

Α' Εξεταστική Περίοδος Εαρινού Εξαμήνου 2011 – 12

Λύση Άσκησης

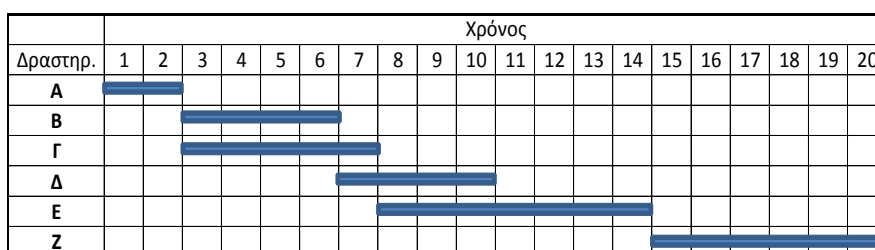
Θέμα 1 (4,5 μον.): Δίνεται ο παρακάτω πίνακας δραστηριοτήτων έργου.

Πίνακας Δραστηριοτήτων Έργου		
Δραστηριότητα	Διάρκεια	Σχέσεις
A	2	Αρχή του έργου
B	4	Μετά το τέλος της A
Γ	5	Μετά το τέλος της A
Δ	4	Μετά το τέλος της B
E	7	Μετά το τέλος της Γ
Z	6	Μετά το τέλος των Δ και E

1. Να σχεδιαστεί το διάγραμμα Gantt του έργου (0,5 μον.)
2. Να σχεδιαστούν το τοξωτό και το κομβικό δίκτυο του έργου (1,0 μον.)
3. Να προσδιοριστούν ο ελάχιστος χρόνος υλοποίησης του έργου (1,0 μον.) και η κρίσιμη διαδρομή (2,0 μον.), με επίλυση είτε του τοξωτού είτε του κομβικού δικτύου του έργου.

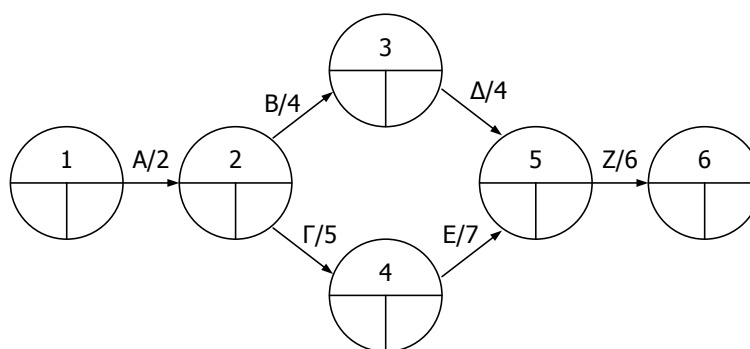
Απαντήσεις

1. Διάγραμμα Gantt



2. Δίκτυα έργου

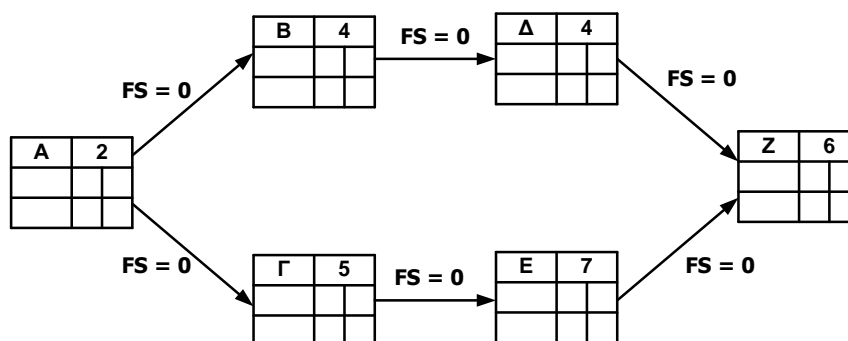
Τοξωτό Δίκτυο



Σημείωση: Στα τοξωτά δίκτυα τα Γεγονότα αποτελούν χρονικές στιγμές που ορίζουν την αρχή ή/και το τέλος μιας δραστηριότητας και οι Δραστηριότητες παριστάνονται με βέλη. Στο συγκεκριμένο έργο:

