

ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΕΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΝΕΡΟΥ
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΡΕΥΣΤΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ

ΡΟΗ ΕΝΤΟΣ ΚΛΕΙΣΤΩΝ ΑΓΩΓΩΝ

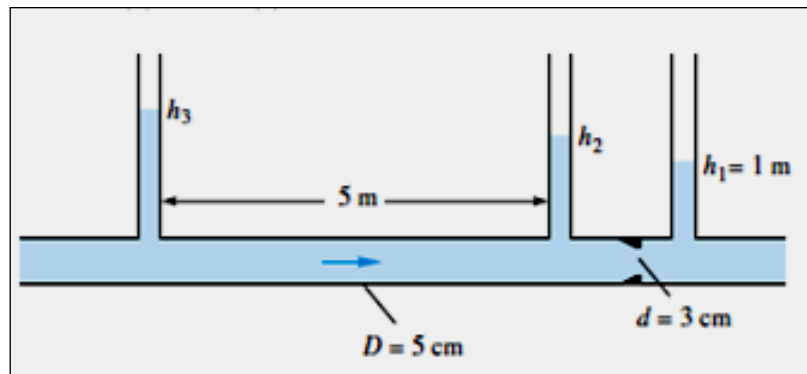
1. Σκοπός της Μελέτης

Αντικείμενο της μελέτης είναι η πειραματική διερεύνηση των ενεργειακών απωλειών ρευστού (νερού) κατά την κίνησή του εντός κλειστού οριζόντιου αγωγού. Ειδικότερα, επιδιωκόμενοι στόχοι είναι:

- Η μέτρηση της ολικής στατικής πίεσης ή του πιεζομετρικού ύψους και του ολικού ύψους της ενέργειας σε διάφορες διατομές του αγωγού,
- Η μέτρηση του ολικού ύψους των ενεργειακών απωλειών σε διατομές κατά μήκος του αγωγού,
- Η γραφική αναπαράσταση των παραπάνω υψών κατά μήκος όλου του αγωγού
- Η καταγραφή της μεταβολής των ενεργειακών απωλειών (ανά μονάδα μήκους) ως συνάρτηση της παροχής σε ευθύγραμμο αγωγό.

2. Θεωρητική Ανάλυση

Ορίζουμε ως ροή εντός κλειστού αγωγού την κίνηση ρευστού μέσα σε κλειστό αγωγό (συνήθως κυκλικής διατομής), που έχει διάμετρο μικρή σε σχέση με το συνολικό μήκος του. Η κίνηση του ρευστού γίνεται είτε λόγω διαφοράς πίεσης είτε λόγω βαρύτητας είτε και από τα δύο μαζί. Κατά μήκος ενός τέτοιου κλειστού αγωγού, όπου κινείται ένα ρευστό θα παρατηρείται πτώση της πίεσής του ή απώλεια του ενεργειακού ύψους (όπως π.χ στο Σχήμα 1).



Σχήμα 1 Ροή υγρού σε σωλήνα με πιεζομετρικούς σωλήνες: (α) Ομαλή πτώση πίεσης μεταξύ των h_3, h_2 , (β) ανώμαλη πτώση πίεσης λόγω στένωσης μεταξύ των h_2, h_1 .

Οι απώλειες αυτές συμβαίνουν στο μεγαλύτερο ποσοστό ως συνέπεια των δυνάμεων τριβής, που αναπτύσσονται (α) μεταξύ των μορίων του ρευστού και των τοιχωμάτων του αγωγού, (β) μεταξύ των ίδιων των μορίων του ρευστού λόγω του ιξώδους, και ονομάζονται **απώλειες λόγω τριβών**.

Η ροή ενός πραγματικού ρευστού είναι μια πιο πολύπλοκη διαδικασία από τη ροή ενός ιδανικού ρευστού. Λόγω της συνεκτικότητας (ιξώδους) των πραγματικών ρευστών δημιουργούνται διατμητικές δυνάμεις μεταξύ των διαδοχικών στρώσεων του ρευστού και μεταξύ του ρευστού και

των τοιχωμάτων του αγωγού. Για την επίλυση ροϊκών προβλημάτων πρακτικά χρησιμοποιούνται πειραματικά δεδομένα και ημιεμπειρικές μέθοδοι.

Πρακτικά κατά τη μεταφορά των ρευστών δεν χρησιμοποιούνται μόνο ευθύγραμμοι κλειστοί αγωγοί (σωλήνες) σταθερής διατομής, αλλά απαιτούνται αλλαγές των διευθύνσεών τους, τοπικές αυξομειώσεις της διαμέτρου (συγκλίσεις – αποκλίσεις) βαλβίδες ή βάνες, παράγοντες που προκαλούν τις επονομαζόμενες **τοπικές απώλειες ενέργειας**.

Συγκρίνοντας τα δύο παραπάνω είδη απωλειών έχει προκύψει ότι για έναν αγωγό με μεγάλο μήκος, οι τοπικές απώλειες είναι μικρές σε σχέση με τις απώλειες λόγω τριβών.

Μια από τις βασικές αρχές που χρησιμοποιούν οι μηχανικοί στις εφαρμογές της υδραυλικής και ειδικότερα κατά την επίλυση πρακτικών προβλημάτων ροής σε σωλήνες είναι η αρχή διατήρησης της ενέργειας που εκφράζεται μαθηματικά με την εξίσωση ενέργειας. Η εξίσωση αυτή εκφράζεται τις περισσότερες φορές σε μονάδες μήκους λόγω των βαθμολογημένων πιεζομετρικών σωλήνων που χρησιμοποιούνται εύκολα σε πρακτικές εφαρμογές.

