Πληροφοριακά Συστήματα

Διάλεξη 3 (26 Μαρ. 2024)

Διονύσης Μάργαρης
Επίκουρος Καθηγητής ΤΨΣ ΠΑΠΕΛ

Τι θα συζητήσουμε σήμερα;

ΠΣ και μηχανές

(Ανθεκτικά Υπολογιστικά Συστήματα)

Περιεχόμενα

Εισαγωγικά

- Ταξινόμηση Σφαλμάτων
- Είδη Πλεονασμού
- Βασικές Μετρικές της Ανθεκτικότητας σε Σφάλματα
- Εύκαμπτα Συστήματα Δίσκων

Πιο συγκεκριμένα

Ανθεκτικότητα Σε Σφάλματα Επιπέδου Υλικού

- Ο Ρυθμός των Βλαβών Υλικού
- Ρυθμός Βλάβης, Αξιοπιστία και Μέσος Χρόνος Εμφάνισης Βλάβης (Mean Time To Failure – MTTF)
- Κανονικές και Εύκαμπτες (Προσαρμοστικές) Δομές
  - Σειριακά και Παράλληλά Συστήματα
  - Συστήματα M-of-N

Πλεονασμός Πληροφορίας

- Κωδικοποίηση (Κώδικες Ισοτιμίας, Άθροισμα Ελέγχου, Κώδικες M-of-N, Κώδικας Berger, Κυκλικοί Κώδικες, Αριθμητικοί Κώδικες)
- Εύκαμπτα Συστήματα Δίσκων (standard RAID levels, non-standard RAID levels)

Ταξινόμηση Σφαλμάτων

Σφάλμα vs Βλάβη vs Λάθος

- Ένα σφάλμα (ή μια βλάβη), μπορεί να είναι είτε ελάττωμα του υλικού είτε του λογισμικού / προγράμματος (bug).
- Αντίθετα, το λάθος είναι η εκδήλωση του σφάλματος / βλάβης (bug).

Παράδειγμα

```
double ypologismos_rizas(double num)
{
    double riza;
    riza = sqrt(num);
    return (riza);
    }
```

Κλήσεις:

- ✓ypologismos_rizas(16.0)
- ✓ypologismos_rizas(1.44)
- ✓ypologismos_rizas(0.0)

ypologismos_rizas(-1)

Πλεονασμός

Η ύπαρξη περισσότερων πηγών πληροφορίας στο σύστημα από αυτές που χρειάζονται για τη διεκπεραίωση μιας εργασίας.

Είδη Πλεονασμού:

- πλεονασμός υλικού
- πλεονασμός πληροφορίας
- πλεονασμός χρόνου
- πλεονασμός λογισμικού

Πλεονασμός Υλικού

- Ενσωματώνουμε **επιπλέον υλικό** στο σχεδιασμό για να ανιχνεύσουμε ή να παρακάμψουμε τα αποτελέσματα ενός εσφαλμένου εξαρτήματος.

- Αντί να έχουμε έναν επεξεργαστή π.χ., μπορούμε να έχουμε δύο ή τρεις, ο καθένας από τους οποίους θα εκτελεί την ίδια λειτουργία.

Πλεονασμός Πληροφορίας

- Η πιο γνωστή μορφή πλεονασμού πληροφορίας είναι η ανίχνευση λαθών και η διόρθωση κωδίκων.

- Έχουμε **επιπλέον bits** (bits ελέγχου), τα οποία προστίθενται στα αρχικά bits δεδομένων, έτσι ώστε κάποιο λάθος σε αυτά να μπορεί να ανιχνευτεί ή και να διορθωθεί.

- **Απαιτούν επιπλέον υλικό και λογισμικό** που θα επεξεργαστεί το πλεόνασμα δεδομένων (τα bits ελέγχου).

Πλεονασμός Χρόνου

- Υλοποιείται μέσω **επανεκτέλεσης του ίδιου προγράμματος στο ίδιο υλικό**.
- Είναι αποτελεσματικός κυρίως ενάντια στα προσωρινά σφάλματα.
- Επειδή η πλειονότητα των σφαλμάτων του υλικού είναι προσωρινή, οι ξεχωριστές εκτελέσεις είναι απίθανο να υποπέσουν στο ίδιο σφάλμα.
- Ενδέχεται να χρησιμοποιηθεί όταν υπάρχουν άλλα μέσα ανίχνευσης λαθών και το σύστημα είναι ικανό να ανακάμψει από τα αποτελέσματα ενός σφάλματος και να επαναλάβει τον υπολογισμό.

Πλεονασμός Λογισμικού (1/2)

- Κάθε κομμάτι λογισμικού που κατασκευάζεται από τον άνθρωπο περιέχει σφάλματα, όπου για την άρση αυτών των σφαλμάτων υπάρχουν πολυδάπανες λύσεις:
  - ✓ η κατασκευή πολλών ίδιων και ανεξάρτητων εξαρτημάτων λογισμικού (κατά προτίμηση από προγραμματιστές που δεν ανήκουν σε ίδιες ομάδες), με την ελπίδα ότι δε θα φέρουν τα ίδια αποτελέσματα με το ελαττωματικό
  - ✓ η παραγωγή αλγορίθμων που να είναι λιγότερο επακριβείς (και συνεπώς, με μικρότερη πιθανότητα σφαλμάτων), για να χρησιμοποιηθούν πάνω στο ελαττωματικό κομμάτι λογισμικού

Πλεονασμός Λογισμικού (2/2)

Οι πολλαπλές εκδόσεις του προγράμματος μπορούν να εκτελεστούν:

- ✓ ταυτόχρονα (πλεονασμός υλικού)
- ✓ διαδοχικά (χρονικός πλεονασμός)

για την ανίχνευση της βλάβης.

