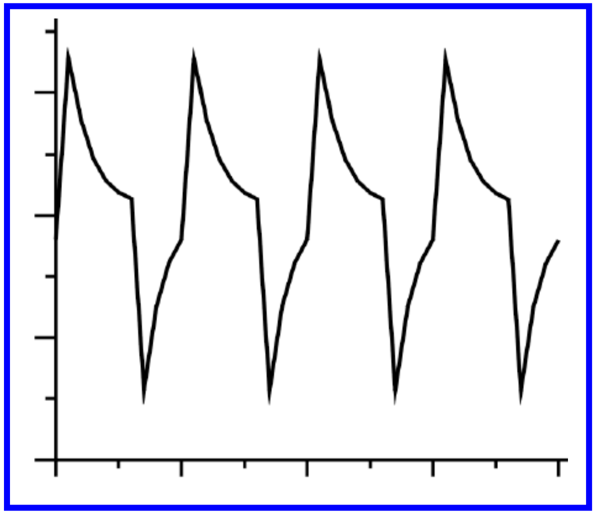
# Διεύρυνση ανώτερης συχνότητας λειτουργίας



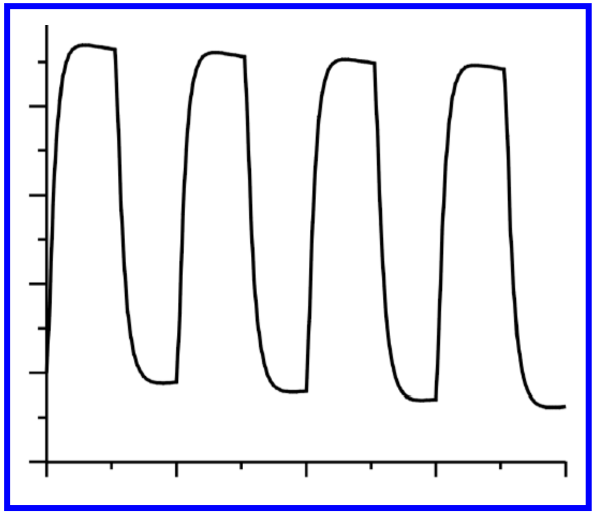



# Απόκριση χρόνου ενισχυτή

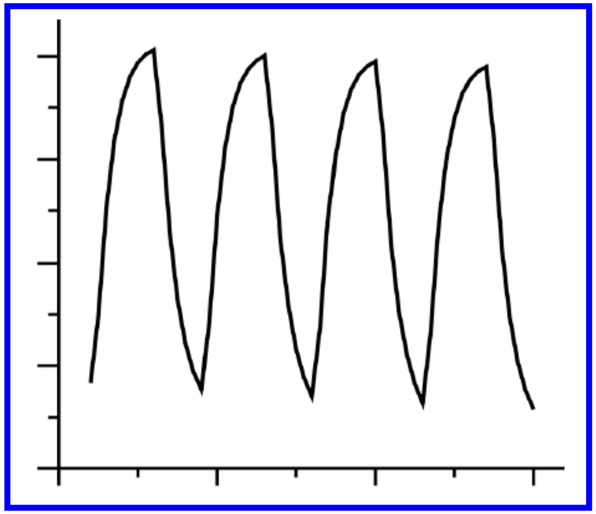
- Στην περιοχή χαμηλών συχνοτήτων η συμπεριφορά ενός ενισχυτή είναι υψηπερατή, ενώ στην περιοχή των υψηλών συχνοτήτων η συμπεριφορά είναι βαθυπερατή.
- Τις συμπεριφορές αυτές μπορούμε να τις διακρίνουμε και στην χρονική απόκριση ενός ενισχυτή με διέγερση (είσοδο) τετραγωνικού παλμού.



$f < f_L$: συμπεριφορά διαφοριστή



$f_L < f < f_H$: γραμμική συμπεριφορά



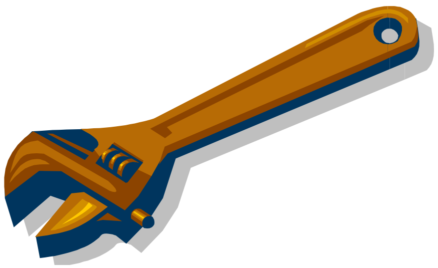
$f > f_H$: συμπεριφορά ολοκληρωτή

# Απόκριση χρόνου ενισχυτή

- Είναι φανερό ότι η μορφή του παλμού εξόδου του ενισχυτή όταν αυτός διεγείρεται με τετραγωνικό παλμό, υποδηλώνει τη συμπεριφορά του ενισχυτή.
- Για παράδειγμα όταν η συχνότητα του τετραγωνικού παλμού εισόδου επιλεγεί μέσα στην περιοχή των μεσαίων συχνοτήτων, τότε ο παλμός εξόδου τείνει να είναι τετραγωνικός, αφού στην περιοχή των μεσαίων συχνοτήτων η ενίσχυση παραμένει σταθερή και η φάση γραμμική.
- Στην περίπτωση όπου η συχνότητα του παλμού εισόδου υπερβεί την ανώτερη συχνότητα αποκοπής του ενισχυτή, η κυματομορφή εξόδου γίνεται τριγωνική (συμπεριφορά ολοκληρωτή).
- Επομένως, παρατηρώντας τριγωνική κυματομορφή εξόδου σε έναν ενισχυτή μπορούμε να επέμβουμε διορθωτικά στο κύκλωμά του και να διευρύνουμε την ανώτερη συχνότητα λειτουργίας ώστε να αποκαταστήσουμε τον παλμό σε τετραγωνικό.
- Μια τέτοια διορθωτική επέμβαση μπορεί να είναι η παράλληλη σύνδεση ενός πυκνωτή στην αντίσταση $R_s$ του ενισχυτή.

# Συμπεράσματα

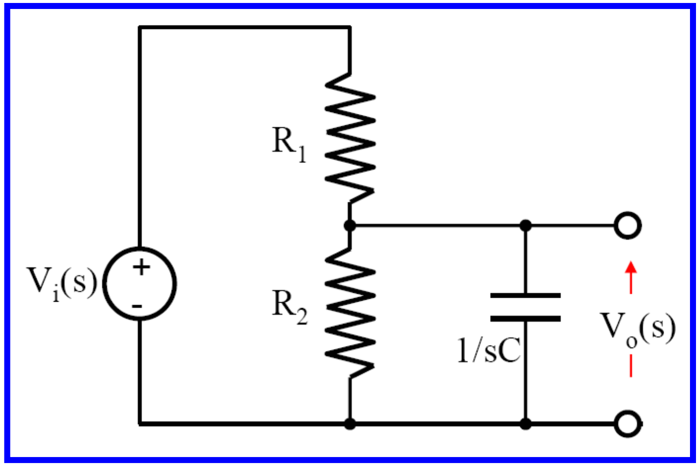
- Η περιγραφή των ενισχυτών σε όλη την περιοχή συχνοτήτων επιτυγχάνεται με απλό τρόπο, μέσω της συνάρτησης μεταφοράς τους και τον προσδιορισμό της απόκρισης συχνότητάς.
- Η ανάλυση των ενισχυτών σε όλη την περιοχή συχνοτήτων μπορεί να γίνει σταδιακά, προσεγγίζοντας τη συνάρτηση μεταφοράς τους με συναρτήσεις πρώτου βαθμού ή γινόμενα συναρτήσεων πρώτου βαθμού.
- Η ανάλυση αυτή δεν παρέχει υψηλή ακρίβεια αλλά εξασφαλίζει κατανόηση του ρόλου των στοιχείων του ενισχυτή κατά τη λειτουργία του σε όλη την περιοχή συχνοτήτων.
- Στην περιοχή των χαμηλών συχνοτήτων, οι ενισχυτές εμφανίζουν υψηπερατή συμπεριφορά λόγω της παρουσίας των εξωτερικών πυκνωτών.
- Στην περιοχή των μεσαίων συχνοτήτων οι ενισχυτές εμφανίζουν γραμμική συμπεριφορά (σταθερή ενίσχυση).
- Τέλος, στην περιοχή των υψηλών συχνοτήτων, οι ενισχυτές εμφανίζουν βαθυπερατή συμπεριφορά λόγω της παρουσίας των παρασιτικών πυκνωτών των τρανζίστορ.
- Η συμπεριφορά του ενισχυτή στις χαμηλές και στις υψηλές συχνότητες προσδιορίζεται από τις σταθερές χρόνου που σχηματίζουν οι εξωτερικοί και παρασιτικοί πυκνωτές με τις αντιστάσεις του ενισχυτή.
- Η πληροφορία για τη συμπεριφορά ενός ενισχυτή μπορεί να ληφθεί τόσο από την απόκριση συχνότητας, όσο και από την απόκριση χρόνου.



