

ΨΗΦΙΑΚΗ ΛΟΓΙΚΗ ΣΧΕΔΙΑΣΗ

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

ΘΕΜΑ 1

Στον παρακάτω πίνακα, δίνονται οι μη προσημασμένοι αριθμοί A, σε δυαδική παράσταση με δώδεκα (12) ψηφία, και B, σε δεκαεξαδική παράσταση με τρία (3) ψηφία.

Αριθμοί	Δεκαδική παράσταση	Δυαδική παράσταση (12 ψηφία)	Δεκαεξαδική παράσταση (3 ψηφία)
A		000010010101	
B			0D4

- α) Να διενεργήσετε τις απαραίτητες μετατροπές, ώστε να συμπληρωθούν τα κενά στοιχεία στον παραπάνω πίνακα. Να δείξετε αναλυτικά τις μετατροπές.
- β) Να εκτελέσετε αναλυτικά τις πράξεις $A + B$ και $A - B$ στο δυαδικό αριθμητικό σύστημα και να μετατρέψετε τα αποτελέσματα και στο δεκαδικό αριθμητικό σύστημα.

ΘΕΜΑ 2

Στον παρακάτω πίνακα, δίνονται οι μη προσημασμένοι αριθμοί A, σε δυαδική παράσταση με 12 ψηφία, και B, σε δεκαεξαδική παράσταση με 3 ψηφία.

Αριθμοί	Δεκαδική παράσταση	Δυαδική παράσταση (12 ψηφία)	Δεκαεξαδική παράσταση (3 ψηφία)
A		000011011010	
B			12B

- α) Να διενεργήσετε τις απαραίτητες μετατροπές, ώστε να συμπληρωθούν τα κενά στοιχεία στον παραπάνω πίνακα. Να δείξετε αναλυτικά τη διαδικασία μετατροπής.
- β) Να εκτελέσετε αναλυτικά στο δυαδικό αριθμητικό σύστημα τις πράξεις $A + B$ και $A - B$ και να δείξετε τη διαδικασία. Η αφαίρεση να γίνει με τη χρήση συμπληρωμάτων ως προς 2. Να μετατρέψετε τα αποτελέσματα στο δεκαδικό αριθμητικό σύστημα.

ΘΕΜΑ 3

Δίνονται δύο θετικοί αριθμοί, ο δεκαεξαδικός $X = 2E.4$ και ο δεκαδικός $Y = 70 + A_0$, όπου A_0 είναι το πλέον δεξιά (ελάχιστο σημαντικό) ψηφίο του αριθμού μητρώου σας.

- α) Να διενεργήσετε τις απαραίτητες μετατροπές, ώστε να συμπληρωθούν τα κενά στοιχεία στον παρακάτω πίνακα. Να δείξετε αναλυτικά τις μετατροπές.

Αριθμοί	Δεκαδική παράσταση	Δυαδική παράσταση	Δεκαεξαδική παράσταση
X			2E.4
Y	$70 + A_0$		

- β) Να εκφράσετε τους αριθμούς X και Y σε παράσταση κινητής υποδιαστολής απλής ακρίβειας στη μορφή:

	S	E'	M
X =			
Y =			

- γ) Να εκτελέσετε αναλυτικά την πρόσθεση, $X + Y$, και την αφαίρεση, $X - Y$, των δύο αριθμών στην παράσταση κινητής υποδιαστολής απλής ακρίβειας και να μετατρέψετε τα αποτελέσματα και στο δεκαδικό αριθμητικό σύστημα.

	S	E'	M	Δεκαδική παράσταση
X + Y =				
X - Y =				

ΘΕΜΑ 4

Ο αριθμός A, στο δεκαδικό αριθμητικό σύστημα, ισούται με τα τρία (3) τελευταία (λιγότερο σημαντικά) ψηφία του αριθμού μητρώου σας (AM), προσαυξημένος κατά εκατό (100) μονάδες. Για παράδειγμα, εάν $AM = 21017$, τότε $A = 17_{10} + 100_{10} = 117_{10}$ και, εάν $AM = 21356$, τότε $A = 356_{10} + 100_{10} = 456_{10}$.

