

ΨΣ003 – Φυσική

Αυτεπαγωγή – αμοιβαία επαγωγή

Γιάννης Λιαπέρδος

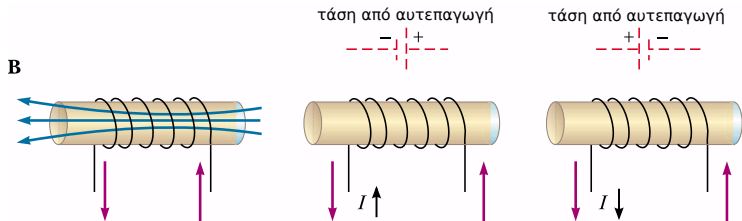
Πανεπιστήμιο Πελοποννήσου
Σχολή Οικονομίας και Τεχνολογίας
Τμήμα Ψηφιακών Συστημάτων



Περιεχόμενα

- 1 Αυτεπαγωγή
- 2 Κυκλώματα RL
- 3 Αποθήκευση ενέργειας σε πηνίο
- 4 Αμοιβαία επαγωγή
- 5 Ασκήσεις

Αυτεπαγωγή



Η πολικότητα της τάσης από αυτεπαγωγή προσδιορίζεται με βάση τον κανόνα του Lenz.



Αυτεπαγωγή

Η τάση από αυτεπαγωγή είναι **ανάλογη** του **ρυθμού μεταβολής του ρεύματος**

$$V_L = -L \frac{dI}{dt}$$

Η σταθερά L της αναλογίας ονομάζεται **συντελεστής αυτεπαγωγής**, έχει μονάδα μέτρησης το H (Henry), και για ένα πηνίο εξαρτάται από τα γεωμετρικά και φυσικά χαρακτηριστικά του.



Αυτεπαγωγή

Άσκηση 8.1

Χρησιμοποιώντας τον νόμο της επαγωγής, αποδείξτε πως για ένα πηνίο με N σπείρες ο συντελεστής αυτεπαγωγής L δίνεται από τη σχέση:

$$L = \frac{N\Phi_B}{I}$$

όπου Φ_B η μαγνητική ροή μέσα από μία σπείρα του πηνίου και I το ρεύμα που την προκαλεί.



Αυτεπαγωγή

Άσκηση 8.2

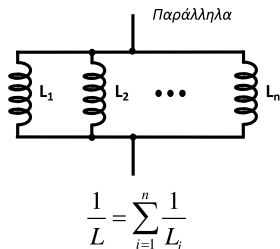
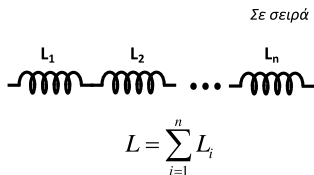
Χρησιμοποιώντας τη σχέση της προηγούμενης άσκησης και τον νόμο του Ampere, να αποδείξετε ότι ο συντελεστής αυτεπαγωγής L ενός πηνίου N σπειρών, μήκους ℓ και διατομής σπειρών A δίνεται από τη σχέση:

$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{\ell}$$



Ισοδύναμη αυτεπαγωγή

- Ισοδύναμη αυτεπαγωγή πηνίων σε σειρά / παράλληλα

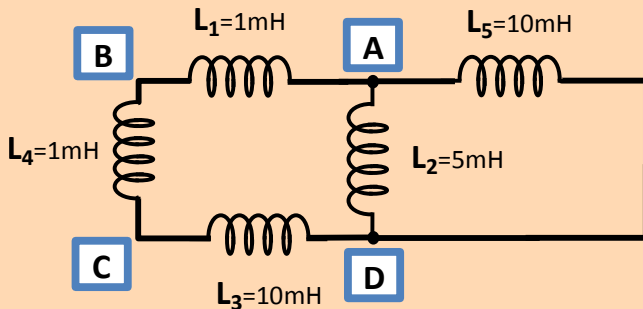


Παρατηρούμε την ευθεία αναλογία με την περίπτωση των αντιστατών

Ισοδύναμη αυτεπαγωγή

Άσκηση 8.3

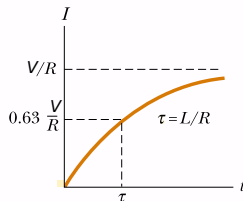
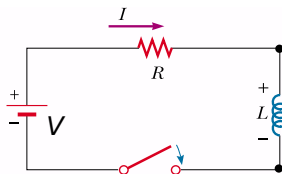
Για το δικτύωμα πηνίων του σχήματος να προσδιορίσετε τις ισοδύναμες αυτεπαγωγές μεταξύ των σημείων A-B, A-C και A-D.