# Ασκήσεις 3ης ενότητας

# Άσκηση 1η

Να προσδιοριστεί η συνάρτηση μεταφοράς (απόκριση συχνότητας μέτρου) του κυκλώματος του διπλανού σχήματος σε σχέση με τα παθητικά στοιχεία που το απαρτίζουν. Να προσδιοριστούν επίσης οι πόλοι του κυκλώματος.



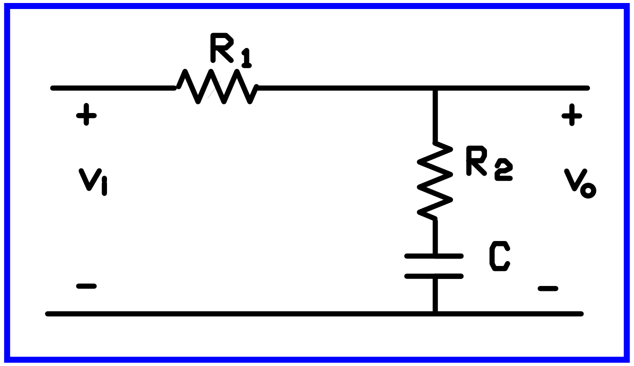

$$H(s)=\frac{V_o(s)}{V_i(s)}=\frac{R_2 // Z_C}{R_1+(R_2 // Z_C)}=\frac{\dfrac{R_2/sC}{R_2+1/sC}}{R_1+\dfrac{R_2/sC}{R_2+1/sC}}=\frac{R_2/sC}{R_1(R_2+1/sC)+R_2/sC}=$$

$$=\frac{R_2/sC}{R_1R_2+(R_1+R_2)/sC}=\frac{1/sCR_1}{1+(R_1+R_2)/sCR_1R_2}\Rightarrow \boxed{H(s)=\frac{1/CR_1}{s+1/C(R_1 // R_2)}}$$

Το κύκλωμα παρουσιάζει έναν πόλο: $\boxed{p=-1/C(R_1 // R_2)}$

# Άσκηση 2η

Η συνάρτηση μεταφοράς του παρακάτω κυκλώματος παρουσιάζει ένα μηδενικό που ισούται με -10 και έναν πόλο που ισούται με -1. Προσδιορίστε τη συνάρτηση μεταφοράς του κυκλώματος υπολογίζοντας κατάλληλη πολλαπλασιαστική σταθερά, έτσι ώστε η ενίσχυση του κυκλώματος στο συνεχές να είναι 0 dB. Στη συνέχεια, εάν $R_2$ = 1 MΩ, προσδιορίστε τις τιμές των υπολοίπων στοιχείων του κυκλώματος.

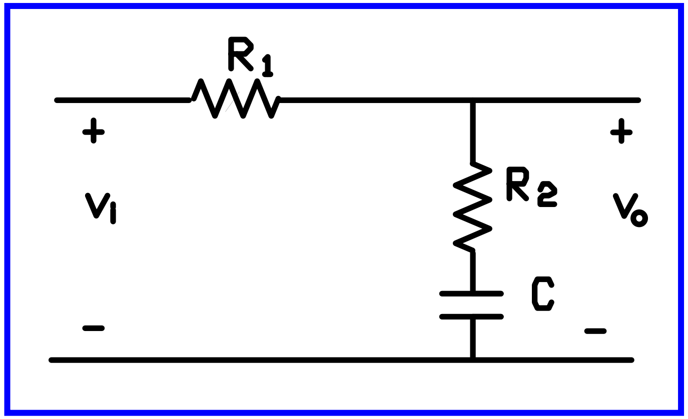



$$H(s) = k \cdot \frac{(s - z_1)}{(s - p_1)} = k \cdot \frac{s+10}{s+1}$$

Στο συνεχές ισχύει s=0, επομένως H(s) = k · 10.
Επίσης, δίνεται ενίσχυση στο συνεχές ίση με 0 dB δηλ. |H(jω)|=1 (για ω = 0).
Από τα παραπάνω προκύπτει: k · 10 = 1 ⇒ k = 0.1 (πολλαπλασιαστική σταθερά).

$$H(s) = \frac{0.1 \cdot s + 1}{s+1}$$

# Άσκηση 2η




$$H(s)=\frac{V_o(s)}{V_i(s)}=\frac{Z_C+R_2}{(Z_C+R_2)+R_1}=\frac{R_2Cs+1}{(R_1+R_2)Cs+1}$$

$$H(s)=\frac{0.1\cdot s+1}{s+1}$$

$$R_2C=0.1\Rightarrow C=0.1\ \mu F$$

$$R_2=1\ M\Omega$$

$$(R_1+R_2)C=1\Rightarrow R_1=9\,M\Omega$$

# Άσκηση 3η

Η απόκριση ενός ενισχυτή περιγράφεται από την παρακάτω σχέση:

$$A = -\frac{100}{\left(1 + j\frac{f}{10^6}\right)\cdot\left(1 - j\frac{10^3}{f}\right)}$$

Προσδιορίστε τις συχνότητες για τις οποίες το μέτρο της ενίσχυσης είναι 10 dB κάτω από τη μέγιστη τιμή της ενίσχυσης.

Από τη θεωρία προέκυψε ότι η απόκριση ενός ενισχυτή δίνεται ως εξής:

$$A(s) = \frac{A_m \cdot \tau_L s}{(\tau_H s + 1)\cdot(\tau_L s + 1)} = \frac{A_m}{\left(1 + j\frac{f}{f_H}\right)\cdot\left(1 - j\frac{f_L}{f}\right)}$$

$$A_m = -100$$
$$f_L = 1\ \text{kHz}$$
$$f_H = 1\ \text{MHz}$$

Επομένως, στην περιοχή χαμηλών συχνοτήτων, η απόκριση του ενισχυτή περιγράφεται από την παρακάτω σχέση:

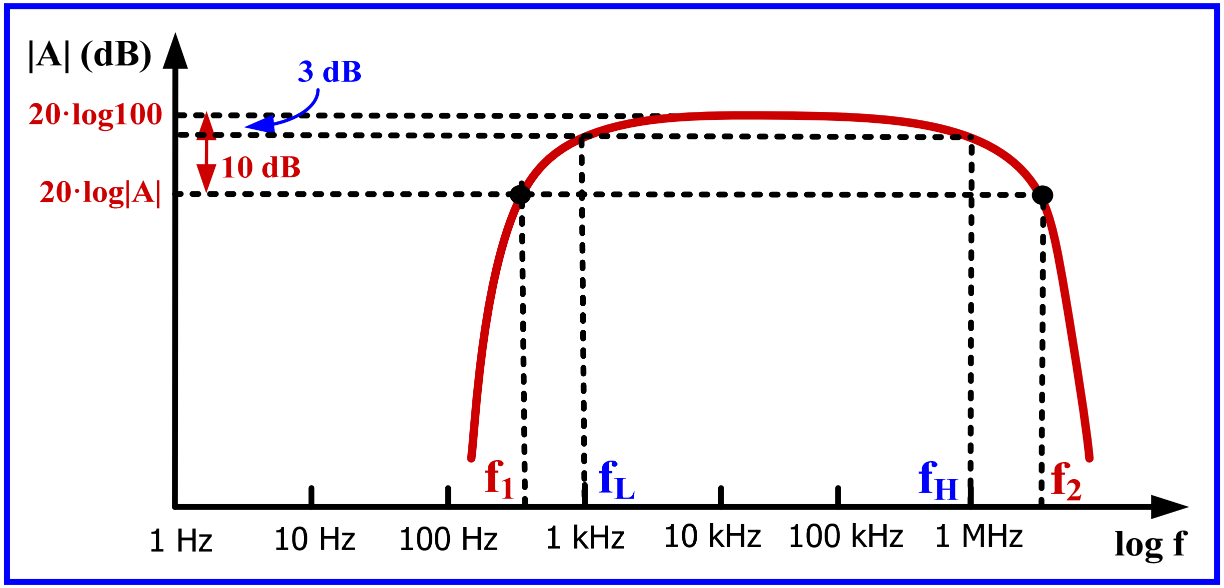
$$A = -\frac{100}{1 - j\frac{10^3}{f}} \Rightarrow |A| = \frac{100}{\sqrt{1 + \frac{10^6}{f^2}}}$$

