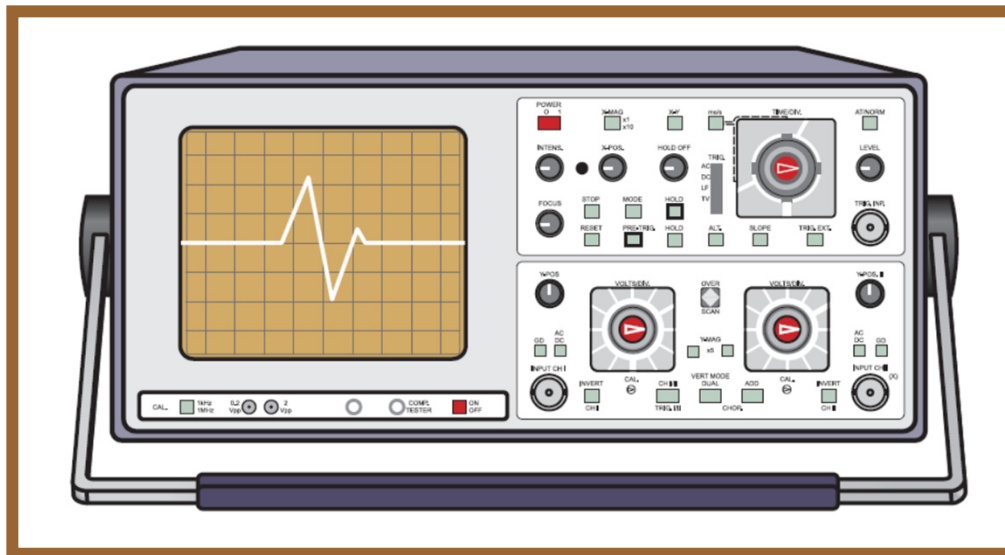


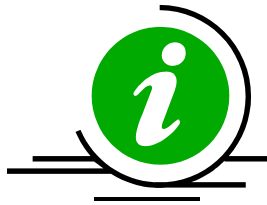
# ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΕΤΡΗΣΗΣ & ΑΙΣΘΗΤΗΡΕΣ



Λάμπρος Μπισδούνης  
Καθηγητής



# Διδάσκων και διδασκαλία του μαθήματος



- Διδάσκων: Λάμπρος Μπισδούνης, Καθηγητής
- Γραφείο: Εργαστήριο Αναλογικών Ηλεκτρονικών Κυκλωμάτων, 1ος όροφος κτηρίου Α1



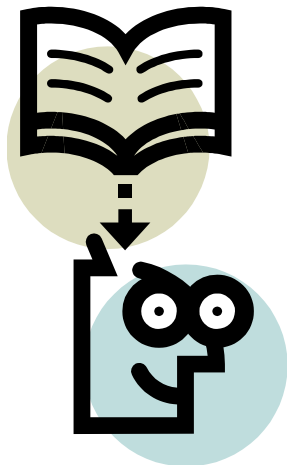
- Τηλέφωνο: 2610 369293



- E-mail: [bisdounis@uop.gr](mailto:bisdounis@uop.gr)



- Διδασκαλία μαθήματος:  
Τετάρτη, 09:00 – 12:00  
αίθουσα Κ4, ισόγειο κτηρίου Κ



P. Elgar, **Αισθητήρες μέτρησης και ελέγχου**, Εκδόσεις Τζιόλα, 2003.

Κ. Καλαϊτζάκη, Ε. Κουτρούλη, **Ηλεκτρικές μετρήσεις και αισθητήρες: Αρχές λειτουργίας και σχεδιασμός των ηλεκτρονικών συστημάτων μέτρησης**, Εκδόσεις Κλειδάριθμος, 2010.

Κ. Καλοβρέκτη, Ν. Κατέβα, **Αισθητήρες μέτρησης και ελέγχου**, Εκδόσεις Τζιόλα, 2018.

Ν. Σταθόπουλου, **Μετρήσεις: Ηλεκτρονικά συστήματα μετρήσεων και αισθητήρια**, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Αράκυνθος, 2017.

Στην ιστοσελίδα του μαθήματος στην πλατφόρμα eclass είναι διαθέσιμα **ηλεκτρονικό βιβλίο** και **σύνδεσμοι** με χρήσιμο υλικό στους αισθητήρες και τα συστήματα μέτρησης.

# Πρόσθετο διδακτικό υλικό

- Ιστοσελίδα του μαθήματος:

<https://eclass.uop.gr/courses/2380>

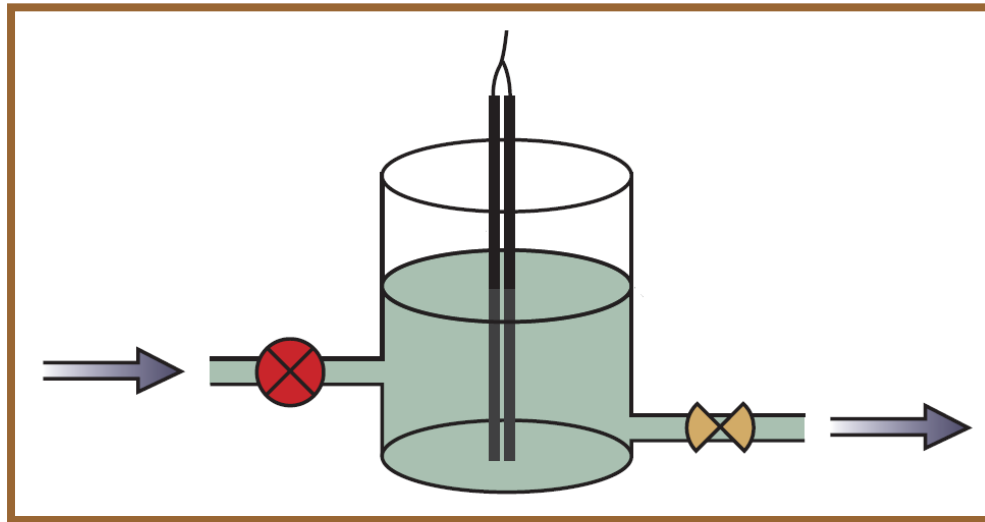


- Οι διαλέξεις περιλαμβάνουν την παρουσίαση στοιχείων θεωρίας, **ερωτήσεις** και **ασκήσεις**, καθώς και τις σχετικές **απαντήσεις** και **λύσεις**.
- Όλο το υλικό των διαλέξεων θα αναρτάται στην ιστοσελίδα του μαθήματος, στην οποία η πρόσβαση είναι ελεύθερη.
- Οι κύριες εκπαιδευτικές ανάγκες (διδασκαλία, μελέτη, εξέταση) του μαθήματος μπορούν να καλυφθούν από το υλικό των διαλέξεων.



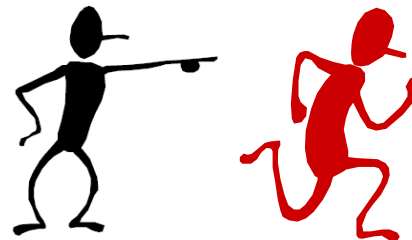
# Ενότητες του μαθήματος

- Το μάθημα ξεκινά με μία εισαγωγή στο πεδίο των αισθητήρων και των συστημάτων μέτρησης και ελέγχου φυσικών παραμέτρων.
- Στη συνέχεια, περιγράφονται μέθοδοι απεικόνισης, καταγραφής, συλλογής και επεξεργασίας δεδομένων των μετρήσεων και μελετώνται τεχνικές ρύθμισης των σημάτων που παρέχουν οι αισθητήρες.
- Τέλος, εξετάζονται αναλυτικά οι αρχές λειτουργίας και εφαρμογές αισθητήρων μέτρησης διάφορων φυσικών παραμέτρων.
- Ενότητες του μαθήματος:
  1. Αισθητήρες και συστήματα μέτρησης και ελέγχου (εισαγωγή).
  2. Μονάδες απεικόνισης & καταγραφής και συστήματα συλλογής & επεξεργασίας δεδομένων μετρήσεων.
  3. Παθητικά κυκλώματα ρύθμισης σημάτων και προσαρμογής.
  4. Ενεργητικά κυκλώματα ρύθμισης σημάτων και κυκλώματα για ψηφιακά συστήματα μέτρησης.
  5. Μέτρηση θερμοκρασίας.
  6. Μέτρηση κίνησης (μετατόπισης, προσέγγισης, ταχύτητας, επιτάχυνσης), μηχανικής τάσης, δύναμης, βάρους.
  7. Μέτρηση στάθμης και πίεσης.



1<sup>η</sup> ενότητα:

# ΑΙΣΘΗΤΗΡΕΣ & ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΕΤΡΗΣΗΣ & ΕΛΕΓΧΟΥ



# Περιεχόμενα 1<sup>ης</sup> ενότητας

---

- Στην πρώτη ενότητα θα γίνει **εισαγωγή** στους **αισθητήρες** και τα **συστήματα μέτρησης** και **ελέγχου** φυσικών παραμέτρων και θα παρουσιαστούν οι βασικές **αρχές** και τα **χαρακτηριστικά** τους, καθώς και **ορισμοί** σχετικών βασικών εννοιών.
- Εισαγωγή στους αισθητήρες.
- Παραδείγματα αισθητήρων.
- Συστήματα μέτρησης.
- Συστήματα ελέγχου.
- Ορισμοί βασικών εννοιών που χρησιμοποιούνται στα συστήματα μέτρησης και ελέγχου με αισθητήρες.
- Χαρακτηριστικά αισθητήρων και συστημάτων μέτρησης και ελέγχου.
- Συμπεράσματα, ερωτήσεις και ασκήσεις.

# Εισαγωγή στους αισθητήρες

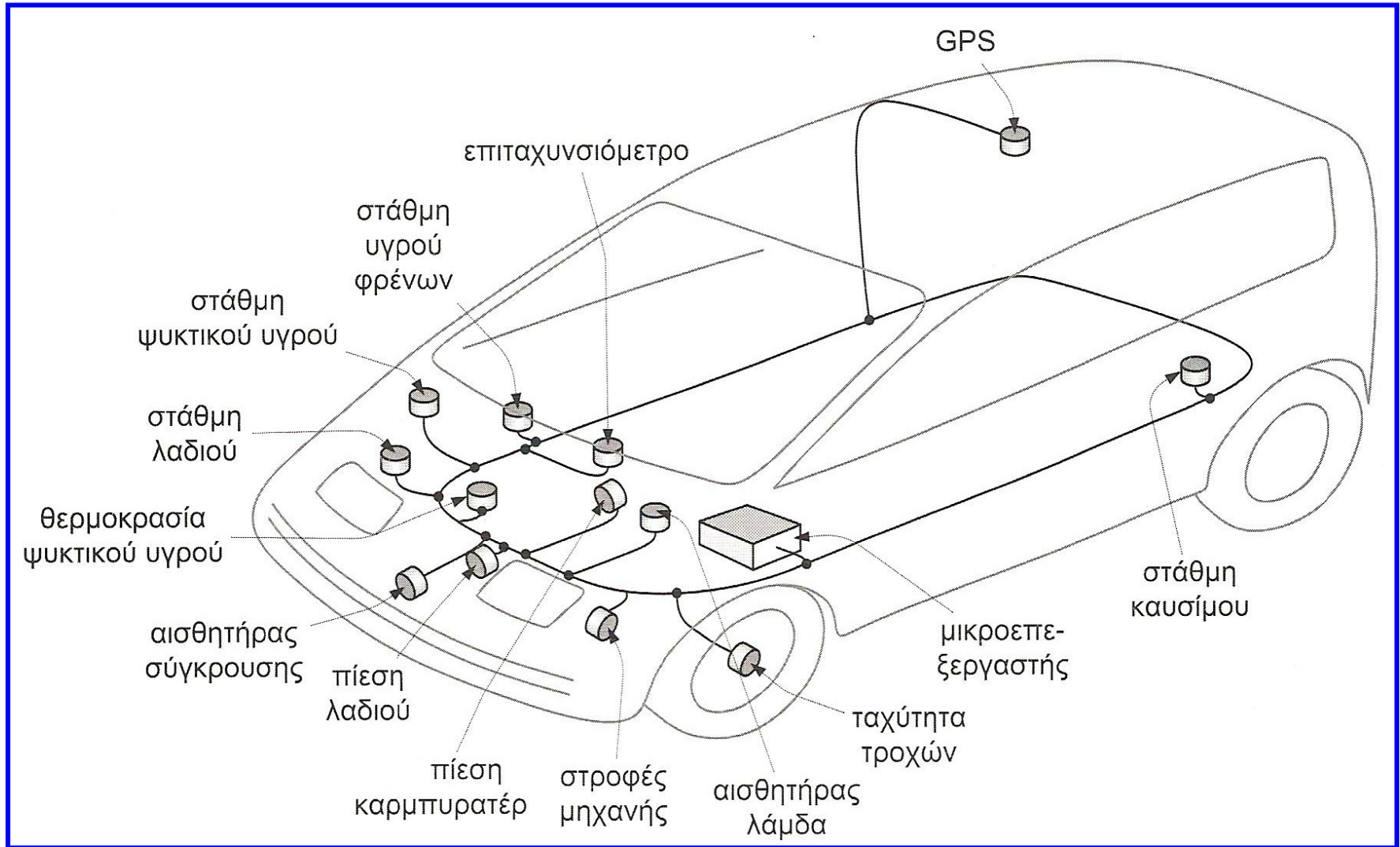
- Οι **αισθητήρες** είναι συσκευές που ανιχνεύουν ένα σήμα ή μία διέγερση και παράγουν από αυτό μία μετρήσιμη έξοδο.
- Είναι διαθέσιμες διαφορετικές μορφές αισθητήρων, σχεδιασμένες να **μετρούν** διάφορες **φυσικές παραμέτρους**.
- Φυσικές παράμετροι που συναντώνται συχνά και απαιτούν μέτρηση είναι η θέση, η ταχύτητα και η επιτάχυνση αντικειμένων, η ροή και η στάθμη υγρών, η δύναμη, η πίεση και η θερμοκρασία.
- Υπάρχουν ακόμη και ειδικότεροι αισθητήρες που μπορούν να ανιχνεύσουν και να μετρήσουν χημικές ποσότητες, ήχο, ακτινοβολία κλπ.
- Η **επιλογή** ενός **αισθητήρα** εξαρτάται από τη φύση των παραμέτρων που πρέπει να μετρηθούν, καθώς και από άλλους παράγοντες, όπως: κόστος, αξιοπιστία, ποιότητα, χρόνος και χώρος αξιοποίησης της απαιτούμενης πληροφορίας, περιβάλλον χρήσης.
- Υπάρχουν δύο πεδία στα οποία χρησιμοποιούνται οι αισθητήρες: η **συλλογή πληροφορίας (μέτρηση)** και ο **έλεγχος συστημάτων**. Η χρήση της τεχνολογίας αισθητήρων στα πεδία αυτά διαφέρει ως προς τον **τρόπο αξιοποίησης της πληροφορίας** που λαμβάνεται από τους αισθητήρες.