Ο αριθμός B, στο δεκαεξαδικό αριθμητικό σύστημα, είναι: $B = 200_{16}$

- α) Να εκφραστούν οι αριθμοί A και B στο δυαδικό αριθμητικό σύστημα με δώδεκα (12) δυαδικά ψηφία.
- β) Να προσδιορίσετε στο δυαδικό αριθμητικό σύστημα το άθροισμα, $A + B$, και να μετατρέψετε το αποτέλεσμα και στο δεκαδικό αριθμητικό σύστημα.
- γ) Να προσδιορίσετε στο δυαδικό αριθμητικό σύστημα τη διαφορά, $A - B$, να εκφράσετε το αποτέλεσμα σε μορφή προσημασμένου μέτρου και να μετατρέψετε το αποτέλεσμα και στο δεκαδικό αριθμητικό σύστημα.
- δ) Να εκφράσετε σε κώδικα BCD τον αριθμό μητρώου σας.

ΘΕΜΑ 5

Δίνονται οι προσημασμένοι αριθμοί $A = +785_{10}$ και $B = -1463_8$.

- α) Αφού παραστήσετε το μέγεθος των δύο αριθμών (δηλαδή, τους αριθμούς χωρίς το πρόσημό τους) στο δυαδικό σύστημα με 10 ψηφία (παρουσιάζοντας αναλυτικά τις μετατροπές), να συμπληρώσετε τα κενά στον παρακάτω πίνακα, εξηγώντας τις επιλογές σας.

Προσημασμένοι αριθμοί	Παράσταση προσημασμένου μεγέθους	Παράσταση προσημασμένου συμπληρώματος ως προς 1	Παράσταση προσημασμένου συμπληρώματος ως προς 2
$A = +785_{10}$			
$B = -1463_8$			

- β) Να εκτελέσετε την πράξη $A - B$, στο δυαδικό αριθμητικό σύστημα, χρησιμοποιώντας την παράσταση προσημασμένου συμπληρώματος ως προς 2 των δύο αριθμών. Πόσα δυαδικά ψηφία απαιτούνται για τη σωστή παράσταση του αποτελέσματος της αφαίρεσης;

ΘΕΜΑ 6

Θέλουμε να σχεδιάσουμε λογικό κύκλωμα με τέσσερις (4) εισόδους, X_3 , X_2 , X_1 , και X_0 , και μια έξοδο F, τέτοιο ώστε να προκύπτει $F = 1$, εάν ο συνδυασμός τιμών των ψηφίων των τεσσάρων (4) εισόδων αναπαριστά μονοψήφιο δεκαδικό αριθμό σε μορφή κώδικα BCD μεγαλύτερο ή ίσο του 5,

και να προκύπτει $F = 0$, εάν ο συνδυασμός τιμών των ψηφίων των τεσσάρων (4) εισόδων αναπαριστά μονοψήφιο δεκαδικό αριθμό σε μορφή κώδικα BCD μικρότερο του 5. Για τους μη χρησιμοποιούμενους συνδυασμούς τιμών των εισόδων η τιμή της εξόδου F λαμβάνεται ως αδιάφορη. Να σχεδιαστεί το χονδρικό (σηματικό) διάγραμμα, να συμπληρωθεί ο πίνακας αλήθειας, να διατυπωθεί η λογική συνάρτηση του κυκλώματος σε κανονική μορφή και να σχεδιαστεί κύκλωμα που θα περιλαμβάνει τον ελάχιστο δυνατό αριθμό πυλών NAND μόνο.

Δεν επιτρέπεται η χρήση αντιστροφών ή άλλου τύπου λογικών πυλών και ως εισοδοί του λογικού κυκλώματος διατίθενται μόνο οι μεταβλητές που αντιστοιχούν στις τέσσερις (4) εισόδους και όχι οι συμπληρωματικές τους μορφές.