1. Το Γεγονός 1 σηματοδοτεί την έναρξη του έργου, άρα και την έναρξη της δραστηριότητας A.
2. Το Γεγονός 2 σηματοδοτεί τη λήξη της A.
3. Οι δραστηριότητες B και Γ ξεκινούν μετά την ολοκλήρωση της A. Άρα, το Γεγονός 2 σηματοδοτεί την έναρξη των B και Γ.
4. Το Γεγονός 3 σηματοδοτεί τη λήξη της B και την έναρξη της Δ (επειδή η δραστηριότητα Δ ξεκινά μετά την ολοκλήρωση της B).
5. Το Γεγονός 4 σηματοδοτεί τη λήξη της Γ και την έναρξη της E (επειδή η δραστηριότητα E ξεκινά μετά την ολοκλήρωση της Γ).
6. Η δραστηριότητα Z ξεκινά μετά την ολοκλήρωση των Δ και E. Επομένως το Γεγονός 5 σηματοδοτεί τη λήξη των Δ και E και, ταυτόχρονα, την έναρξη της Z.
7. Το Γεγονός 6 σηματοδοτεί τη λήξη της Z και, ταυτόχρονα, τη λήξη του έργου.

Κομβικό Δίκτυο



Σημείωση: Στα κομβικά δίκτυα οι κόμβοι αντιστοιχούν στις δραστηριότητες και τα βέλη απεικονίζουν τις σχέσεις μεταξύ των δραστηριοτήτων. Στο συγκεκριμένο έργο όλες οι σχέσεις μεταξύ δραστηριοτήτων είναι Τέλους – Έναρξης (Finish – to Start) και μάλιστα $FS(i,j) = 0$, σύμφωνα με τον πίνακα δραστηριοτήτων του έργου, αφού δεν δίνονται χρόνοι υστέρησης μεταξύ της λήξης των προηγούμενων και της έναρξης των επόμενων δραστηριοτήτων.

3. Επίλυση Δικτύων

Τοξωτό Δίκτυο

Ενωρίτεροι χρόνοι γεγονότων:

Σημείωση: Ο υπολογισμός των ενωρίτερων χρόνων των γεγονότων γίνεται με σάρωση του δικτύου από αριστερά προς τα δεξιά, δηλ. από την έναρξη προς τη λήξη του έργου, θέτοντας ως ενωρίτερο χρόνο του πρώτου γεγονότος του δικτύου την τιμή μηδέν (έναρξη του έργου).

$$EX_1 = 0$$

$$EX_2 = EX_1 + X\Delta_A = 0 + 2 = 2$$

$$EX_3 = EX_2 + X\Delta_B = 2 + 4 = 6$$

$$EX_4 = EX_2 + X\Delta_\Gamma = 2 + 5 = 7$$

Στο γεγονός 5 καταλήγουν δύο διαδρομές, επομένως:

$$EX_5(1) = EX_3 + X\Delta_\Delta = 6 + 4 = 10$$

$$EX_5(2) = EX_4 + X\Delta_E = 7 + 7 = 14$$

$$EX_5 = \max\{EX_5(1), EX_5(2)\} = \max\{10, 14\} = 14$$

$$EX_6 = EX_5 + X\Delta_Z = 14 + 6 = 20$$

Επομένως, ο ελάχιστος χρόνος υλοποίησης του έργου είναι 20 χρονικές μονάδες.