# Άσκηση 3η

$$20\log|A| = 20\log 100 - 20\log\sqrt{1+\frac{10^6}{f^2}} \Rightarrow 20\log\sqrt{1+\frac{10^6}{f^2}} = 20\log 100 - 20\log|A|$$

$$\Rightarrow 20\log\sqrt{1+\frac{10^6}{f^2}} = 10 \Rightarrow 10\log\left(1+\frac{10^6}{f^2}\right) = 10 \Rightarrow \log\left(1+\frac{10^6}{f^2}\right) = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1+\frac{10^6}{f^2} = 10^1 \Rightarrow \frac{10^6}{f^2} = 9 \Rightarrow f = \sqrt{\frac{10^6}{9}} \Rightarrow f = \frac{1000}{3}\,\text{Hz} \Rightarrow \boxed{f = f_1 = 333.3\ \text{Hz}}$$



# Άσκηση 3η

Με ανάλογο τρόπο, για την περιοχή των υψηλών συχνοτήτων, όπου η απόκριση του ενισχυτή προσδιορίζεται από την παρακάτω σχέση, υπολογίζεται ότι η συχνότητα $f_2$ για την οποία η ενίσχυση είναι 10 dB κάτω από τη μέγιστη τιμή της.

$$A = -\frac{100}{1 + j\frac{f}{10^6}} \Rightarrow |A| = \frac{100}{\sqrt{1 + \frac{f^2}{10^{12}}}}$$

$$20\log|A| = 20\log 100 - 20\log\sqrt{1 + \frac{f^2}{10^{12}}} \Rightarrow 20\log\sqrt{1 + \frac{f^2}{10^{12}}} = 20\log 100 - 20\log|A|$$

$$\Rightarrow 20\log\sqrt{1 + \frac{f^2}{10^{12}}} = 10 \Rightarrow 10\log\left(1 + \frac{f^2}{10^{12}}\right) = 10 \Rightarrow \log\left(1 + \frac{f^2}{10^{12}}\right) = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 + \frac{f^2}{10^{12}} = 10^1 \Rightarrow \frac{f^2}{10^{12}} = 9 \Rightarrow f = \sqrt{9 \cdot 10^{12}} \Rightarrow f = 3 \cdot 10^6 \text{ Hz} \Rightarrow \boxed{f = f_2 = 3 \text{ MHz}}$$

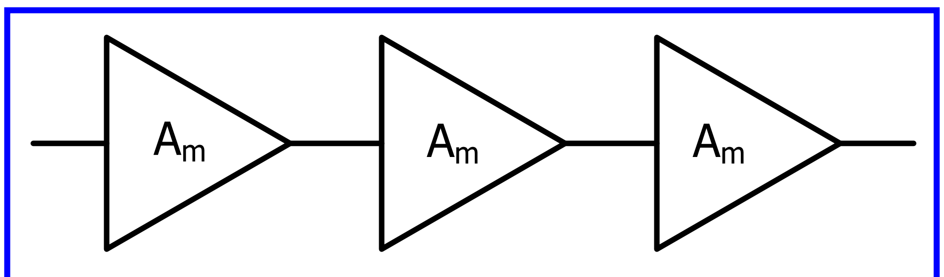
# Άσκηση 4η

Ένας ενισχυτής αποτελείται από τρεις όμοιες βαθυπερατές βαθμίδες που είναι απευθείας συνδεδεμένες μεταξύ τους (δηλ. χωρίς πυκνωτές σύζευξης), δεν αλληλοεπιδρούν και παρουσιάζουν συχνότητα αποκοπής $f_H$ = 3 MHz και ενίσχυση $A_m$ = 10 στην περιοχή των μεσαίων συχνοτήτων. Προσδιορίστε τη συχνότητα για την οποία το μέτρο ενίσχυσης είναι 1 dB μικρότερο από τη μέγιστη τιμή της ενίσχυσης.

Η απόκριση του ενισχυτή δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$A = \frac{A_m}{\left(1 + j\frac{f}{f_H}\right)} \cdot \frac{A_m}{\left(1 + j\frac{f}{f_H}\right)} \cdot \frac{A_m}{\left(1 + j\frac{f}{f_H}\right)} \Rightarrow A = \frac{A_m^3}{\left(1 + j\frac{f}{f_H}\right)^3}$$

$$\left|A\right| = \frac{{A_m}^3}{\left(\sqrt{1 + \frac{f^2}{{f_H}^2}}\right)^3}$$

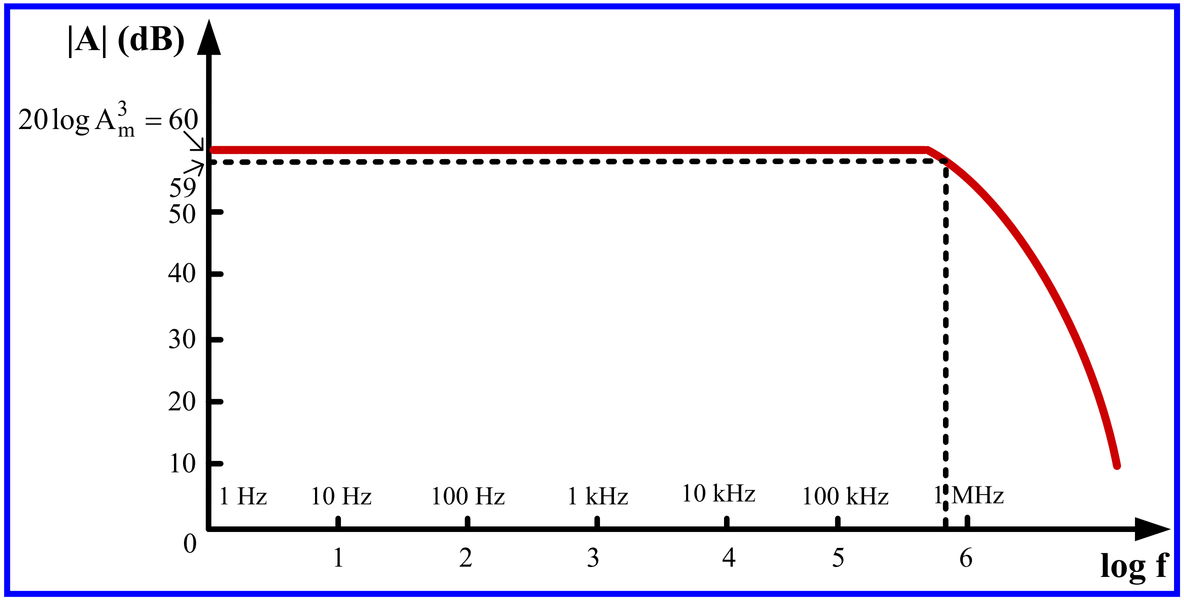


# Άσκηση 4η

$$20\log|A| = 20\log A_m^3 - 20\log\left(\sqrt{1+\frac{f^2}{f_H^2}}\right)^3 \Rightarrow 20\log\left(\sqrt{1+\frac{f^2}{f_H^2}}\right)^3 = 20\log A_m^3 - 20\log|A| \Rightarrow$$

$$20\log\left(\sqrt{1+\frac{f^2}{f_H^2}}\right)^3 = 1 \Rightarrow 30\log\left(1+\frac{f^2}{f_H^2}\right) = 1 \Rightarrow \log\left(1+\frac{f^2}{f_H^2}\right) = \frac{1}{30} \Rightarrow$$

$$1+\frac{f^2}{f_H^2} = 10^{1/30} \Rightarrow \frac{f^2}{f_H^2} = 10^{1/30} - 1 \Rightarrow f = f_H \cdot \sqrt{10^{1/30} - 1} \Rightarrow f = 0.28 \cdot f_H = 0.84\,\text{MHz}$$