ΘΕΜΑ 7

Δίνεται η λογική συνάρτηση $F(x,y,z,w) = \Sigma(0, 1, 7, 8) + d(3, 4, 5, 12, 13, 14, 15)$, δηλαδή οι τιμές της συνάρτησης για τους ελαχιστόρους $m_3, m_4, m_5, m_{12}, m_{13}, m_{14}$ και m_{15} είναι αδιάφορες.

- Να καταστρώσετε το χάρτη Karnaugh της συνάρτησης $F(x,y,z,w)$ και στη συνέχεια να την ελαχιστοποιήσετε σε μορφή αθροίσματος γινομένων και σε μορφή γινομένου αθροισμάτων.
- Να υλοποιήσετε τη συνάρτηση $F(x,y,z,w)$ με το μικρότερο δυνατό πλήθος πυλών NAND δύο εισόδων και με το μικρότερο δυνατό πλήθος πυλών NOR δύο εισόδων (δηλαδή, ζητούνται δύο υλοποιήσεις της συνάρτησης).
- Να υλοποιήσετε τη συνάρτηση $F(x,y,z,w)$ με έναν αποκωδικοποιητή και μία λογική πύλη της επιλογής σας.

ΘΕΜΑ 8

Τέσσερις συμφοιτητές, έστω A, B, C και D , από τους οποίους ο A διαθέτει αυτοκίνητο, συζητούν τι θα κάνουν για να γιορτάσουν την ολοκλήρωση της εξεταστικής περιόδου. Μια πρόταση που γίνεται είναι να πάνε εκδρομή αλλά υπάρχουν και αντιρρήσεις, οπότε αποφασίζουν να θέσουν την πρόταση σε ψηφοφορία. Σε περίπτωση ισοψηφίας συμφωνούν η ψήφος του ιδιοκτήτη του αυτοκινήτου (A) να έχει αυξημένη βαρύτητα (να μετράει σαν διπλή ψήφος).

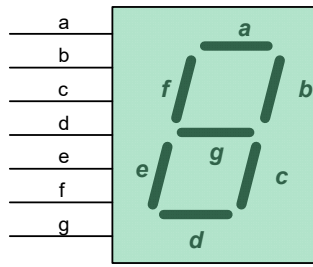
- Να συμπληρωθεί ο πίνακας αλήθειας που περιγράφει αυτή τη διαδικασία.
- Να σχεδιαστεί κύκλωμα που την υλοποιεί με έναν κατάλληλο αποκωδικοποιητή και τέσσερις (4) πύλες OR τριών (3) εισόδων.
- Να σχεδιαστεί κύκλωμα που την υλοποιεί με έναν πολυπλέκτη 2-σε-1 και λογικές πύλες δύο (2) εισόδων μόνο. Ως είσοδος ελέγχου του πολυπλέκτη να τεθεί η μεταβλητή A .

ΘΕΜΑ 9

Να σχεδιάσετε με τον ελάχιστο δυνατό αριθμό βασικών ή/και παράγωγων λογικών πυλών έναν αποκωδικοποιητή, που να οδηγεί έναν ενδείκτη επτά στοιχείων (7 segment display), στον οποίο να απεικονίζονται με τη σειρά (δηλ. κατά αύξουσα αριθμητική αξία του συνδυασμού τιμών των εισόδων) οι χαρακτήρες:



Ο αποκωδικοποιητής θα πρέπει να έχει το ελάχιστο δυνατό πλήθος εισόδων. Εάν δοθεί στις εισόδους μη χρησιμοποιούμενος συνδυασμός τιμών, ο ενδείκτης θα πρέπει να παραμείνει σβηστός. Το χονδρικό διάγραμμα του ενδείκτη επτά στοιχείων (7-segment display) είναι το ακόλουθο:

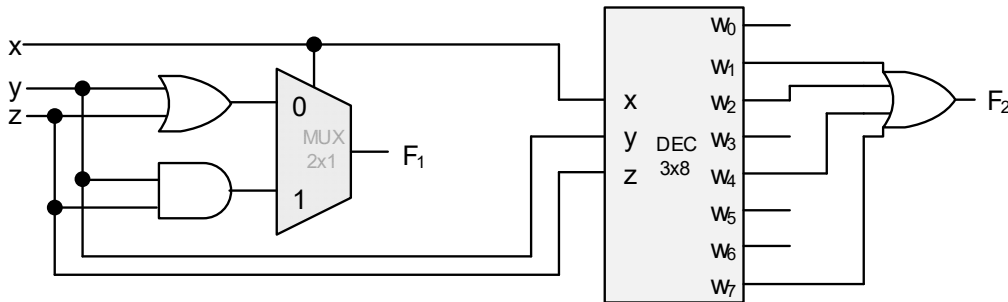


ΘΕΜΑ 10

Έχετε στη διάθεσή σας 2 πολυπλέκτες 2-σε-1 και 2 πύλες NOR 2 εισόδων. Να σχεδιάσετε λογικό κύκλωμα που υλοποιεί τη λειτουργία μιας πύλης XNOR τριών (3) εισόδων.

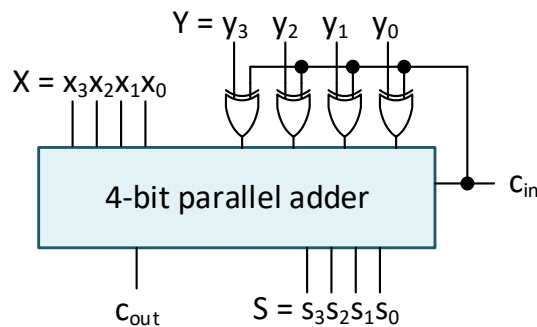
ΘΕΜΑ 11

Δίνεται το παρακάτω λογικό κύκλωμα τριών εισόδων (x, y, z) και δύο εξόδων (F1, F2) του σχήματος, το οποίο περιλαμβάνει έναν πολυπλέκτη 2-σε-1, έναν αποκωδικοποιητή 3-σε-8 και λογικές πύλες. Να αποδείξετε ότι αυτό το λογικό κύκλωμα υλοποιεί τη λειτουργία ενός πλήρους αφαιρέτη.



ΘΕΜΑ 12

Δίνεται το λογικό κύκλωμα του σχήματος που περιλαμβάνει έναν παράλληλο αθροιστή 4 δυαδικών ψηφίων και λογικές πύλες.



Το X είναι $X = x_3x_2x_1x_0 = 0010_2$ και Y είναι το τελευταίο (ελάχιστο σημαντικό) ψηφίο του αριθμού μητρώου σας (AM) προσαυξημένο κατά τρεις (3) μονάδες εκφρασμένο στο δυαδικό αριθμητικό σύστημα με τέσσερα (4) δυαδικά ψηφία. Για παράδειγμα, εάν $AM = 12340$, τότε $Y = 0_{10} + 3_{10} = 3_{10}$ και, εάν $AM = 12349$, τότε $Y = 9_{10} + 3_{10} = 12_{10}$.

- Για $C_{in} = 0$, να προσδιορίσετε στο δυαδικό αριθμητικό σύστημα τα C_{out} και $S = s_3s_2s_1s_0$, καθώς και την τιμή του S σε μορφή προσημασμένου αριθμού στο δεκαδικό αριθμητικό σύστημα.
- Για $C_{in} = 1$, να προσδιορίσετε στο δυαδικό αριθμητικό σύστημα τα C_{out} και $S = s_3s_2s_1s_0$, καθώς και την τιμή του S σε μορφή προσημασμένου αριθμού στο δεκαδικό αριθμητικό σύστημα.

