

# Ηλεκτρικά Κυκλώματα Ι

## Διάλεξη 03

Α. Δροσόπουλος

18-10-2024

1 Θεμελιώδεις έννοιες - Ασκήσεις

2 Ηλεκτρικά Κυκλώματα

3 Εργαστήριο

1 Θεμελιώδεις έννοιες - Ασκήσεις

2 Ηλεκτρικά Κυκλώματα

3 Εργαστήριο

## Άσκηση 1.7

Κυλινδρικό σύρμα από χρωμονικελίνη με διάμετρο  $d = 1.8 \text{ mm}$ , μήκος  $\ell = 2.3 \text{ m}$  και ειδική αντίσταση  $\rho = 100 \text{ } \mu\Omega \cdot \text{cm}$ , τροφοδοτείται από πηγή σταθερής τάσης  $V = 18 \text{ V}$ . Ποια είναι η ένταση και η πυκνότητα του ρεύματος που το διαρρέει;

## Άσκηση 1.7 - Λύση

Η διατομή του σύρματος είναι

$$S = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi(1.8 \times 10^{-3})^2}{4} = 2.545 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

Η αντίσταση είναι

$$R = \rho \frac{\ell}{S} = 100 \times 10^{-6} \times 10^{-2} \frac{2.3}{2.545 \times 10^{-6}} = 0.904 \ \Omega$$

και

$$I = \frac{U}{R} = \frac{18}{0.904} = 19.915 \text{ A}$$

$$J = \frac{I}{S} = \frac{19.915}{2.545 \times 10^{-6}} = 7.825 \times 10^6 \text{ A/m}^2$$

## Άσκηση 1.7 - Λύση

```
octave:6> d=1.8e-3; ell=2.3; rho=100*1e-6*1e-2; V=18;
octave:7> S=pi*d^2/4 % διατομή σύρματος
S = 2.5447e-06
octave:8> R=rho*ell/S % αντίσταση
R = 0.9038
octave:9> I=V/R % ρεύμα
I = 19.915
octave:10> J=I/S % πυκνότητα ρεύματος
J = 7.8261e+06
```

## Άσκηση 1.8

Ποιά είναι η διατομή και το μήκος ενός σύρματος, από το οποίο είναι κατασκευασμένη μια αντίσταση, όταν καταναλώνει ισχύ  $P = 2.3 \text{ kW}$  σε δίκτυο με τάση  $220 \text{ V}$ ; Η ειδική αντίσταση του σύρματος είναι  $\rho = 1.7 \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$  και η επιτρεπόμενη πυκνότητα ρεύματος είναι  $J = 3.5 \text{ A/mm}^2$ .

## Άσκηση 1.8 - Λύση

Έχουμε:  $P = U \cdot I \Rightarrow I = P/U = 2.3 \times 10^3 / 220 = 10.455 \text{ A}$ .

Επίσης:  $R = U/I = 220/10.455 = 21.043 \text{ } \Omega$ .

$$J = \frac{I}{S} \Rightarrow S = \frac{I}{J} = \frac{10.455}{3.5 \times 10^6} = 2.987 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

Και,

$$R = \rho \frac{\ell}{S} \Rightarrow \ell = \frac{S \cdot R}{\rho} = \frac{2.987 \times 10^{-6} \cdot 21.043}{1.7 \times 10^{-6}} = 36.975 \text{ m}$$



## Άσκηση 1.8 - Λύση

```
octave:11> P=2.3e3; V=220; rho=1.7*(1e-3)^2; J=3.5/(1e-3)^2;
octave:12> I=P/V % ρεύμα
I = 10.455
octave:13> R=V/I % αντίσταση
R = 21.043
octave:14> S=I/J % διατομή αγωγού
S = 2.9870e-06
octave:15> ell=R*S/rho % μήκος αγωγού
ell = 36.975
```