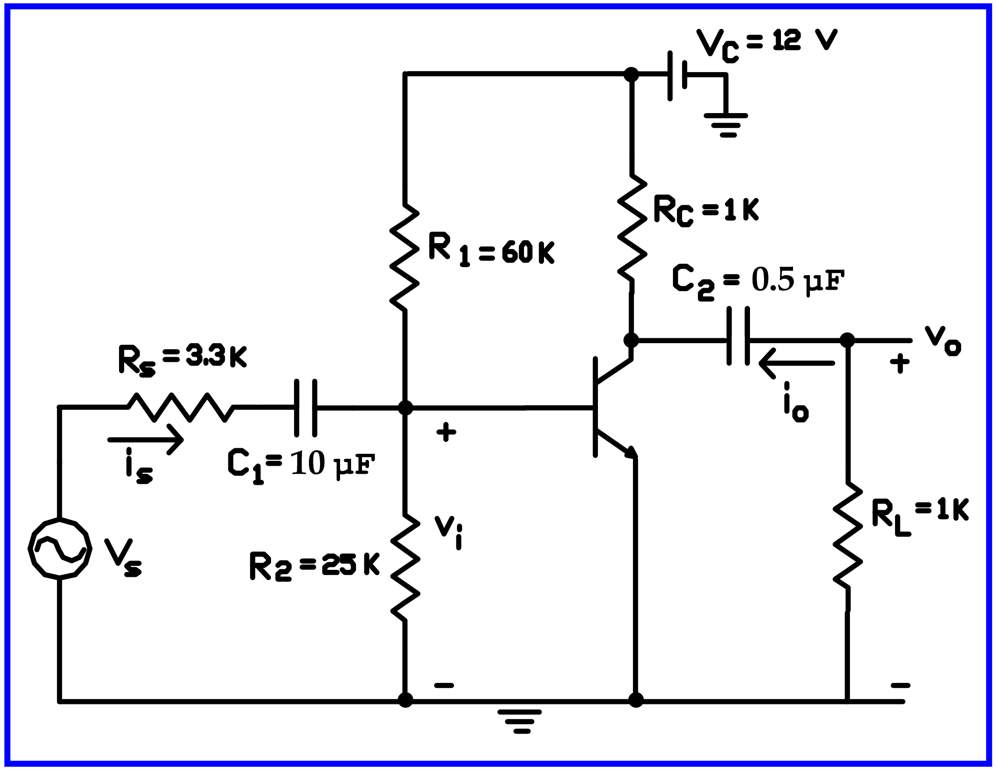



$$20\log A_m^3 = 20\log 10^3 = 60$$

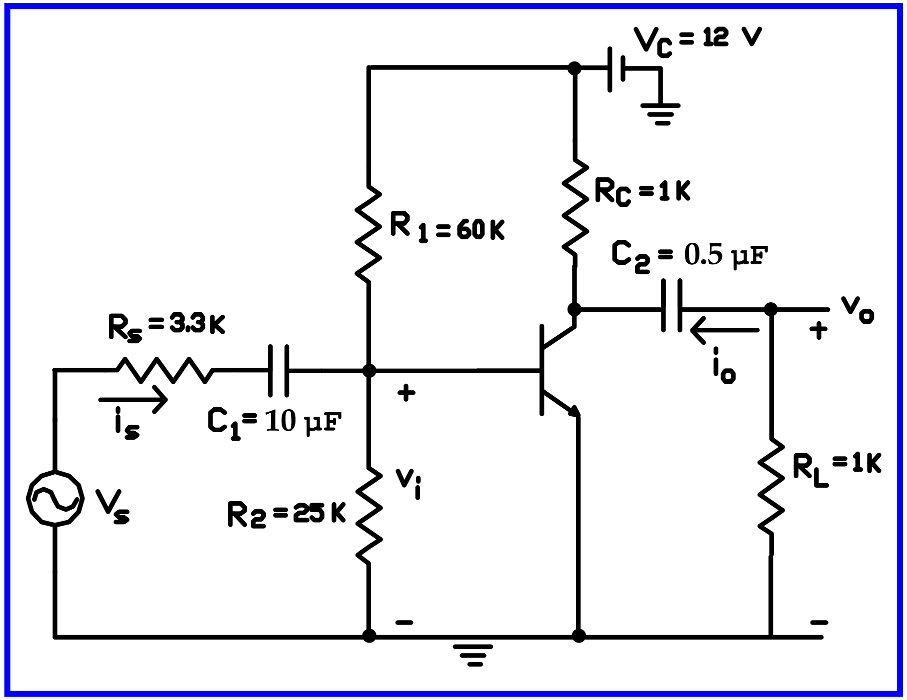
$$\log 0.84 \cdot 10^6 = 5.9$$

# Άσκηση 5η

Ακολουθώντας την τεχνική σταδιακής ανάλυσης, κατά περιοχές συχνοτήτων, προσδιορίστε για τον ενισχυτή του σχήματος την συνάρτηση που περιγράφει την ενίσχυση τάσης $A_{vs}$. Χαράξτε επίσης την απόκριση συχνότητας μέτρου του ενισχυτή (διάγραμμα Bode: μέτρο ενίσχυσης σε dB συναρτήσει του log f). Το τρανζίστορ του ενισχυτή είναι πολωμένο στην ενεργό περιοχή και έχει τις εξής παραμέτρους: $r_\pi$ = 1.25 kΩ, $C_\pi$ = 10 pF, $C_\mu$ = 3 pF, $g_m$ = 200 mS.



# Άσκηση 5η



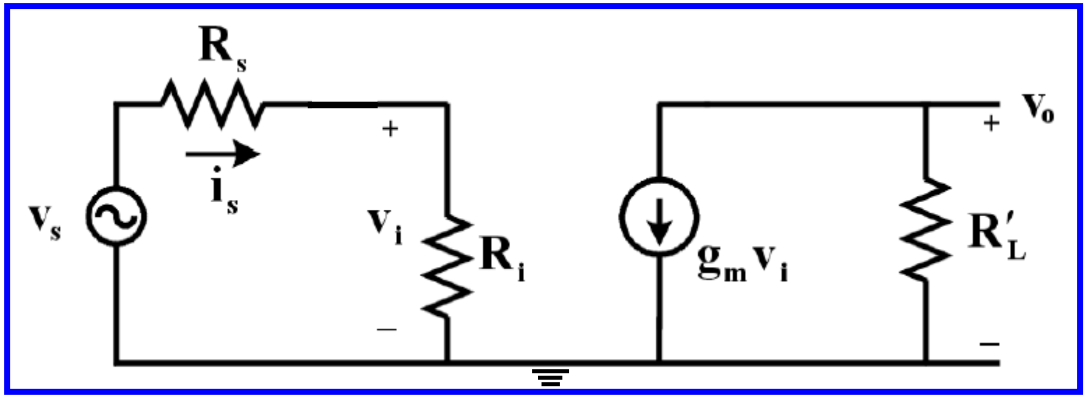

$$R_B = R_1 // R_2 = 17.64\,\text{k}\Omega$$

$$R_i = R_B // r_\pi = 1.17\,\text{k}\Omega$$

$$R'_L = R_L // R_C = 0.5\,\text{k}\Omega$$

Στις μεσαίες συχνότητες:

$$v_o = -g_m . R'_L . v_i \quad = \frac{-g_m . R'_L . R_i}{R_i + R_s} v_s$$

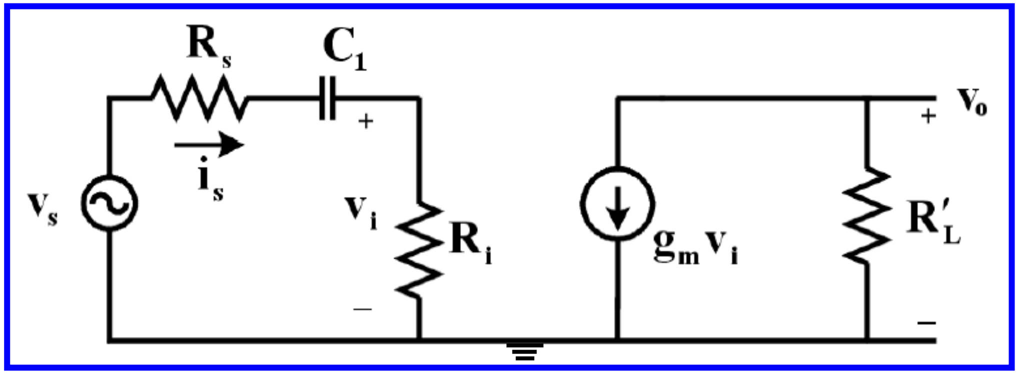



$$A_m = \frac{v_o}{v_s} = -\frac{g_m . R'_L . R_i}{R_i + R_s}$$

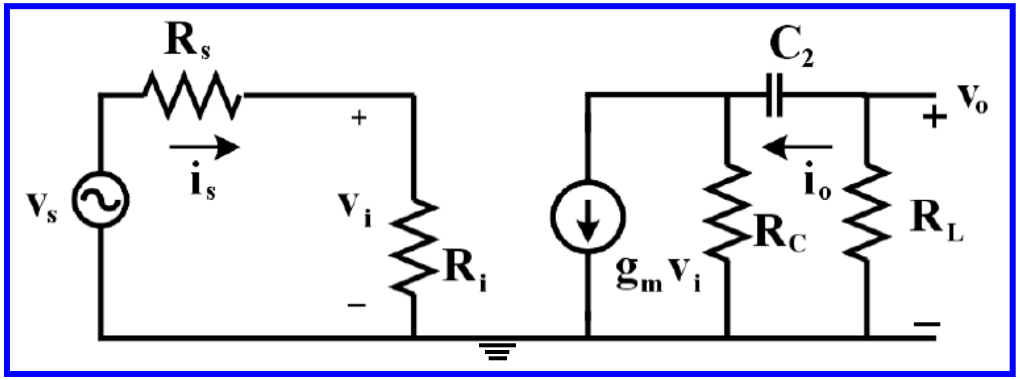
$$A_m = -26.17$$

# Άσκηση 5η

Στις χαμηλές συχνότητες:




$$\tau_1 = (R_s + R_i)C_1 \Rightarrow f_1 = \frac{1}{2\pi\tau_1} = 3.5\,\text{Hz}$$