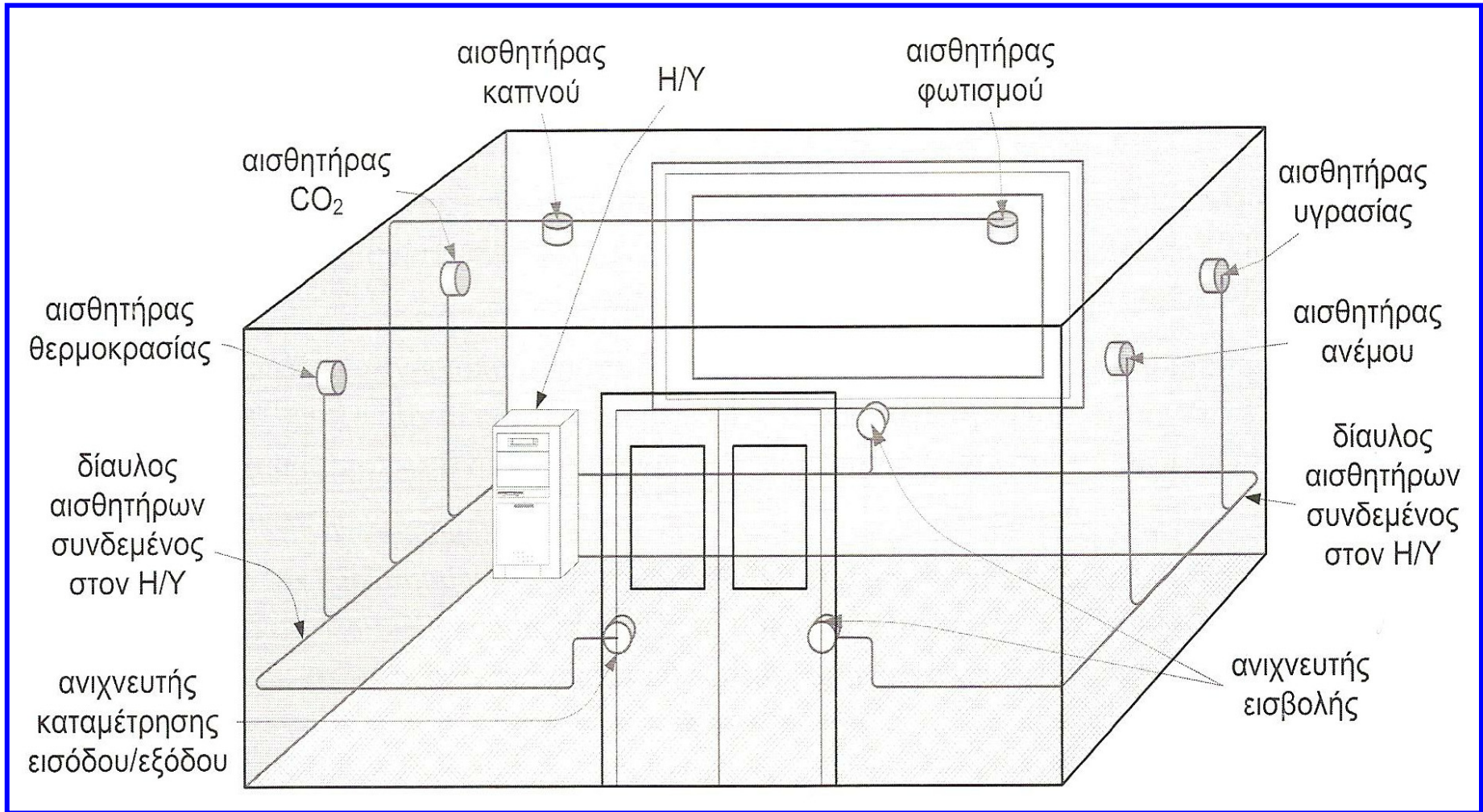
# Εισαγωγή στους αισθητήρες

- Οι αισθητήρες ως **ανιχνευτές συλλογής πληροφορίας** παρέχουν πληροφορία με στόχο να είναι διαρκώς γνωστή και κατανοητή η τρέχουσα κατάσταση των παραμέτρων ενός συστήματος (π.χ. ανιχνευτής – ταχύμετρο αυτοκινήτου).
- Επίσης, μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να καταγράψουν και να παρέχουν μία εικόνα της εξέλιξης των παραμέτρων του συστήματος (π.χ. ταχογράφος).
- Οι **αισθητήρες συστημάτων ελέγχου** είναι της ίδιας μορφής, αλλά συνήθως τροφοδοτούν **ελεγκτή** ο οποίος παράγει μία νέα έξοδο που ρυθμίζει την τιμή της μετρούμενης παραμέτρου.
- **Παράδειγμα:** anti-lock brake system (ABS), στο οποίο ένας αισθητήρας ελέγχει την ταχύτητα των τροχών, ώστε να ανιχνεύσει πιθανό μπλοκάρισμά (γλίστρημα) κάποιου τροχού κατά τη διάρκεια της χρήσης των φρένων και να το εμποδίσει, απελευθερώνοντας τον και παρέχοντας του κίνηση περιορισμένης έκτασης.
- Σήμερα χρησιμοποιούνται υπερσύγχρονοι επεξεργαστές με χαμηλό κόστος ως ελεγκτές, των οποίων όμως η αξιοποίηση θα ήταν πολύ δύσκολη εάν δεν τροφοδοτούνταν από τις κατάλληλες πληροφορίες που συλλέγονται από αποδοτικούς και αξιόπιστους αισθητήρες.
- Ένα παράδειγμα που δείχνει τη **χρησιμότητα** και τις **πολλαπλές εφαρμογές** των αισθητήρων στη καθημερινή ζωή είναι το αυτοκίνητο.

# Παραδείγματα αισθητήρων

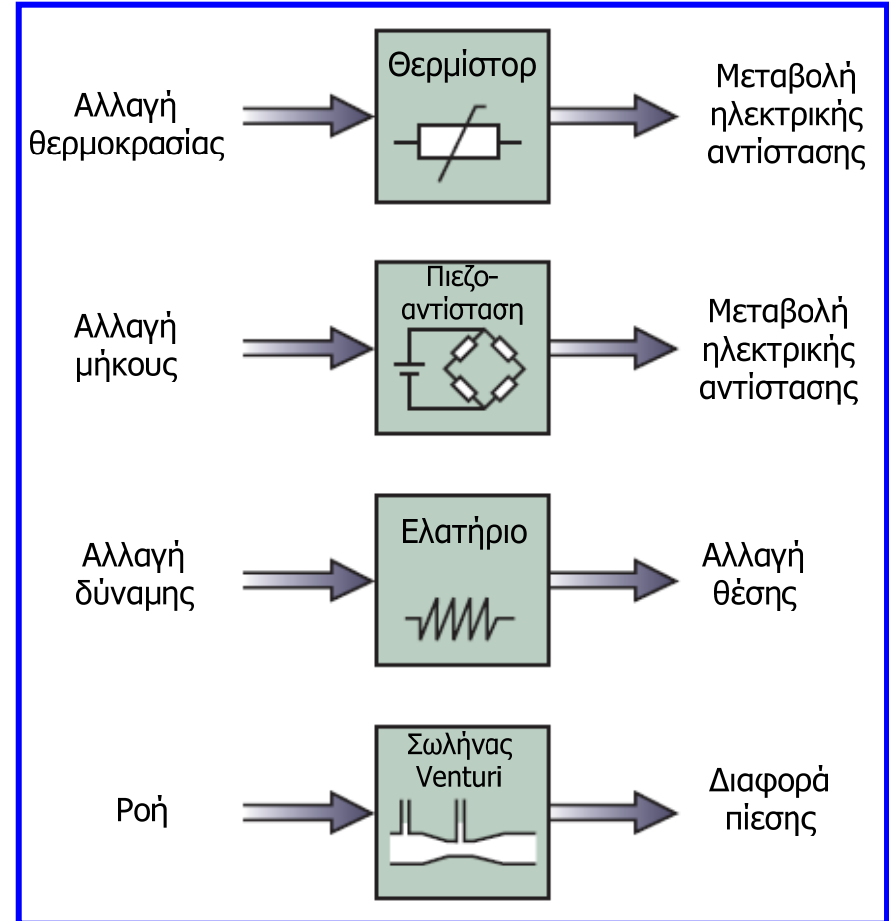


# Παραδείγματα αισθητήρων



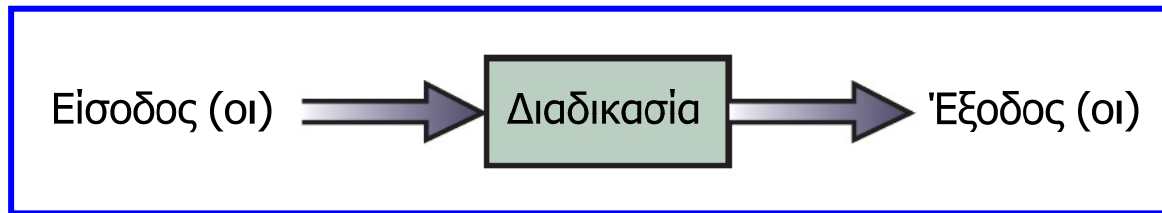
# Παραδείγματα αισθητήρων

- Οι **αισθητήρες** και τα **συστήματα μέτρησης** και **ελέγχου** μπορεί να είναι **μηχανικές**, **ηλεκτρικές** ή **μικτές** κατασκευές.
- Πολλοί αισθητήρες παράγουν **ηλεκτρικές εξόδους** με αποτέλεσμα μία φυσική ποσότητα να μετριέται μέσω της τιμής μίας αντίστασης, τάσης, ρεύματος ή συχνότητας.
- Το **θερμίστορ** και ο **ανιχνευτής μηχανικής τάσης** παράγουν ως έξοδο την αλλαγή μιας ηλεκτρικής αντίστασης.
- Το **ελατήριο** παράγει ως έξοδο την αλλαγή θέσης και έτσι μία βελόνα μπορεί να μετατοπίζεται κατά μήκος μίας κλίμακας, ανάλογα με το βάρος που έχει αναρτηθεί στο ελατήριο.
- Ο **σωλήνας Venturi** μετράει τη διαφορά δύο πιέσεων και μπορεί έτσι να μετρηθεί ο ρυθμός ροής ενός υγρού.



# Συστήματα μέτρησης και ελέγχου με αισθητήρες

- Ένα σύστημα με αισθητήρα παράγει μία ποσοτική έξοδο από μία είσοδο διαφορετικής μορφής με τη βοήθεια κάποιας διαδικασίας.

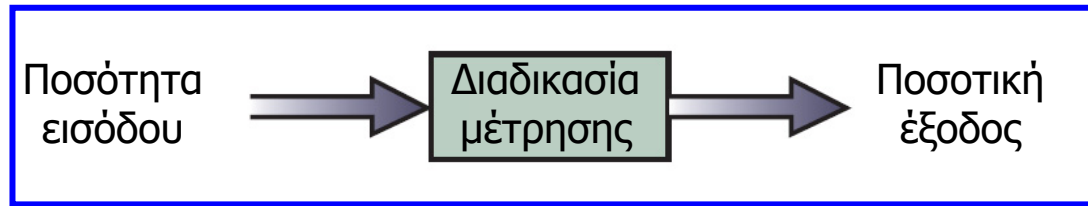


## Βασικό σύστημα αισθητήρα

- Οι εφαρμογές των αισθητήρων κατατάσσονται σε δύο κατηγορίες: **συστήματα μέτρησης** και **συστήματα ελέγχου**.
- Τα συστήματα ελέγχου με αισθητήρες μπορούν να διακριθούν σε **συστήματα ελέγχου ανοικτού βρόχου** και σε **συστήματα ελέγχου κλειστού βρόχου**.

# Συστήματα μέτρησης

- Ένα **σύστημα μέτρησης** απεικονίζει (εμφανίζει) ή καταγράφει μία ποσοτική έξοδο που αντιστοιχεί στην παράμετρο που μετρά, η οποία αποτελεί και την ποσότητα εισόδου.

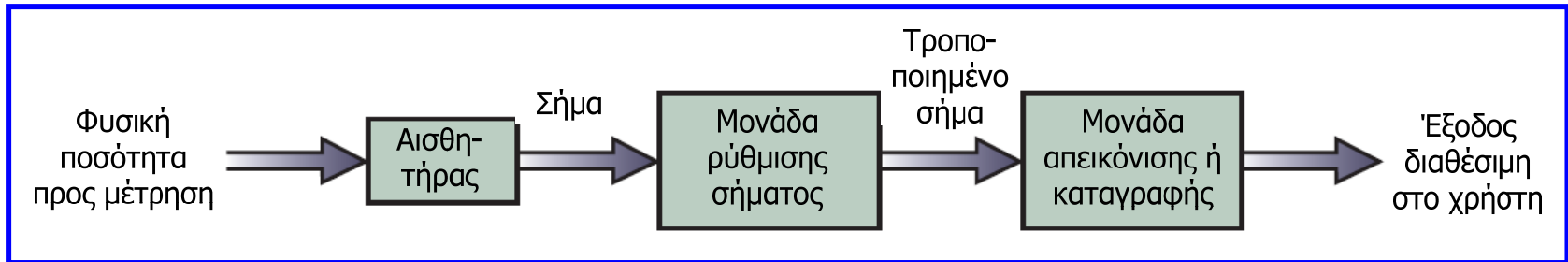


## Σύστημα μέτρησης

- Τα συστήματα μέτρησης δεν αντιδρούν στην ποσότητα εισόδου, απλά την καθιστούν κατανοητή στο χρήστη με κατάλληλη απεικόνιση ή καταγραφή.
- **Παράδειγμα** – θερμόμετρο:
  - ✓ **Ποσότητα εισόδου**: θερμότητα περιβάλλοντος.
  - ✓ **Ποσοτική έξοδος**: ένδειξη θερμομέτρου σε °C.
  - ✓ **Διαδικασία**: μετατροπή θερμότητας περιβάλλοντος σε ένδειξη θερμοκρασίας στη κλίμακα του θερμομέτρου.
  - ✓ Πρόκειται λοιπόν για σύστημα μέτρησης και μόνο, αφού το θερμόμετρο δεν ελέγχει τη θερμοκρασία περιβάλλοντος που μετρά.

# Συστήματα μέτρησης

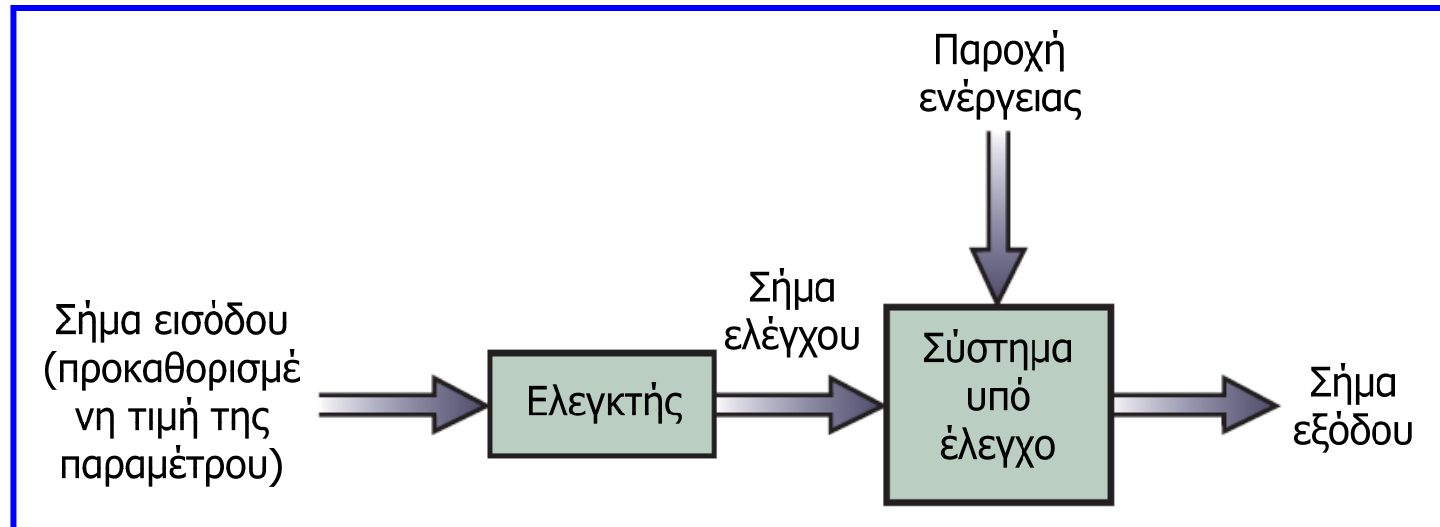
- Η διαδικασία μέτρησης μπορεί να διακριθεί σε **επιμέρους στάδια** και επομένως ένα **σύστημα μέτρησης** περιλαμβάνει τα αντίστοιχα **λειτουργικά στοιχεία**:



- Το παράδειγμα του θερμομέτρου είναι απλό, αφού όλα τα στάδια είναι ενσωματωμένα στην ίδια συσκευή και η ρύθμιση σήματος είναι η μετατροπή της θερμότητας περιβάλλοντος σε κίνηση της στήλης υδραργύρου.
- Σε **περίπλοκα συστήματα μέτρησης** είναι απαραίτητος ο διαχωρισμός των λειτουργικών στοιχείων, όπου ο **αισθητήρας** μετατρέπει τη φυσική ποσότητα σε σήμα, το οποίο με κατάλληλη τροποποίηση από τη **μονάδα ρύθμισης** μπορεί να χρησιμοποιηθεί από τη **μονάδα απεικόνισης ή καταγραφής**.
- Για παράδειγμα εάν το **σήμα** είναι μία **ηλεκτρική τάση** πιθανώς χρειάζεται **ενίσχυση** της από τη **μονάδα ρύθμισης** για να μπορεί να απεικονιστεί κατάλληλα.
- Υπάρχουν διάφορες **τεχνικές ρύθμισης** (ενίσχυση τάσης, μετατροπή παλμών φωτός σε ηλεκτρικούς κλπ.) και **τεχνικές απεικόνισης ή καταγραφής** (αριθμητική έξοδος, μετακίνηση βελόνας σε κλίμακα, προβολή ή εκτύπωση γραφικής παράστασης κλπ.)

# Συστήματα ελέγχου ανοικτού βρόχου

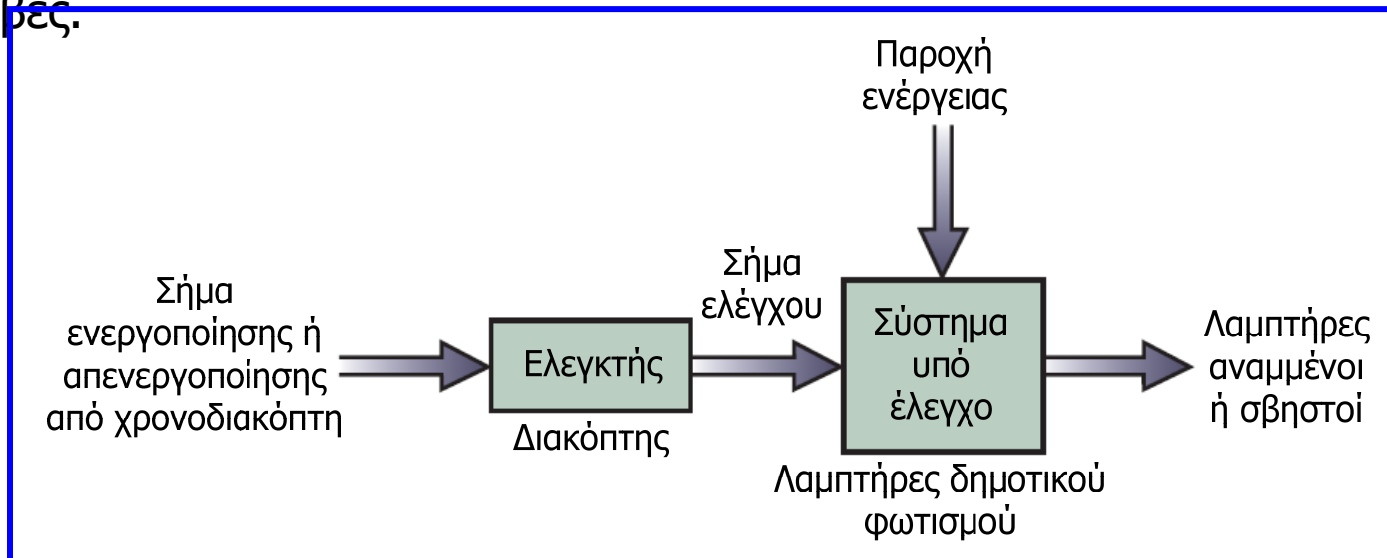
- Τα **συστήματα ελέγχου** έχουν σκοπό τη **διατήρηση** μιας **παραμέτρου** σε μία **προκαθορισμένη τιμή**.
- Περιλαμβάνουν συστήματα μέτρησης, αλλά σε αντίθεση με τα συστήματα μέτρησης, η **έξοδός τους ρυθμίζει κάποια παράμετρο**, η τιμή της οποίας δεν εμφανίζεται απαραίτητως στο χρήστη.
- Η βάση της λειτουργίας ενός συστήματος ελέγχου ανοικτού βρόχου είναι ότι ελέγχεται από ένα σήμα προκαθορισμένης τιμής.
- Η προκαθορισμένη τιμή δεν αλλάζει ακόμη και αν άλλοι παράγοντες αλλάξουν και καταστήσουν την έξοδο του συστήματος ανακριβή.