Σημείωση: Ο ελάχιστος χρόνος υλοποίησης του έργου προκύπτει και από το διάγραμμα Gantt του έργου, καθώς επίσης και από το αρχικό τοξωτό δίκτυο του έργου, αν αθροίσουμε τις χρονικές διάρκειες των δραστηριοτήτων των διαδρομών που σχηματίζονται, επιλέγοντας φυσικά τη διαδρομή που απαιτεί τη μεγαλύτερη συνολική χρονική διάρκεια (A – Γ – E – Z).

Βραδύτεροι χρόνοι γεγονότων:

Σημείωση: Ο υπολογισμός των βραδύτερων χρόνων των γεγονότων γίνεται με σάρωση του δικτύου από δεξιά προς τα αριστερά, δηλ. από το τέλος προς την αρχή του έργου.
Ο βραδύτερος χρόνος για το τελικό γεγονός είναι ίσος είτε με τον τακτό χρόνο, εάν δίνεται, είτε με τον ενωρίτερο χρόνο του τελικού γεγονότος.

Δεν δίνεται τακτός χρόνος. Άρα:

$$BX_6 = EX_6 = 20$$

$$BX_5 = BX_6 - \chi\Delta_2 = 20 - 6 = 14$$

$$BX_4 = BX_5 - \chi\Delta_E = 14 - 7 = 7$$

$$BX_3 = BX_5 - \chi\Delta_\Delta = 14 - 4 = 10$$

Στο γεγονός 2 καταλήγουν δύο διαδρομές, επομένως:

$$BX_2(1) = BX_3 - \chi\Delta_B = 10 - 4 = 6$$

$$BX_2(2) = BX_4 - \chi\Delta_\Gamma = 7 - 5 = 2$$

$$BX_2 = \min\{BX_2(1), BX_2(2)\} = \min\{6, 2\} = 2$$

$$BX_1 = BX_2 - \chi\Delta_A = 2 - 2 = 0$$

Συνολικό περιθώριο χρόνου δραστηριοτήτων:

$$\Sigma\Pi\chi_A = BX_2 - EX_1 - \chi\Delta_A = 2 - 0 - 2 = 0$$

$$\Sigma\Pi\chi_B = BX_3 - EX_2 - \chi\Delta_B = 10 - 2 - 4 = 4$$

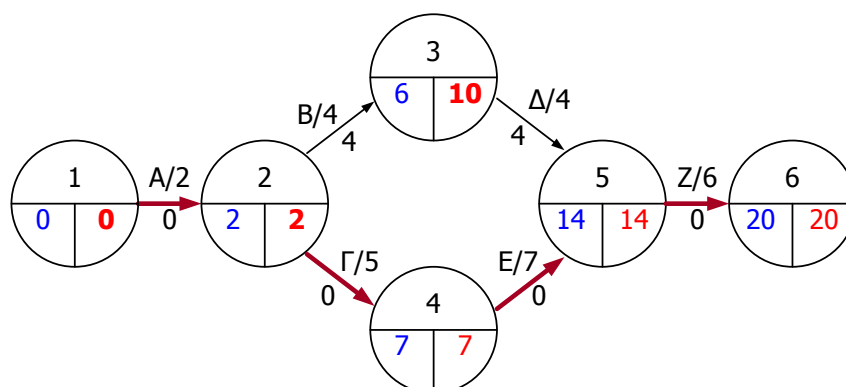
$$\Sigma\Pi\chi_\Gamma = BX_4 - EX_2 - \chi\Delta_\Gamma = 7 - 2 - 5 = 0$$

$$\Sigma\Pi\chi_\Delta = BX_5 - EX_4 - \chi\Delta_\Delta = 14 - 6 - 4 = 4$$

$$\Sigma\Pi\chi_E = BX_5 - EX_4 - \chi\Delta_E = 14 - 7 - 7 = 0$$

$$\Sigma\Pi\chi_Z = BX_6 - EX_5 - \chi\Delta_Z = 20 - 14 - 6 = 0$$

Επομένως, οι δραστηριότητες Α, Γ, Ε και Ζ είναι κρίσιμες, επειδή έχουν μηδενικό συνολικό περιθώριο χρόνου, και καθορίζουν την κρίσιμη διαδρομή του έργου Α – Γ – Ε – Ζ ή 1 – 2 – 4 – 5 – 6:



Κομβικό δίκτυο

Ενωρίτεροι χρόνοι δραστηριοτήτων:

Σημείωση: Ο υπολογισμός των ενωρίτερων χρόνων των δραστηριοτήτων γίνεται με σάρωση του δικτύου από αριστερά προς τα δεξιά, δηλ. από την έναρξη προς τη λήξη του έργου, θέτοντας ως ενωρίτερο χρόνο της πρώτης δραστηριότητας του δικτύου την τιμή μηδέν (έναρξη του έργου).

$$EXE_A = 0$$

$$EXT_A = EXE_A + X\Delta_A = 0 + 2 = 2$$

$$EXE_B = EXT_A + FS(A, B) = 2 + 0 = 2$$

$$EXT_B = EXE_B + X\Delta_B = 2 + 4 = 6$$

$$EXE_\Gamma = EXT_A + FS(A, \Gamma) = 2 + 0 = 2$$

$$EXT_\Gamma = EXE_\Gamma + X\Delta_\Gamma = 2 + 5 = 7$$

$$EXE_\Delta = EXT_B + FS(B, \Delta) = 6 + 0 = 6$$

$$EXT_\Delta = EXE_\Delta + X\Delta_\Delta = 6 + 4 = 10$$

$$EXE_E = EXT_\Gamma + FS(\Gamma, E) = 7 + 0 = 7$$

$$EXT_E = EXE_E + X\Delta_E = 7 + 7 = 14$$

Στη δραστηριότητα Z καταλήγουν δύο διαδρομές, επομένως:

$$EXE_Z(1) = EXT_\Delta + FS(\Delta, Z) = 10 + 0 = 10$$

$$EXE_Z(2) = EXT_E + FS(E, Z) = 14 + 0 = 14$$

$$EXE_Z = \max\{EXE_Z(1), EXE_Z(2)\} = \max\{10, 14\} = 14$$

$$EXT_Z = EXE_Z + X\Delta_Z = 14 + 6 = 20$$

Επομένως, ο ελάχιστος χρόνος υλοποίησης του έργου είναι 20 χρονικές μονάδες.

Σημείωση: Ο ελάχιστος χρόνος υλοποίησης του έργου προκύπτει και από το διάγραμμα Gantt του έργου, καθώς επίσης και από το αρχικό κομβικό δίκτυο του έργου, αν αθροίσουμε τις χρονικές διάρκειες των δραστηριοτήτων των διαδρομών που σχηματίζονται, επιλέγοντας φυσικά τη διαδρομή που απαιτεί τη μεγαλύτερη συνολική χρονική διάρκεια (A – Γ – E – Z).

Βραδύτεροι χρόνοι δραστηριοτήτων:

Σημείωση: Ο υπολογισμός των βραδύτερων χρόνων των δραστηριοτήτων γίνεται με σάρωση του δικτύου από δεξιά προς τα αριστερά, δηλ. από το τέλος προς την αρχή του έργου. Ο βραδύτερος χρόνος τέλους για την τελική δραστηριότητα είναι ίσος είτε με τον τακτό χρόνο, εάν δίνεται, είτε με το μεγαλύτερο από τους ενωρίτερους χρόνους τέλους όλων των δραστηριοτήτων.