## Άσκηση 1.9

Λαμπτήρας πυρακτώσεως λειτουργεί σε τάση  $V = 220 \text{ V}$ . Όταν ο λαμπτήρας βρίσκεται στη μόνιμη κατάσταση λειτουργίας (θερμική ισορροπία), μέσα από το νήμα του περνάει ρεύμα  $I = 200 \text{ mA}$ . Να βρεθούν:

- Η αντίσταση του λαμπτήρα στη μόνιμη κατάσταση λειτουργίας.
- Η αντίσταση του λαμπτήρα σε θερμοκρασία  $20^\circ\text{C}$ , αν η θερμοκρασία λειτουργίας είναι  $2225^\circ\text{C}$  και ο θερμοκρασιακός συντελεστής  $\alpha = 0.005^\circ\text{C}^{-1}$ .
- Η ένταση  $I_0$ , όταν ο λαμπτήρας πρωτοσυνδεθεί και βρίσκεται ακόμα σε θερμοκρασία δωματίου  $20^\circ\text{C}$ . Τι παρατηρείτε σε σχέση με την μόνιμη κατάσταση λειτουργίας;

## Άσκηση 1.9 - Λύση

Η αντίσταση του λαμπτήρα στη μόνιμη κατάσταση λειτουργίας είναι  $R = U/I = 220/(200 \times 10^{-3}) = 1100 \Omega$ , και έχουμε

$$R = R_0(1 + \alpha \cdot \Delta\theta) \Rightarrow R_0 = \frac{R}{1 + \alpha \cdot \Delta\theta} = \frac{1100}{1 + 0.005 \cdot (2225 - 20)} = 91.476 \Omega$$

$$I_0 = \frac{U}{R_0} = \frac{220}{91.476} = 2.405 \text{ A}$$

Παρατηρούμε ότι όταν πρωτοσυνδεθεί ο λαμπτήρας η αντίστασή του είναι  $R/R_0 = 12.025$  φορές μικρότερη από την αντίσταση στη μόνιμη κατάσταση λειτουργίας και η ένταση ρεύματος  $I_0/I = 12.025$  φορές μεγαλύτερη.

# Άσκηση 1.9 - Λύση

```
octave:16> V=220; I=200e-3; T0=20; T=2225; a=0.005;
octave:17> R=V/I % αντίσταση στη μόνιμη κατάσταση λειτουργίας
R = 1100
octave:18> R0=R/(1+a*(T-T0)) % αντίσταση στην αρχική θερμοκρασία
R0 = 91.476
octave:19> I0=V/R0 % ρεύμα στην αρχική θερμοκρασία
I0 = 2.4050
octave:20> R/R0
ans = 12.025
octave:21> I0/I
ans = 12.025
```

## Άσκηση 1.16

Δίδεται χάλκινος αγωγός μήκους  $\ell = 30 \text{ cm}$ , διατομής  $S = 82 \text{ mm}^2$  και ειδικής αντίστασης  $\rho_{20^\circ\text{C}} = 0.0175 \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$  σε θερμοκρασία  $20^\circ\text{C}$ . Ποια είναι η αντίσταση του αγωγού στις θερμοκρασίες  $20^\circ\text{C}$  και  $45^\circ\text{C}$  αντίστοιχα όταν ο θερμοκρασιακός συντελεστής είναι  $\alpha = 0.004 \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ ;

## Άσκηση 1.16 - Λύση

Η αντίσταση στους 20 °C είναι:

$$R_{20} = \rho_{20} \frac{\ell}{S} = 0.0175 \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}} \frac{0.30 \text{ m}}{82 \text{ mm}^2} = 6.402 \times 10^{-5} \Omega$$

Η αντίσταση στους 45 °C είναι:

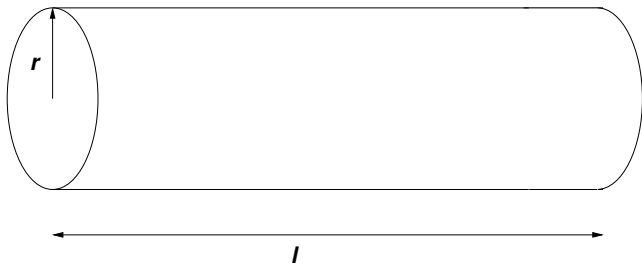
$$R_{45} = R_{20}[1 + \alpha_{20}(45 - 20)] = 6.402 \times 10^{-5}[1 + 0.004 \cdot 25] = 1.1 R_{20} = 7.043 \times 10^{-5} \Omega$$