ΘΕΜΑ 13

Να συνθέσετε τμήμα ενός συνδυαστικού κυκλώματος τεσσάρων εισόδων στις οποίες εισάγονται δύο αριθμοί με δύο δυαδικά ψηφία ο καθένας ($A_1 A_0$ και $B_1 B_0$) και τεσσάρων εξόδων στις οποίες λαμβάνεται ο αριθμός που αποτελεί το αριθμητικό γινόμενο ($P_3 P_2 P_1 P_0$) των δύο αριθμών εισόδου. Κατά τη σύνθεση του τμήματος του κυκλώματος, να διενεργήσετε τα παρακάτω:

- Να καταστρώσετε τον πίνακα αλήθειας των λογικών συναρτήσεων των τεσσάρων εξόδων του κυκλώματος και να εξάγετε τις λογικές συναρτήσεις των τεσσάρων εξόδων του κυκλώματος σε κανονική μορφή αθροίσματος γινομένων (άθροισμα ελαχιστόρων).
- Να υλοποιήσετε τη λογική συνάρτηση της εξόδου P_1 χρησιμοποιώντας έναν μόνο πολυπλέκτη και έναν αντιστροφή.
- Να υλοποιήσετε τη λογική συνάρτηση της εξόδου P_2 χρησιμοποιώντας μόνο πολυπλέκτες 2-σε-1 και έναν αντιστροφή.

Στα ερωτήματα (β) και (γ), να μεριμνήσετε για το μικρότερο δυνατό κόστος υλοποίησης. Να μην υλοποιήσετε τις λογικές συναρτήσεις των εξόδων P_0 και P_3 .

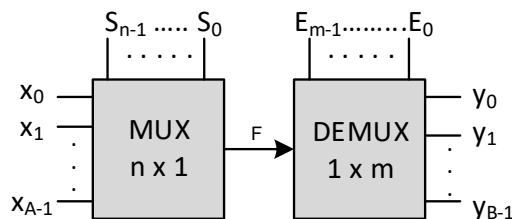
ΘΕΜΑ 14

Δίνεται αποκωδικοποιητής 4-σε-16, με εισόδους x_3, x_2, x_1, x_0 και εξόδους $y_0, y_1, y_2, \dots, y_{15}$, καθώς και μια πύλη OR πέντε (5) εισόδων. Η πύλη OR δέχεται στις πέντε εισόδους της τις εξόδους y_i του αποκωδικοποιητή με δείκτη i ίσο με το κάθε ένα ψηφίο του αριθμού μητρώου σας και παράγει στην έξοδό της, F , το λογικό άθροισμα αυτών.

- Να προσδιοριστεί η λογική συνάρτηση $F(x_3, x_2, x_1, x_0)$ της εξόδου της πύλης OR στη μορφή αθροίσματος ελαχιστόρων (ως συνάρτηση των εισόδων του αποκωδικοποιητή x_3, x_2, x_1, x_0 ή/και των συμπληρωμάτων τους).
- Να προσδιοριστεί η λογική συνάρτηση $F(x_3, x_2, x_1, x_0)$ της εξόδου της πύλης OR στη μορφή που απαιτεί για την υλοποίησή της τον ελάχιστο δυνατό αριθμό βασικών μόνο λογικών πυλών.

ΘΕΜΑ 15

Δίνεται το λογικό κύκλωμα του σχήματος που περιλαμβάνει έναν πολυπλέκτη n -σε-1 διασυνδεδεμένο με έναν αποπολυπλέκτη 1 -σε- m .



Το πλήθος των εισόδων του πολυπλέκτη είναι A , από x_0 έως και x_{A-1} , και το πλήθος εξόδων του αποπολυπλέκτη είναι B , από y_0 έως και y_{B-1} . Το A ισούται με το τελευταίο (ελάχιστο σημαντικό) ψηφίο του αριθμού μητρώου σας προσαυξημένο κατά δέκα (10) μονάδες και το B ισούται με το τελευταίο (ελάχιστο σημαντικό) ψηφίο του αριθμού μητρώου σας προσαυξημένο κατά τριάντα (30) μονάδες. Για παράδειγμα, εάν $AM = 12345$, τότε $A = 5_{10} + 10_{10} = 15_{10}$ και $B = 5_{10} + 30_{10} = 35_{10}$.