# Συστήματα ελέγχου ανοικτού βρόχου

- **Παράδειγμα:** σύστημα ελέγχου ανοικτού βρόχου για έναρξη και λήξη της λειτουργίας των λαμπτήρων δημοτικού φωτισμού.
- Ο έλεγχος που απαιτείται είναι όταν νυχτώνει να ανάβουν οι λαμπτήρες και όταν ξημερώνει να σβήνουν.
- Το σήμα ελέγχου μπορεί να προκαθοριστεί και οι λαμπτήρες να ανάβουν και να σβήνουν σε προκαθορισμένες ώρες με τη βοήθεια συστήματος χρονομέτρησης.
- Το σύστημα αυτό θα λειτουργήσει με ακρίβεια για μερικές εβδομάδες, αλλά επειδή οι ώρες ανατολής και δύσης αλλάζουν, το σύστημα θα καταστεί ανακριβές.

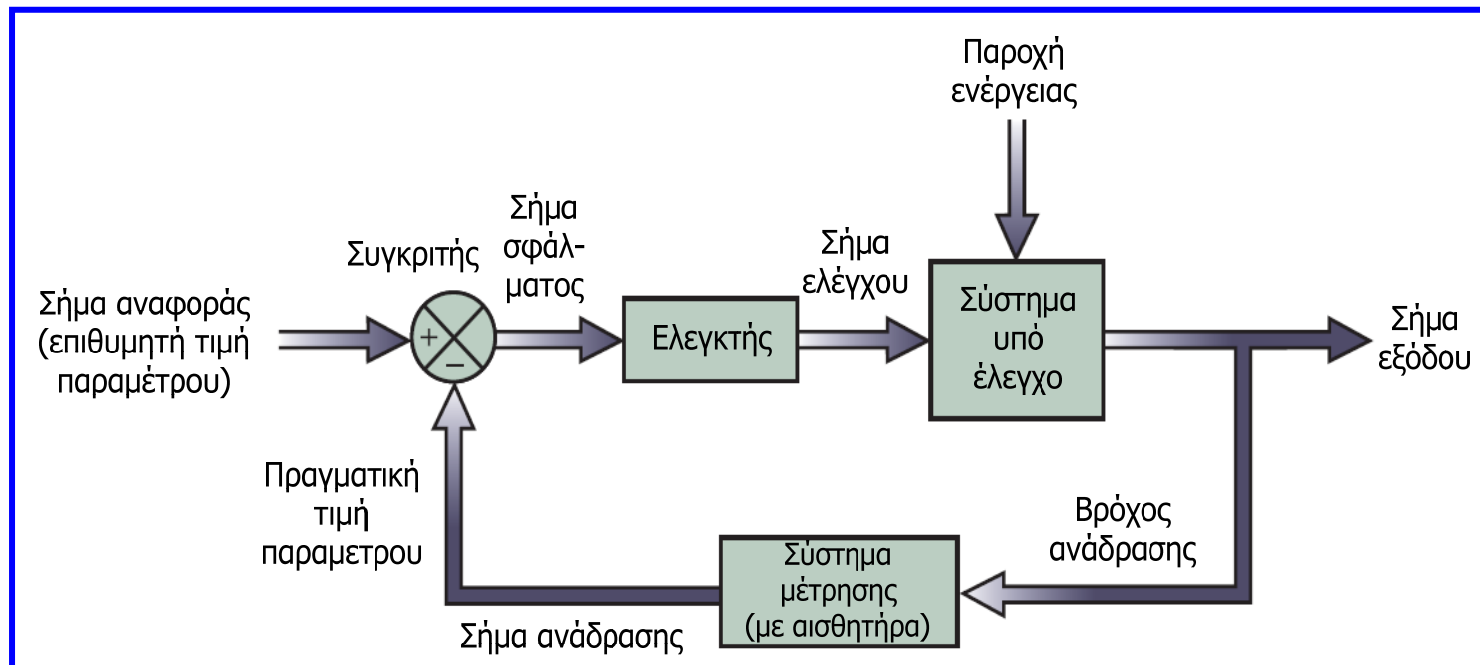


# Συστήματα ελέγχου ανοικτού βρόχου

- Στο σύστημα ανοικτού βρόχου **δεν υπάρχει είσοδος** η οποία να **ανιχνεύει** τι συμβαίνει πραγματικά στην **παράμετρο** που επηρεάζει το σύστημα (π.χ. στο σύστημα ελέγχου δημοτικού φωτισμού, αν επικρατεί σκοτάδι ή φως).
- Για την ακριβέστερη λειτουργία ενός τέτοιου συστήματος απαιτείται συχνή επέμβαση από εξωτερικό χειριστή που να ρυθμίζει τον χρονομετρητή ανάλογα με την εποχή (δηλ. να διαφοροποιεί το προκαθορισμένο σήμα).
- Ο σχεδιασμός των συστημάτων ελέγχου ανοικτού βρόχου είναι απλός, αλλά τα συστήματα αυτά είναι **μη αποδοτικά** και απαιτούν **συχνή επέμβαση εξωτερικού χειριστή**.
- Οι **προκαθορισμένες τιμές** είναι γενικά **ανεπαρκείς**, αφού εάν η παράμετρος που ελέγχουν αλλάξει θα πρέπει να επαναρυθμιστούν.
- Στις περιπτώσεις, όπου οι συνέπειες από ανακριβή έλεγχο της παραμέτρου που ελέγχεται είναι σημαντικές (π.χ. στάθμη τοξικού υγρού σε δεξαμενή), τα συστήματα ανοικτού βρόχου πρέπει να αποφεύγονται.

# Συστήματα ελέγχου κλειστού βρόχου

- Στα συστήματα ελέγχου κλειστού βρόχου, η κατάσταση της εξόδου επηρεάζει άμεσα την κατάσταση της εισόδου.
- Τα συστήματα αυτά μετρούν την τιμή της ελεγχόμενης παραμέτρου στην έξοδο του συστήματος και τη συγκρίνουν με την επιθυμητή τιμή με στόχο (μέσω του ελεγκτή) να διατηρούν την έξοδο στην επιθυμητή τιμή.
- Η πραγματική τιμή της ελεγχόμενης παραμέτρου συγκρίνεται με την επιθυμητή τιμή και η διαφορά των τιμών αυτών ονομάζεται σφάλμα (error).

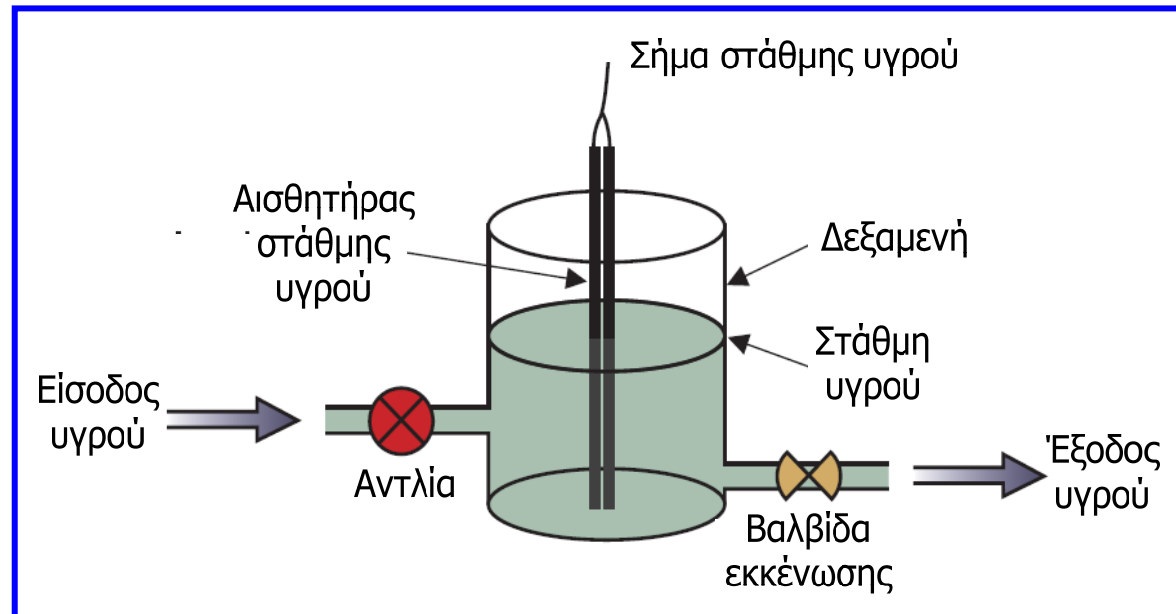


# Συστήματα ελέγχου κλειστού βρόχου

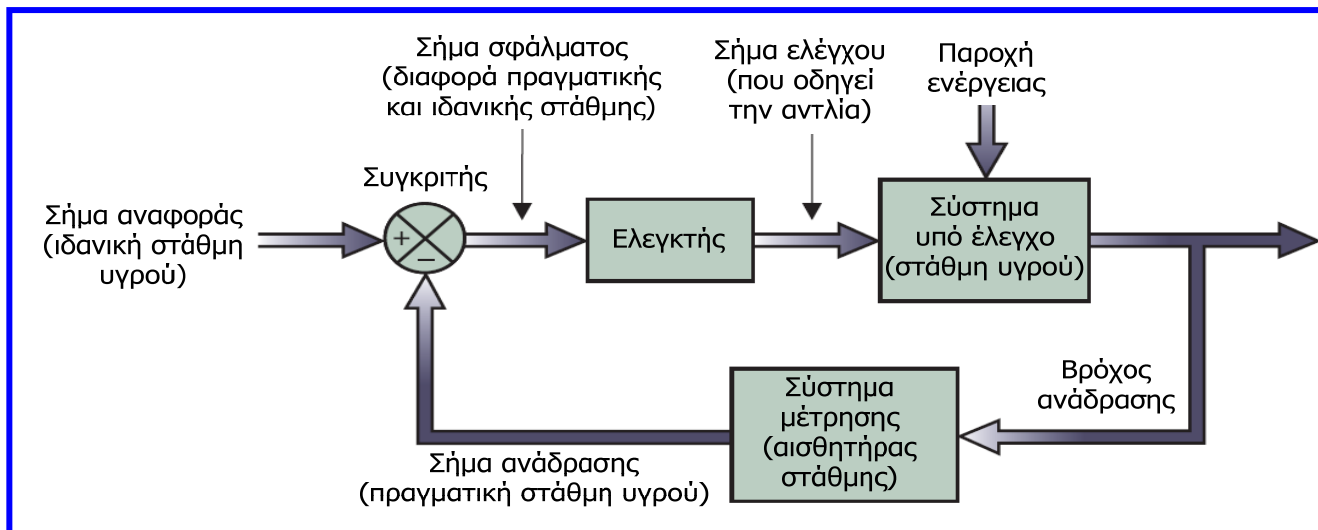
- Η επιθυμητή τιμή ονομάζεται **σήμα αναφοράς** (reference signal) ή **σημείο έναρξης**.
- Η τιμή αυτή συγκρίνεται με το σήμα που προκύπτει από το σύστημα μέτρησης, το οποίο ονομάζεται **σήμα ανάδρασης** (feedback signal).
- Η διαφορά ανάμεσα στο σήμα ανάδρασης και το σήμα αναφοράς αναφέρεται ως **σήμα σφάλματος** (error signal).
- Το σήμα σφάλματος τροποποιείται (π.χ. ενισχύεται) έτσι ώστε να ρυθμίζεται η απόδοση του συστήματος και το τροποποιημένο σήμα σφάλματος ονομάζεται **σήμα ελέγχου** (control signal).
- Το σήμα ελέγχου στη συνέχεια ρυθμίζει την έξοδο του συστήματος, έτσι ώστε το σήμα ανάδρασης να πλησιάσει την τιμή του σήματος αναφοράς (επιθυμητή τιμή).
- Τότε το σήμα σφάλματος θα μειωθεί (έως το 0) και έτσι θα επιτευχθεί η επιθυμητή τιμή.

# Συστήματα ελέγχου κλειστού βρόχου

- **Παράδειγμα:** έλεγχος στάθμης τοξικού υγρού σε βιομηχανική δεξαμενή.
- Η δεξαμενή γεμίζεται μέσω **αντλίας** και το υγρό χρησιμοποιείται στην παραγωγική διαδικασία μέσω μιας **βαλβίδας** εκκένωσης.
- Η δεξαμενή δεν πρέπει να υπερχειλίσει ώστε να μη διαρρεύσει τοξικό υγρό και η στάθμη του υγρού δεν θα πρέπει να μειωθεί κάτω από το βέλτιστο επίπεδο (**ιδανική στάθμη**) που απαιτείται για αξιόπιστη παραγωγική διαδικασία.
- Χρησιμοποιείται αισθητήρας στάθμης, ώστε να ανιχνεύεται κάθε στιγμή η στάθμη του υγρού στη δεξαμενή και να παράγεται η αντίστοιχη ηλεκτρική έξοδος.



# Συστήματα ελέγχου κλειστού βρόχου



- Η έξοδος από τον αισθητήρα στάθμης υγρού, δηλ. το σήμα ανάδρασης, θα πρέπει να συγκριθεί με το σήμα που αντιπροσωπεύει την ιδανική στάθμη του υγρού.
- Έτσι παράγεται το σήμα σφάλματος, το οποίο ενισχύεται από τον ελεγκτή και γίνεται το σήμα ελέγχου.
- Το σήμα ελέγχου οδηγεί τον κινητήρα της αντλίας και έτσι καθορίζει το ρυθμό ροής του υγρού από την αντλία προς τη δεξαμενή, που προκαλεί την πλήρωση της.
- Όταν το σήμα σφάλματος μηδενιστεί, η στάθμη φτάσει την ιδανική τιμή της, συνεπώς το σήμα ελέγχου επίσης μηδενίζεται και η αντλία σταματά.
- Τα **συστήματα ελέγχου κλειστού βρόχου** είναι **αυτορυθμιζόμενα** και επομένως **λιγότερο επιρρεπή σε σφάλματα**, απαιτούν **σπανιότερη παρέμβαση** του χειριστή και **υψηλό κόστος**.

# Απόλυτες και αυθαίρετες μετρήσεις

- **Απόλυτη μέτρηση (absolute measurement)**: μέτρηση ενός μεγέθους που δεν χρησιμοποιεί κλίμακα μέτρησης η οποία βασίζεται σε σύγκριση του μεγέθους με ένα αντίστοιχο μέγεθος αναφοράς (**αυθαίρετη κλίμακα**), αλλά κλίμακα μέτρησης η οποία βασίζεται στη μικρότερη φυσική δυνατή τιμή που μπορεί να λάβει το μέγεθος που μετριέται (**απόλυτη κλίμακα**).
- Η κλίμακα K είναι απόλυτη αφού σχετίζει τη θερμοκρασία με το απόλυτο 0, ενώ η κλίμακα C είναι αυθαίρετη αφού σχετίζει τη θερμοκρασία με τη θερμοκρασία πήξης του νερού που αυθαίρετα ορίζεται ως 0 °C.
- Η μέτρηση της πίεσης σε σχέση με την ατμοσφαιρική πίεση δεν είναι απόλυτη, ενώ η μέτρηση της σε σχέση με το απόλυτο κενό είναι απόλυτη.