## Άσκηση 1.16 - Λύση

```
octave:22> ell=30e-2; S=82*(1e-3)^2; rho20=0.0175*(1e-3)^2;  
          T0=20; T=45; a=0.004;  
octave:23> R20=rho20*ell/S % αντίσταση στους 20 C  
R20 = 6.4024e-05  
octave:24> R45=R20*(1+a*(T-T0)) % αντίσταση στους 45  
R45 = 7.0427e-05
```

## Άσκηση 1.17

Το παρακάτω σχήμα παριστά τμήμα ενός ηλεκτρικού αγωγού με ειδική αντίσταση  $\rho = 1.78 \times 10^{-8} \Omega \text{ m}$  και θερμοκρασιακό συντελεστή  $\alpha = 3.89 \times 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ . Δίδονται  $r = 0.85 \text{ cm}$  και  $\ell = 2.5 \text{ m}$ . Ποια είναι η ηλεκτρική του αντίσταση; Πώς μεταβάλλεται αυτή (απόλυτος μεταβολή και σχετική %) όταν η θερμοκρασία αυξηθεί κατά  $70 \text{ }^\circ\text{C}$ ;





## Άσκηση 1.17 - Λύση

Η ηλεκτρική αντίσταση είναι:

$$R = \rho \frac{\ell}{S} = 1.78 \times 10^{-8} \frac{2.5}{\pi \cdot 0.85^2 \cdot 10^{-4}} = 1.96 \times 10^{-4} \Omega$$

Με τη μεταβολή της θερμοκρασίας

$$R(\theta_2) = R(\theta_1)(1 + \alpha\Delta\theta) = 1.96 \times 10^{-4}(1 + 3.89 \times 10^{-3}70) = 2.494 \times 10^{-4} \Omega$$

Η απόλυτος μεταβολή είναι

$$\Delta R = R(\theta_2) - R(\theta_1) = (2.494 - 1.96) \times 10^{-4} = 0.534 \times 10^{-4} \Omega$$

και η % σχετική

$$\frac{\Delta R}{R(\theta_1)} \cdot 100 = \frac{0.534 \times 10^{-4}}{1.96 \times 10^{-4}} \cdot 100 = 27.24\%$$

# Άσκηση 1.17 - Λύση

```
octave:25> rho=1.78e-8; a=3.89e-3; r=0.85e-2; ell=2.5; DT=70;
octave:26> S=pi*r^2 % διατομή
S = 2.2698e-04
octave:27> R=rho*ell/S % αντίσταση
R = 1.9605e-04
octave:28> R2=R*(1+a*DT) % αντίσταση στην μεγαλύτερη θερμοκρασία
R2 = 2.4944e-04
octave:29> DR = R2-R % η απόλυτος μεταβολή
DR = 5.3385e-05
octave:30> DR*100/R % η σχετική μεταβολή
ans = 27.230
```

Για κάποια κατασκευή που πρέπει να κάνετε έχετε τις παρακάτω προδιαγραφές για σύρματα χαλκού με ειδική αντίσταση  $\rho = 1.678 \mu\Omega \cdot \text{cm}$ . Υπολογίστε τις αντίστοιχες ηλεκτρικές αντιστάσεις.