Βασικές Μετρικές της Ανθεκτικότητας Σε Σφάλματα (1/2)

- Αξιοπιστία (R(t)): είναι η πιθανότητα (σαν συνάρτηση του χρόνου t) να είναι το σύστημα διαρκώς ενεργό στο διάστημα [0,t].
- Μέσος Χρόνος Βλάβης (MTTF): ο μέσος όρος του χρόνου που λειτουργεί ορθά το σύστημα μέχρι να συμβεί βλάβη.
- Μέσος Χρόνος Μεταξύ Βλαβών (MTBF): ο μέσος όρος του χρόνου μεταξύ δύο διαδοχικών βλαβών.
- Μέσος Χρόνος Επισκευής (MTTR): ο μέσος όρος του χρόνου που απαιτείται για να διορθωθεί μία (μη μόνιμη, φυσικά) βλάβη.

MTBF = MTTF + MTTR

Βασικές Μετρικές της Ανθεκτικότητας Σε Σφάλματα (2/2)

- Διαθεσιμότητα A(t): ο μέσος όρος (κλάσμα χρόνου) στο διάστημα [0,t] όπου το σύστημα είναι ενεργό (προφανώς δεν έχουμε μόνιμες βλάβες).
- Το A μπορεί να ερμηνευτεί σαν η πιθανότητα λειτουργίας του συστήματος σε ένα τυχαίο χρονικό σημείο και έχει νόημα μόνο στα συστήματα που περιλαμβάνουν επιδιόρθωση εσφαλμένων εξαρτημάτων.
- Η μακροπρόθεσμη διαθεσιμότητα υπολογίζεται από τους MTBF, MTTF και MTTR ως εξής:

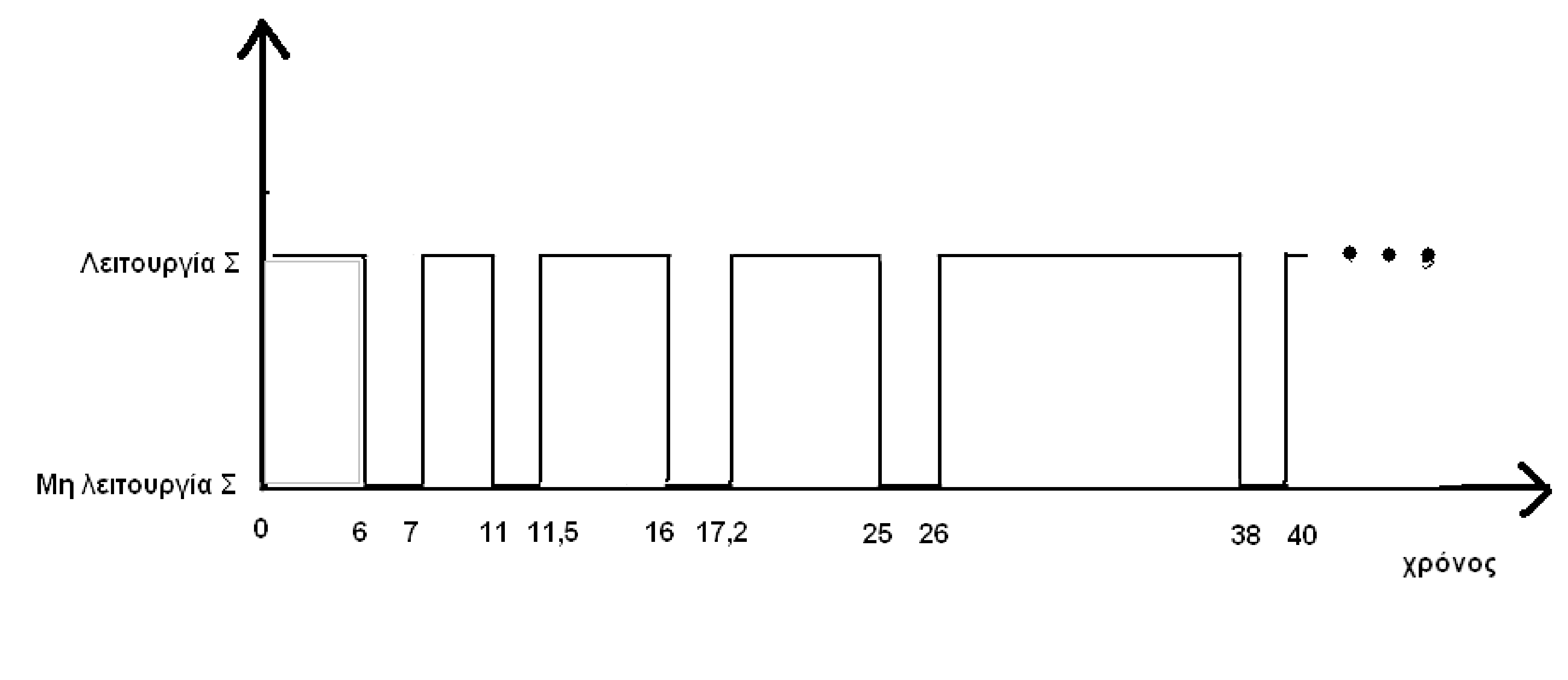
$$A = \frac{MTTF}{MTBF} = \frac{MTTF}{MTTF + MTTR}$$

Παράδειγμα υπολογισμού MTBF, MTTR και Διαθεσιμότητας (1/4)

Ας υποθέσουμε ότι έχουμε ένα σύστημα Σ, το οποίο:

- Τη στιγμή t = 0 ξεκινά να λειτουργεί.
- Τη στιγμή t=6 το σύστημα χαλάει και επιδιορθώνεται τη στιγμή 7.
- Τη στιγμή t=11 το σύστημα χαλάει και επιδιορθώνεται τη στιγμή 11,5.
- Τη στιγμή t=16 το σύστημα χαλάει και επιδιορθώνεται τη στιγμή 17,2.
- Τη στιγμή t=25 το σύστημα χαλάει και επιδιορθώνεται τη στιγμή 26.
- Τη στιγμή t=38 το σύστημα χαλάει και επιδιορθώνεται τη στιγμή 40.