Θεωρούμε την κίνηση ενός πραγματικού ρευστού κατά μήκος μιας ρευματικής γραμμής εντός σωλήνα. Η κίνηση του ρευστού θεωρείται μονοδιάστατη. Η **ολική ενέργεια του ρευστού** (ανά μονάδα μάζας του ρευστού) ή **το ολικό ύψος ενέργειας** (σε μονάδες μήκους του ρευστού) σε τυχαία θέση – διατομή πάνω στη ρευματική γραμμή δίνεται από τη σχέση:

$$H = z + \frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2g} \quad (3.1)$$

όπου z είναι το ύψος θέσης (δυναμική ενέργεια),

$\frac{p}{\rho} = h_o$ είναι το ύψος της (υδρο)στατικής πίεσης (εσωτερική ενέργεια),

$\frac{u^2}{2g}$ είναι το ύψος ταχύτητας (κινητική ενέργεια).

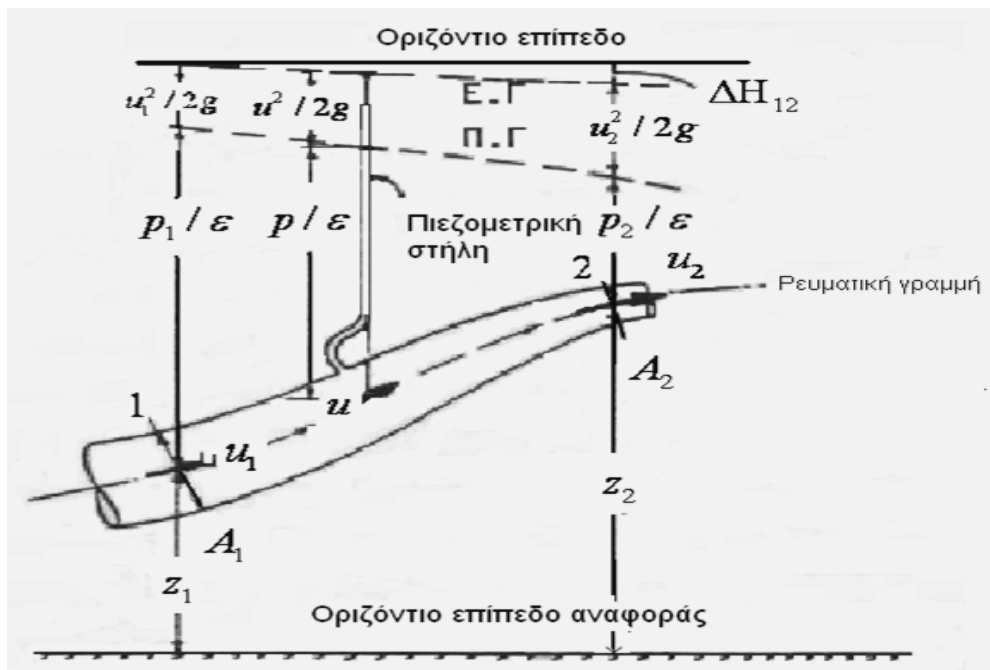
Για την καλύτερη απεικόνιση της μεταβολής της ενέργειας κατά μήκος ενός αγωγού σχεδιάζονται οι εξής γραμμές:

Η ενεργειακή γραμμή (Ε.Γ.) είναι η συνεχής γραμμή όλων των σημείων με ύψος πάνω από το οριζόντιο επίπεδο αναφοράς το ύψος H της ολικής ενέργειας, όπως δίνεται από τη σχέση.

Η πιεζομετρική γραμμή (Π.Γ), είναι η γραμμή (με ύψος πάνω από το οριζόντιο επίπεδο αναφοράς) η οποία περιλαμβάνει το ύψος θέσης και το ύψος της στατικής (ή υδροστατικής πίεσης),

και δίνεται από τη σχέση: $h = z + \frac{p}{\rho}$, (3.2)

όπου το h λέγεται πιεζομετρικό ύψος (ή ολικό ύψος στατικής πίεσης).



Σχήμα 2 Ροή σε ρευματικό σωλήνα μεταβλητής διατομής

Από τους ορισμούς αυτούς παρατηρούμε ότι η κατακόρυφη απόσταση μεταξύ ενεργειακής και πιεζομετρικής γραμμής είναι το ύψος της κινητικής ενέργειας $\frac{u^2}{2g}$.

Ακόμα αν η κίνηση του ρευστού θεωρηθεί **ιδανική** (δεν υπάρχουν τριβές), τότε το ύψος H είναι σταθερό σύμφωνα με την εξίσωση Bernoulli. Οπότε η γραμμή ενέργειας θα ήταν στην περίπτωση αυτή παράλληλη προς το οριζόντιο επίπεδο αναφοράς. Το τελευταίο δεν συμβαίνει λόγω των ενεργειακών απωλειών ΔH κατά μήκος του αγωγού.

Η εξίσωση ενέργειας στην περίπτωση της μονοδιάστατης και μόνιμης ροής ενός **πραγματικού ρευστού**, που θα περιλαμβάνει και τις ενεργειακές απώλειες θα είναι στην ακόλουθη μορφή:

$$z_1 + \frac{p_1}{\varepsilon} + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\varepsilon} + \frac{u_2^2}{2g} + \Delta H_{12}, \quad (3.3)$$

όπου ο όρος ΔH_{12} εκφράζει την ενέργεια (ανά μονάδα μάζας του ρευστού) ή το ύψος της ενέργειας (σε μονάδες μήκους του ρευστού), που χάνεται από την διατομή 1 μέχρι την διατομή 2.