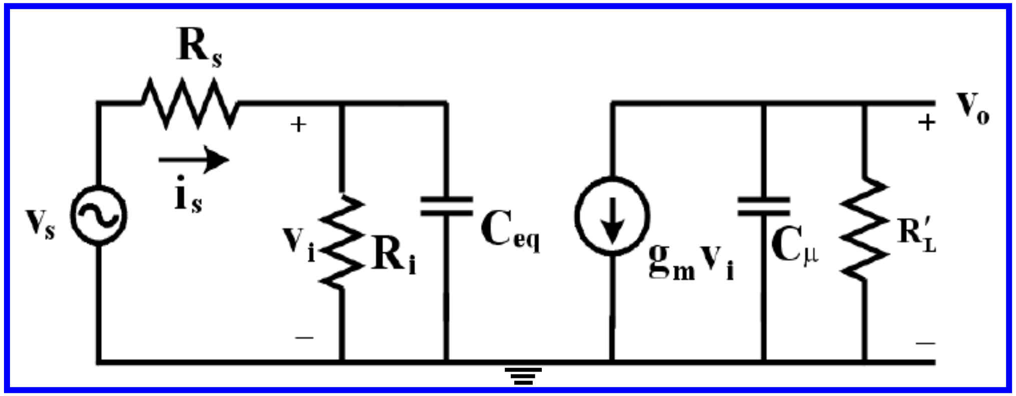



$$\tau_2 = (R_C + R_L)C_2 \Rightarrow f_2 = \frac{1}{2\pi\tau_2} = 160\,\text{Hz}$$

Επειδή, $f_2 > f_1$ η κυρίαρχη συχνότητα στην περιοχή χαμηλών συχνοτήτων είναι η $f_2$.
Άρα η κατώτερη συχνότητα αποκοπής του ενισχυτή είναι: $f_L = f_2 = 160$ Hz.

# Άσκηση 5η

Στις υψηλές συχνότητες:




$$C_{eq} = C_{\pi} + (1 + g_m R'_L) \cdot C_{\mu} = 313\,\text{pF}$$

$$\tau_i = (R_i \,//\, R_s) C_{eq} = 270\,\text{ns}, \quad \tau_o = R'_L\, C_{\mu} = 1.5\,\text{ns}$$

Αφού $\tau_i > \tau_o$ η κυρίαρχη (δηλ. η μικρότερη) συχνότητα στην περιοχή υψηλών συχνοτήτων είναι αυτή που αντιστοιχεί στο κύκλωμα εισόδου:

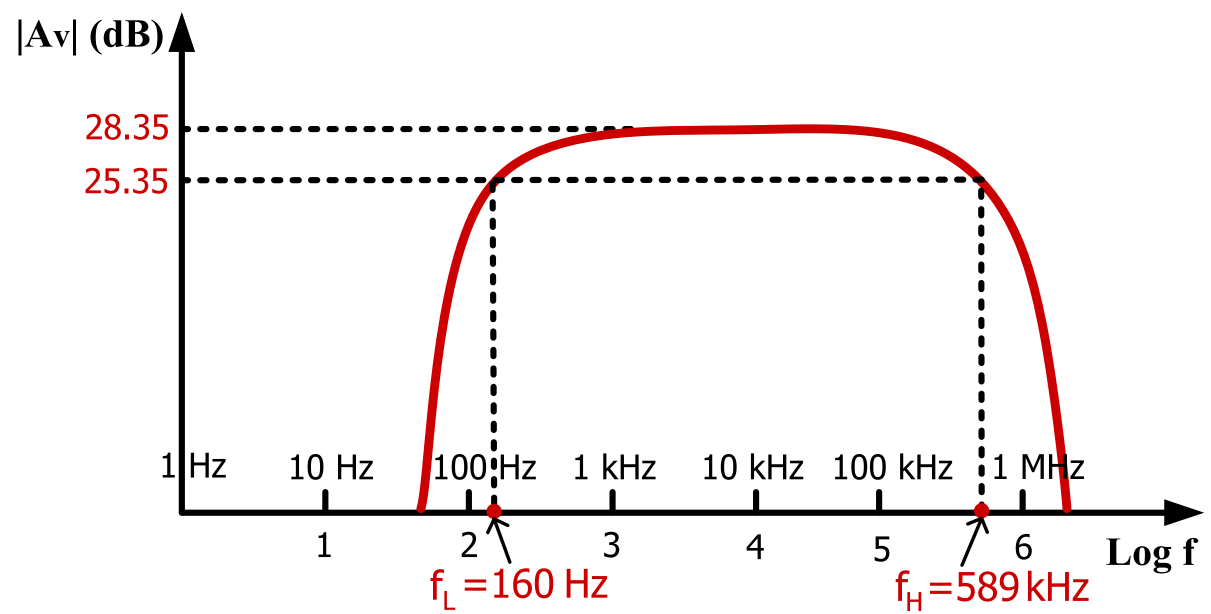
$$\tau_H = \tau_i = (R_i \,//\, R_s) C_{eq} \Rightarrow f_H = \frac{1}{2\pi\tau_H} = 589\,\text{kHz}$$

# Άσκηση 5η

Η συνάρτηση μεταφοράς του ενισχυτή προσεγγίζεται από την παρακάτω σχέση:

$$A_v(s) = \frac{A_m \cdot \tau_L s}{(\tau_H s + 1)\cdot(\tau_L s + 1)} = \frac{A_m}{\left(1 + j\dfrac{f}{f_H}\right)\cdot\left(1 - j\dfrac{f_L}{f}\right)}$$

$$\tau_L = \tau_2 = 1\ \text{ms}$$
$$\tau_H = \tau_i = 270\ \text{ns}$$
$$f_L = f_2 = 160\ \text{Hz}$$
$$f_H = f_i = 589 \cdot 10^3\ \text{Hz}$$