**Πίνακας:** Προδιαγραφές

AWG gauge	διάμετρος mm	μήκος m
3	5.827	500
7	3.665	700
14	1.628	2200

# Άσκηση - Λύση

```
octave:31> rho=1.678e-8; d=[5.827 3.665 1.628]*1e-3;  
          ell=[500 700 2200];
```

```
octave:32> R=rho*ell./(pi*d.^2/4) % οι αντιστάσεις
```

```
R =
```

```
    0.3146    1.1134   17.7344
```

1 Θεμελιώδεις έννοιες - Ασκήσεις

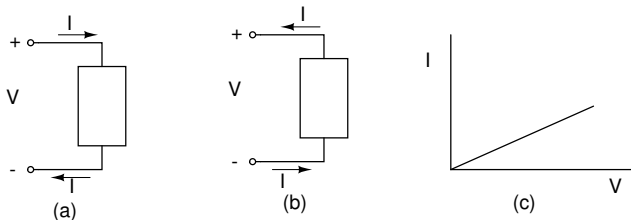
**2 Ηλεκτρικά Κυκλώματα**

3 Εργαστήριο

Ηλεκτρικό κύκλωμα είναι το σύνολο των ηλεκτρικών πηγών και στοιχείων που είναι συνδεδεμένα μεταξύ τους με τέτοιο τρόπο ώστε να περνάει ρεύμα από κάθε στοιχείο.

- Συμβατική φοράς ρεύματος
- Παθητικά στοιχεία
- Ενεργά στοιχεία

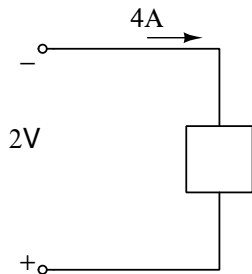
# Ηλεκτρικό Κύκλωμα 2



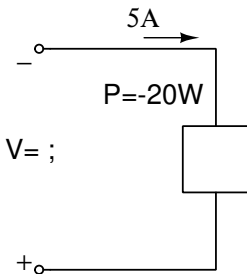
Στο (a) το ρεύμα εισέρχεται από τον θετικό ακροδέκτη και εξέρχεται από τον αρνητικό, οπότε το στοιχείο καταναλώνει ισχύ ή αλλιώς, είναι παθητικό (π.χ. αντίσταση). Στο (b) το ρεύμα εισέρχεται από τον αρνητικό ακροδέκτη και εξέρχεται από τον θετικό, οπότε το στοιχείο παράγει ισχύ ή αλλιώς, είναι ενεργητικό (π.χ. πηγή). Στο (c) το στοιχείο είναι γραμμικό. Η σχέση μεταξύ της τάσης και του ρεύματος στους ακροδέκτες του είναι γραμμική.

# Ηλεκτρικό Κύκλωμα 3

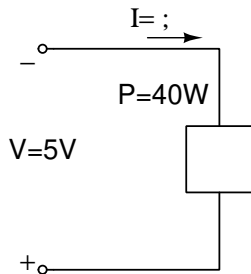
Τα παρακάτω κυκλώματα παράγουν ή καταναλώνουν ισχύ και πόση είναι η ισχύς, τάση και ρεύμα αντίστοιχα;



(α)



(β)



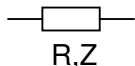
(γ)



# Ηλεκτρικό Κύκλωμα 4

Τα στοιχεία που θα διαπραγματευτούμε στο μάθημα

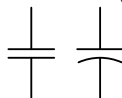
αντιστάσεις



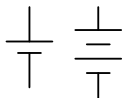
πηνιο



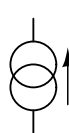
πυκνωτες



ανεξαρτητες πηγες τασης



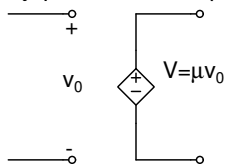
ανεξαρτητες πηγες ρευματος



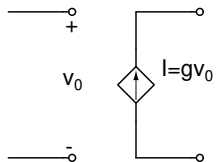
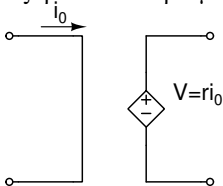
# Ηλεκτρικό Κύκλωμα 5