Παράδειγμα υπολογισμού MTBF, MTTR και Διαθεσιμότητας (2/4)



Παράδειγμα υπολογισμού MTBF, MTTR και Διαθεσιμότητας (3/4)

Ο συνολικός χρόνος που μελετάμε το σύστημα είναι 40 χ.μ.

T_συνολικό = 40 χ.μ.

Το σύστημα λειτουργεί σε χρόνο: [0,6) U [7,11) U [11.5, 16) U [17.2, 25) U [26,38).

T_λειτουργίας = (6-0) + (11-7) + (16-11.5) + (25-17.2) – (38-26) = 6 + 4 + 4,5 + 7,8 + 12 = 34,3 χ.μ.

T_μηΛειτουργίας = (7-6) + (11,5-11) + (17,2-16) + (26-25) + (40-38) = 1 + 0,5 + 1,2 + 1 + 2 = 5,7 χ.μ

T_λειτουργίας = 34,3 χ.μ. T_μηΛειτουργίας = 5,7 χ.μ.

Παράδειγμα υπολογισμού MTBF, MTTR και Διαθεσιμότητας (4/4)

Η **διαθεσιμότητα** του συστήματος είναι ίση με το ποσοστό που το σύστημα ήταν λειτουργία.

Άρα, A = T_λειτουργίας / T_συνολικό = 34,3 / 40 = 85,75%.

Στις 40 χρονικές μονάδες που μελετάμε το σύστημα, χάλασε 5 φορές, όπου χρειάστηκε συνολικά 5,7 χρονικές μονάδες για να επισκευαστεί.

Άρα, MTTR = 5,7 / 5 = 1,14 χ.μ.

Πέντε φορές το σύστημα λειτουργούσε (μέχρι να χαλάσει).
Η συνολική διάρκεια που λειτουργούσε (και τις 5 φορές) είναι ίση με το T_λειτουργίας = 34,3 χ.μ.

Άρα, MTTF = 34,3 / 5 = 6,86 χρονικές μονάδες.

Ανθεκτικότητα σε Σφάλματα Επιπέδου Υλικού (1/2)

Η πιο κρίσιμη παράμετρος που χρησιμοποιείται στην ανάλυση αξιοπιστίας των συστημάτων υλικού είναι ο ρυθμός βλάβης (failure rate) ενός εξαρτήματος, δηλαδή ο ρυθμός με τον οποίο ένα εξάρτημα παθαίνει βλάβες.

Ο ρυθμός βλάβης εξαρτάται από την ηλικία του εξαρτήματος, τις ηλεκτροστατικές εκκενώσεις, την περιβάλλουσα θερμοκρασία και την τεχνολογία.

$$\lambda = \pi L \pi Q (C_1 \pi T \pi V + C_2 \pi E)$$

λ το ποσοστό αποτυχίας ενός εξαρτήματος

πL ο παράγοντας learning που δείχνει την κατάσταση της τεχνολογίας

πQ ο παράγοντας ποιότητας που δείχνει την κατασκευαστική ποιότητα – κυμαίνεται μεταξύ 0.25 και 20.000

πT ο παράγοντας θερμοκρασίας που κυμαίνεται μεταξύ 0.1 και 1000 και *T* η θερμοκρασία σε βαθμούς Kelvin