Το ολικό ύψος των ενεργειακών απωλειών ΔH_{12} , στην περίπτωση της ροής ρευστού σε κλειστό κυκλικό αγωγό (στον οποίο ούτε προσθέτουμε ούτε αφαιρούμε ενέργεια) θεωρείται ως άθροισμα των απωλειών h_f που οφείλονται αποκλειστικά στα αποτελέσματα της τριβής εντός του αγωγού σταθερής διατομής, και των τοπικών απωλειών h_m που οφείλονται στις αλλαγές της διεύθυνσης και της διατομής του αγωγού, δηλαδή:

$$\Delta H_{12} = h_f + h_m \quad (3.4)$$

1.1 Απώλειες λόγω τριβών h_f

Οι απώλειες λόγω τριβών h_f κατά την κίνηση του ρευστού σε αγωγό είναι αποτέλεσμα των διατμητικών δυνάμεων, που αναπτύσσονται μεταξύ

- α) των εσωτερικών τοιχωμάτων και του ρευστού και
- β) εντός του ίδιου του ρευστού λόγω εσωτερικής τριβής του (ή του ιξώδους του).

Οι διατμητικές δυνάμεις επενεργούν αντίθετα προς την κίνηση του ρευστού και έτσι παράγουν έργο αρνητικό δηλαδή θα έχουμε πάντοτε ελάττωση στη μηχανική ενέργεια του ρευστού ή του ολικού ύψους της ενέργειας.

Η θεωρία και το πείραμα απέδειξαν ότι για έναν κλειστό αγωγό με σταθερή διατομή, οι απώλειες αυτές λόγω τριβών θα εξαρτώνται από τη φύση του ρευστού (δηλ. την πυκνότητα ρ και το ιξώδες μ) και την ταχύτητά του u , καθώς και από τα κατασκευαστικά στοιχεία του αγωγού (δηλ. το μήκος l , τη διάμετρο D και την τραχύτητα ϵ του αγωγού).

Η εξάρτηση όλων των παραπάνω παραγόντων δίνεται από τη σχέση **Darcy – Weisbach** σύμφωνα

με την οποία
$$h_f = f \cdot \frac{l}{D} \cdot \frac{u^2}{2g} \quad (3.5)$$

όπου f είναι ο αδιάστατος συντελεστής τριβής, που εξαρτάται από τον αριθμό Reynolds

($Re = \frac{\rho u D}{\mu}$) και την τραχύτητα του αγωγού και προσδιορίζεται πειραματικά. Η σχέση αυτή είναι

γενική και ισχύει για κάθε αγωγό οποιασδήποτε διατομής τόσο για στρωτή όσο και για τυρβώδη ροή. Εξάλλου, οι απώλειες αυτές λόγω τριβών για αγωγό σταθερής διατομής A θα βρεθούν από την εξίσωση ενέργειας (11.3) όταν δεν υπάρχει άλλο είδος απωλειών ενέργειας ή προσθήκη ενέργειας οπότε δηλαδή $\Delta H_{12} = h_f$

Πράγματι υπολογίζονται από τη διαφορά των πιεζομετρικών υψών μεταξύ δύο καθορισμένων θέσεων (ή διατομών) του αγωγού 1 και 2

$$h_f = h_1 - h_2 = \left(\frac{p_1}{\rho g} + z_1 \right) - \left(\frac{p_2}{\rho g} + z_2 \right) \quad (3.6)$$

αφού από την εξίσωση της συνέχειας για τις διατομές 1 και 2 (με $A_1 = A_2$, $A_1 \cdot u_1 = A_2 \cdot u_2$)

$$\left. \begin{array}{l} A_1 \cdot u_1 = A_2 \cdot u_2 \\ A_1 = A_2 \end{array} \right\} \Rightarrow u_1 = u_2 \quad (3.7)$$

2.2 Τοπικές Απώλειες Ενέργειας h_m

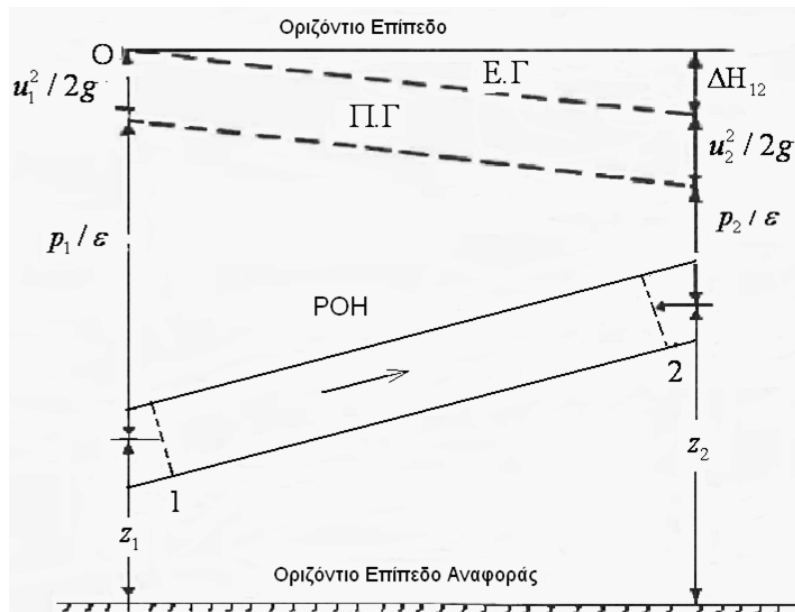
Σε ένα κλειστό αγωγό όμως, που μεταφέρει ρευστό, θα εμφανίζονται επιπλέον των παραπάνω απωλειών τριβής και τοπικές απώλειες ενέργειας, που οφείλονται:

- α. στην είσοδο ή έξοδο του αγωγού,
- β. απότομη (ή προοδευτική) διεύρυνση ή συστολή της διατομής του αγωγού,
- γ. σε καμπύλωση, γωνία, διακλάδωση ή και άλλων μετατροπών του αγωγού,
- δ. ανοικτή ή μερικά κλειστή βαλβίδα ή βάνα.