Τα στοιχεία που θα διαπραγματευτούμε στο μάθημα

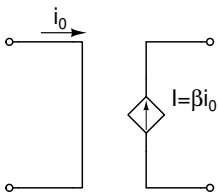
πηγή τάσης που  
εξαρτάται από τάση



πηγή τάσης που  
εξαρτάται από ρεύμα



πηγή ρεύματος που  
εξαρτάται από τάση



πηγή ρεύματος που  
εξαρτάται από ρεύμα

κόμβος (node):

το σημείο διακλαδώσεως του ρεύματος σε ένα κύκλωμα ή δίκτυο

κλάδος (branch):

το τμήμα του κυκλώματος που περιέχει ένα τουλάχιστον στοιχείο και συνδέει δύο κόμβους

βρόχος (loop):

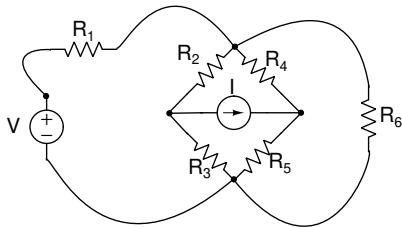
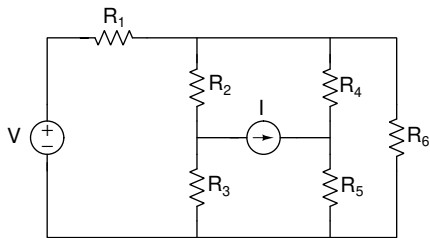
κλειστή διαδρομή σε ένα κύκλωμα που περνά από διάφορους κόμβους μια μόνο φορά

ελάχιστος βρόχος ή οφθαλμός :

ένας βρόχος που δεν περιέχει άλλο βρόχο εντός του

# Θεμελιώδεις Έννοιες

Στο παρακάτω κύκλωμα διακρίνουμε 4 κόμβους και 7 κλάδους (κλασσικός ορισμός). Μερικοί δυνητικοί βρόγχοι είναι επίσης οι:  
 $V - R_1 - R_2 - R_3 - V$ ,  $V - R_1 - R_4 - R_5 - V$ ,  
 $V - R_1 - R_2 - I - R_5 - V$  όπου περιγράφονται οι κλάδοι που σχηματίζουν τους βρόγχους από τα στοιχεία που περιέχουν.

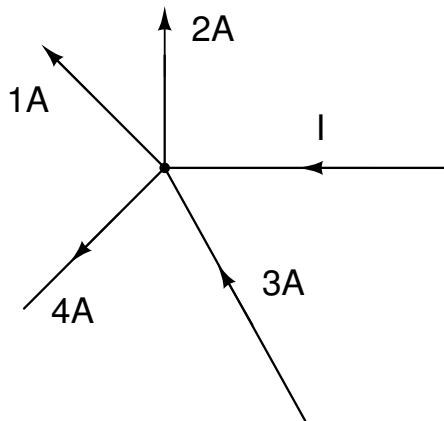


- Το αλγεβρικό άθροισμα των ρευμάτων σε έναν κόμβο είναι μηδέν.
- Το αλγεβρικό άθροισμα των τάσεων σε έναν βρόχο είναι μηδέν.

$$\sum_{i=1}^N I_i = 0 \quad \text{και} \quad \sum_{i=1}^M V_i = 0$$

για  $N$  ρεύματα που ενώνονται στον ίδιο κόμβο και για  $M$  τάσεις στα άκρα ισάριθμων στοιχείων που ευρίσκονται στον ίδιο βρόχο.

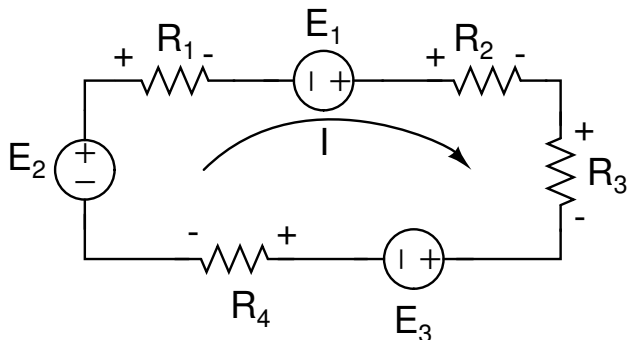
# Κανόνας Ρευμάτων



Τα ρεύματα που μπαίνουν στον κόμβο τα παίρνουμε με θετικό πρόσημο και αυτά που βγαίνουν με αρνητικό.