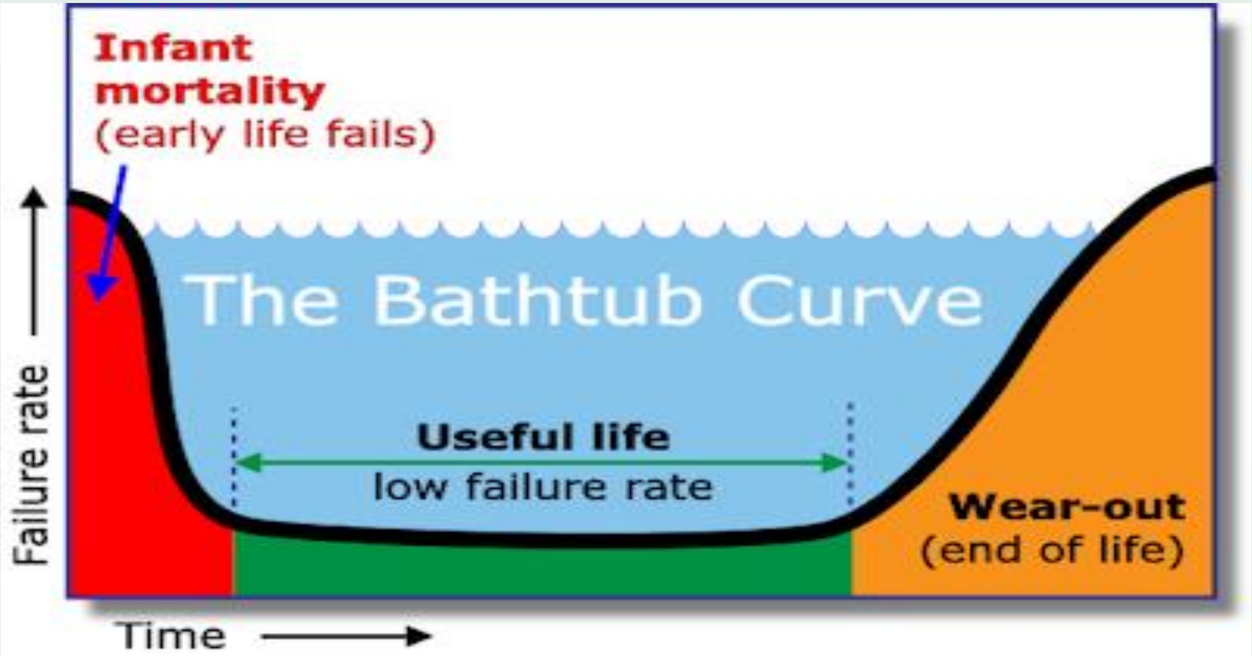
πV ο παράγοντας τάσης για CMOS συσκευές που κυμαίνεται από 1 ως 10, αναλόγως της θερμοκρασίας και της παροχής τάσης. Δεν εφαρμόζει σε άλλες τεχνολογίες και η τιμή του τότε είναι ίση με 1

πE ο παράγοντας περιβάλλοντος που κυμαίνεται από πολύ χαμηλά (περίπου 0.4), όταν το εξάρτημα βρίσκεται σε περιβάλλον γραφείου, ως πολύ ψηλά (13.0), όταν αυτό βρίσκεται σε δριμύ περιβάλλον

C1, C2 παράγοντες πολυπλοκότητας

Ανθεκτικότητα σε Σφάλματα Επιπέδου Υλικού (2/2)

Η εξάρτηση από τον παράγοντα ηλικία συνήθως αντικατοπτρίζεται από την αποκαλούμενη «Καμπύλη Της Μπανιέρας» (Bathtub Curve)



Ρυθμός Βλάβης, Αξιοπιστία και Μέσος Χρόνος Βλάβης (1/4)

- f(t) παράγοντα πυκνότητας πιθανότητας (PDF) του T
- F(t) παράγοντας αθροιστικής κατανομής του T,

Οι παράγοντες αυτοί ορίζονται μόνο για t≥0 (αφού ο χρόνος ζωής δε δύναται να πάρει αρνητικές τιμές) και συνδέονται μέσω των σχέσεων:

$$\int_0^\infty f(t)dt = 1$$

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt} \qquad F(t) = \int_0^t f(\tau)d\tau$$

$$f(t) \geq 0 \ \text{για} \ t \geq 0$$

Ρυθμός Βλάβης, Αξιοπιστία και Μέσος Χρόνος Βλάβης (2/4)

R(t) είναι η αξιοπιστία του εξαρτήματος, δηλαδή η πιθανότητα να παραμείνει ενεργό τουλάχιστον μέχρι τη στιγμή χρονική στιγμή t και δίνεται από τον τύπο:

$$R(t) = \mathrm{Prob}\{T > t\} = 1 - F(t)$$

Η υποθετική πιθανότητα ενός εξαρτήματος που λειτουργεί σωστά σε χρόνο t, να πάθει κάποια βλάβη μέσα στο επόμενο διάστημα dt, εκφράζεται μέσω του ποσοστού βλάβης ενός εξαρτήματος σε χρόνο t και συμβολίζεται με λ(t). Υπολογίζεται ως:

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{(1 - F(t))}$$

Ρυθμός Βλάβης, Αξιοπιστία και Μέσος Χρόνος Βλάβης (3/4)

και επειδή ισχύει $\frac{dR(t)}{dt} = -f(t)$ η παραπάνω σχέση γίνεται: $\lambda(t) = (\frac{-1}{R(t)})(\frac{dR(t)}{dt})$

Κάποια εξαρτήματα, όμως, δεν παλιώνουν και έχουν σταθερό ποσοστό βλάβης στη διάρκεια του χρόνου λ(t)=λ. Τότε: $\frac{dR(t)}{dt} = -\lambda R(t)$

Η λύση της διαφορικής αυτής εξίσωσης με R(0) = 1, είναι η: $R(t) = e^{-\lambda t}$

Επομένως, ένας σταθερός ρυθμός βλάβης υπονοεί ότι η διάρκεια *T* ενός εξαρτήματος έχει εκθετική κατανομή, με παράμετρο ίση με αυτό, λ:

$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}$ $F(t) = 1 - e^{-\lambda t}$ $R(t) = e^{-\lambda t}$ για $t \geq 0$

Ρυθμός Βλάβης, Αξιοπιστία και Μέσος Χρόνος Βλάβης (4/4)

Για ένα εξάρτημα που δεν επιδέχεται διόρθωση, το MTTF είναι ίσο με την αναμενόμενη διάρκεια ζωής E[T]:

$$\mathrm{MTTF} = \mathrm{E}\left[\mathrm{T}\right] = \int_0^\infty \mathrm{t f}\left(\mathrm{t}\right)\mathrm{dt}$$

Αντικαθιστώντας το $\frac{\mathrm{dR(t)}}{\mathrm{dt}} = -\mathrm{f(t)}$:

Για την περίπτωση του σταθερού ρυθμού βλάβης, όπου ισχύει $\mathrm{R(t)} = \mathrm{e}^{-\lambda \mathrm{t}}$

έχουμε: $$\mathrm{MTTF} = \int_0^\infty \mathrm{e}^{-\lambda \mathrm{t}}\mathrm{dt} = \frac{1}{\lambda}$$

Παράδειγμα - Εφαρμογή υπολογισμού δεσμευμένης πιθανότητας σφάλματος εξαρτήματος που ακολουθεί εκθετική κατανομή.