# Μέση τιμή και τυπική απόκλιση μετρήσεων

- **Μέση τιμή (mean value)**: εάν θεωρήσουμε ότι έχουμε  $n$  μετρήσεις της ίδιας ποσότητας τότε η μέση τιμή των μετρήσεων αποτελεί προσέγγιση της πραγματικής τιμής του μεγέθους. Η μέση τιμή ορίζεται ως εξής:

$$m = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

$n$  : πλήθος των μετρήσεων

$x_i$  : οι επιμέρους μετρήσεις

- **Τυπική απόκλιση (standard deviation)**: αποτελεί έκφραση του βαθμού συγκέντρωσης των μετρήσεων γύρω από τη μέση τιμή. Η τυπική απόκλιση ορίζεται ως εξής:

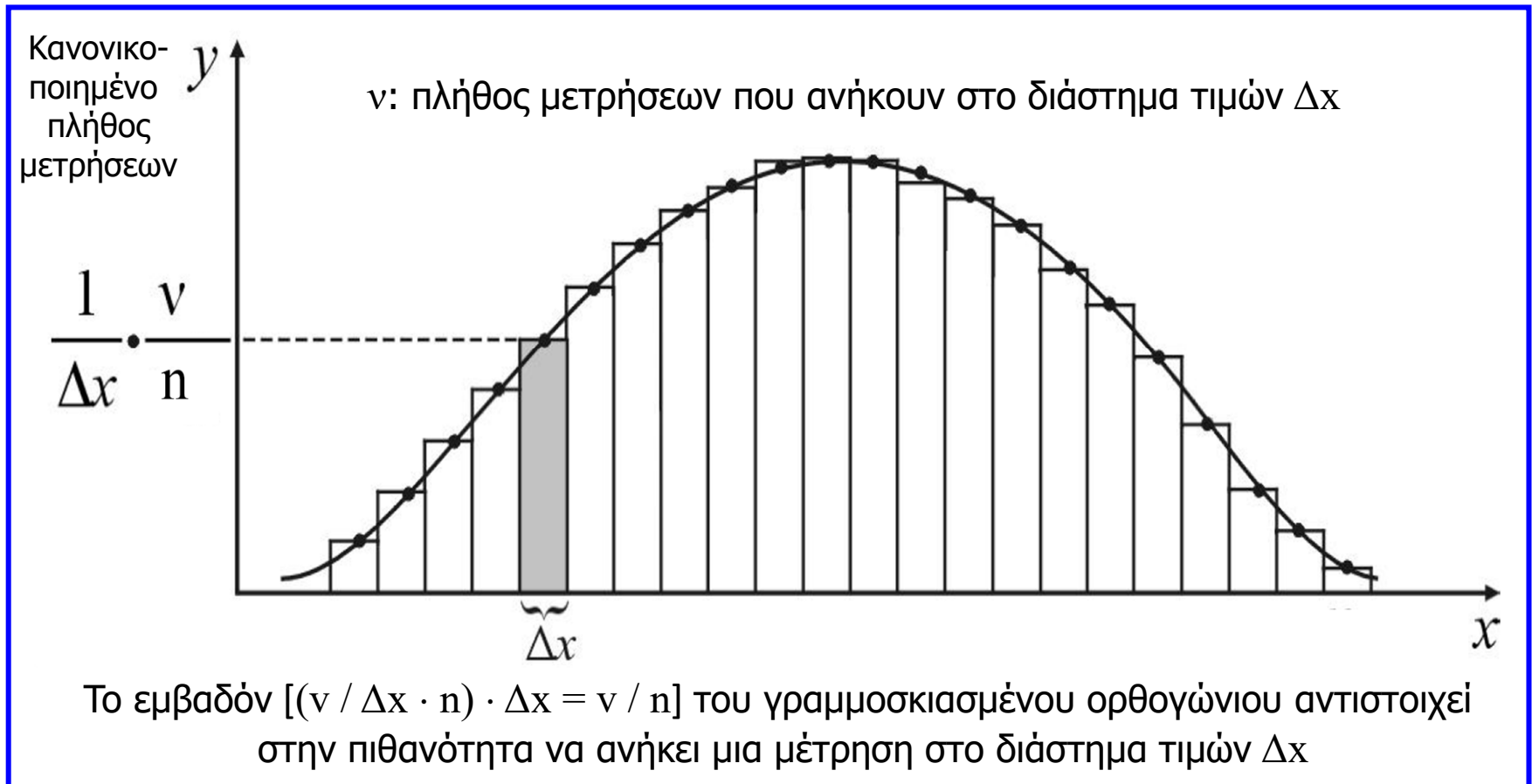
$$c = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (m - x_i)^2}$$

Η τυπική απόκλιση εκφράζεται ως προς το **φαινομενικό σφάλμα των μετρήσεων** (δηλαδή το **σφάλμα ως προς τη μέση τιμή και όχι ως προς την πραγματική τιμή**, η οποία είναι και άγνωστη).



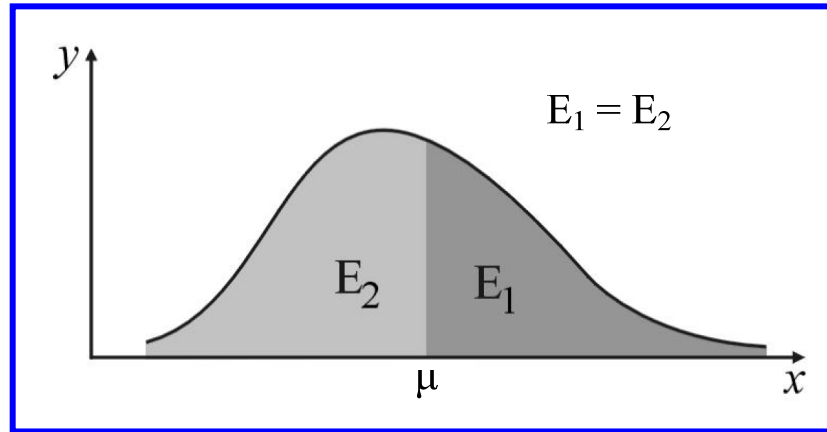
# Κατανομή μετρήσεων

Για  $n$  μετρήσεις  $x_1, x_2, \dots, x_n$  ενός μεγέθους  $x$ , μπορούμε να θεωρήσουμε ότι το  $x$  είναι μια μεταβλητή, που οι τιμές της ακολουθούν μια κατανομή, δηλαδή μια οριακή καμπύλη στην οποία τείνει το ιστόγραμμα των μετρήσεων εάν το πλήθος των μετρήσεων γίνει αρκετά μεγάλο.

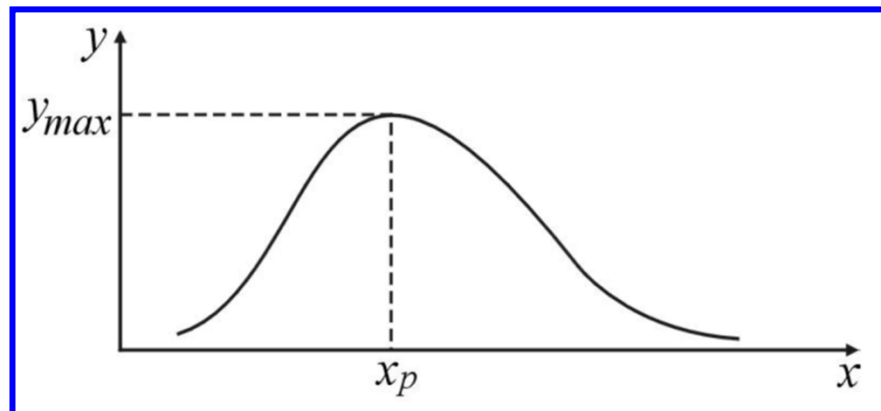


# Κατανομή μετρήσεων

- **Κεντρική τιμή ή διάμεσος (median value)** είναι αυτή που χωρίζει την επιφάνεια που χωρίζει η καμπύλη κατανομής σε δύο ίσα εμβαδά.



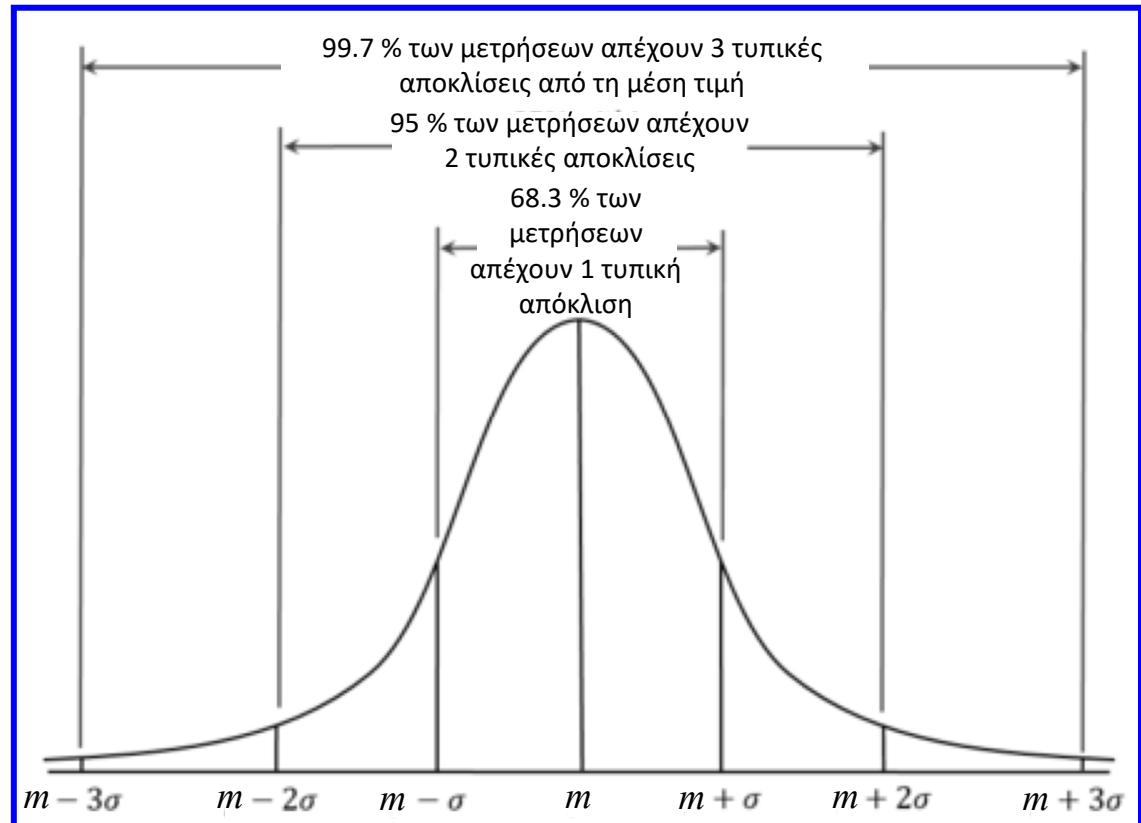
- **Πιθανότερη τιμή** για το μετρούμενο μέγεθος είναι αυτή που αντιστοιχεί στην μέγιστη τιμή της καμπύλης κατανομής.



# Κατανομή μετρήσεων

- **Κανονική κατανομή** είναι αυτή που περιγράφει αμιγώς τυχαία και ανεξάρτητα γεγονότα και αποτελεί καμπύλη συμμετρικής μορφής με βασικό χαρακτηριστικό ότι η **μέση τιμή ταυτίζεται με την πιθανότερη τιμή και την κεντρική τιμή**.
- Επειδή η κανονική κατανομή περιγράφει αμιγώς τυχαία και ανεξάρτητα γεγονότα, βρίσκει εφαρμογή σε πολλά πεδία της επιστήμης και της τεχνολογίας.

| Διάστημα μέτρησης   | Πιθανότητα εμφάνισης |
|---------------------|----------------------|
| $m \pm 0.675\sigma$ | 50%                  |
| $m \pm \sigma$      | 68.3%                |
| $m \pm 2\sigma$     | 95%                  |
| $m \pm 3\sigma$     | 99.7                 |



# Χαρακτηριστικά αισθητήρων: Εύρος λειτουργίας

- **Εύρος λειτουργίας ή περιοχή τιμών εισόδου (full-scale input, FSI)**: όρια στα οποία ένας αισθητήρας λειτουργεί αξιόπιστα (μέγιστη και ελάχιστη τιμή της μετρούμενης παραμέτρου που μπορεί να μετρήσει).
- Εκφράζεται συνήθως ως τη διαφορά της μέγιστης και της ελάχιστης τιμής της μετρούμενης ποσότητας που ο αισθητήρας μπορεί να ανιχνεύσει:  $r_i = X_{\max} - X_{\min}$ .
- Αντίστοιχα, το **εύρος λειτουργίας ή περιοχή τιμών εξόδου (full-scale output, FSO)** αφορά τη μέγιστη μεταβολή της εξόδου ενός αισθητήρα:  $r_o = Y_{\max} - Y_{\min}$ .
- Επιπλέον στις προδιαγραφές των αισθητήρων, ως εύρος λειτουργίας συχνά αναφέρεται το θερμοκρασιακό εύρος, το εύρος τιμών πίεσης ή το εύρος τιμών υγρασίας, εννοώντας την περιοχή τιμών θερμοκρασίας, πίεσης ή υγρασίας αντίστοιχα, στην οποία είναι δυνατή η χρήση του αισθητήρα.

# Ακρίβεια

- **Ακρίβεια (accuracy)**: είναι ο βαθμός εγγύτητας της τιμής που μετράει ο αισθητήρας προς την πραγματική τιμή.
- Στους αισθητήρες η ακρίβεια αφορά την εγγύτητα της τιμής εξόδου του αισθητήρα προς τη μετρούμενη τιμή και εκφράζεται ως καθαρός αριθμός μικρότερος ή ίσος το 1 (**σχετική ακρίβεια**) ή ως ποσοστό (**εκατοστιαία ακρίβεια**).

$$A_{\text{σχετ.}} = 1 - \left| \frac{r - x}{r} \right|$$

$$A (\%) = \left( 1 - \left| \frac{r - x}{r} \right| \right) \cdot 100$$

$r$ : μετρούμενη τιμή (πραγματική)

$x$ : τιμή εξόδου αισθητήρα  
(αποτέλεσμα μέτρησης)

**Παράδειγμα**: σε θερμομέτρο ακρίβειας 0.98 ή 98% εάν η μέτρηση είναι 20.5 °C, τότε η πραγματική θερμοκρασία βρίσκεται μεταξύ των τιμών 20.1 και 20.9 °C.

# Σφάλμα

- **Σφάλμα (error)**: ενός αισθητήρα ή συστήματος μέτρησης είναι η διαφορά ανάμεσα στη έξοδο του αισθητήρα ή του συστήματος και την μετρούμενη (πραγματική τιμή) και εκφράζεται ως προς τις μονάδες της μετρούμενης ποσότητας (**απόλυτο σφάλμα**) και ως **σχετικό** (καθαρός αριθμός) ή **εκατοστιαίο σφάλμα** (ποσοστό).

$$e_{\text{απ.}} = |r - x|$$

$$e_{\text{σχετ.}} = \frac{|r - x|}{r}$$

$$e(\%) = \frac{|r - x|}{r} \cdot 100$$

$r$ : μετρούμενη τιμή (πραγματική)

$x$ : τιμή εξόδου αισθητήρα  
(αποτέλεσμα μέτρησης)

**Παράδειγμα**: σε θερμόμετρο με απόλυτο σφάλμα μετρήσεων  $\pm 0.4$  °C, εάν η μέτρηση είναι 20.5 °C, τότε η πραγματική θερμοκρασία βρίσκεται μεταξύ των τιμών 20.1 και 20.9 °C. Ομοίως, εάν το εκατοστιαίο σφάλμα των μετρήσεων είναι 2%.

- Υπάρχουν δύο βασικές κατηγορίες σφαλμάτων: τα **συστηματικά σφάλματα**, και τα **τυχαία** ή **στατιστικά σφάλματα**.
- **Συστηματικά σφάλματα**, είναι τα σφάλματα τα οποία επηρεάζουν συστηματικά και με τον ίδιο τρόπο όλες τις μετρήσεις. Τέτοια είναι τα σφάλματα που οφείλονται στη λάθος βαθμονόμηση ή σε περιβαλλοντικούς παράγοντες.

# Σφάλμα

- Για παράδειγμα η χρήση ενός θερμομέτρου του οποίου η κλίμακα βαθμονόμησης έχει μετατοπιστεί, θα έχει ως αποτέλεσμα το μηδέν της κλίμακας να μην αντιστοιχεί σε  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ , και επομένως όλες οι μετρήσεις θα είναι μετατοπισμένες από την πραγματική θερμοκρασία κατά αυτή τη διαφορά.
- Τα συστηματικά σφάλματα τις περισσότερες φορές μπορούν να αναγνωρισθούν και να διορθωθούν κατά την ανάλυση των μετρήσεων.
- Για παράδειγμα στην περίπτωση του θερμομέτρου, μετρώντας τη θερμοκρασία πάγου που λιώνει ή αποσταγμένου νερού που βράζει για τα οποία γνωρίζουμε την πραγματική τους θερμοκρασία, μπορούμε να εκτιμήσουμε αποκλίσεις της κλίμακας και να τις προσθέσουμε αλγεβρικά σε όλες τις μετρήσεις.
- Τα **τυχαία σφάλματα** επηρεάζουν όλες τις μετρήσεις αλλά με τυχαίο τρόπο και επομένως δεν μπορούν να αφαιρεθούν κατά την επεξεργασία τους.
- Τα τυχαία σφάλματα οφείλονται σε ατέλειες της πειραματικής διάταξης και στην πεπερασμένη ακρίβεια των μετρητικών οργάνων σε συνδυασμό με την επίδραση των αισθήσεων μας. Επίσης, τυχαίες και μη ελεγχόμενες μεταβολές των περιβαλλοντικών συνθηκών μπορεί να επηρεάσουν τις μετρήσεις μας κατά μη επαναλήψιμο τρόπο.
- Το μέγιστο ποσοστό σφάλματος που μπορεί να υπάρξει κατά τη διάρκεια λειτουργίας ενός αισθητήρα αναφέρεται ως **ανοχή (tolerance)**.