Επειδή όμως, το πεδίο ροής σε κάθε μία από τις παραπάνω περιπτώσεις είναι σύνθετο, η θεωρία αδυνατεί να δώσει ακριβή αποτελέσματα υπολογισμού των τοπικών ενεργειακών απωλειών. Για αυτό τον λόγο οι απώλειες αυτού του είδους μετρώνται πειραματικά και συνδέονται συνήθως με το ύψος των απωλειών της ταχύτητας (ή της κινητικής ενέργειας) $u^2/2g$

Έτσι οι τοπικές απώλειες ορίζονται για την κάθε περίπτωση από τη σχέση
$$h_m = K \frac{u^2}{2g} \quad (3.8)$$

όπου u είναι η μέση ταχύτητα του ρευστού και K ο αδιάστατος συντελεστής τοπικών απωλειών, που προσδιορίζεται πειραματικά για κάθε μία περίπτωση χωριστά. Υπάρχουν εξάλλου, αναλυτικοί πίνακες όπου οι τιμές των συντελεστών K έχουν προκύψει από πειραματικά δεδομένα.



Σχήμα 3 Διάγραμμα ασυμπίεστης ροής σε ρευματικό σωλήνα σταθερής διατομής

2.3 Συνολικές απώλειες σε δίκτυο σωληνώσεων

Σε ένα απλό σύστημα κλειστών αγωγών είναι δυνατόν να υπάρχουν διαφόρων διατομών ευθύγραμμοι αγωγοί και πολλές αιτίες τοπικών απωλειών ενέργειας. Σε αυτή τη γενική περίπτωση το ολικό ύψος των ενεργειακών απωλειών θα δίνεται ως άθροισμα των επιμέρους απωλειών λόγω τριβών και των επιμέρους τοπικών απωλειών.

Δηλαδή:

$$\Delta H = \sum_i \left(f_i \frac{l_i}{D_i} \frac{u_i^2}{2g} \right) + \sum_j \left(K_j \frac{u_j^2}{2g} \right) \quad (3.9)$$

Παρατήρηση:

Η παροχή Q μιας ασυμπίεστης ροής διαμέσου ενός απλού συστήματος αγωγών είναι σταθερή, λόγω του νόμου της συνέχειας. Τότε οι ταχύτητες θα δίνονται από τις σχέσεις:

$$u_1 = \frac{Q}{A_1}, u_2 = \frac{Q}{A_2}, u_3 = \frac{Q}{A_3} \quad (3.10)$$

και η σχέση απωλειών μπορεί συνοπτικά να γραφτεί στη μορφή $\Delta H_{12} = C_\tau Q^2$ (3.11)

όπου C_τ είναι ο συντελεστής αντίστασης απωλειών με διαστάσεις T^2/L^5 . Ο συντελεστής C_τ θα εξαρτάται κατά βάση από τα κατασκευαστικά στοιχεία του απλού συστήματος αγωγών και θα ορίζεται από τον συνδυασμό των σχέσεων (11.9), (11.10) & (11.11).

$$C_\tau = \sum_i \left(f_i \frac{l_i}{D_i} \frac{1}{2g} \frac{1}{A_i^2} \right) + \sum_j \left(K_j \frac{1}{2g} \frac{1}{A_j^2} \right) \quad (3.12)$$