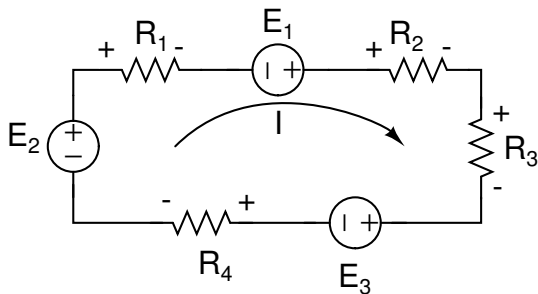
$$I + 3 - 2 - 1 - 4 = 0 \Rightarrow I = -3 + 2 + 1 + 4 = -3 + 7 = 4 \text{ A}$$

# Κανόνας Τάσεων



Διαλέγουμε αυθαίρετα την φορά ρεύματος που διαρρέει τον βρόχο (συνήθως δεξιόστροφη). Οι ωμικές αντιστάσεις είναι καταναλωτικά στοιχεία επομένως θεωρούμε ότι το ρεύμα μπαίνει από τον θετικό ακροδέκτη τους. Προσοχή εδώ. Θεωρούμε ότι το ρεύμα κινείται πάντα από σημεία με υψηλό δυναμικό σε σημεία με χαμηλό δυναμικό (από το + στο -). Έτσι πάντα σε μια αντίσταση θα έχουμε μια πτώση τάσης στα άκρα της.

## Κανόνας Τάσεων 2



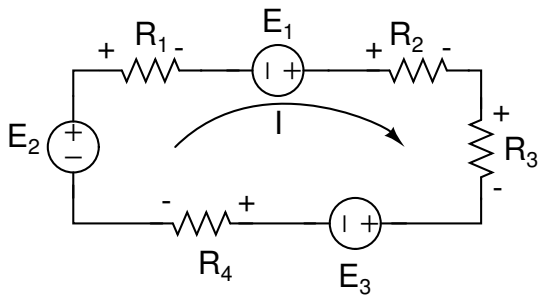
Όπως διαγράφουμε τον βρόχο δεξιόστροφα, τις πηγές τάσης που συναντάμε τις παίρνουμε σαν θετικές, αν συναντάμε πρώτα τον θετικό ακροδέκτη και αρνητικές αν συναντάμε πρώτα τον αρνητικό ακροδέκτη. Ομοίως, τις πτώσεις τάσεως στις αντιστάσεις τις παίρνουμε θετικές, αν η φορά μας είναι ίδια με τη φορά του ρεύματος που διαρρέει τις αντιστάσεις και αρνητικές, αν είναι αντίθετη.

$$IR_1 - E_1 + IR_2 + IR_3 + E_3 + IR_4 - E_2 = 0 \Rightarrow$$

$$E_1 + E_2 - E_3 = I(R_1 + R_2 + R_3 + R_4) = IR_{\text{ολική}}$$



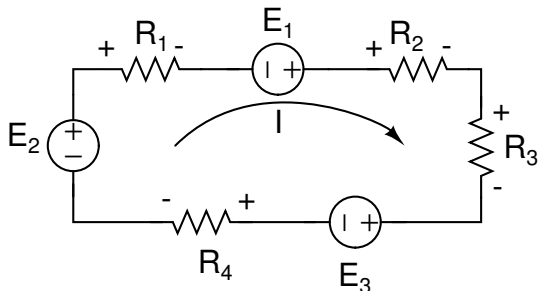
# Αντιστάσεις εν σειρά



Ορίζουμε **αντιστάσεις εν σειρά** αυτές από τις οποίες περνάει το ίδιο ρεύμα και βρίσκονται στον ίδιο κλάδο. και μπορούν να αντικατασταθούν από μια ισοδύναμη αντίσταση με τιμή ίση με το άθροισμά τους. Γενικά, για  $N$  αντιστάσεις σε σειρά:

$$R_{\text{ολική}} = \sum_{i=1}^N R_i$$

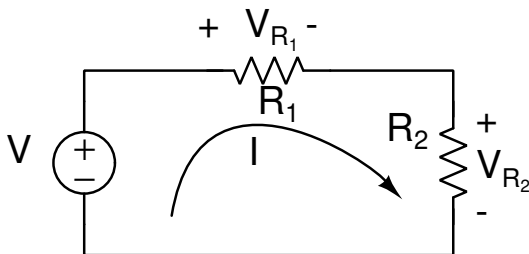
## Πηγές τάσης σε σειρά



Βλέπουμε ομοίως ότι μπορούμε να αντικαταστήσουμε όλες τις πηγές τάσης με μια ισοδύναμη, **το αλγεβρικό άθροισμα των πηγών**.

$$E_{\text{ολική}} = \sum_{i=1}^N E_i$$

Στο παρακάτω κύκλωμα ποια είναι η τάση στις αντιστάσεις  $R_1$ ,  $R_2$  και πόση ισχύς καταναλώνεται στην αντίσταση  $R_2$ ;



## Διαιρέτης Τάσης 2

$$V_{R_1} + V_{R_2} - V = 0 \Rightarrow V = V_{R_1} + V_{R_2} = I(R_1 + R_2) \Rightarrow I = \frac{V}{R_1 + R_2}$$

Οι τάσεις στις επιμέρους αντιστάσεις είναι τότε

$$V_{R_1} = R_1 \cdot I = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V \quad \text{και} \quad V_{R_2} = R_2 \cdot I = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V$$

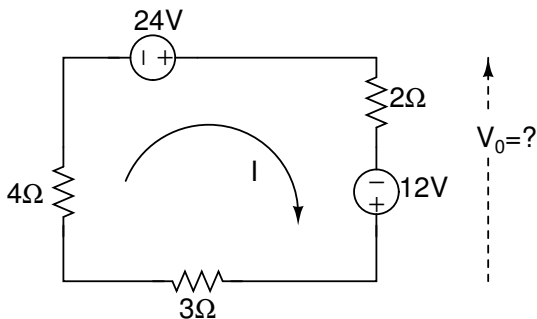
και η ισχύς που καταναλώνεται στην αντίσταση  $R_2$  είναι

$$P_{R_2} = I V_{R_2} = \left( \frac{V}{R_1 + R_2} \right)^2 R_2$$

Το κύκλωμα αυτό εμφανίζεται τόσες πολλές φορές στην πράξη που του έχει δοθεί το όνομα **διαιρέτης τάσης**.

# Άσκηση

Στο παρακάτω κύκλωμα ποια είναι η  $V_0$ ;

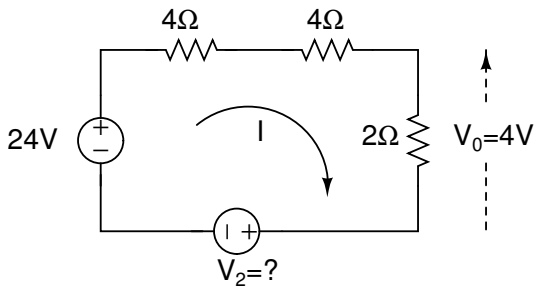


$$2I - 12 + 3I + 4I - 24 = 0 \Rightarrow 9I = 36 \Rightarrow I = 4 \text{ A}$$

$$V_0 = 2I - 12 = 8 - 12 = -4 \text{ V}$$

# Άσκηση

Στο παρακάτω κύκλωμα ποια είναι η  $V_2$ ;