Δεν δίνεται τακτός χρόνος. Άρα:

$$BXT_Z = EXT_Z = 20$$

$$BXE_Z = BXT_Z - X\Delta_Z = 20 - 6 = 14$$

$$BXT_E = BXE_Z - FS(E, Z) = 14 - 0 = 14$$

$$BXE_E = BXT_E - X\Delta_E = 14 - 7 = 7$$

$$BXT_\Delta = BXE_Z - FS(\Delta, Z) = 14 - 0 = 14$$

$$BXE_\Delta = BXT_\Delta - X\Delta_\Delta = 14 - 4 = 10$$

$$BXT_\Gamma = BXE_E - FS(\Gamma, E) = 7 - 0 = 7$$

$$BXE_{\Gamma} = BXT_{\Gamma} - X\Delta_{\Gamma} = 7 - 5 = 2$$

$$BXT_B = BXE_{\Delta} - FS(B, \Delta) = 10 - 0 = 10$$

$$BXE_B = BXT_B - X\Delta_B = 10 - 4 = 6$$

Στη δραστηριότητα A καταλήγουν δύο διαδρομές, επομένως:

$$BXT_A(1) = BXE_B - FS(A, B) = 6 - 0 = 6$$

$$BXT_A(2) = BXE_{\Gamma} - FS(A, \Gamma) = 2 - 0 = 2$$

$$BXT_A = \min\{BXT_A(1), BXT_A(2)\} = \min\{6, 2\} = 2$$

$$BXE_A = BXT_A - X\Delta_A = 2 - 2 = 0$$

Περιθώρια χρόνου δραστηριοτήτων:

Συνολικό περιθώριο χρόνου δραστηριοτήτων:

$$\Sigma PX_A = BXT_A - EXE_A - X\Delta_A = 2 - 0 - 2 = 0$$

$$\Sigma PX_B = BXT_B - EXE_B - X\Delta_B = 10 - 2 - 4 = 4$$

$$\Sigma PX_{\Gamma} = BXT_{\Gamma} - EXE_{\Gamma} - X\Delta_{\Gamma} = 7 - 2 - 5 = 0$$

$$\Sigma PX_{\Delta} = BXT_{\Delta} - EXE_{\Delta} - X\Delta_{\Delta} = 14 - 6 - 4 = 4$$

$$\Sigma PX_E = BXT_E - EXE_E - X\Delta_E = 14 - 7 - 7 = 0$$

$$\Sigma PX_Z = BXT_Z - EXE_Z - X\Delta_Z = 20 - 14 - 6 = 0$$

Επομένως, οι δραστηριότητες A, Γ, E και Z είναι κρίσιμες, επειδή έχουν μηδενικό συνολικό περιθώριο χρόνου, και καθορίζουν την κρίσιμη διαδρομή του έργου: A – Γ – E – Z.

Σημείωση: Για τον καθορισμό της κρίσιμης διαδρομής αρκεί ο υπολογισμός του συνολικού περιθωρίου χρόνου των δραστηριοτήτων, όμως για την πληρότητα επίλυσης του δικτύου παρατίθεται και ο υπολογισμός του ελεύθερου περιθωρίου χρόνου των δραστηριοτήτων.

Ελεύθερο περιθώριο χρόνου δραστηριοτήτων:

$$EPX_Z = 0 \text{ (τέλος του έργου)}$$

$$EPX_E = EXE_Z - EXT_E - FS(E, Z) = 14 - 14 - 0 = 0$$

$$EPX_{\Delta} = EXE_Z - EXT_{\Delta} - FS(\Delta, Z) = 14 - 10 - 0 = 4$$

$$EPX_{\Gamma} = EXE_E - EXT_{\Gamma} - FS(\Gamma, E) = 7 - 7 - 0 = 0$$

$$EPX_B = EXE_{\Delta} - EXT_B - FS(B, \Delta) = 6 - 6 - 0 = 0$$

Στη δραστηριότητα A καταλήγουν δύο διαδρομές, επομένως:

$$EPX_A(1) = EXE_B - EXT_A - FS(A, B) = 2 - 2 - 0 = 0$$

$$EPX_A(2) = EXE_{\Gamma} - EXT_A - FS(A, \Gamma) = 2 - 2 - 0 = 0$$

$$EPX_A = \min\{EPX_A(1), EPX_A(2)\} = \min\{0, 0\} = 0$$