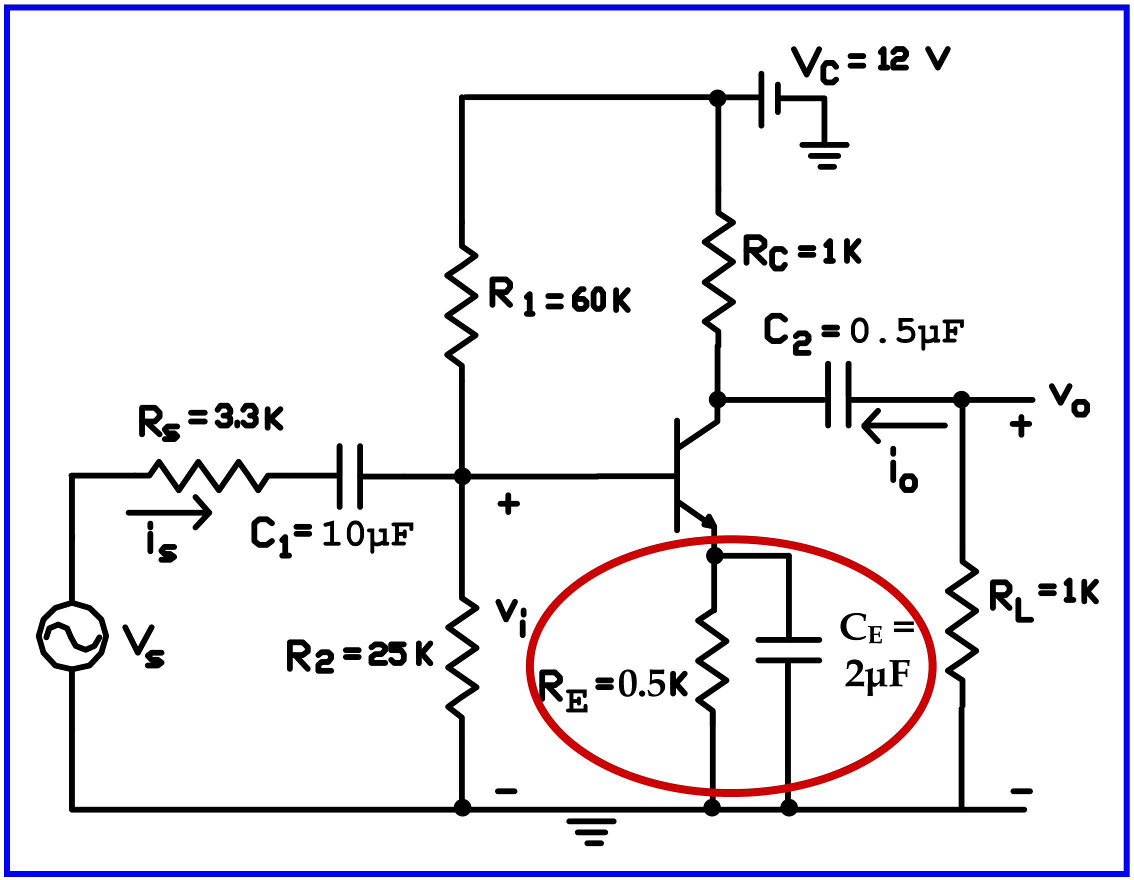


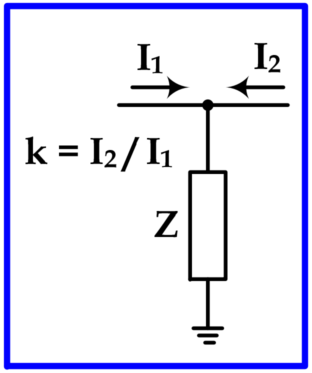

$$|A_m| = 26.17 \Rightarrow$$
$$20 \cdot \log 26.17 = 28.35\,\text{dB}$$

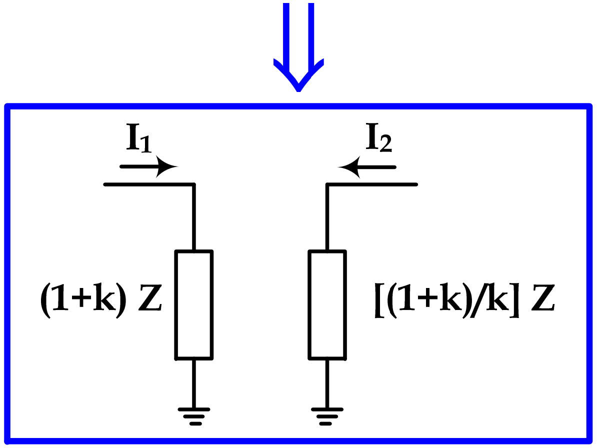
$$\log 160 = 2.20$$
$$\log 589 \cdot 10^3 = 5.77$$

# Άσκηση 6η

Να επαναλάβετε τον προσδιορισμό της κατώτερης συχνότητας αποκοπής και τη χάραξη της απόκρισης συχνότητας μέτρου του ενισχυτή της προηγούμενης άσκησης, λαμβάνοντας υπόψη ότι υφίσταται αντίσταση εκπομπού ($R_E$) και εξωτερικός πυκνωτής παράκαμψης $C_E$. Χρησιμοποιήστε το θεώρημα ρευμάτων του Miller (δΐυκό θεώρημα Miller).

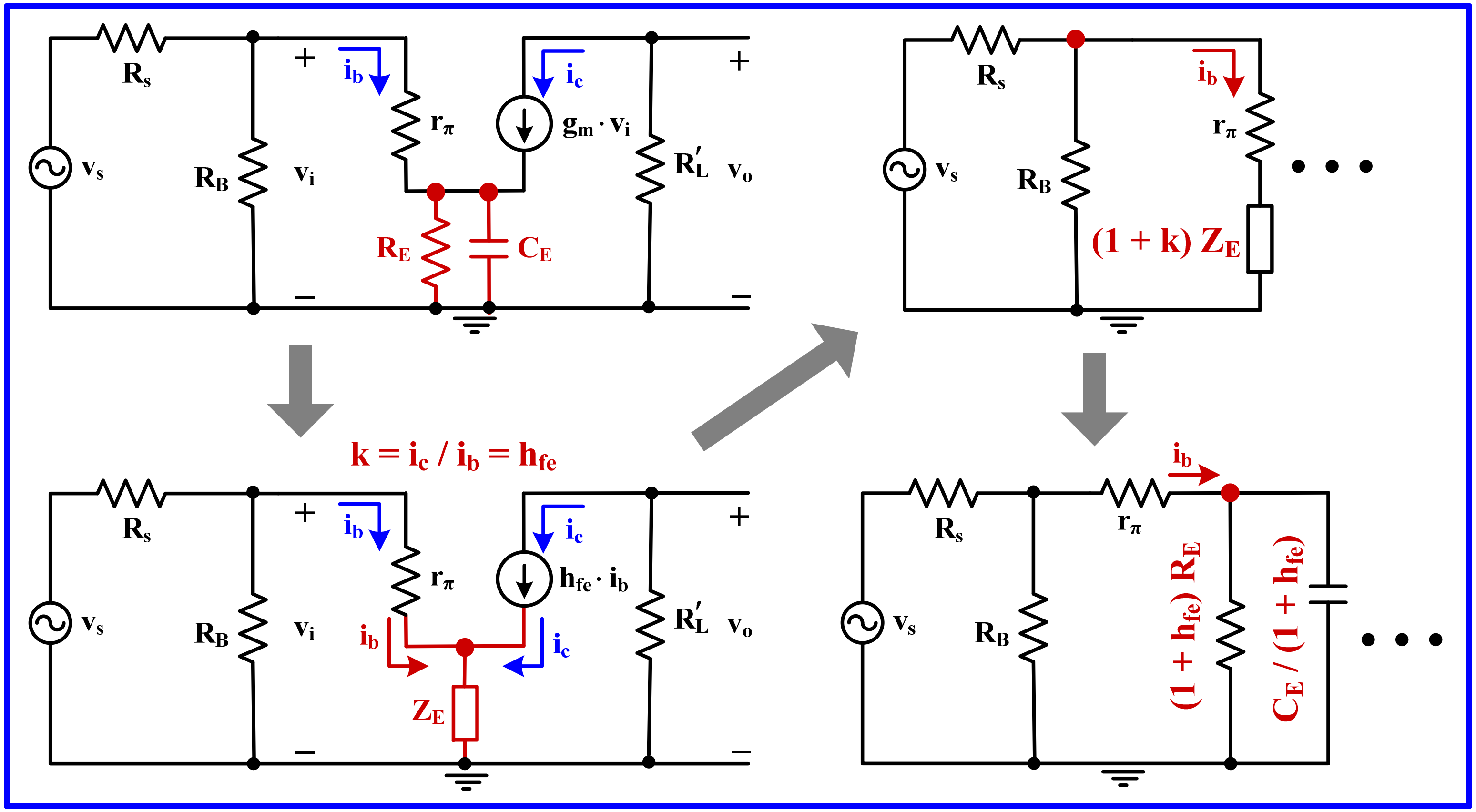


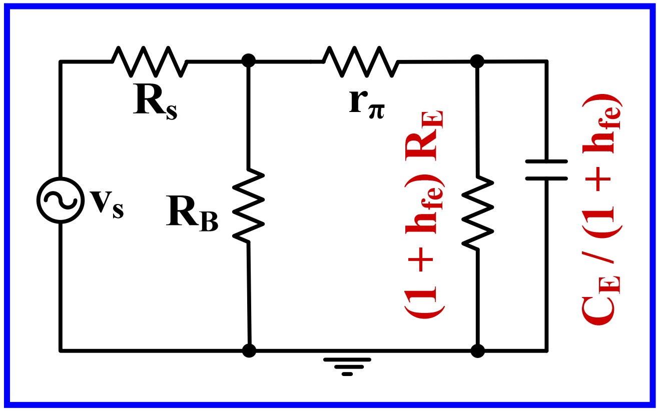
# Άσκηση 6η

Θεωρώντας ότι επιδρά στο κύκλωμα μόνο ο πυκνωτής $C_E$, ενώ οι πυκνωτές $C_1$ και $C_2$ λειτουργούν ως βραχυκυκλώματα, σχεδιάζουμε το ισοδύναμο μοντέλο του ενισχυτή (χρησιμοποιώντας το απλοποιημένο ισοδύναμο κύκλωμα του τρανζίστορ για χαμηλές και μεσαίες συχνότητες) και εφαρμόζουμε το δϊυκό θεώρημα Miller στον κλάδο του κυκλώματος που περιλαμβάνει την αντίσταση εκπομπού ($R_E$) και τον αντίστοιχο πυκνωτή παράκαμψης ($C_E$).



