

Ηλεκτροτεχνία II - Ομάδα Α - Λύσεις

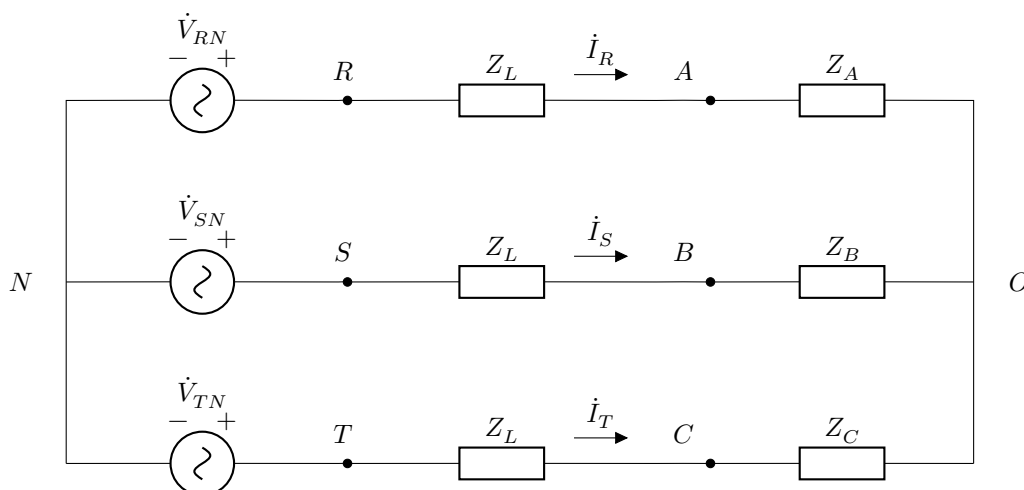
Διδάσκων: Δροσόπουλος Αναστάσιος

23/09/2025

1 Θέμα (5 μον)

Στο παρακάτω κύκλωμα έχουμε θετική ακολουθία φάσεων με $\dot{V}_{SN} = 345/\underline{38^\circ}$ V, εμπέδηση γραμμών $Z_L = j20 \Omega$ και τριφασικό φορτίο $Z_A = 420/\underline{22^\circ} \Omega$, $Z_B = 220/\underline{-30^\circ} \Omega$, $Z_C = 70 \Omega$,

Υπολογίστε τα ρεύματα γραμμής $\dot{I}_R, \dot{I}_S, \dot{I}_T$ καθώς και την συνολική ενεργό και άεργο ισχύ που καταναλώνεται στο τριφασικό φορτίο. Ποιος είναι ο συντελεστής ισχύος για αυτό το φορτίο;



Λύση

Εφόσον έχουμε θετική ακολουθία φάσεων:

$$\dot{V}_{RN} = \dot{V}_{SN}/\underline{120^\circ} = 345/\underline{158^\circ} \text{ V} \quad \dot{V}_{SN} = 345/\underline{38^\circ} \text{ V} \quad \dot{V}_{TN} = \dot{V}_{SN}/\underline{-120^\circ} = 345/\underline{-82^\circ} \text{ V}$$

Το κύκλωμα είναι ασύμμετρο 3 αγωγών που σημαίνει $V_{ON} \neq 0$ και επομένως:

$$\frac{\dot{V}_{ON} - \dot{V}_{RN}}{Z_L + Z_A} + \frac{\dot{V}_{ON} - \dot{V}_{SN}}{Z_L + Z_B} + \frac{\dot{V}_{ON} - \dot{V}_{TN}}{Z_L + Z_C} = 0 \Rightarrow \dot{V}_{ON} = 135.7/\underline{-92.3^\circ} \text{ V}$$

$$\dot{I}_R = \frac{\dot{V}_{RN} - \dot{V}_{ON}}{Z_A + Z_L} = 0.961/\underline{-64.6^\circ} \text{ A} \quad \dot{I}_S = \frac{\dot{V}_{SN} - \dot{V}_{ON}}{Z_B + Z_L} = 2.11/\underline{-103.3^\circ} \text{ A} \quad \dot{I}_T = \frac{\dot{V}_{TN} - \dot{V}_{ON}}{Z_C + Z_L} = 2.92/\underline{88.6^\circ} \text{ A}$$