- Να προσδιοριστεί το απαραίτητο πλήθος των εισόδων ελέγχου n του πολυπλέκτη και m του αποπολυπλέκτη, αντίστοιχα.

β) Εάν θέλουμε να δρομολογηθεί η είσοδος x_{A-3} του πολυπλέκτη στην έξοδο y_{B-3} του αποπολυπλέκτη, να προσδιοριστούν οι κατάλληλες τιμές των εισόδων ελέγχου του πολυπλέκτη και του αποπολυπλέκτη στη μορφή $S=S_{n-1} \dots S_0$ και $E=E_{m-1} \dots E_0$, αντίστοιχα.

ΘΕΜΑ 16

Δίνεται η λογική συνάρτηση τριών ανεξάρτητων μεταβλητών:

$AM = \text{περιττός αριθμός}$ $F_1(x,y,z) = xz' + x'y + (x + y + z)'$	$AM = \text{άρτιος αριθμός}$ $F_2(x,y,z) = x'z' + xy + (x + y' + z)'$
---	--

- Να συμπληρωθεί ο πίνακας αλήθειας και να γίνει ελαχιστοποίηση της λογικής συνάρτησης με τη μέθοδο του χάρτη Karnaugh.
- Να δείξετε ότι η λογική συνάρτηση μπορεί να υλοποιηθεί μόνο με πύλες NAND και να σχεδιάσετε το λογικό κύκλωμα.
- Να υλοποιηθεί η λογική συνάρτηση με ένα αποκωδικοποιητή 3-σε-8 και δύο πύλες OR, από τις οποίες η μία τριών εισόδων και η άλλη τεσσάρων εισόδων (να σχεδιάσετε το λογικό κύκλωμα).

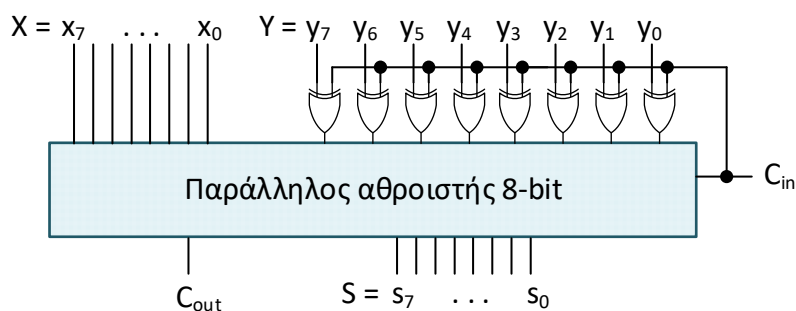
ΘΕΜΑ 17

Εάν έχετε στη διάθεσή σας δύο πολυπλέκτες 4-σε-1 και δύο αντιστροφείς, να σχεδιάσετε συνδυαστικό κύκλωμα, το οποίο να υπολογίζει το υπόλοιπο της διαίρεσης ενός αριθμού που κυμαίνεται από 0 έως 7 με το 3, προσαυξημένο κατά 1 (υπόλοιπο + 1).

ΘΕΜΑ 18

Στον παρακάτω πίνακα, δίνονται οι μη προσημασμένοι αριθμοί X, σε δυαδική παράσταση με οκτώ (8) ψηφία, και Y, σε δεκαεξαδική παράσταση με δύο (2) ψηφία, καθώς και το λογικό κύκλωμα του σχήματος που περιλαμβάνει έναν 8-bit παράλληλο αθροιστή και οκτώ (8) λογικές πύλες XOR.