# Άσκηση 6η

Για τον υπολογισμό της αντίστασης ($R_{eq}$) που συμμετέχει στη σταθερά χρόνου, βραχυκυκλώνουμε την πηγή σήματος του κυκλώματος. $h_{fe} = g_m \cdot r_\pi = 250$




$$\boxed{R_{eq} = [(R_s // R_B) + r_\pi] // (1 + h_{fe}) \cdot R_E} \Rightarrow$$

$$R_{eq} = [(3.3 // 17.64) + 1.25] // (1 + 250) \cdot 0.5 \text{ k}\Omega \Rightarrow$$

$$R_{eq} = \left[\left(\frac{3.3 \cdot 17.64}{3.3 + 17.64}\right) + 1.25\right] // 125.5 \text{ k}\Omega \Rightarrow R_{eq} = (2.78 + 1.25) // 125.5 \text{ k}\Omega \Rightarrow$$

$$R_{eq} = (4.03 // 125.5) \text{ k}\Omega \Rightarrow R_{eq} = \left(\frac{4.03 \cdot 125.5}{4.03 + 125.5}\right) \text{k}\Omega \Rightarrow \boxed{R_{eq} = 3.9 \text{ k}\Omega}$$

$$\tau_E = R_{eq} \cdot C_E / (1 + h_{fe}) \Rightarrow \tau_E = \frac{3.9 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{251} \text{s} \Rightarrow \tau_E = 31.1 \ \mu\text{s}$$

$$\omega_E = 1/\tau_E = 32.15 \text{ rad/ms} \Rightarrow f_E = \omega_E / 2 \cdot \pi = 5.12 \text{ kHz}$$

Η συχνότητα αποκοπής λόγω της παρουσίας του $C_E$ στο βρόχο εξόδου του ενισχυτή είναι αισθητά μικρότερη της $f_E$.

Επειδή, $f_E > f_2 > f_1$ η κυρίαρχη συχνότητα στην περιοχή χαμηλών συχνοτήτων είναι η $f_E$.

Άρα η κατώτερη συχνότητα αποκοπής του ενισχυτή είναι: $f_L = f_E = 5.12$ kHz.

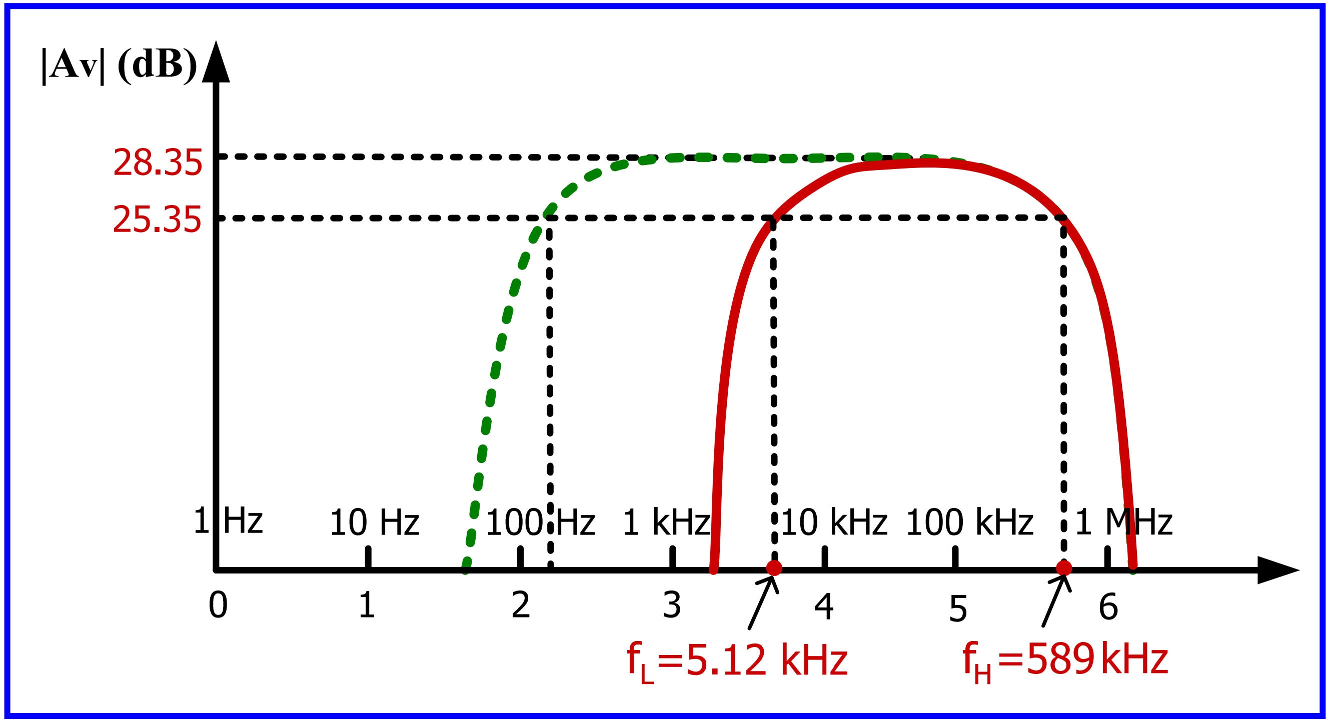
# Άσκηση 6η

Η συνάρτηση μεταφοράς (ενίσχυση) του ενισχυτή προσεγγίζεται από τη σχέση:

$$A_v = \frac{A_m}{\left(1 + j\dfrac{f}{f_H}\right)\cdot\left(1 - j\dfrac{f_L}{f}\right)}$$

$$f_L = f_E = 5.12\,\text{kHz}$$

$$f_H = f_i = 589\,\text{kHz}$$




$$|A_m| = 26.17 \Rightarrow$$

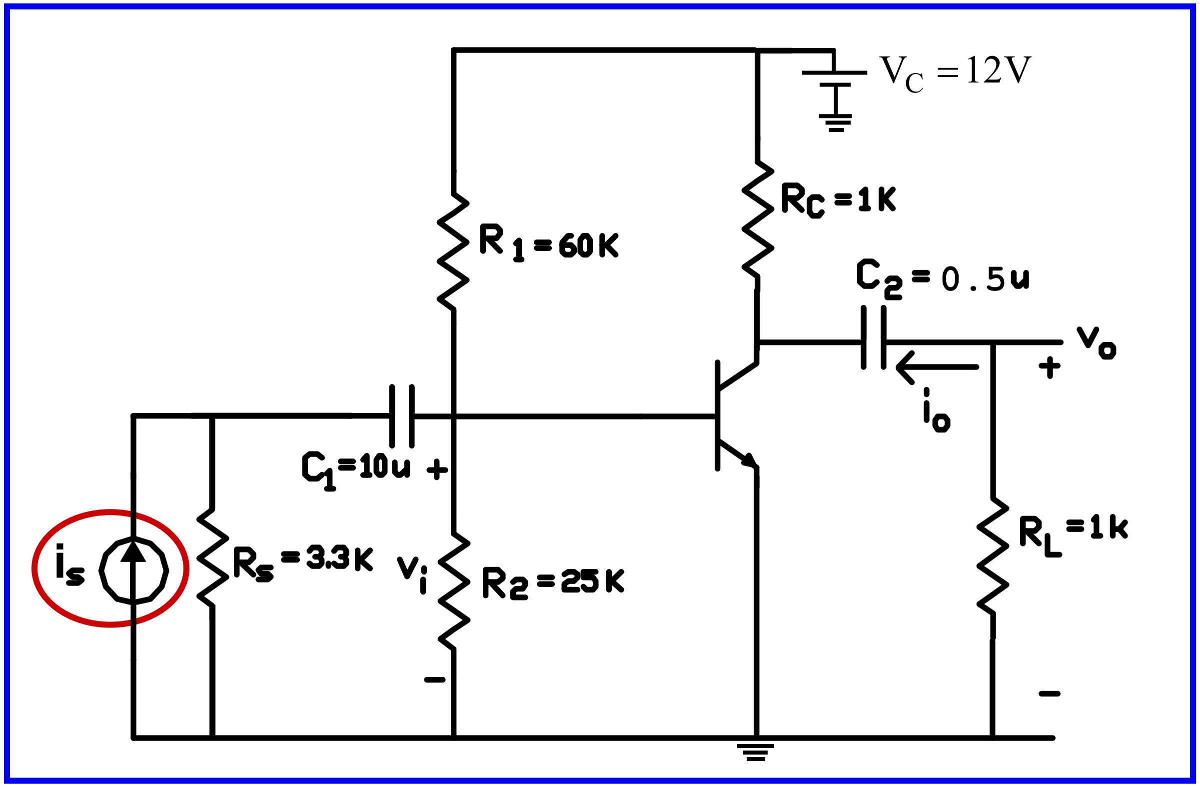
$$20\cdot\log 26.17 = 28.35\,\text{dB}$$