# Σφάλμα

- **Μέγιστο δυνατό σφάλμα:** συχνά μας ενδιαφέρει να γνωρίζουμε πιο είναι το μεγαλύτερο δυνατό σφάλμα που μπορεί να εισέρχεται σε μια παράμετρο που παράγεται (υπολογίζεται) από μετρήσεις άλλων παραμέτρων.
- Έστω ότι επιθυμούμε να προσδιορίσουμε το **μέγιστο δυνατό σφάλμα του αθροίσματος δύο μετρήσεων** ( $a \pm \delta a$ ) και ( $\beta \pm \delta \beta$ ).
- Οι μέγιστες τιμές που μπορούν να λάβουν οι ποσότητες  $a$  και  $\beta$  είναι  $(a + \delta a)$  και  $(\beta + \delta \beta)$ , επομένως η μεγαλύτερη τιμή που μπορεί να λάβει το άθροισμά τους είναι:  $(a + \beta + \delta a + \delta \beta)$ .
- Αντίστοιχα, η μικρότερη τιμή που μπορεί να λάβει το άθροισμά τους είναι:  $(a + \beta - \delta a - \delta \beta) = (a + \beta) - (\delta a + \delta \beta)$ .
- Επομένως το άθροισμα  $(a + \beta)$  κυμαίνεται μεταξύ  $(a + \beta) - (\delta a + \delta \beta)$  και  $(a + \beta) + (\delta a + \delta \beta)$  και το **μέγιστο δυνατό απόλυτο σφάλμα του αθροίσματος**  $(a + \beta)$  είναι το **άθροισμα των επιμέρους μέγιστων απόλυτων σφαλμάτων**  $(\delta a + \delta \beta)$ .
- Με τον ίδιο τρόπο, μπορούμε να καταλήξουμε στο ότι το **μέγιστο δυνατό απόλυτο σφάλμα** στην περίπτωση της **αφαίρεσης δύο μετρήσεων** ισούται επίσης με το **άθροισμα των επιμέρους μέγιστων απόλυτων σφαλμάτων**.



# Σφάλμα

- Στην περίπτωση **πολλαπλασιασμού μετρήσεων** οι τιμές του γινομένου κυμαίνονται ως εξής:

$$(a \pm \delta a)(\beta \pm \delta \beta) = a\beta \left( 1 \pm \frac{\delta a}{a} \right) \left( 1 \pm \frac{\delta \beta}{\beta} \right) = a\beta \left[ 1 \pm \left( \frac{\delta a}{a} + \frac{\delta \beta}{\beta} \right) \pm \left( \frac{\delta a}{a} \right) \left( \frac{\delta \beta}{\beta} \right) \right]$$

$$\approx a\beta \left[ 1 \pm \left( \frac{\delta a}{a} + \frac{\delta \beta}{\beta} \right) \right]$$

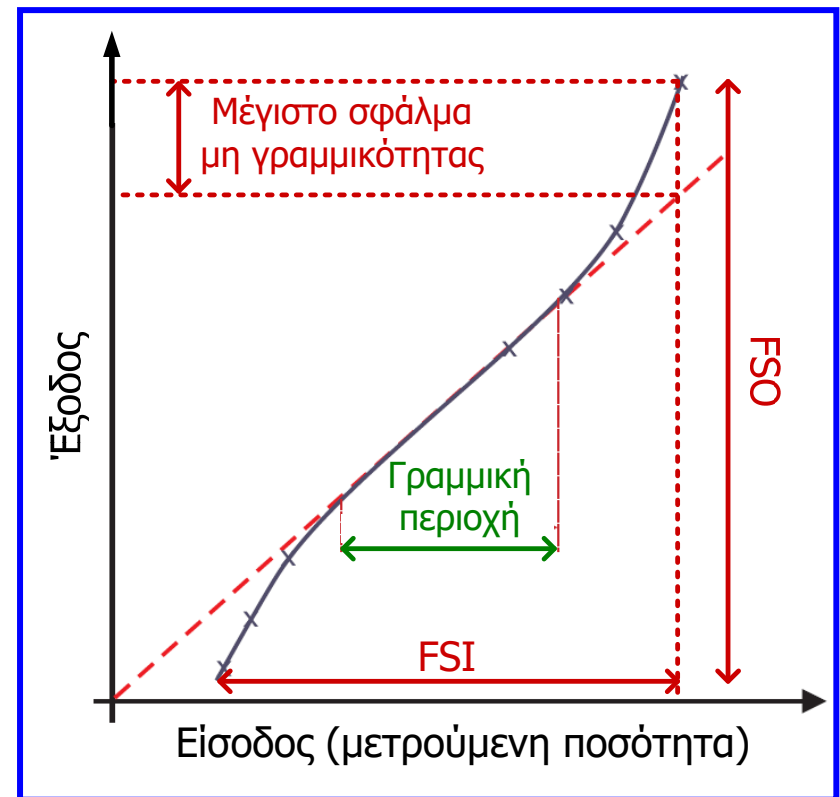
Ο τελευταίος όρος στις αγκύλες κατά προσέγγιση παραλείπεται, διότι είναι πολύ μικρότερος από τους υπόλοιπους.

- Παρόμοια προσεγγιστική σχέση αποδεικνύεται ότι ισχύει και για την **διαίρεση μετρήσεων**:

$$\frac{\alpha \pm \delta \alpha}{\beta \pm \delta \beta} \approx \frac{\alpha}{\beta} \cdot \left[ 1 \pm \left( \frac{\delta \alpha}{\alpha} + \frac{\delta \beta}{\beta} \right) \right]$$

# Γραμμικότητα

- **Γραμμικότητα (linearity)**: βαθμός κατά τον οποίο οι μεταβολές της μετρούμενης παραμέτρου (είσοδος αισθητήρα) προκαλούν μεταβολές της εξόδου του αισθητήρα με ανάλογο τρόπο, ιδιότητα με βάση την οποία η γραφική παράσταση της εξόδου ως προς την είσοδο του αισθητήρα να είναι μία ευθεία γραμμή.
- Ένας αισθητήρας μπορεί να είναι γραμμικός σε μία περιοχή τιμών εισόδου και τότε η **γραμμικότητά του εκφράζεται ως ποσοστό της περιοχής τιμών εξόδου του**.
- Η ιδιότητα αυτή είναι σημαντική για έναν αισθητήρα, αφού στην περίπτωση κατά την οποία υφίσταται γραμμικότητα σε όλο το εύρος (περιοχή τιμών) εισόδου του αισθητήρα, για τη **βαθμονόμησή** του αρκούν οι τιμές της εξόδου δύο επιβεβαιωμένες τιμές εισόδου.
- Συνήθως, η σχέση μεταξύ της εισόδου και της εξόδου είναι **μη γραμμική**.
- Για **μία τιμή εισόδου**, η διαφορά μεταξύ της τιμής εξόδου του αισθητήρα και της τιμής εξόδου που προκύπτει από την ιδανική (γραμμική) χαρακτηριστική του αισθητήρα, είναι το **σφάλμα μη γραμμικότητας**, που εκφράζεται στη μονάδα μέτρησης εξόδου ή ως **ποσοστό της περιοχής τιμών εξόδου (FSO)**.



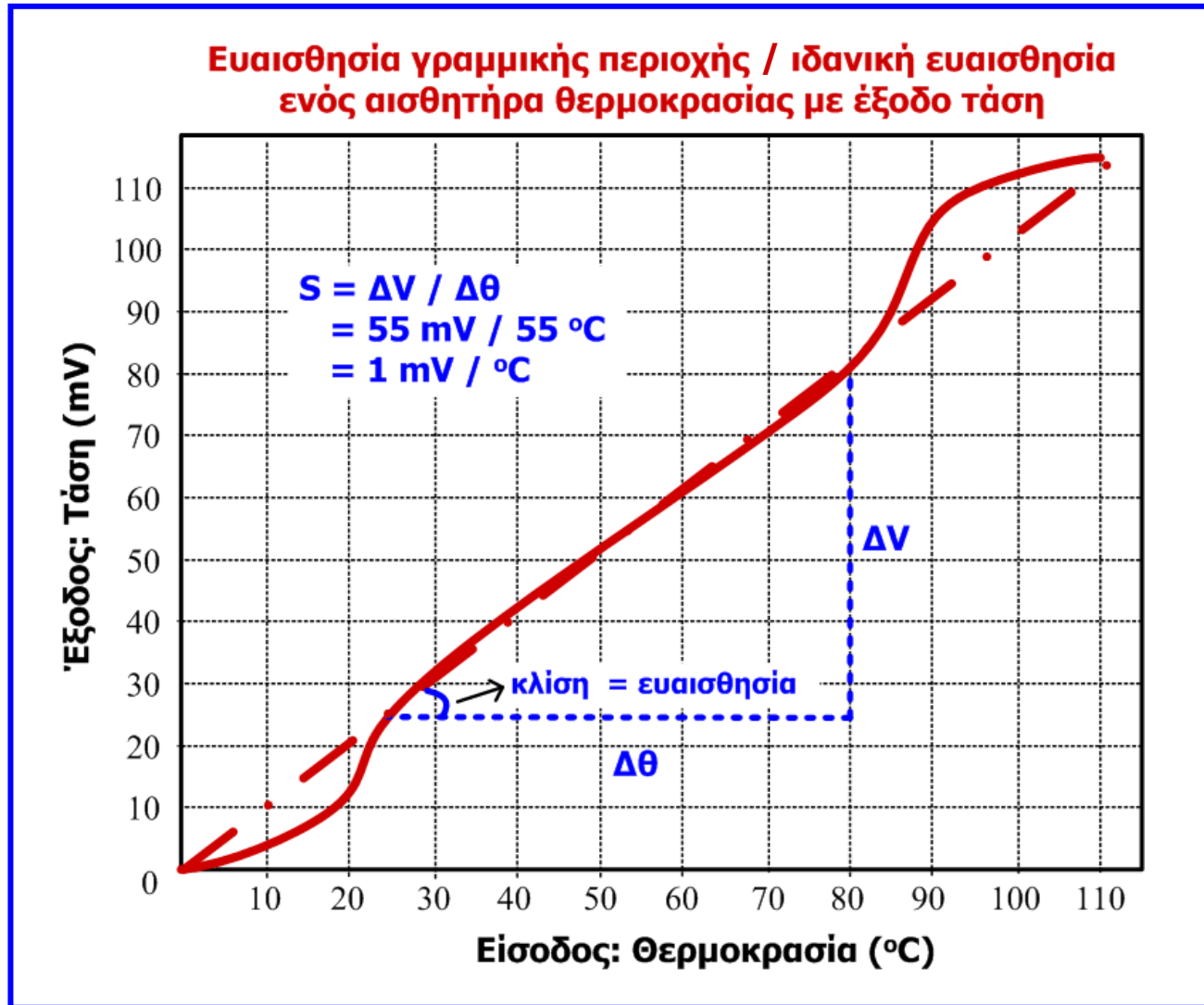
# Ευαισθησία

- **Ευαισθησία (sensitivity)**: είναι η σχέση της μεταβολής εξόδου ενός αισθητήρα με τη μεταβολή της εισόδου του και εκφράζεται από το λόγο της μεταβολής της εξόδου προς την αντίστοιχη αλλαγή της εισόδου. Όσο πιο υψηλή τιμή λαμβάνει η έξοδος ενός αισθητήρα για κάθε μονάδα της μετρούμενου παραμέτρου (είσοδος αισθητήρα) τόσο μεγαλύτερη είναι η ευαισθησία του αισθητήρα.

$$\text{Ευαισθησία (S)} = \frac{[\text{Μέγιστη τιμή εξόδου}] - [\text{Ελάχιστη τιμή εξόδου}]}{[\text{Μέγιστη τιμή εισόδου}] - [\text{Ελάχιστη τιμή εισόδου}]}$$

- Οι **μονάδες μέτρησης της ευαισθησίας** διαφέρουν ανάλογα με τη φύση του αισθητήρα και τη μετρούμενη ποσότητα (π.χ. Volt/mm σε αισθητήρα που μετρά μικρή μετατόπιση ενός αντικειμένου και παρέχει ως έξοδο τάση).
- Εάν η σχέση ανάμεσα στη μετρούμενη ποσότητα (είσοδο) και την έξοδο είναι **γραμμική**, η ευαισθησία είναι μία για όλο το εύρος λειτουργίας, εάν όχι τότε η ευαισθησία διαφέρει από περιοχή σε περιοχή, κάτι που είναι σύνηθες στα συστήματα μέτρησης.
- Όταν η καμπύλη της εξόδου του αισθητήρα ως προς την είσοδο, προσεγγίζεται με γραμμική συνάρτηση για όλο το εύρος τιμών εισόδου και εξόδου, τότε η ευαισθησία που υπολογίζεται αποτελεί την **ιδανική ευαισθησία (virtual sensitivity)** του αισθητήρα.

# Ευαισθησία



# Διακριτική ικανότητα

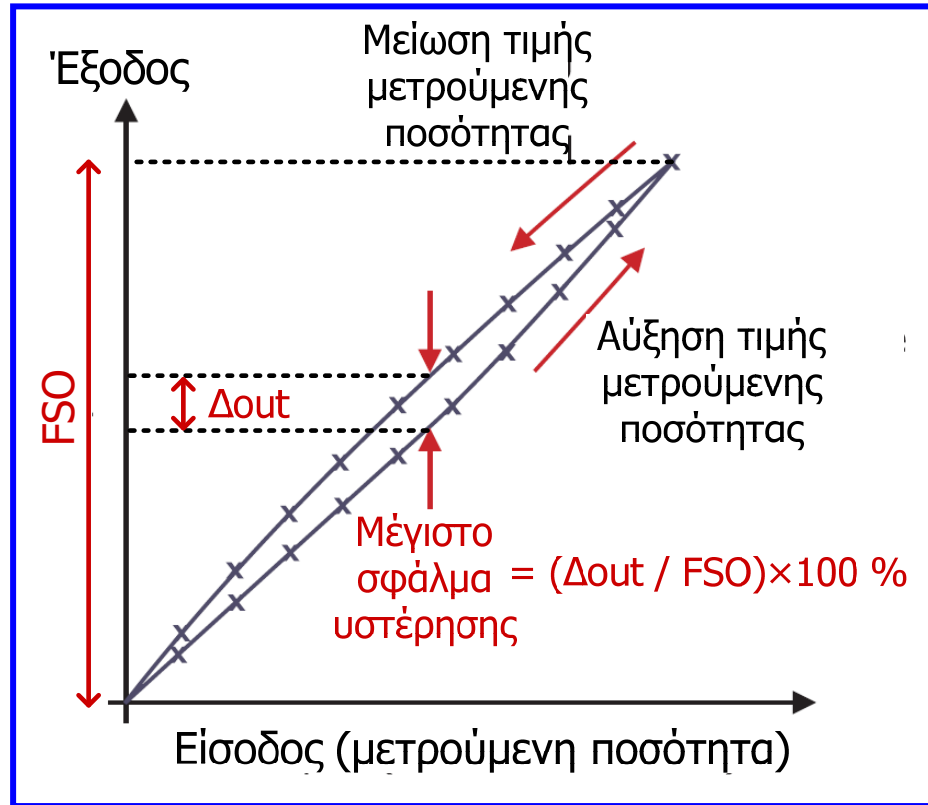
- **Διακριτική ικανότητα (resolution)**: αναφέρεται στη μικρότερη αλλαγή εισόδου ( $\Delta x$ ) που μπορεί να ανιχνεύσει (μετρήσει) ένας αισθητήρας.
- Όσο μεγαλύτερη είναι η διακριτική ικανότητα, τόσο μικρότερο είναι το βήμα που μπορεί να μετρηθεί.
- Εκφράζεται με τη μικρότερη αλλαγή εισόδου ( $\Delta x$ ) που μπορεί να μετρηθεί (και αναφέρεται ως **βήμα διακριτότητας**) ή ως το ποσοστό του λόγου του βήματος διακριτότητας προς την περιοχή τιμών εισόδου του αισθητήρα (FSI):

$$\text{Διακριτική ικανότητα} = \frac{\Delta x}{r_i} \cdot 100 (\%)$$

- Η διακριτική ικανότητα, όπως και αρκετά από τα χαρακτηριστικά των αισθητήρων, αποτελεί γενικότερο χαρακτηριστικό των οργάνων / συστημάτων μέτρησης.
- **Παράδειγμα**: η διακριτική ικανότητα ενός ψηφιακού βολτομέτρου με ενδείκτη (display) 3 ψηφίων και μέγιστη ένδειξη 99.9 V είναι 0.1 V (βήμα διακριτότητας) ή  $(0.1 / 99.9) \cdot 100 = 0.1 \%$ .
- Αυτό γίνεται προφανές, αφού για παράδειγμα το όργανο μπορεί να διακρίνει και να μας δείξει τις τιμές τάσης 12.4 V και 12.5 V, αλλά δε έχει τη δυνατότητα να διακρίνει τιμές μεταξύ αυτών.