2. Περιγραφή πειραματικής διάταξης

2.1 Πειραματική Συσκευή

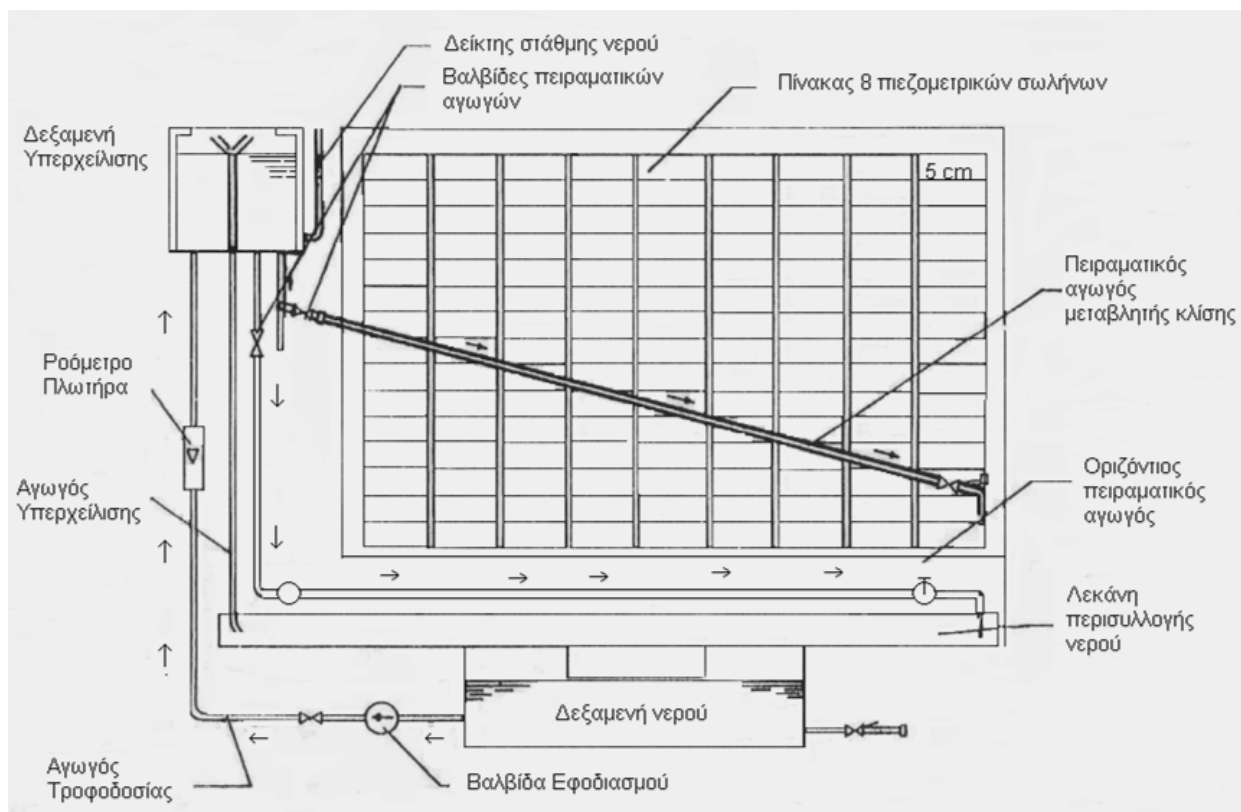
Η συσκευή του πειράματος είναι η τράπεζα Bernoulli, όπου εφαρμόζεται ένας πειραματικός αγωγός, με δυνατότητα να τίθεται και υπό κλίση. Το νερό της δεξαμενής που βρίσκεται αρχικά σε επίπεδο χαμηλότερο της τράπεζας, ανέρχεται με τη βοήθεια της φυγοκεντρικής αντλίας στη δεξαμενή υπερχειλίσης στην οποία υπάρχει ένας αγωγός υπερχειλίσης και ένας κατακόρυφος

διαφανής σωλήνας που δείχνει τη στάθμη του νερού. Από τον πειραματικό αγωγό, το νερό πέφτει στη λεκάνη περισυλλογής και από εκεί διαβιβάζεται στην δεξαμενή νερού οπότε η κυκλική διαδρομή ολοκληρώνεται.

3.2 Μετρητικά Όργανα

Στην πειραματική συσκευή προσαρμόζονται τα εξής όργανα:

1. Ροόμετρο πλωτήρα, με τη βοήθεια του οποίου μετράται απευθείας η παροχή του νερού (lt/h), κατά την άνοδό του από τη δεξαμενή νερού στη δεξαμενή υπερχειλίσης.
2. Κατακόρυφοι διαφανείς πιεζομετρικοί σωλήνες στη βαθμολογημένη πλάκα της τράπεζας Bernoulli. Κάθε τέτοιος σωλήνας μετράει το πιεζομετρικό ύψος όταν συνδέεται στις **πράσινες** υποδοχές του πειραματικού αγωγού, ενώ όταν συνδέεται στις **κόκκινες** υποδοχές λειτουργεί ως σωλήνας Pitot και μετράει το ολικό ύψος ενέργειας.



Σχήμα 4 Τράπεζα Bernoulli με προσαρμοσμένους τους πειραματικούς αγωγούς (οριζόντιο, κεκλιμένο).

3. Πειραματική Διαδικασία – Μετρήσεις

- α. Να καταγράψετε στον Πίνακα I, το πιεζομετρικό ύψος $h = \left(\frac{p}{\rho g} + z \right)$ και το ολικό ύψος ενέργειας κατευθείαν από τους κατακόρυφους σωλήνες όταν λειτουργούν ως πιεζομετρικοί σωλήνες ή σωλήνες Pitot αντίστοιχα,
- β. Να υπολογίσετε το ολικό ύψος των απωλειών ΔH για κάθε διατομή του σωλήνα σε σχέση με την οριζόντια στάθμη του ρευστού, με αφαίρεση του ολικού ύψους ενέργειας (όπως αυτό έχει καταγραφεί από τους σωλήνες Pitot) από το ύψος της στάθμης του νερού της δεξαμενής,
- γ. Να σχεδιάσετε σε συμφωνία με τα πειραματικά αποτελέσματα την πιεζομετρική και ενεργειακή γραμμή για κάθε θέση του πειραματικού αγωγού,
- δ. Για διάφορες παροχές (ξεκινώντας από τις μεγαλύτερες) που θα μετρώνται με το παροχόμετρο, να καταγράψετε κάθε φορά μόνο τα ολικά ύψη ενέργειας (και στους δύο πειραματικούς αγωγούς). Να καταχωρήσετε τα αποτελέσματα των μετρήσεων στον Πίνακα II.
- ε. Να γίνει η γραφική παράσταση της μεταβολής των ενεργειακών απωλειών ως συνάρτηση της παροχής δηλαδή της σχέσης $\Delta H_{12} = C_r Q^2$ από τα πειραματικά δεδομένα.
- ### 4. Πειραματικά αποτελέσματα και επεξεργασία:

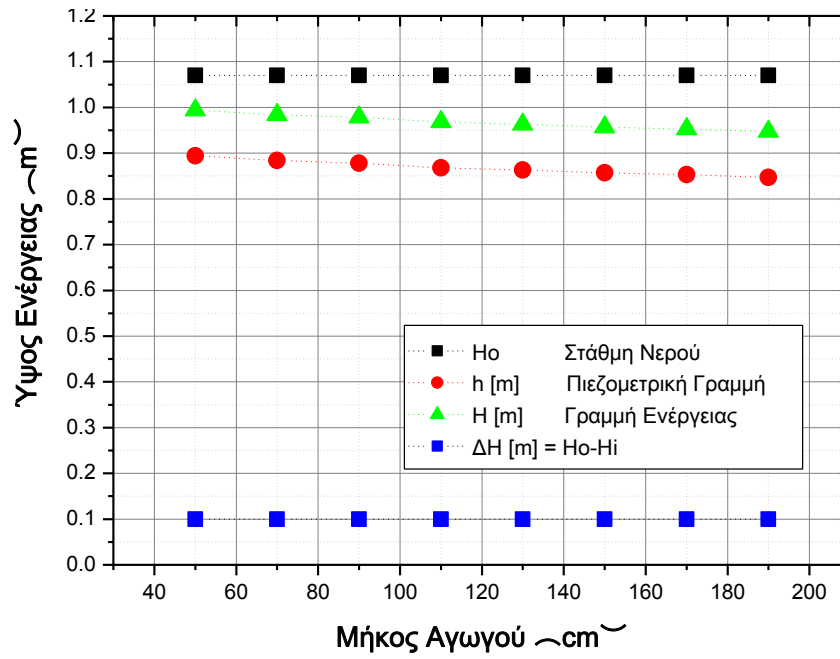
Πίνακας I – Αποτελέσματα με σταθερή παροχή

Απόσταση από είσοδο l [cm]	Οριζόντιος αγωγός $H_0 = 1.07$ [m]			Απόσταση από είσοδο l [cm]	Αγωγός με κλίση $\kappa = 10\%$ $H_0 = 1.07$ [m]		
	h [m]	H [m]	ΔH [m]		h [m]	H [m]	ΔH [m]
50	0.894	0.994	0.1	50	0.844	0.994	0.15
70	0.884	0.984	0.1	70	0.824	0.974	0.15
90	0.878	0.978	0.1	90	0.811	0.961	0.15
110	0.868	0.968	0.1	110	0.798	0.948	0.15
130	0.863	0.963	0.1	130	0.788	0.938	0.15
150	0.857	0.957	0.1	150	0.767	0.917	0.15
170	0.853	0.953	0.1	170	0.751	0.901	0.15
190	0.847	0.947	0.1	190	0.737	0.887	0.15

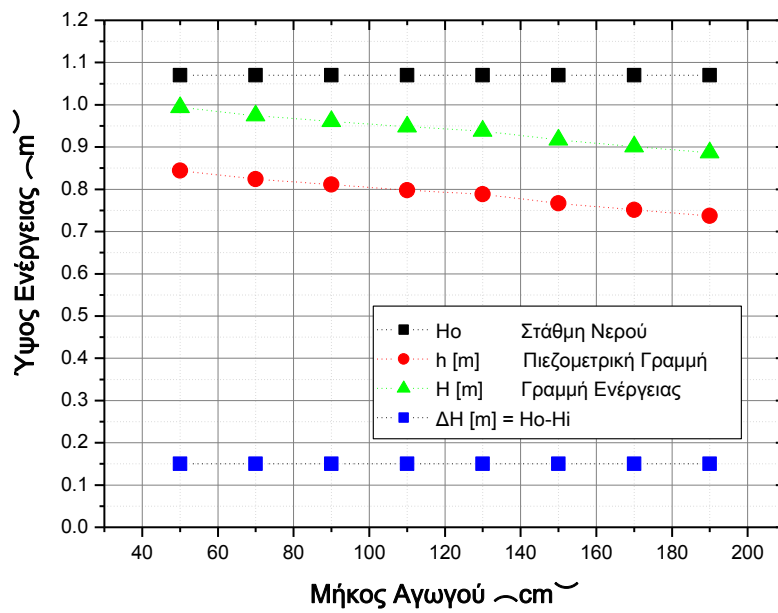
Βοηθητικές Σχέσεις $\Delta H = H_0 - H$,

Απόσταση υποδοχών = 20 [cm]

Περίπτωση Α: Οριζόντιος αγωγός



Περίπτωση Β: Αγωγός υπό κλίση



Πίνακας ΙΙ – Αποτελέσματα για διάφορες παροχές

Οριζόντιος αγωγός με $l = 140$ [cm]					Κεκλιμένος αγωγός με $l = 140$ [cm]				
Παροχή Q [l/h]	Ύψη		$\frac{H_1 - H_2}{l}$	Q^2 [$10^{-9} \text{ m}^6/\text{s}^2$]	Παροχή Q [l/h]	Ύψη		$\frac{H_1 - H_2}{l}$	Q^2 [$10^{-9} \text{ m}^6/\text{s}^2$]
	H_1 [m]	H_2 [m]				H_1 [m]	H_2 [m]		
100	0.994	0.947	0.33571	0.77160	100	0.994	0.937	0.40714	0.77160
125	0.993	0.920	0.52143	1.20563	125	0.993	0.904	0.63571	1.20563
150	0.992	0.886	0.75714	1.73611	150	0.992	0.864	0.91429	1.73611
175	0.991	0.847	1.02857	2.36304	175	0.991	0.816	1.25000	2.36304
200	0.99	0.802	1.34286	3.08642	200	0.99	0.762	1.62857	3.08642
225	0.989	0.751	1.70000	3.90625	225	0.989	0.700	2.06429	3.90625