Ας υποθέσουμε ότι ο χρόνος ζωής ενός ηλεκτρονικού υπολογιστή είναι εκθετικά κατανεμημένος με μέση τιμή τα 2 έτη.
Αν ξέρουμε ότι ένας Η/Υ δούλευε για τουλάχιστον 4, αλλά όχι πάνω από 8 χρόνια ([4,8] κάπου ενδιάμεσα χάλασε, αλλά δεν ξέρουμε ακριβώς πότε), ποια η πιθανότητα να χάλασε τον 5ο χρόνο [4,5];

Έχουμε E(T) = 1/λ = 2, άρα λ= 0,5
Επειδή ξέρουμε ότι $R(t) = e^{-\lambda t}$, στην περίπτωσή μας: $R(t) = e^{-0,5t}$ και $F(t)=1-e^{-0,5t}$

Επομένως :

$$p(T<5|4\le T\le 8) \underset{\text{Bayes}}{\overset{\text{από τον τύπο}}{=}} \frac{p(T<5)\bigcap p(4\le T\le 8)}{p(4\le T\le 8)} = \frac{p(4\le T<5)}{p(4\le T\le 8)} = \frac{F(5)-F(4)}{F(8)-F(4)} = \frac{1-e^{-0,5*5}-1+e^{-0,5*4}}{1-e^{-0,5*8}-1+e^{-0,5*4}} = \frac{\frac{1}{e^2}-\frac{1}{e^{2,5}}}{\frac{1}{e^2}-\frac{1}{e^4}} = 0,455$$

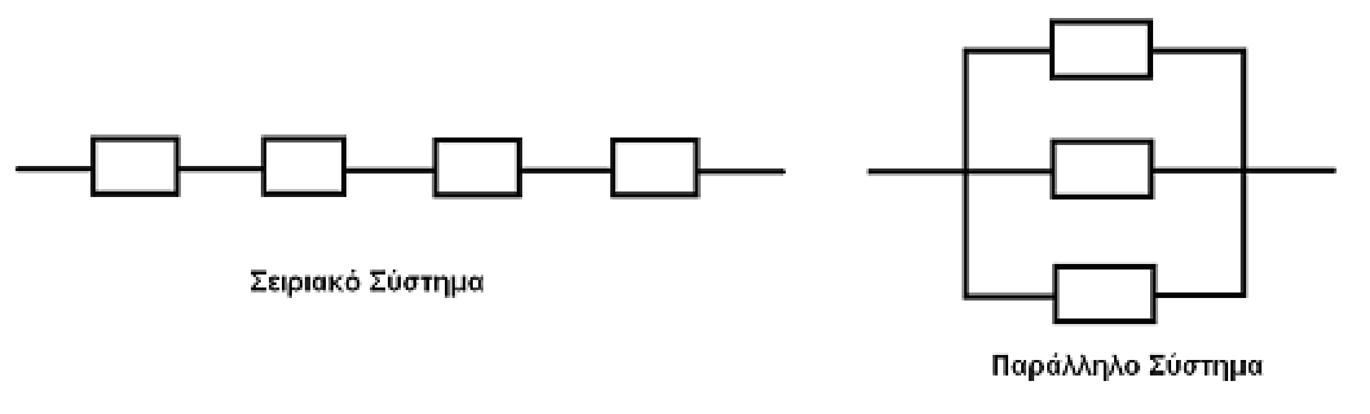
Κανονικές και Εύκαμπτες Δομές

Κανονικές δομές ονομάζονται οι βασικές σειριακές και παράλληλες δομές και αυτές που εξάγονται από σύνθεσή τους.

Εύκαμπτες δομές ονομάζονται αυτές που ενσωματώνουν πλεονάζοντα εξαρτήματα (αποκαλούμενα στοιχεία (modules)).

Σειριακά και Παράλληλα Συστήματα

Ένα σειριακό σύστημα ορίζεται σαν μια ομάδα από N στοιχεία συνδεδεμένα μεταξύ τους με τέτοιο τρόπο ώστε αν ένα από αυτά πάθει βλάβη, θα καταρρεύσει όλο το σύστημα.



Ένα παράλληλο σύστημα ορίζεται σαν μια ομάδα από N στοιχεία συνδεδεμένα μεταξύ τους με τέτοιο τρόπο, ώστε η κατάρρευση του συστήματος επέρχεται μόνο όταν όλα τα στοιχεία του πάθουν βλάβη.