# Υστέρηση

- Η **υστέρηση (hysteresis)** είναι χαρακτηριστικό ενός αισθητήρα που προκαλεί διαφορές στην έξοδό του, όταν η κατεύθυνση μεταβολής της εισόδου του αντιστραφεί (από αυξανόμενη γίνει μειούμενη ή αντιστρόφως).
- Υστέρηση εμφανίζεται συνήθως σε αισθητήρες με κινητά μέρη που επηρεάζονται από τριβή, μηχανική τάση ή μαγνητικά φαινόμενα.
- Η απόκλιση των λαμβανομένων μετρήσεων (τιμών εξόδου) για την ίδια τιμή εισόδου, αλλά για διαφορετική κατεύθυνση μεταβολής της, αναφέρεται ως **σφάλμα υστέρησης** και για κάθε τιμή εισόδου εκφράζεται ως η **διαφορά των τιμών εξόδου** ή ως **ποσοστό της περιοχής τιμών εξόδου (FSO)** του αισθητήρα:



$$\text{Σφάλμα υστέρησης} = \frac{\text{Διαφορά τιμών εξόδου για την ίδια είσοδο}}{\text{FSO}} \cdot 100 (\%)$$

# Επαναληψιμότητα

- Προηγούμενες μεταβολές της εισόδου ενός αισθητήρα μπορεί να επηρεάζουν την τιμή της μέτρησης με αποτέλεσμα να είναι πιθανή η εμφάνιση αποκλίσεων μεταξύ επαναλαμβανόμενων μετρήσεων της ίδιας τιμής της εισόδου του αισθητήρα.
- **Επαναληψιμότητα (repeatability)**: βαθμός κατά τον οποίο ο αισθητήρας παράγει το ίδιο αποτέλεσμα όταν σε διαφορετικές χρονικές στιγμές τροφοδοτείται με την ίδια είσοδο (εκφράζεται σε απόλυτο νούμερο ή ως ποσοστό). Αναφέρεται και ως **ευστοχία (precision)**.
- Δεν πρέπει να συγχέεται με την ακρίβεια, αφού ένας αισθητήρας μπορεί να δίνει παρόμοια έξοδο πολλές φορές για συγκεκριμένη είσοδο, αλλά εάν υπάρχει σημαντικό σφάλμα, η έξοδος δεν είναι ακριβής.



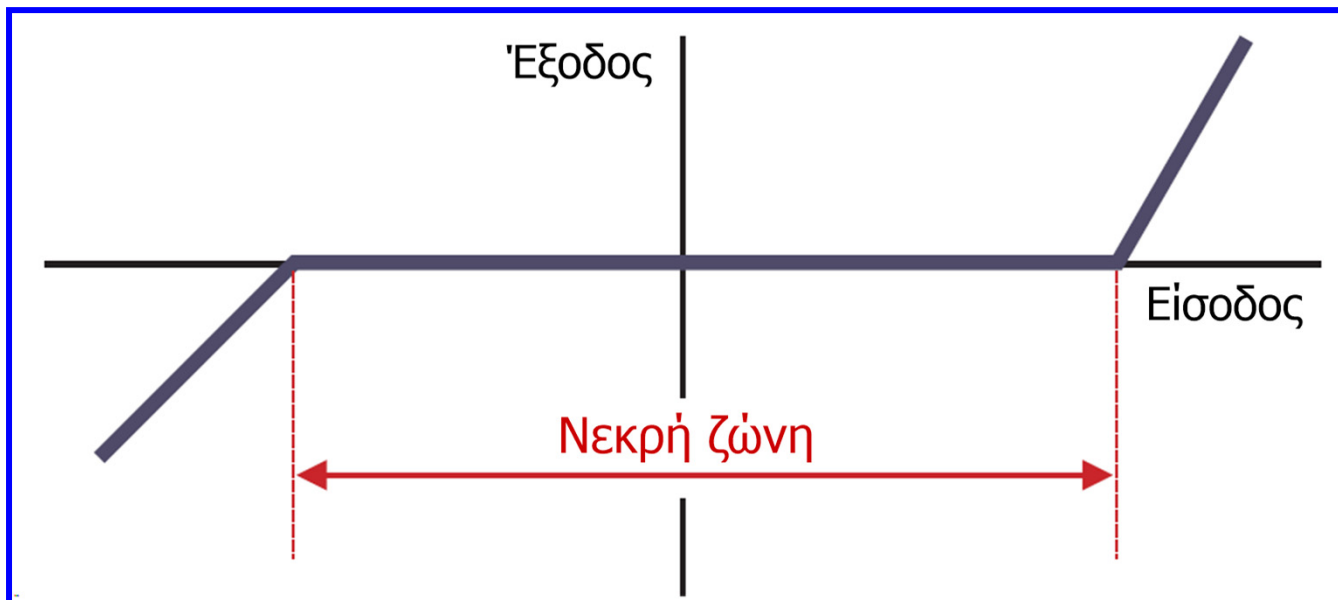
$$P = 1 - |(x-m)/m| \quad (\text{ή } \%)$$

$x$ : έξοδος (αποτέλεσμα μέτρησης)

$m$ : μέση τιμή σειράς εξόδων (μετρήσεων) για την ίδια είσοδο

# Νεκρή ζώνη

- **Νεκρή ζώνη (dead-zone, dead-band)**: μέγιστη αλλαγή της μετρούμενης παραμέτρου (εισόδου του αισθητήρα) που δεν προκαλεί αλλαγή στην έξοδο του αισθητήρα.
- Η εν λόγω μέγιστη αλλαγή της εισόδου του αισθητήρα πέρα από την οποία γίνεται αντιληπτή η μεταβολή της εισόδου, αναφέρεται και ως **κατώφλι**.
- Η νεκρή ζώνη είναι συχνά αποτέλεσμα της μηχανικής δομής ενός αισθητήρα όταν σε αυτή υπεισέρχεται τριβή μεταξύ των μηχανικών μερών.



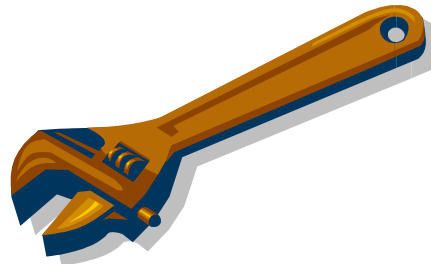


# Άλλα χαρακτηριστικά των αισθητήρων

- **Απόκριση (response)**: χρόνος που απαιτείται για να λάβει η έξοδος ενός αισθητήρα την τελική της τιμή, για μία δεδομένη είσοδο. Εκφράζεται σε μονάδες χρόνου ή σε ποσοστό της τελικής τιμής εξόδου (π.χ. απόκριση 95% = 3 sec, δηλ. 3 sec για να φτάσει η έξοδος στο 95% της τελικής τιμής της).
- **Ολίσθηση (drift)**: φυσική τάση ενός αισθητήρα ή συστήματος να μεταβάλει τα χαρακτηριστικά του με το χρόνο λόγω γήρανσης υλικών και λόγω περιβαλλοντικών μεταβολών (π.χ. μεταβολή θερμοκρασίας), που συχνά οδηγεί σε εμφάνιση μεταβολής στην έξοδο του αισθητήρα, ενώ η είσοδος του παραμένει αμετάβλητη.
- **Καθυστέρηση (lag)**: καθυστέρηση αλλαγής της τιμής εξόδου ενός αισθητήρα ως προς την αλλαγή της εισόδου του (σε sec ή κλάσματα sec).
- **Χρόνος λειτουργίας (operating life)**: χρονικό διάστημα κατά το οποίο αναμένεται να λειτουργεί ο αισθητήρας στα πλαίσια των προδιαγραφών του. Εκφράζεται σε μονάδες χρόνου ή πλήθος κύκλων λειτουργίας.
- **Αξιοπιστία (reliability)**: ικανότητα του αισθητήρα να λειτουργήσει στα πλαίσια των προδιαγραφών του, κάτω από συγκεκριμένες συνθήκες και για μία δεδομένη περίοδο ή πλήθος κύκλων λειτουργίας. Συγγενές χαρακτηριστικό με το χρόνο λειτουργίας.
- **Ευστάθεια (stability)**: μέτρο μεταβολής της εξόδου μίας συσκευής, όταν η είσοδος και οι συνθήκες μέτρησης παραμένουν σταθερές, κατά τη διάρκεια μεγάλης χρονικής περιόδου.

# Συμπεράσματα

- Στην ενότητα αυτή, διενεργήθηκε μία εισαγωγή στους αισθητήρες και στα συστήματα μέτρησης και ελέγχου, καθώς και στη βασική ορολογία και τα χαρακτηριστικά αυτών.
- Οι αισθητήρες είναι συσκευές σχεδιασμένες να μετρούν διάφορες φυσικές παραμέτρους, ανιχνεύουν ένα σήμα ή μία διέγερση και παράγουν από αυτό μία μετρήσιμη έξοδο.
- Υπάρχουν δύο πεδία στα οποία χρησιμοποιούνται οι αισθητήρες και η χρήση της τεχνολογίας αισθητήρων στα πεδία αυτά διαφέρει ως προς τον τρόπο αξιοποίησης της πληροφορίας που λαμβάνεται από τους αισθητήρες:
  - ✓ συλλογή πληροφορίας (συστήματα μέτρησης) και
  - ✓ έλεγχος συστημάτων.
- Για την επιλογή ενός αισθητήρα ή γενικότερα ενός συστήματος μέτρησης ή ελέγχου είναι απαραίτητο να διερευνηθούν τα χαρακτηριστικά τους, όπως: ακρίβεια, αξιοπιστία, χρόνος απόκρισης, καθυστέρηση, χρόνος λειτουργίας, επαναληψιμότητα, εύρος λειτουργίας, ευαισθησία, κόστος κ.ά.



# Ερωτήσεις και ασκήσεις 1<sup>ης</sup> ενότητας

# Ερώτηση 1<sup>η</sup>

Θεωρείστε το δυναμό ενός ποδηλάτου, το οποίο μετατρέπει μέρος της κινητικής ενέργειας περιστροφής του τροχού σε ηλεκτρική ενέργεια. Δώστε την άποψή σας σχετικά με το αν το δυναμό αποτελεί αισθητήρα.

Ο σκοπός του δυναμό είναι κανονικά να φωτίζει το δρόμο κατά την κίνηση του ποδηλάτου, μετατρέποντας μέρος της κινητικής ενέργειας σε ηλεκτρική, η οποία στη συνέχεια μετατρέπεται από τον λαμπτήρα του ποδηλάτου σε φωτεινή ενέργεια. Από την άποψη αυτή, το δυναμό αποτελεί έναν **μετατροπέα ενέργειας**.

Ωστόσο, εάν το δυναμό χρησιμοποιηθεί σε ένα σύστημα για να μας δείχνει (ανιχνεύει) τότε υπάρχει κίνηση σε ένα μέρος του συστήματος και το ενδεχόμενο αυτό να γίνεται αντιληπτό μέσω του φωτός στο λαμπτήρα, τότε το δυναμό θα μπορούσε να ονομαστεί **αισθητήρας**.

Υπάρχει γενικότερη σύγχυση μεταξύ των εννοιών του **μετατροπέα (transducer)** και του **αισθητήρα (sensor)**. Παρόμοιο παράδειγμα αποτελεί ο λαμπτήρας πυρακτώσεως, ο οποίος είναι μεν μετατροπέας ηλεκτρικής ενέργειας σε φωτεινή, αλλά μπορεί να χρησιμοποιηθεί και σε ένα ηλεκτρικό κύκλωμα ως αισθητήρας για να ανιχνεύει τότε το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα.

## Ερώτηση 2<sup>η</sup>

---

Θεωρείστε το σύστημα ελέγχου του δημοτικού φωτισμού που αναφέρθηκε προηγουμένως στην ενότητα και δώστε την άποψή σας σχετικά με το πως μπορεί να βελτιωθεί το σύστημα, παραμένοντας σύστημα ανοικτού βρόχου.

Όπως είδαμε, για την ακριβέστερη λειτουργία του συστήματος ελέγχου δημοτικού φωτισμού ανοικτού βρόχου απαιτείται συχνή επέμβαση από εξωτερικό χειριστή που να ρυθμίζει τον χρονομετρητή ανάλογα με την εποχή (δηλ. να διαφοροποιεί το προκαθορισμένο σήμα).

Στην περίπτωση που ως προκαθορισμένο σήμα λαμβάνεται η έξοδος από έναν αισθητήρα ή σύστημα μέτρησης κατάλληλο να ανιχνεύει εάν επικρατεί σκοτάδι ή φυσικό φως, η αποδοτικότητα του συστήματος θα μπορούσε να βελτιωθεί χωρίς τις συχνές επεμβάσεις εξωτερικού χειριστή.

# Άσκηση 1η

Οι ακόλουθες μετρήσεις ρεύματος σε ένα κύκλωμα ελήφθησαν με κατάλληλη σύνδεση ενός αναλογικού αμπερομέτρου σε αυτό:

21.5 mA, 22.1 mA, 21.3 mA, 21.7 mA, 22.0 mA, 22.2 mA, 21.8 mA,  
21.4 mA, 21.9 mA, 22.1 mA

Να υπολογίσετε τη μέση τιμή των μετρήσεων και την τυπική απόκλιση.

Η μέση τιμή των μετρήσεων αποτελεί προσέγγιση της πραγματικής τιμής του μεγέθους

$$m = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i \Rightarrow m = \frac{21.5 + 22.1 + 21.3 + 21.7 + 22.0 + 22.2 + 21.8 + 21.4 + 21.9 + 22.1}{10} \text{ mA} = 21.8 \text{ mA}$$

Η τυπική απόκλιση εκφράζει το βαθμό συγκέντρωσης των μετρήσεων γύρω από τη μέση τιμή

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (m - x_i)^2} \Rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{1}{9} \cdot \sum_{i=1}^{10} (21.8 - x_i)^2} \Rightarrow \sigma = 0.32 \text{ mA}$$

# Άσκηση 2η

Οι μετρήσεις μιας αντίστασης ακολουθούν **κανονική κατανομή**. Δέκα από αυτές δίνονται στον παρακάτω πίνακα. Να προσεγγίσετε την πραγματική τιμή της αντίστασης με πιθανότητα **99.7 %**, με βάση τις 10 μετρήσεις που ακολουθούν:

10.2 Ω, 10.5 Ω, 10.7 Ω, 10.7 Ω, 10.6 Ω, 10.8 Ω, 10.3 Ω, 10.4 Ω, 10.6 Ω, 10.9 Ω

Η μέση τιμή των μετρήσεων της αντίστασης είναι:

$$m = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i \Rightarrow m = \frac{10.2 + 10.5 + 10.7 + 10.7 + 10.6 + 10.8 + 10.3 + 10.4 + 10.6 + 10.9}{10} \Omega = 10.57 \Omega$$

Η τυπική απόκλιση των μετρήσεων είναι:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (m - x_i)^2} \Rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{1}{9} \cdot \sum_{i=1}^{10} (10.57 - x_i)^2} \Rightarrow \sigma = 0.221 \Omega$$

Αφού οι μετρήσεις ακολουθούν κανονική κατανομή η πραγματική τιμή της αντίστασης με πιθανότητα 99.7 % είναι  **$m \pm 3 \cdot \sigma$** , δηλαδή  $10.57 \pm 0.663 \Omega$ .

# Άσκηση 3<sup>η</sup>

Εάν στους ακροδέκτες ενός κυκλώματος η αναμενόμενη τιμή τάσης είναι 30 Volts και η μέτρησή μας με ένα βολτόμετρο (σύστημα μέτρησης) είναι 31.5 Volts, τότε ποια είναι η σχετική και ποια η εκατοστιαία ακρίβεια του συστήματος μέτρησης.

$$A = 1 - |(r-x)/r|$$

$$A (\%) = [1 - |(r-x)/r|] 100 \%$$

$r$ : πραγματική (αναμενόμενη) τιμή

$x$ : αποτέλεσμα μέτρησης

$$A = 1 - |30 - 31.5| / 30 = 0.95$$

$$A (\%) = [1 - |30 - 31.5| / 30] \cdot 100 = 95 \%$$



# Άσκηση 4<sup>η</sup>

Εάν στους ακροδέκτες ενός κυκλώματος η αναμενόμενη τιμή τάσης είναι 30 Volts και η μέτρησή μας με ένα βολτόμετρο (σύστημα μέτρησης) είναι 31.5 Volts, τότε ποιο είναι το απόλυτο και ποιο το εκατοστιαίο σφάλμα του συστήματος μέτρησης.

$$e = |r-x|$$

$$e (\%) = (|r-x|/r) 100 \%$$

r: πραγματική (αναμενόμενη) τιμή

x: αποτέλεσμα μέτρησης

$$e = |30 - 31.5| = 1.5 \text{ Volts}$$

$$e (\%) = [|30 - 31.5| / 30] \cdot 100 = 5 \%$$

# Άσκηση 5η

Για τον υπολογισμό της διαφοράς ( $\Delta h$ ) της στάθμης ενός υγρού που είναι αποθηκευμένο σε δύο δεξαμενές, ελήφθησαν με κατάλληλο αισθητήρα στάθμης οι μετρήσεις στάθμης  $h_1 = 1.8$  μέτρα και  $h_2 = 1.2$  μέτρα. Εάν το εκατοστιαίο σφάλμα μέτρησης του αισθητήρα που χρησιμοποιήθηκε είναι  $\pm 2\%$ , να υπολογίσετε το μέγιστο δυνατό απόλυτο σφάλμα και το μέγιστο δυνατό εκατοστιαίο σφάλμα της υπολογιζόμενης διαφοράς στάθμης.