$$\log 5.12\cdot 10^3 = 3.71$$

$$\log 589\cdot 10^3 = 5.77$$

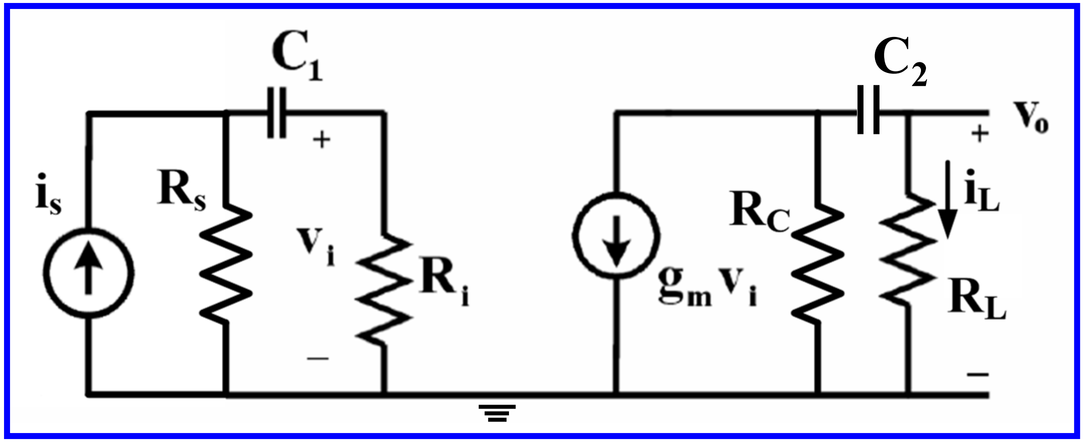
# Άσκηση 7η

Να προσδιορίσετε την ενίσχυση ρεύματος $A_{is} = i_L / i_s$ για τον ενισχυτή του παρακάτω σχήματος σε όλη την περιοχή των συχνοτήτων. Το τρανζίστορ είναι πολωμένο στην ενεργό περιοχή και έχει τις ίδιες παραμέτρους με εκείνο της προηγούμενης άσκησης.



# Άσκηση 7η

$$R_B = R_1 // R_2 = 17.64\,k\Omega$$
$$R_i = R_B // r_\pi = 1.17\,k\Omega$$
$$R_L^{'} = R_L // R_C = 0.5\,k\Omega$$




Στις μεσαίες συχνότητες:

$$i_L = -g_m v_i \cdot \frac{R_C}{R_C + R_L} = -100 \cdot v_i$$

$$i_L = -100 \cdot (R_s // R_i) \cdot i_s = -86.3 \cdot i_s$$

$$A_{im} = \frac{i_L}{i_s} = -86.3$$

Στις χαμηλές συχνότητες:

$$\tau_1 = (R_s + R_i)C_1 \;\Rightarrow\; f_1 = \frac{1}{2\pi\tau_1} = 3.5\text{Hz}$$

$$\tau_2 = (R_C + R_L)C_2 \Rightarrow f_2 = \frac{1}{2\pi\tau_2} = 160\text{Hz}$$

Επειδή, $f_2 > f_1$ η κυρίαρχη συχνότητα στην περιοχή χαμηλών συχνοτήτων είναι η $f_2$. Άρα η κατώτερη συχνότητα αποκοπής του ενισχυτή είναι: $f_L = f_2 = 160$ Hz

# Άσκηση 7η

Στην περιοχή υψηλών συχνοτήτων, η κυρίαρχη συχνότητα είναι αυτή που αντιστοιχεί στο κύκλωμα εισόδου:

$$\boxed{\tau_H = (R_i // R_s)C_{eq} \Rightarrow f_H = \frac{1}{2\pi\tau_H} = 589\ \text{kHz}}$$

Η συνάρτηση μεταφοράς του ενισχυτή (δηλ. η ενίσχυση ρεύματος σε όλη την περιοχή συχνοτήτων) προσεγγίζεται από την παρακάτω σχέση:

$$A_i(s) = \frac{A_{im} \cdot \tau_L s}{(\tau_H s + 1)\cdot(\tau_L s + 1)} = \frac{A_{im}}{\left(1 + j\frac{f}{f_H}\right)\cdot\left(1 - j\frac{f_L}{f}\right)}$$

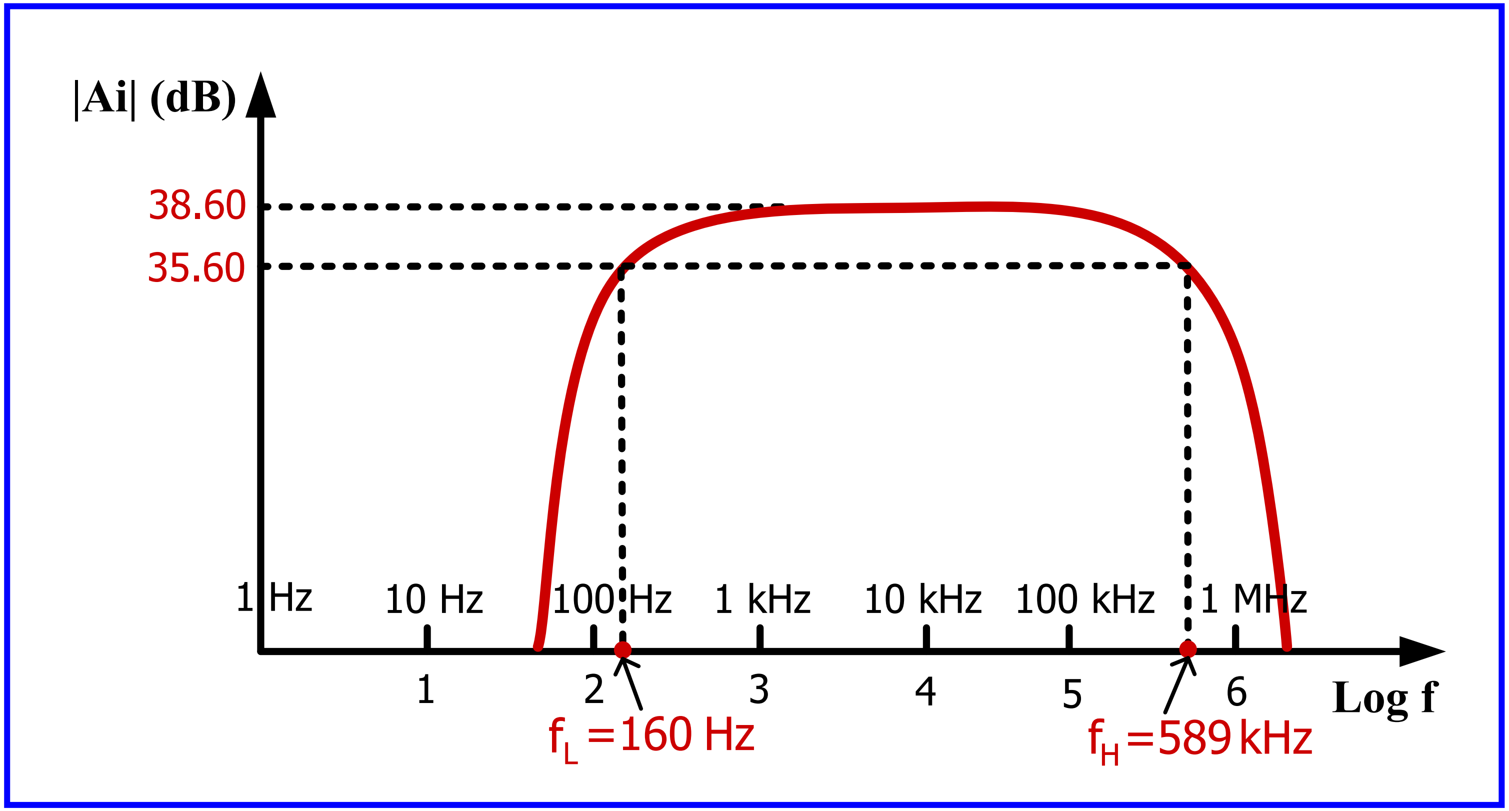
$$= -\frac{86.3}{\left(1 + j\frac{f}{589\cdot 10^3}\right)\cdot\left(1 - j\frac{160}{f}\right)}$$

# Άσκηση 7η

$$\left|A_{im}\right| = 86.3 \Rightarrow 20 \cdot \log 86.3 = 38.6\,\mathrm{dB}$$

$$\log 160 = 2.20$$

$$\log 589 \cdot 10^{3} = 5.77$$



# Τέλος 3ης ενότητας