Περιεχόμενα

- 1 Αυτεπαγωγή
- 2 Κυκλώματα RL**
- 3 Αποθήκευση ενέργειας σε πηνίο
- 4 Αμοιβαία επαγωγή
- 5 Ασκήσεις

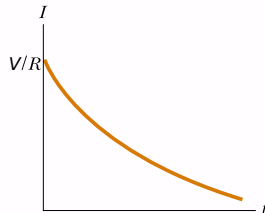
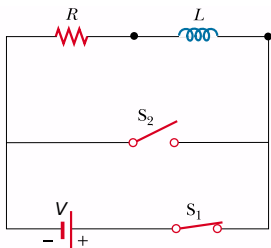
Κύκλωμα RL σε σειρά



$$I = \frac{V}{R} (1 - e^{-t/\tau})$$



Κύκλωμα RL σε σειρά



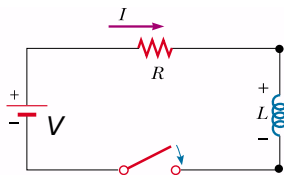
$$I = \frac{V}{R} e^{-t/\tau}$$



Περιεχόμενα

- 1 Αυτεπαγωγή
- 2 Κυκλώματα RL
- 3 Αποθήκευση ενέργειας σε πηνίο**
- 4 Αμοιβαία επαγωγή
- 5 Ασκήσεις

Αποθήκευση ενέργειας σε πηνίο (1/3)



Ο 2ος κανόνας του Kirchhoff δίνει:

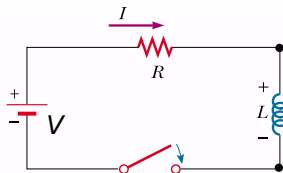
$$V - IR - L \frac{dI}{dt} = 0$$

ή, πολλαπλασιάζοντας κατά μέλη με I , και αναδιατάσσοντας

$$VI = I^2 R + LI \frac{dI}{dt} = 0$$



Αποθήκευση ενέργειας σε πηνίο (2/3)



- Από τη σχέση $VI = I^2R + LI\frac{dI}{dt} = 0$ προκύπτει πως ένα μέρος της ισχύος της πηγής αποδίδεται ως θερμική ισχύς στην αντίσταση και το υπόλοιπο αποθηκεύεται στο πηνίο.
- Αν U η ενέργεια που αποθηκεύεται στο πηνίο, τότε ο ρυθμός μεταβολής της θα είναι $\frac{dU}{dt} = LI\frac{dI}{dt}$



Αποθήκευση ενέργειας σε πηνίο (3/3)

Από τη σχέση $\frac{dU}{dt} = LI\frac{dI}{dt}$ μπορούμε να βρούμε την έκφραση για την ενέργεια U η οποία αποθηκεύεται στο πηνίο:

$$\frac{dU}{dt} = LI\frac{dI}{dt} \Rightarrow dU = LI dt \Rightarrow \int dU = L \int I dt \Rightarrow$$

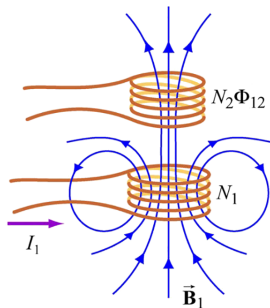
$$U = \frac{1}{2}LI^2$$



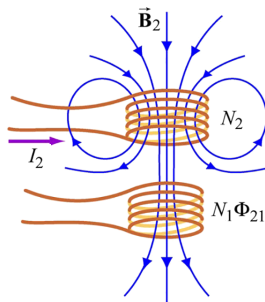
Περιεχόμενα

- 1 Αυτεπαγωγή
- 2 Κυκλώματα RL
- 3 Αποθήκευση ενέργειας σε πηνίο
- 4 Αμοιβαία επαγωγή**
- 5 Ασκήσεις