Αριθμοί	Δεκαδική παράσταση	Δυαδική παράσταση (8 ψηφία)	Δεκαεξαδική παράσταση (2 ψηφία)
X		00101011	
Y			A3



- Να διενεργήσετε τις απαραίτητες μετατροπές, ώστε να συμπληρωθούν τα κενά στοιχεία στον παραπάνω πίνακα. Να δείξετε αναλυτικά τις μετατροπές.
- Εάν $C_{in} = 0$, να προσδιορίσετε τις τιμές των εξόδων C_{out} και $S = s_7 \dots s_0$, καθώς και την τιμή του S στο δεκαδικό αριθμητικό σύστημα σε μορφή προσημασμένου αριθμού. Να δείξετε

αναλυτικά τους υπολογισμούς.

- γ) Εάν $C_{in} = 1$, να προσδιορίσετε τις τιμές των εξόδων C_{out} και $S = s_7 \dots s_0$, καθώς και την τιμή του S στο δεκαδικό αριθμητικό σύστημα σε μορφή προσημασμένου αριθμού. Να δείξετε αναλυτικά τους υπολογισμούς.

ΘΕΜΑ 19

Στα αυτοκίνητα χρησιμοποιείται συνήθως βομβητής για να ειδοποιεί τον οδηγό στις περιπτώσεις όπου η ζώνη ασφαλείας του δεν είναι δεμένη ή τα φώτα έχουν ξεχαστεί ανοικτά ή μια πόρτα είναι ανοικτή κ.ά. Θεωρήστε ότι οι συνθήκες κάτω από τις οποίες ενεργοποιείται ο βομβητής ενός συγκεκριμένου μοντέλου αυτοκινήτου είναι οι εξής:

1. Τα φώτα είναι ανοικτά και ο κινητήρας δε λειτουργεί.
 2. Η ζώνη ασφαλείας του οδηγού δεν είναι δεμένη και ο κινητήρας λειτουργεί.
 3. Μία ή περισσότερες πόρτες είναι ανοικτές και ο κινητήρας λειτουργεί.
- α) Να καταστρωθεί ο πίνακας αλήθειας της λογικής συνάρτησης που περιγράφει τη λειτουργία του βομβητή.
- β) Με τη μέθοδο του χάρτη Karnaugh, να ελαχιστοποιήσετε τη συνάρτηση αυτή σε (πρότυπη) μορφή αθροίσματος γινομένων.
- γ) Να αποδείξετε ότι η εν λόγω λογική συνάρτηση μπορεί να υλοποιηθεί μόνο με πύλες NAND δύο εισόδων και να σχεδιάσετε αυτό το λογικό κύκλωμα.
- δ) Να υλοποιήσετε την εν λόγω λογική συνάρτηση με έναν πολυπλέκτη με το μικρότερο δυνατό πλήθος εισόδων και μια λογική πύλη (εφόσον αυτή χρειαστεί).

ΘΕΜΑ 20

Επιθυμούμε να δρομολογούμε επιλεκτικά με κατάλληλο πολυπλέκτη πενήντα (50) διακριτά σήματα, έστω X_0 έως X_{49} , σε διακόσιες (200) επιλεγόμενες εξόδους, έστω Y_0 έως Y_{199} , ενός κατάλληλου αποπολυπλέκτη.

- α) Να προσδιοριστεί το απαραίτητο πλήθος n των γραμμών (μεταβλητών) επιλογής S_i ($i = 0$ έως $n - 1$) του πολυπλέκτη και το απαραίτητο πλήθος m των γραμμών (μεταβλητών) επιλογής E_j ($j = 0$ έως $m - 1$) του αποπολυπλέκτη και να σχεδιαστεί το χονδρικό (συνοπτικό) διάγραμμα διασύνδεσης του πολυπλέκτη με τον αποπλέκτη.
- β) Αν θέλουμε να δρομολογήσουμε το σήμα εισόδου X_{34} του πολυπλέκτη στην έξοδο Y_{175} του αποπολυπλέκτη, να προσδιοριστούν οι απαραίτητοι συνδυασμοί τιμών των μεταβλητών επιλογής $S = S_{n-1}S_{n-2} \dots S_0$ για τον πολυπλέκτη και $E = E_{m-1}E_{m-2} \dots E_0$ για τον αποπολυπλέκτη αντίστοιχα.