Οι μέγιστες τιμές που μπορούν να λάβουν οι δύο στάθμες είναι  $(h_1 + 0.02 \cdot h_1)$  και  $(h_2 + 0.02 \cdot h_2)$ , ενώ οι ελάχιστες τιμές που μπορούν να λάβουν είναι  $(h_1 - 0.02 \cdot h_1)$  και  $(h_2 - 0.02 \cdot h_2)$ . Έτσι, η μέγιστη και η ελάχιστη τιμή της διαφορά τους ( $\Delta h$ ), μπορούν να γραφτούν ως εξής:

$$\begin{aligned}\Delta h_{\max} &= (h_1 + 0.02 \cdot h_1) - (h_2 - 0.02 \cdot h_2) \Rightarrow \Delta h_{\max} = h_1 + 0.02 \cdot h_1 - h_2 + 0.02 \cdot h_2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \Delta h_{\max} = (h_1 - h_2) + 0.02 \cdot h_1 + 0.02 \cdot h_2 \Rightarrow \Delta h_{\max} = \Delta h + (0.02 \cdot h_1 + 0.02 \cdot h_2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta h_{\min} &= (h_1 - 0.02 \cdot h_1) - (h_2 + 0.02 \cdot h_2) \Rightarrow \Delta h_{\min} = h_1 - 0.02 \cdot h_1 - h_2 - 0.02 \cdot h_2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \Delta h_{\min} = (h_1 - h_2) - 0.02 \cdot h_1 - 0.02 \cdot h_2 \Rightarrow \Delta h_{\min} = \Delta h - (0.02 \cdot h_1 + 0.02 \cdot h_2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}e &= 0.02 \cdot h_1 + 0.02 \cdot h_2 \Rightarrow e = (0.02 \cdot 1.8 + 0.02 \cdot 1.2) \text{ m} \Rightarrow e = 0.06 \text{ m} = 60 \text{ mm} \\ e(\%) &= (0.06 / 0.6) \cdot 100 = 10\%\end{aligned}$$

# Άσκηση 6η

Η τιμή της τάσης στα άκρα μιας αντίστασης υπολογίστηκε με βάση μέτρηση του ρεύματος που διαρρέει την αντίσταση και μέτρηση της αντίστασης. Εάν από τις μετρήσεις των δύο προαναφερόμενων μεγεθών προκύπτει ότι  $I = (0.25 \pm 0.005) \text{ A}$ ,  $R = (40 \pm 2) \Omega$ , να υπολογίσετε το μέγιστο δυνατό απόλυτο σφάλμα και το μέγιστο δυνατό εκατοστιαίο σφάλμα της υπολογιζόμενης τιμής της τάσης που εφαρμόζεται στα άκρα της αντίστασης. Θεωρήστε ότι η πραγματική τιμή της τάσης είναι  $10 \text{ V}$ .

Οι μέγιστες τιμές που μπορούν να λάβουν οι δύο μετρούμενες ποσότητες είναι  $(0.25 + 0.005)$  και  $(40 + 2)$ , ενώ οι ελάχιστες τιμές που μπορούν να λάβουν είναι  $(0.25 - 0.005)$  και  $(40 - 2)$ . Έτσι, η μέγιστη και η ελάχιστη τιμή της τάσης που αποτελεί το γινόμενο των δύο μετρούμενων ποσοτήτων ( $V = I \cdot R$ ) είναι:

$$V_{\max} = (0.25 + 0.005) \cdot (40 + 2) \Rightarrow V_{\max} = 10.71 \text{ V}$$

$$V_{\min} = (0.25 - 0.005) \cdot (40 - 2) \Rightarrow V_{\min} = 9.31 \text{ V}$$

Συνεπώς, το μέγιστο δυνατό απόλυτο σφάλμα της υπολογιζόμενης τιμής τάσης είναι:  
 $e = | 10 - 10.71 | \text{ V} = 0.71 \text{ V}$ . Το μέγιστο δυνατό εκατοστιαίο σφάλμα είναι:  $e$   
(%) =  $(0.71 / 10) \cdot 100 = 7.1 \%$ .

# Άσκηση 6η

Χρησιμοποιώντας την προσεγγιστική σχέση για το γινόμενο μετρήσεων στην οποία προαναφερθήκαμε, δηλαδή τη σχέση:

$$(a \pm \delta a)(\beta \pm \delta \beta) = a\beta \left[ 1 \pm \frac{\delta a}{a} \right] \left[ 1 \pm \frac{\delta \beta}{\beta} \right] = a\beta \left[ 1 \pm \left( \frac{\delta a}{a} + \frac{\delta \beta}{\beta} \right) \pm \left( \frac{\delta a}{a} \right) \left( \frac{\delta \beta}{\beta} \right) \right]$$

$$\approx a\beta \left[ 1 \pm \left( \frac{\delta a}{a} + \frac{\delta \beta}{\beta} \right) \right]$$

$\approx 0$

προκύπτει ότι:

$$V_{\max} = I \cdot R \cdot \left[ 1 + \left( \frac{\delta I}{I} + \frac{\delta R}{R} \right) \right] = 0.25 \cdot 40 \cdot \left[ 1 + \left( \frac{0.005}{0.25} + \frac{2}{40} \right) \right] \Rightarrow$$
$$\Rightarrow V_{\max} = 10 \cdot [1 + (0.02 + 0.05)] \Rightarrow V_{\max} = 10.7 \text{ V}$$

δηλαδή, ότι το μέγιστο δυνατό απόλυτο σφάλμα είναι:  $e = |10 - 10.7| \text{ V} = 0.7 \text{ V}$ .  
Η διαφορά  $0.01 \text{ V}$  που προέκυψε κατά τον υπολογισμό του απόλυτου σφάλματος με την παραπάνω σχέση, οφείλεται στην προσέγγιση που έγινε.

# Άσκηση 7<sup>η</sup>

Για να ελέγξουμε την ποιότητα του επιλογέα θερμοκρασίας ενός οικιακού φούρνου τον θέτουμε στους 100 °C και εκτελούμε μία σειρά μετρήσεων.

Εάν η ακολουθία μετρήσεων είναι:

{99°C , 103°C , 100°C , 97°C , 100°C , 103°C , 98°C, 107°C, 106°C , 98°C},  
να προσδιορίσετε την επαναληψιμότητα (precision) για την τέταρτη μέτρηση.

Ο μέσος όρος της ακολουθίας των μετρήσεων είναι:

$$m = (99+103+100+97+100+103+98+107+106+98) / 10 = 101.1 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Επομένως, η επαναληψιμότητα για την τέταρτη μέτρηση είναι:

$$P = 1 - |(x-m)/m|$$

$x$ : μέτρηση

$m$ : μέση τιμή ακολουθίας μετρήσεων για την ίδια είσοδο

$$P = 1 - |97 - 101.1| / 101.1 = 0.96 \text{ ή } 96\%$$

Το αποτέλεσμα που προέκυψε σημαίνει ότι η τέταρτη μέτρηση είναι κοντά στις υπόλοιπες μετρήσεις κατά ποσοστό 96%.

# Άσκηση 8<sup>η</sup>

Ένα υποθετικό βολτόμετρο έχει δυνατότητα μέτρησης συνεχούς τάσης έως 6 V και το μήκος κλίμακας στον πίνακα ενδείξεων (οθόνη) του είναι 12 cm. Προσδιορίστε την ευαισθησία του οργάνου αυτού εάν θεωρήσουμε ότι η κίνηση του δείκτη του οργάνου υπακούει σε γραμμικό κανόνα σε όλο το μήκος της κλίμακάς του.

Η **ευαισθησία (sensitivity)** εκφράζει τη σχέση ανάμεσα στην αλλαγή της εξόδου και την αντίστοιχη αλλαγή της εισόδου ενός συστήματος μέτρησης.

$$\text{Ευαισθησία} = \frac{[\text{Μέγιστη τιμή εξόδου}] - [\text{Ελάχιστη τιμή εξόδου}]}{[\text{Μέγιστη τιμή εισόδου}] - [\text{Ελάχιστη τιμή εισόδου}]}$$

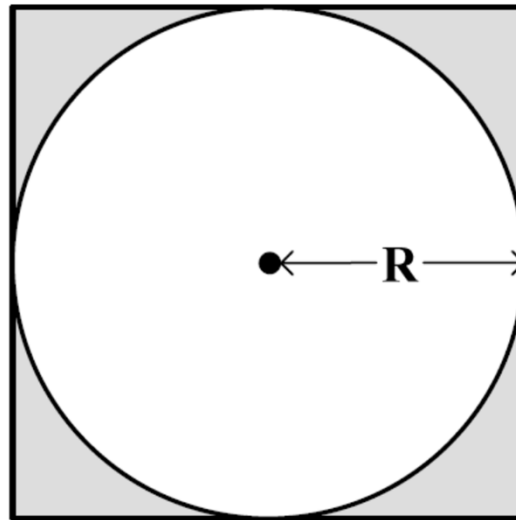
Η είσοδος στο βολτόμετρο είναι η συνεχής τάση και η έξοδος η μετατόπιση πάνω στην κλίμακα του πίνακα ενδείξεων, επομένως:

$$\text{Ευαισθησία βολτομέτρου} = 12 \text{ cm} / 6 \text{ V} = 2 \text{ cm} / \text{V}$$

Ο υπολογισμός βασίστηκε στο δεδομένο ότι η σχέση ανάμεσα στη μετρούμενη ποσότητα και την έξοδο είναι γραμμική σε όλο το εύρος λειτουργίας των 6 Volt. Εάν αυτό δε συνέβαινε, τότε η ευαισθησία θα ήταν διαφορετική σε επιμέρους περιοχές λειτουργίας του βολτόμετρου.

# Άσκηση 9η

Ο Κινέζος αστρολόγος του 2ου μ.χ. αιώνα Τσανγκ Χονγκ, κατά τη μελέτη του κύκλου ώστε να μετρήσει τη σταθερά  $\pi$ , υποστήριξε ότι ο λόγος του τετραγώνου της περιμέτρου του κύκλου προς το τετράγωνο της περιμέτρου του τετραγώνου που περιβάλλει τον κύκλο (δηλ. του τετραγώνου που διακρίνεται στο διπλανό σχήμα) ισούται με  $5/8$ . Με δεδομένο ότι η πραγματική τιμή της σταθεράς  $\pi$  είναι 3.14159, πιο το εκατοστιαίο σφάλμα και ποια η σχετική ακρίβεια της μέτρησης του Κινέζου αστρολόγου;



# Άσκηση 9η

Η περίμετρος του κύκλου ισούται με:  $2 \cdot \pi \cdot R$ .

Η περίμετρος του τετραγώνου που περιβάλλει τον κύκλο ισούται με:  $4 \cdot (2 \cdot R) = 8 \cdot R$ .

Επομένως, η ισότητα που υποστήριξε ο Κινέζος αστρολόγος έχει ως εξής:

$$\frac{(2 \cdot \pi \cdot R)^2}{(8 \cdot R)^2} = \frac{5}{8} \Rightarrow \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot R^2}{64 \cdot R^2} = \frac{5}{8} \Rightarrow \frac{\pi^2}{16} = \frac{5}{8} \Rightarrow \pi = \sqrt{\frac{5 \cdot 16}{8}} \Rightarrow \pi = \sqrt{10} \Rightarrow \pi = 3.16228$$

Συνεπώς το εκατοστιαίο σφάλμα της μέτρησης του Τσανγκ Χονγκ είναι:

$$e(\%) = \frac{|r - x|}{r} = \frac{|3.14159 - 3.16228|}{3.14159} \cdot 100 \% \Rightarrow e(\%) = 0.66 \% .$$

Η σχετική ακρίβεια της μέτρησης εκφράζεται ως απόλυτος αριθμός και έχει ως εξής:

$$A = 1 - \frac{|r - x|}{r} = 1 - \frac{|3.14159 - 3.16228|}{3.14159} \Rightarrow A = 0.9934 .$$

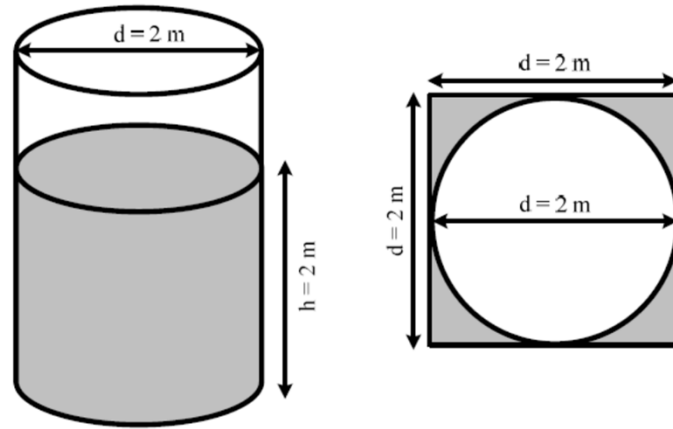
Σημειώνεται, ότι το σφάλμα της μέτρησης του Τσανγκ Χονγκ είναι μεγάλο και η ακρίβειά της μικρή, εάν σκεφτεί κανείς ότι 350 χρόνια νωρίτερα, ο Αρχιμήδης είχε υπολογίσει τη σταθερά  $\pi$  με σφάλμα μικρότερο από 0.01%, δηλαδή με σχετική ακρίβεια μεγαλύτερη από 0.9999.



# Άσκηση 10η

Ο κ. Βαρέλας διαθέτει δεξαμενή πετρελαίου κυλινδρικού σχήματος και επιθυμεί να μετρήσει την ποσότητα του πετρελαίου (σε λίτρα) που περιέχει, ώστε να διαπιστώσει την εντιμότητα του πρατηριούχου της γειτονιάς του. Ανέθεσε λοιπόν στους δύο γιους του, Ξεφτέρη και Κεφάλας, να μετρήσουν την ποσότητα του πετρελαίου. Ο Ξεφτέρης την υπολόγισε με ακρίβεια, ενώ ο Κεφάλας την υπολόγισε «τετραγωνίζοντας τον κύκλο», θεωρώντας δηλαδή ότι η οροφή και ο πυθμένας δεξαμενής έχουν τετραγωνικό σχήμα με κάθε πλευρά τους ίση με τη διάμετρο της οροφής της δεξαμενής. Να προσδιορίσετε την εκατοστιαία ακρίβεια του υπολογισμού που έκανε ο Κεφάλας, αφού λάβετε υπόψη ότι ο κ. Βαρέλας διέθεσε στους γιους του βαθμονομημένη ράβδο (σε εκατοστά) με την οποία και δύο γιοι μέτρησαν τη διάμετρο της οροφής και τη στάθμη του πετρελαίου και τις βρήκαν δύο μέτρα την καθεμία. Δίνεται ότι:  $\pi = 3.14$ .

# Άσκηση 10η



Ο ορθός υπολογισμός της ποσότητας καυσίμου (που έκανε ο Ξεφτέρης) έχει ως εξής:

$$V = \pi r^2 h \Rightarrow V = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 h \Rightarrow V = 3.14 \cdot \left(\frac{2\text{m}}{2}\right)^2 \cdot 2\text{m} \Rightarrow V = 6.28\text{ m}^3 \Rightarrow V = 6280 \text{ λίτρα} .$$

Ο υπολογισμός της ποσότητας καυσίμου που έκανε ο Κεφάλας, θεωρώντας ότι η οροφή και ο πυθμένας της δεξαμενής έχουν τετραγωνικό σχήμα με κάθε πλευρά ίση με τη διάμετρο της οροφής της δεξαμενής, έχει ως εξής:

$$V = d^3 \Rightarrow V = (2\text{m})^3 \Rightarrow V = 8\text{ m}^3 \Rightarrow V = 8000 \text{ λίτρα} .$$

Επομένως, η εκατοστιαία ακρίβεια του υπολογισμού που έκανε ο Κεφάλας, είναι:

$$A(\%) = \left(1 - \frac{|r - x|}{r}\right) \cdot 100 \Rightarrow A(\%) = \left(1 - \frac{|6280 - 8000|}{6280}\right) \cdot 100 \Rightarrow A(\%) = (1 - 0.274) \cdot 100 \Rightarrow A(\%) = 72.6\% .$$

# Άσκηση 11η

---

Να προσδιορίσετε την διακριτική ικανότητα (resolution) ενός ψηφιακού βολτομέτρου με ενδείκτη (display) τριών ψηφίων και μέγιστη ένδειξη 99.9 Volts.

Το χαρακτηριστικό της διακριτικής ικανότητας (resolution) αναφέρεται στη μικρότερη αλλαγή εισόδου που μπορεί να ανιχνεύσει (μετρήσει) ένα σύστημα μέτρησης. Όσο μεγαλύτερη είναι η διακριτική ικανότητα, τόσο μικρότερο είναι το βήμα που μπορεί να μετρηθεί. Η διακριτική ικανότητα του ψηφιακού βολτομέτρου είναι 0.1 Volt, αφού για παράδειγμα μπορεί να διακρίνει και να μας δείξει τις τιμές τάσης 12.4 Volts και 12.5 Volts, αλλά δε μπορεί να διακρίνει τις τιμές μεταξύ αυτών.

# Άσκηση 12η

Στα άκρα μιας αντίστασης  $R = 1 \text{ k}\Omega$  συνδέεται μια μπαταρία των  $10 \text{ V}$ . Εάν η ανοχή στην τιμή της αντίστασης είναι  $1 \%$ , να προσδιορίσετε το μέγιστο απόλυτο σφάλμα και το μέγιστο εκατοστιαίο σφάλμα που εισάγεται στον υπολογισμό του ρεύματος που διαρρέει την αντίσταση, λόγω της ανοχής αυτής.

Με βάση τον νόμο του Ohm, το ρεύμα που διαρρέει την αντίσταση  $R$  υπολογίζεται ως εξής:

$$I = \frac{V}{R} \Rightarrow I = \frac{10 \text{ V}}{1 \text{ k}\Omega} \Rightarrow I = 10 \text{ mA} .$$

Για τον υπολογισμό της τιμής του ρεύματος δε ελήφθη υπόψη η ανοχή της αντίστασης, δηλ. η ενδεχόμενη μεταβολή στην τιμή της αντίστασης λόγω της ανοχής του  $1\%$ . Αφού η αντίσταση είναι  $1 \text{ k}\Omega$ , η ανοχή στην τιμή της μπορεί να φτάσει έως τα  $10 \Omega$  (δηλ. το  $1\%$  του  $1 \text{ k}\Omega$ ).