Αμοιβαία επαγωγή (1/2)



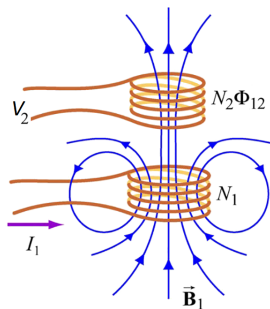
$$M_{12} = \frac{N_2 \Phi_{12}}{I_1}$$



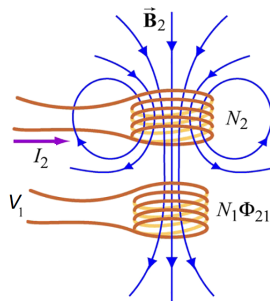
$$M_{21} = \frac{N_1 \Phi_{21}}{I_2}$$

$$M_{12} = M_{21} = M$$

Αμοιβαία επαγωγή (2/2)



$$V_2 = -M \frac{dI_1}{dt}$$



$$V_1 = -M \frac{dI_2}{dt}$$

Περιεχόμενα

- 1 Αυτεπαγωγή
- 2 Κυκλώματα RL
- 3 Αποθήκευση ενέργειας σε πηνίο
- 4 Αμοιβαία επαγωγή
- 5 Ασκήσεις

Ασκήσεις

Άσκηση 8.4

Πηνίο συντελεστή αυτεπαγωγής 0.1H και ωμικής αντίστασης $1\ \Omega$ συνδέεται σε πηγή σταθερής τάσης 110V .

- 1 Ποια η τελική τιμή I_0 της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο;
- 2 Όταν η τιμή του ρεύματος είναι 3A , ποια είναι η πτώση τάσης αποκλειστικά πάνω στην ωμική αντίσταση του πηνίου;
- 3 Ποιος ο ρυθμός μεταβολής του ρεύματος τη χρονική στιγμή κατά την οποία αυτό γίνεται 3A ;



Ασκήσεις

Άσκηση 8.5

Δύο πηνία είναι συζευγμένα επαγωγικά και έχουν το πρώτο $N_1 = 400$ σπείρες και το δεύτερο $N_2 = 1000$ σπείρες. Όταν το πρώτο πηνίο διαρρέεται από ρεύμα $5A$, η μαγνητική ροή που διέρχεται από κάθε σπείρα του πρώτου πηνίου είναι $20mWb$, ενώ η αντίστοιχη ροή για το δεύτερο πηνίο είναι $10mWb$. Να βρεθούν:

- 1 Ο συντελεστής αυτεπαγωγής του πρώτου πηνίου
- 2 Ο συντελεστής αμοιβαίας επαγωγής των δύο πηνίων
- 3 Ποιος ο ρυθμός μεταβολής του ρεύματος τη χρονική στιγμή κατά την οποία αυτό γίνεται $3A$;



Ασκήσεις

Άσκηση 8.6

Πηγή τάσης 100V συνδέεται στα άκρα πηνίου αυτεπαγωγής 0.1H και το κύκλωμα που προκύπτει παρουσιάζει συνολική αντίσταση 100Ω. Αν η αντίσταση του κυκλώματος μεταβληθεί και γίνει 10Ω, να βρείτε την ηλεκτρική ενέργεια που μετασχηματίστηκε σε ενέργεια μαγνητικού πεδίου.

Άσκηση 8.7

Δύο πηνία με συντελεστές αυτεπαγωγής L_1 και L_2 έχουν το ίδιο μήκος και είναι τυλιγμένα και τα δύο στον ίδιο σιδερένιο πυρήνα. Να αποδείξετε ότι ο συντελεστής αμοιβαίας επαγωγής μεταξύ των πηνίων δίνεται από τη σχέση:

$$M = \sqrt{L_1 L_2}$$