Σειριακά Συστήματα

Ισχύει: $R_s(t) = \prod_{i=1}^{N} R_i(t)$

Αν όλα τα στοιχεία έχουν $\mathbf{R}_i(\mathbf{t}) = \mathbf{e}^{-\lambda \mathbf{i t}}$ τότε $R_s(t) = e^{-\lambda s t}$

Όπου $\lambda_s = \sum_{i=1}^{N} \lambda_i$

Δηλαδή το σειριακό έχει σταθερό ρυθμό βλάβης λs και

$$\mathrm{MTTF}_s = \frac{1}{\lambda_s}$$

Παράλληλα Συστήματα

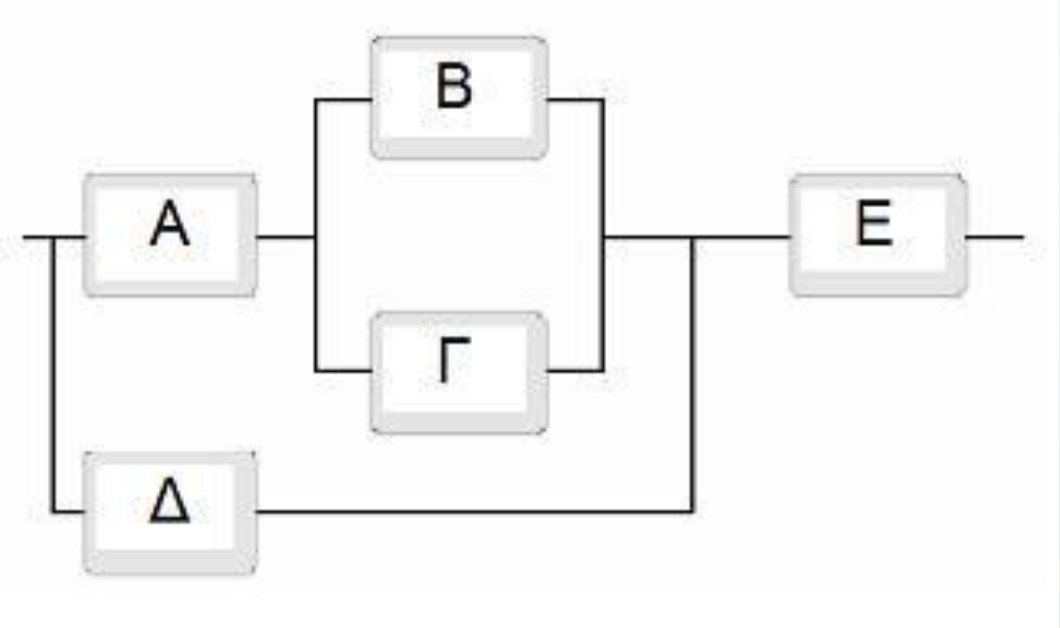
$$R_p(t) = 1 - \prod_{i=1}^{N}(1 - R_i(t))$$

Αν τα στοιχεία έχουν σταθερό ρυθμό βλάβης λ_i, τότε: $R_p(t) = 1 - \prod_{i=1}^{N}(1 - e^{-\lambda_i t})$

Ένα παράλληλο σύστημα δεν έχει σταθερό ρυθμό βλάβης.
Ο ρυθμός βλάβης του μειώνεται με κάθε βλάβη που συμβαίνει σε κάποιο στοιχείο.

Παράδειγμα - Εφαρμογή Υπολογισμού ολικής αξιοπιστίας σειριακού / παράλληλου συστήματος

Να υπολογιστεί η αξιοπιστία του σειριακού / παράλληλου συστήματος υποθέτοντας ότι καθένα από τα πέντε υποσυστήματα έχει αξιοπιστία R(t).