Σχόλια

1. Να σχολιάσετε τις γραφικές παραστάσεις,
2. Ποιες κατά την κρίση σας είναι οι πηγές σφαλμάτων κατά την πειραματική διαδικασία. Προτείνετε τρόπους βελτίωσης,
3. Να προτείνετε έναν τρόπο για την απευθείας μέτρηση της κινητικής ενέργειας $u^2 / 2g$ σε ένα σημείο (υποδοχών) ενός πειραματικού αγωγού,
4. Το νερό μιας δεξαμενής αδειάζει με τη βοήθεια ενός οριζόντιου ευθύγραμμου αγωγού με τα ακόλουθα κατασκευαστικά στοιχεία και ο οποίος στο τέλος του φέρει μία βαλβίδα (βάννα), μήκος αγωγού $l = 30$ [m]
διάμετρος αγωγού $D = 150$ [mm]
συντελεστής τριβής $f = 0.024$
Η έξοδος της δεξαμενής προς τον οριζόντιο αγωγό είναι κατασκευασμένη από αιχμηρά χείλη.
Ποιά θα είναι η αύξηση της παροχής (%) που επιτυγχάνεται
 - (α) όταν αντικατασταθεί μόνο η έξοδος αυτή με άλλη έξοδο, που θα έχει τελείως στρογγυλεμένα χείλη,
 - (β) όταν απομακρυνθεί και η βαλβίδα (για μεγαλύτερη παροχή).

Δίνονται οι συντελεστές τοπικών απωλειών

Είδος μεταβολής της ροής	Τιμές του Συντελεστή Τοπικών Απωλειών K
Είσοδος σε σωλήνα με αιχμηρά χείλη	$K_1 = 0.5$
Είσοδος σε σωλήνα με τελείως στρογγυλεμένα χείλη	$K_2 = 0.04$
Βαλβίδα (ή βάννα) τελείως ανοικτή	$K_3 = 0.25$

Σχόλιο 1

Από τις γραφικές παραστάσεις φαίνεται ότι στην περίπτωση του αγωγού με κλίση οι απώλειες ενέργειας είναι μεγαλύτερες, κάτι που επιβεβαιώνεται από τις μεγαλύτερες κλίσεις από τις ενεργειακές και πιεζομετρικές γραμμές.

Σχόλιο 2

Λόγω του ότι η καταγραφή των υψών (μετρήσεις) έγινε με οπτική παρατήρηση στηλών νερού, σφάλμα ανάγνωσης είναι δυνατόν να υπεισέρχεται, λόγω φαινομένων διαβροχής της εσωτερικής επιφάνειας των σωλήνων pitot και ειδικότερα λόγω του φαινομένου τριχοειδούς ανύψωσης ή επιφανειακής τάσης. Το σφάλμα αυτό μπορεί να αμβλυνθεί χρησιμοποιώντας σωλήνες μεγαλύτερων διαμέτρων μεγαλύτερων των 12mm οπότε και η μεταβολή του ύψους στην εσωτερική επιφάνεια θα γίνεται αμελητέα.

Σχόλιο 4

Γενικά από τη θεωρία είναι γνωστό ότι το ολικό ύψος των ενεργειακών απωλειών δίνεται ως άθροισμα των επιμέρους απωλειών λόγω τριβών και των επιμέρους τοπικών απωλειών, σύμφωνα

με τη σχέση:

$$\Delta H = \sum_i \left(f_i \frac{l_i}{D_i} \frac{u_i^2}{2g} \right) + \sum_j \left(K_j \frac{u_j^2}{2g} \right) \quad (1)$$

Αντικαθιστώντας τις ταχύτητες ώστε να εισαχθεί στην παραπάνω σχέση (1) η παροχή προκύπτει $\Delta H = C_r Q^2$

όπου $C_r = \sum_i \left(f_i \frac{l_i}{D_i} \frac{1}{2g} \frac{1}{A_i^2} \right) + \sum_j \left(K_j \frac{1}{2g} \frac{1}{A_j^2} \right)$ (2)

δηλ. $\Delta H = \left[\sum_i \left(f_i \frac{l_i}{D_i} \frac{1}{2g} \frac{1}{A_i^2} \right) + \sum_j \left(K_j \frac{1}{2g} \frac{1}{A_j^2} \right) \right] Q^2$ (3)

Επί του συγκεκριμένου Σχολίου 4 η παραπάνω σχέση (3) μπορεί να γραφεί σε πιο απλοποιημένη μορφή για τις 3 συνθήκες που περιγράφονται.

- Πιο αναλυτικά σύμφωνα με τα αρχικά κατασκευαστικά στοιχεία θα είναι:

$$\Delta H_0 = \left[\left(f \frac{l}{D} \frac{1}{2g} \frac{1}{A^2} \right) + \frac{1}{2g} \frac{1}{A^2} (K_1 + K_3) \right] Q^2 \Rightarrow \Delta H_0 = \frac{1}{2g} \frac{1}{A^2} \left[f \frac{l}{D} + (K_1 + K_3) \right] Q^2 \quad (4)$$