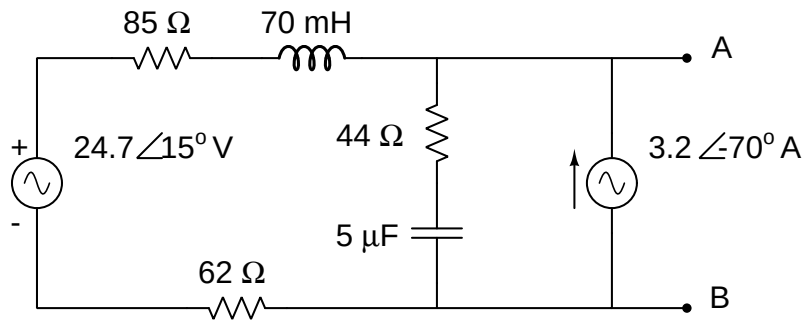
Η μιγαδική ισχύς για το τριφασικό φορτίο είναι:

$$\dot{S} = |\dot{I}_R|^2 Z_A + |\dot{I}_S|^2 Z_B + |\dot{I}_T|^2 Z_C = 1807.5 - j345.23 = 1840.2/\underline{-10.8^\circ} \text{ VA}$$

που σημαίνει $P = 1807.5 \text{ W}$ και $Q = 345.23 \text{ VAR}$ και $\text{pf} = P/S = 0.982$ χωρητικός.

2 Θέμα (5 μον.)

Στο παρακάτω κύκλωμα υπολογίστε α) το φορτίο R_L και β) το φορτίο Z_L υπό συνθήκες μέγιστης ισχύος καθώς και την αντίστοιχη μέγιστη πραγματική ισχύ όταν $f = 430 \text{ Hz}$. Στην περίπτωση του σύνθετου φορτίου Z_L με ποια πραγματικά στοιχεία μπορεί να υλοποιηθεί;



Λύση

$$\begin{aligned} f &= 430 \text{ Hz} \Rightarrow \omega = 2701.8 \text{ rad/s} \\ L &= 70 \text{ mH} \Rightarrow Z_L = j189.1 \text{ } \Omega \\ C &= 5 \text{ } \mu\text{F} \Rightarrow Z_C = -j74.02 \text{ } \Omega \end{aligned}$$

Απλοποιούμε τις αντιστάσεις, $Z_1 = 85 + 62 + Z_L = 239.5 \angle 52.1^\circ \text{ } \Omega$, $Z_2 = 44 + Z_C = 86.1 \angle -59.3^\circ \text{ } \Omega$ και με κομβική ανάλυση (κόμβος αναφοράς B)

$$\frac{\dot{V}_A - 24.7 \angle -15^\circ}{Z_1} - 3.2 \angle -70^\circ + \frac{\dot{V}_A}{Z_2} = 0 \Rightarrow \dot{V}_A = \dot{V}_{TH} = 304.06 \angle -107.2^\circ \text{ V}$$

και

$$Z_{TH} = Z_1 \parallel Z_2 = 72.7 - j57.2 = 92.5 \angle -38.2^\circ \text{ } \Omega$$

$$\text{Για ωμικό φορτίο } R_L \text{ έχουμε: } R_L = |Z_{TH}| = 92.5 \text{ } \Omega \quad P_{\max} = \frac{|\dot{V}_{TH}|^2}{2|Z_{TH}| + 2\Re\{Z_{TH}\}} = 279.8 \text{ W}$$

$$\text{Για σύνθετο φορτίο } Z_L \text{ έχουμε: } Z_L = Z_{TH}^* = 92.5 \angle 38.2^\circ \text{ } \Omega \quad P_{\max} = \frac{|\dot{V}_{TH}|^2}{4\Re\{Z_{TH}\}} = 318 \text{ W}$$

$$\text{Για υλοποίηση θέλουμε πραγματική αντίσταση } 72.7 \text{ } \Omega \text{ σε σειρά με πηνίο } L = \Im\{Z_{TH}^*\}/\omega = 21.2 \text{ mH.}$$