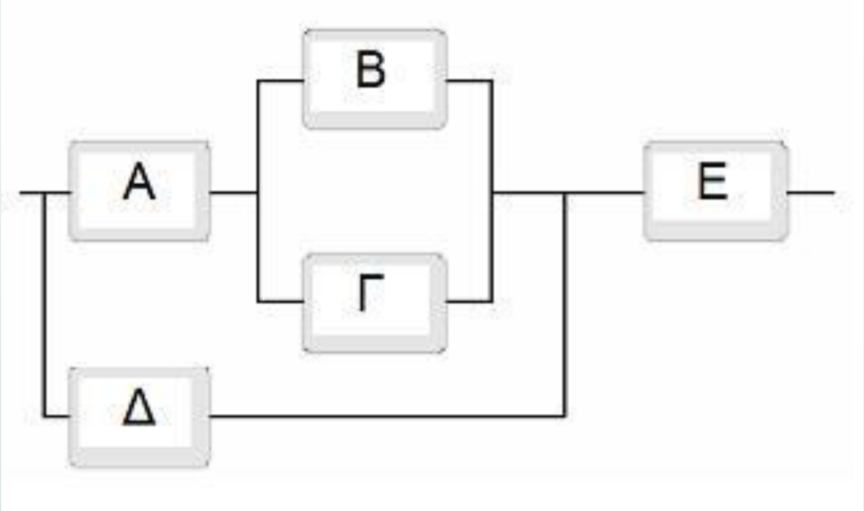
Λύση

$R(t)_{B\Gamma} = 1 - (1\text{-}R(t))^2$

$R(t)_{AB\Gamma} = R(t) * R(t)_{B\Gamma}$

$R(t)_{AB\Gamma\Delta} = 1 - (1\text{-}R(t))*(1\text{-}R_{AB\Gamma}(t))$

$R_{\Sigma} = R(t)_{AB\Gamma\Delta E} = R(t) * R(t)_{AB\Gamma\Delta}$



$$\mathbf{R_{system}(t) = R^5(t) - 3\,R^4(t) + 2R^3(t) + R^2(t)}$$

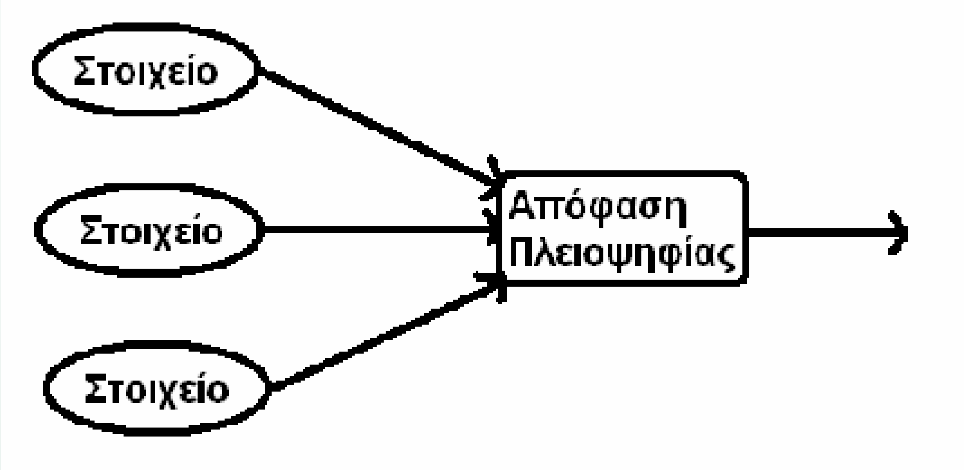
Συστήματα M-of-N

Ένα M-of-N σύστημα αποτελείται από N πανομοιότυπα στοιχεία και χρειάζεται τουλάχιστον M από αυτά για να λειτουργήσει σωστά.
Επομένως, το σύστημα παύει να λειτουργεί όταν λιγότερα από M στοιχεία είναι λειτουργικά

$$\mathrm{R}_{\text{M-of\_N}}(\mathrm{t}) = \sum_{i=M}^{N} \binom{N}{i} \mathrm{R}(\mathrm{t})^{i} \left(1 - \mathrm{R}(\mathrm{t})\right)^{N-i}$$

Υποθέτουμε ότι οι βλάβες των διαφορετικών στοιχείων είναι στατιστικά ανεξάρτητες, ότι τα στοιχεία δεν είναι επιδιορθώσιμα και R(t) είναι η αξιοπιστία ενός στοιχείου (η πιθανότητα το στοιχείο να είναι λειτουργικό τη χρονική στιγμή t).

Σύστημα 3MR (TMR)

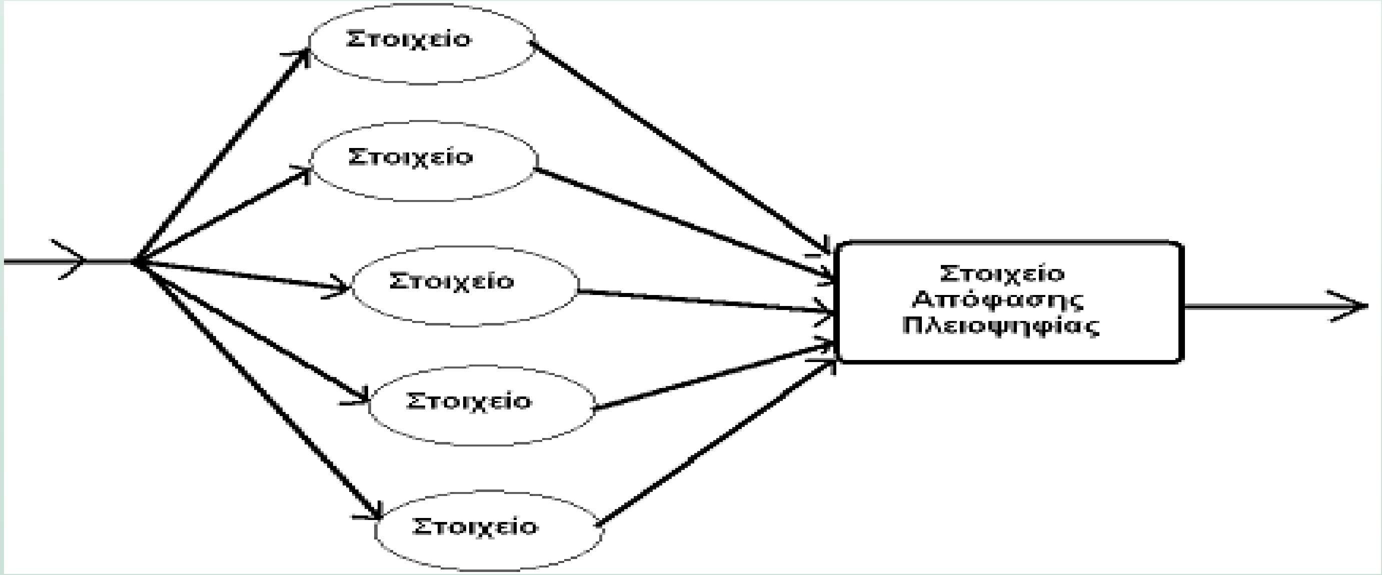


$$MTTF_{TMR} = \int_0^\infty 3R^2(t) - 2R^3(t)\,dt = \int_0^\infty \left(3e^{-2\lambda t} - 2e^{-3\lambda t}\right)\,dt = \frac{5}{(6\lambda)} < \frac{1}{\lambda} = MTTF_{Simplex}$$

Δεδομένου ότι η μονάδα απόφασης πλειοψηφίας λειτουργεί πάντα σωστά

Παράδειγμα - Εφαρμογή Υπολογισμός ολικής αξιοπιστίας και MTTF συστήματος M-of-N

Υπολογίστε την ολική αξιοπιστία και το MTTF ενός συστήματος 5MR, υποθέτοντας ότι τα σφάλματα που συμβαίνουν ακολουθούν την κατανομή Poisson με ρυθμό λ ανά κόμβο, ότι τα σφάλματα είναι ανεξάρτητα μεταξύ τους (των κόμβων) και ότι η μονάδα ελέγχου πλειοψηφίας δεν παθαίνει ποτέ σφάλματα (failure-free). Η αξιοπιστία του κάθε κόμβου είναι: $R(t) = e^{-\lambda t}$.