Επίσης αντικαθιστώντας στην (4) την επιφάνεια διατομής στη μορφή $A = \frac{\pi D^2}{4}$ (5)

$$\Delta H_0 = \frac{1}{2g} \frac{1}{\left(\frac{\pi D^2}{4} \right)^2} \left[f \frac{l}{D} + (K_1 + K_3) \right] Q^2 \Rightarrow \Delta H_0 = \frac{1}{2g} \frac{16}{\pi^2 D^4} \left[f \frac{l}{D} + (K_1 + K_3) \right] Q^2 \Rightarrow$$

$$\Delta H_0 = \frac{1}{2g} \frac{16}{\pi^2 D^4} \left[f \frac{l}{D} + (K_1 + K_3) \right] Q^2 \Rightarrow \boxed{\Delta H_0 = 163.2 \left[f \frac{l}{D} + (K_1 + K_3) \right] Q^2} \text{ στο (S.I)} \quad (6)$$

- Στην περίπτωση που επιβληθεί η 1^η τροποποίηση στα κατασκευαστικά στοιχεία όταν δηλ. αντικατασταθεί η έξοδος με αιχμηρά χείλη με άλλη με τελείως στρογγυλεμένα χείλη, η σχέση των απωλειών θα γίνει:

$$\boxed{\Delta H_1 = 163.2 \left[f \frac{l}{D} + (K_2 + K_3) \right] Q^2} \quad (7)$$

- Τέλος στην περίπτωση που επιβληθεί και η 2^η τροποποίηση στα κατασκευαστικά στοιχεία, όταν δηλ. αντικατασταθεί η έξοδος με αιχμηρά χείλη με άλλη με τελείως στρογγυλεμένα χείλη **ΚΑΙ** όταν απομακρυνθεί και η βαλβίδα η σχέση των απωλειών θα γίνει:

$$\boxed{\Delta H_2 = 163.2 \left(f \frac{l}{D} + K_2 \right) Q^2} \quad (8)$$

Αντικαθιστώντας τις αριθμητικές τιμές στις σχέσεις (6), (7), (8)

$$\Delta H_0 = 163.2 \left[f \frac{l}{D} + (K_1 + K_3) \right] Q^2 = 163.2 \left(0.24 \cdot \frac{30}{0.15} + 0.5 + 0.25 \right) Q^2 \Rightarrow$$

$$\Delta H_0 = 163.2 \cdot 48.75 Q^2 \Rightarrow \boxed{\Delta H_0 = 7956 \cdot Q^2}$$

$$\Delta H_1 = 163.2 \left[0.24 \cdot \frac{30}{0.15} + 0.04 + 0.25 \right] Q^2 \Rightarrow \boxed{\Delta H_1 = 7881 \cdot Q^2}$$

$$\Delta H_2 = 163.2 \left(0.24 \cdot \frac{30}{0.15} + 0.04 \right) Q^2 \Rightarrow \boxed{\Delta H_2 = 7840 \cdot Q^2}$$

Επιβάλλοντας έτσι την 1^η τροποποίηση οι απώλειες μειώνονται κατά

$$\Delta H_{01} = (7956 - 7881) \cdot Q^2 = 75 \cdot Q^2$$

Επιβάλλοντας και την 2^η τροποποίηση οι απώλειες μειώνονται κατά

$$\Delta H_{02} = (7956 - 7840) \cdot Q^2 = 116 \cdot Q^2$$

Άσκηση

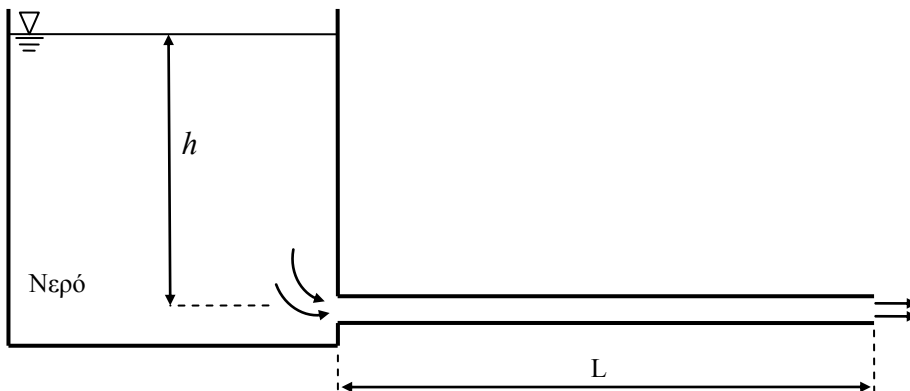
Σωλήνας από χάλυβα είναι συνδεδεμένος στη βάση μιας δεξαμενής από την οποία εκρέει νερό στους 20 °C με παροχή 0.05m³/s. Αν χρησιμοποιείται σωλήνας διαμέτρου 150 mm και μήκους 30m, υπολογίστε το απαιτούμενο ύψος, h , του νερού στη δεξαμενή.

Δίνονται: $f=0.024$,

Η έξοδος της δεξαμενής προς τον οριζόντιο αγωγό είναι κατασκευασμένη από αιχμηρά χείλη.

Πως μεταβάλλονται οι απώλειες

- (α) όταν αντικατασταθεί μόνο η έξοδος αυτή με άλλη έξοδο, που θα έχει τελείως στρογγυλεμένα χείλη,
- (β) όταν απομακρυνθεί και η βαλβίδα (για μεγαλύτερη παροχή).



Δίνονται οι συντελεστές τοπικών απωλειών

Είδος μεταβολής της ροής	Τιμές του Συντελεστή Τοπικών Απωλειών K
Είσοδος σε σωλήνα με αιχμηρά χείλη	$K_1 = 0.5$
Είσοδος σε σωλήνα με τελείως στρογγυλεμένα χείλη	$K_2 = 0.04$
Βαλβίδα (ή βάννα) τελείως ανοικτή	$K_3 = 0.25$