Συνεπώς, η τιμή της αντίστασης μπορεί να κυμανθεί από  $990 \Omega$  έως  $1010 \Omega$  και ως αποτέλεσμα αυτού, το ρεύμα  $I$  μπορεί να κυμανθεί μεταξύ των ακόλουθων τιμών:

$$I = \frac{10 \text{ V}}{990 \Omega} \Rightarrow I = 10.1 \text{ mA} \quad \text{και} \quad I = \frac{10 \text{ V}}{1010 \Omega} \Rightarrow I = 9.9 \text{ mA} .$$

Αυτό σημαίνει ότι το μέγιστο απόλυτο σφάλμα στον υπολογισμό του ρεύματος λόγω της ανοχής στην τιμή της αντίστασης είναι  $e = |r - x| = 0.1 \text{ mA}$ .

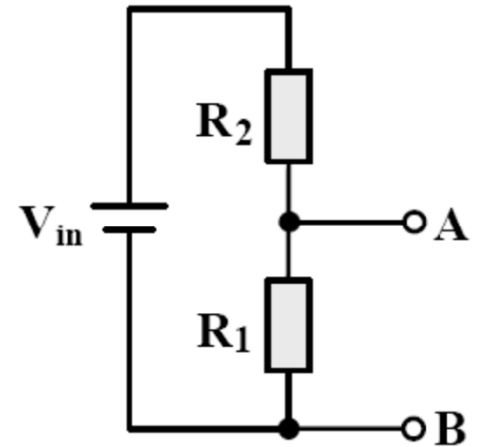
Το μέγιστο εκατοστιαίο σφάλμα στον υπολογισμό του ρεύματος λόγω της ανοχής στην τιμή της αντίστασης, είναι:

$$e(\%) = \left( \frac{|r - x|}{r} \right) \cdot 100 \Rightarrow e(\%) = \left( \frac{e}{r} \right) \cdot 100 \Rightarrow e(\%) = \left( \frac{0.1 \text{ mA}}{10 \text{ mA}} \right) \cdot 100 \Rightarrow e(\%) = 1\% .$$

Σημειώνεται ότι,  $r$  είναι η τιμή του ρεύματος χωρίς να ληφθεί υπόψη η ανοχή στην τιμή της αντίστασης και  $x$  η τιμή του ρεύματος εάν ληφθεί υπόψη η ανοχή στην τιμή της αντίστασης (η οποία εισάγει και το σφάλμα υπολογισμού).

# Άσκηση 13η

Στο κύκλωμα του διπλανού σχήματος, στο οποίο  $V_{in} = 15\text{ V}$ ,  $R_1 = 50\text{ k}\Omega$  και  $R_2 = 100\text{ k}\Omega$ , επιθυμούμε να μετρήσουμε την τάση  $V_{AB}$  με βολτόμετρο του οποίου η εσωτερική αντίσταση είναι  $0.5\text{ M}\Omega$ . Να προσδιορίσετε το απόλυτο και το εκατοστιαίο σφάλμα της μέτρησης που οφείλεται στην εσωτερική αντίσταση του βολτομέτρου.



# Άσκηση 13η

Η ακριβής τιμή της τάσης  $V_{AB}$  έχει ως εξής:

$$V_{AB} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{in} \Rightarrow V_{AB} = \frac{50}{50 + 100} \cdot 15 \text{ V} \Rightarrow V_{AB} = 5 \text{ V} .$$

Μετά τη σύνδεση του βολτομέτρου (όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα) η τιμή της τάσης που θα μετρηθεί, έχει ως εξής:

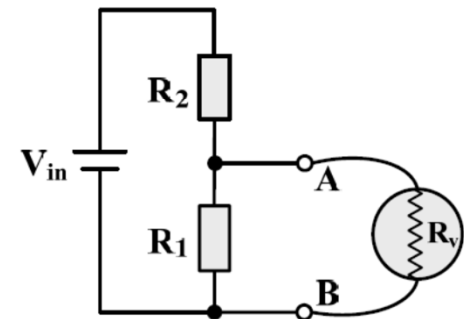
$$V_{AB} = \frac{R_1 // R_v}{(R_1 // R_v) + R_2} V_{in} \Rightarrow V_{AB} = \frac{\frac{R_1 R_v}{R_1 + R_v}}{\left(\frac{R_1 R_v}{R_1 + R_v}\right) + R_2} V_{in} \Rightarrow V_{AB} = \frac{\frac{50 \cdot 500}{50 + 500}}{\left(\frac{50 \cdot 500}{50 + 500}\right) + 100} \cdot 15 \text{ V} \Rightarrow V_{AB} = 4.69 \text{ V}$$

Το απόλυτο σφάλμα μιας μέτρησης είναι η διαφορά ανάμεσα στη έξοδο του οργάνου μέτρησης και την πραγματική τιμή και εκφράζεται ως προς τις μονάδες της μετρούμενης ποσότητας. Συνεπώς, το απόλυτο σφάλμα που οφείλεται στην εσωτερική αντίσταση του βολτομέτρου, είναι:

$$e = |r - x| \Rightarrow e = |5 - 4.69| \text{ V} \Rightarrow e = 0.31 \text{ V} .$$

Το εκατοστιαίο σφάλμα που οφείλεται στην εσωτερική αντίσταση του βολτομέτρου, είναι:

$$e(\%) = \left(\frac{|r - x|}{r}\right) \cdot 100 \Rightarrow e(\%) = \left(\frac{|5 - 4.69|}{5}\right) \cdot 100 \Rightarrow e(\%) = 6.2\% .$$



# Άσκηση 14η

Κατά την διαδικασία βαθμονόμησης ενός αισθητήρα θερμοκρασίας με έξοδο ηλεκτρική τάση, προέκυψε ο ακόλουθος πίνακας μετρήσεων.

| Θερμοκρασία (°C) | Τάση εξόδου (mV) |
|------------------|------------------|
| 0                | 1                |
| 10               | 3                |
| 20               | 22               |
| 30               | 32               |
| 40               | 42               |
| 50               | 52               |
| 60               | 62               |
| 70               | 72               |
| 80               | 81               |
| 90               | 110              |
| 100              | 112              |
| 110              | 113              |

# Άσκηση 14η

---

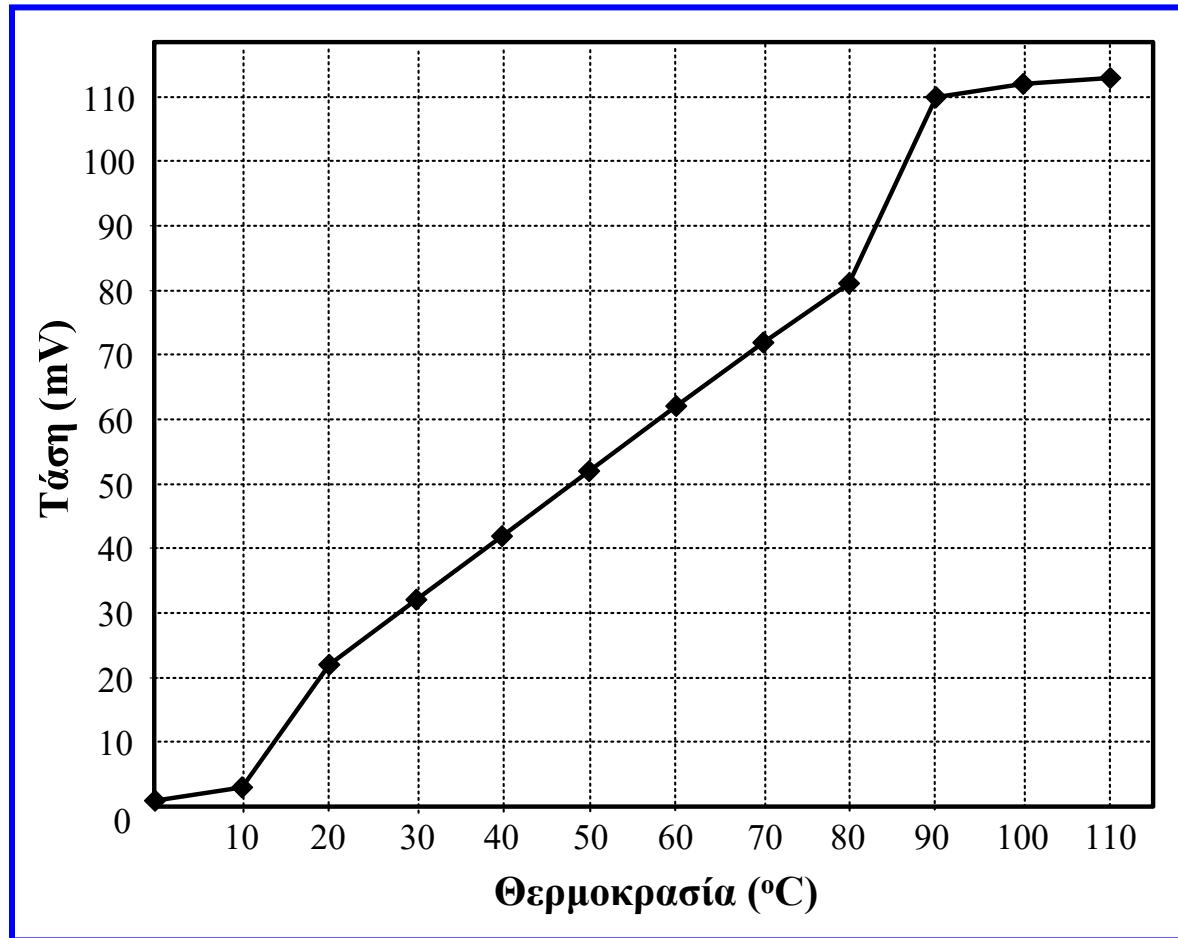
Αφού σχεδιάσετε το διάγραμμα των μετρήσεων του παραπάνω πίνακα (καμπύλη ρύθμισης αισθητήρα), να προσδιορίσετε την περιοχή τιμών θερμοκρασίας και τάσης, όπου ο αισθητήρας παρουσιάζει γραμμική συμπεριφορά και με βάση την γραμμική περιοχή που θα προκύψει να υπολογίσετε την ευαισθησία του αισθητήρα μέτρησης, αναφέροντας και τις μονάδες στις οποίες αυτή εκφράζεται.

Με βάση τις μετρήσεις του παραπάνω πίνακα, με τις οποίες σχεδιάσατε την καμπύλη ρύθμισης του αισθητήρα, να προσδιορίσετε τη μέγιστη περιοχή (εύρος) τιμών εισόδου (FSI) και εξόδου (FSO) του, καθώς και το μέγιστο σφάλμα μη γραμμικότητας του αισθητήρα εκφρασμένο στη μονάδα μέτρησης της εξόδου του, αλλά και εκφρασμένο ως ποσοστό του FSO.

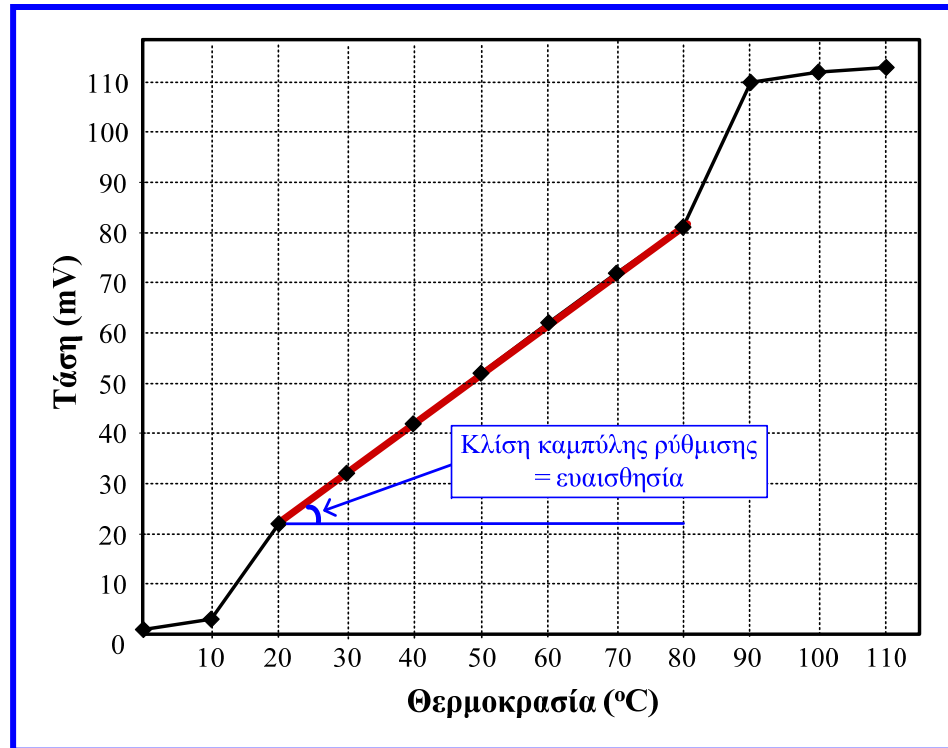


# Άσκηση 14η

Καμπύλη ρύθμισης αισθητήρα θερμοκρασίας



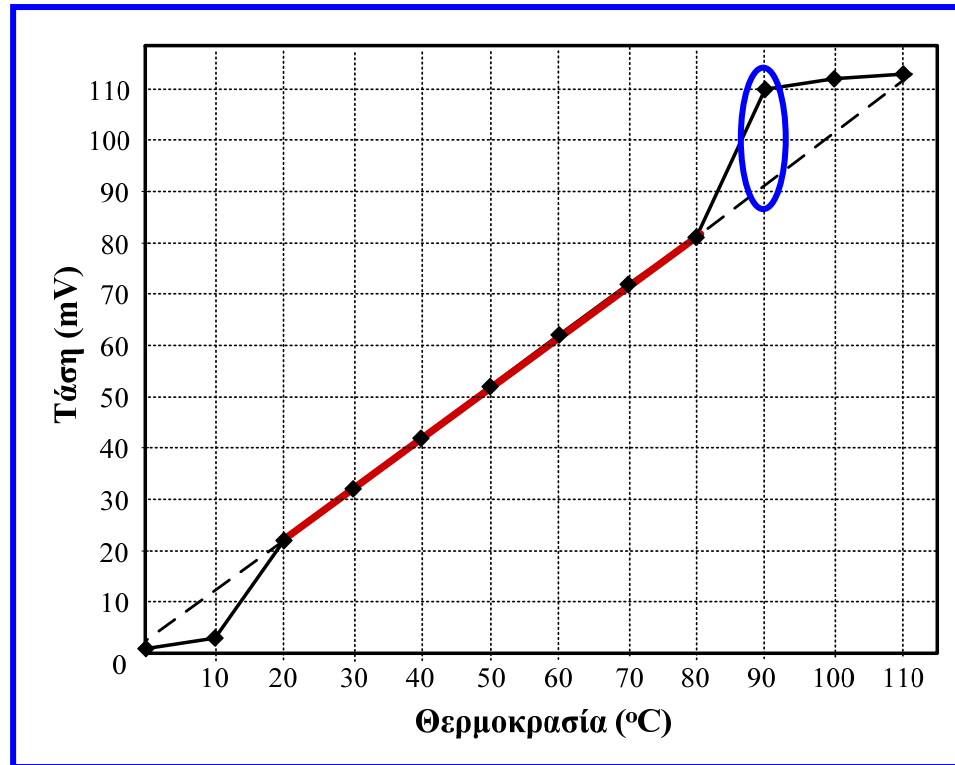
# Άσκηση 14η



Η γραμμική περιοχή του αισθητήρα περιορίζεται στην περιοχή τιμών εισόδου από 20 °C έως 80 °C. Η αντίστοιχη περιοχή τιμών εξόδου είναι από 22 mV έως 81 mV. Η **ευαισθησία του αισθητήρα** μπορεί να υπολογιστεί χρησιμοποιώντας τις **ακραίες τιμές της γραμμικής περιοχής**:

$$\text{Ευαισθησία} = \frac{[\text{Μέγιστη τιμή εξόδου}] - [\text{Ελάχιστη τιμή εξόδου}]}{[\text{Μέγιστη τιμή εισόδου}] - [\text{Ελάχιστη τιμή εισόδου}]} = \frac{(81 - 22) \text{ mV}}{(80 - 20) \text{ } ^\circ\text{C}} = 0.98 \frac{\text{mV}}{^\circ\text{C}}$$

# Άσκηση 14η



Η περιοχή (εύρος) τιμών εισόδου (FSI) του αισθητήρα είναι από 0 έως 110 °C ή 110 °C.

Η περιοχή (εύρος) τιμών εξόδου (FSO) του αισθητήρα είναι από 0 έως 113 mV ή 113 mV.

Η μέγιστη απόκλιση της τάσης (έξοδος) από την ιδανική γραμμική καμπύλη ρύθμισης συμβαίνει για θερμοκρασία (είσοδος) 90 °C και είναι 19 mV (**μέγιστο σφάλμα μη γραμμικότητας, ΜΣΓ**).

Μέγιστο σφάλμα μη γραμμικότητας εκφρασμένο ως ποσοστό του FSO:

$$(ΜΣΓ / FSO) \times 100 = (19 \text{ mV} / 113 \text{ mV}) \times 100 = 16.8 \%$$



Τέλος 1<sup>ης</sup> ενότητας