Λύση

$$R_{5MR}(t) = \sum_{i=3}^{i=5} \binom{5}{i} R^i(t)(1-R(t))^{5-i} = \frac{5!}{3!2!}R^3(t)(1-R(t))^2 + \frac{5!}{4!1!}R^4(t)(1-R(t))^1 + \frac{5!}{5!0!}R^5(t)(1-R(t))^0$$

$$= 10R^3(t)(1-2R(t)+R^2(t)) + 5R^4(t)(1-R(t)) \ + R^5(t)$$

$$= 10R^3(t) - 20R^4(t) + 10R^5(t) + 5R^4(t) - 5R^5(t) \ + R^5(t) = 6R^5(t) - 15R^4(t) + 10R^3(t)$$

$$MTTF = \int_{t=0}^{\infty} 6R^5(t) - 15R^4(t) + 10R^3(t) = \int_{t=0}^{\infty} 6e^{-5\lambda t} - 15e^{-4\lambda t} + 10e^{-3\lambda t}$$

$$= \left[\frac{6}{-5\lambda}e^{-5\lambda\infty} - \frac{15}{-4\lambda}e^{-4\lambda\infty} + \frac{10}{-3\lambda}e^{-3\lambda\infty}\right] - \left[\frac{6}{-5\lambda}e^{-5\lambda 0} - \frac{15}{-4\lambda}e^{-4\lambda 0} + \frac{10}{-3\lambda}e^{-3\lambda 0}\right]$$

$$= [0-0+0] - \left[\frac{6}{-5\lambda} - \frac{15}{-4\lambda} + \frac{10}{-3\lambda}\right] = \frac{-72+225-200}{60\lambda} = \frac{47}{60\lambda}$$

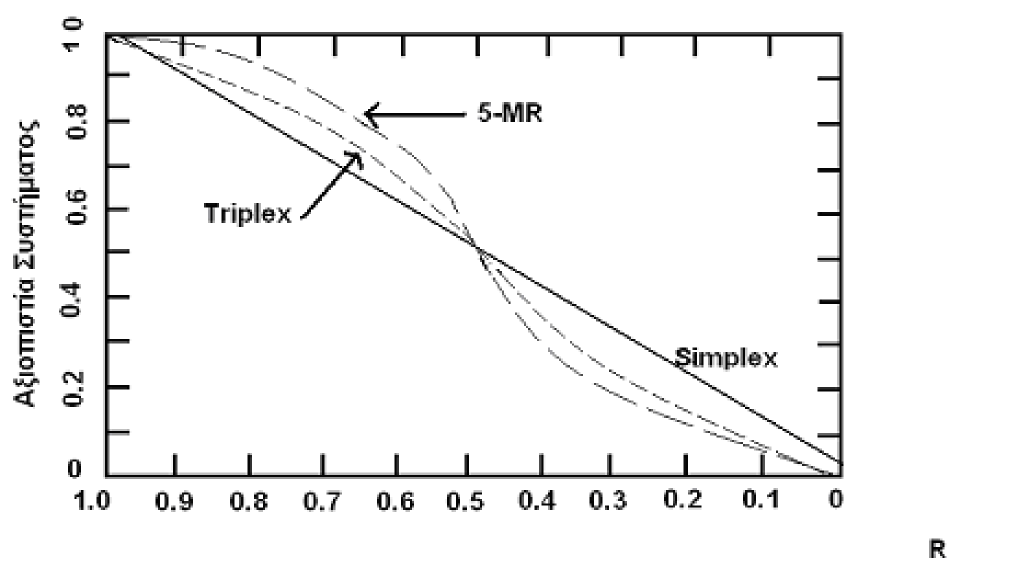
Σύγκριση απλής μονάδας με NMR

$MTTF_{μονάδας}$ = 1/λ > $MTTF_{3MR}$ = 5/6λ > $MTTF_{5MR}$ = 47/60λ

Αφού ανεβαίνοντας σε επίπεδα NMR
(που σημαίνει μεγαλύτερο κόστος, αφού έχουμε περισσότερες μονάδες),
το MMTF δεν αυξάνεται, τότε τι θετικό έχει;;

Εξήγηση

Ο λόγος που ανεβαίνουμε σε επίπεδο MR είναι γιατί σε χρόνο πολύ μικρότερο από το MTTF, έχουμε αισθητά μεγαλύτερη αξιοπιστία.



Συγκρίνοντας την αξιοπιστία NMR (για N=3 και 5) με αυτή του ενός στοιχείου (η βλάβη του ψηφοφόρου θεωρείται αμελητέα).

$R_{unit}(t) = e^{-\lambda t}$
$R_{3MR}(t) = 3e^{-2\lambda t} - 2e^{-3\lambda t}$

$R_{unit}(1/10\lambda) = e^{-\lambda * 1/10\lambda} = e^{-0,1} = 90,9\%$
$R_{3MR}(1/10\lambda) = 3e^{-2\lambda * 1/10\lambda} - 2e^{-3\lambda * 1/10\lambda} = 3e^{-0,2} - 2e^{-0,3} = 98\%$

Αναφορά - Υλικό

Fault-Tolerant,

Israel Koren and C. Mani Krishna,

Second Edition, 2020