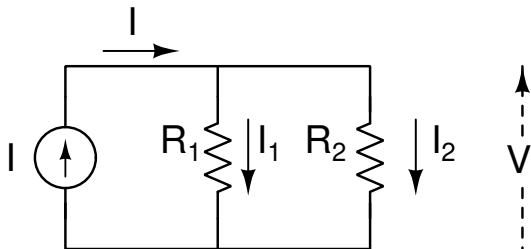


$$2I = 4 \Rightarrow I = 2 \text{ A}$$

$$10I + V_2 - 24 = 0 \Rightarrow V_2 = 24 - 10I = 24 - 10 \cdot 2 = 4 \text{ V}$$

# Διαιρέτης Ρεύματος

Στο παρακάτω κύκλωμα ποια είναι τα ρεύματα  $I_1$ ,  $I_2$  που διαρρέουν τις δύο αντιστάσεις;



$$I = I_1 + I_2 = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} = \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) V = \frac{V}{R_0} \Rightarrow V = I R_0$$
$$\frac{1}{R_0} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow R_0 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

$$I_1 = \frac{V}{R_1} = \frac{R_0}{R_1} I = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I$$
$$I_2 = \frac{V}{R_2} = \frac{R_0}{R_2} I = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I$$

Και αυτό το κύκλωμα εμφανίζεται πολλές φορές στην πράξη και του έχει δοθεί το όνομα **διαιρέτης ρεύματος**.

Ορίζουμε επίσης **παράλληλες αντιστάσεις αυτές που έχουν κοινούς ακροδέκτες και κοινή τάση στα άκρα τους** και η ισοδύναμη αντίσταση δίνεται από:

$$\frac{1}{R_{\text{ολική}}} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{R_i}$$



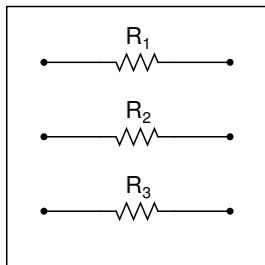
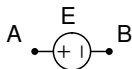
1 Θεμελιώδεις έννοιες - Ασκήσεις

2 Ηλεκτρικά Κυκλώματα

**3 Εργαστήριο**

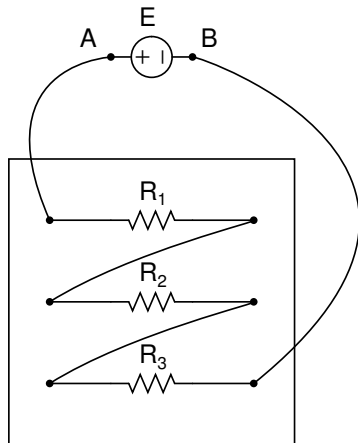
Πολύμετρο - Ωμόμετρο - Βολτόμετρο - Αμπερόμετρο

## Αντιστάσεις



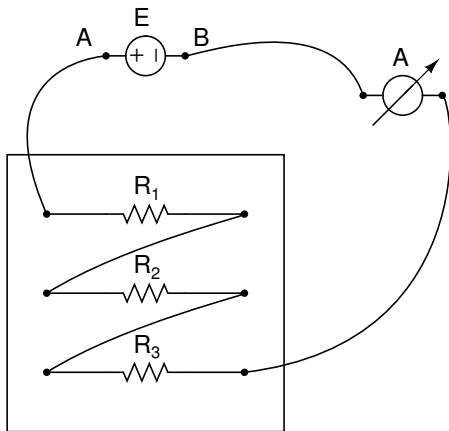
# Εργαστήριο 3

Σύνδεση σε σειρά



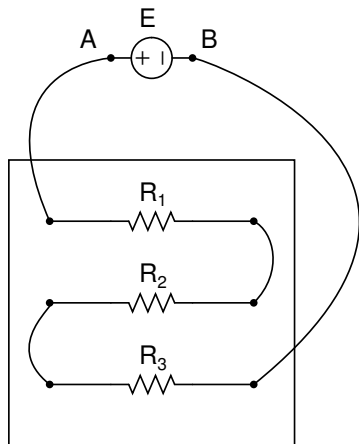
# Εργαστήριο 4

Σύνδεση σε σειρά - Μέτρηση ρεύματος



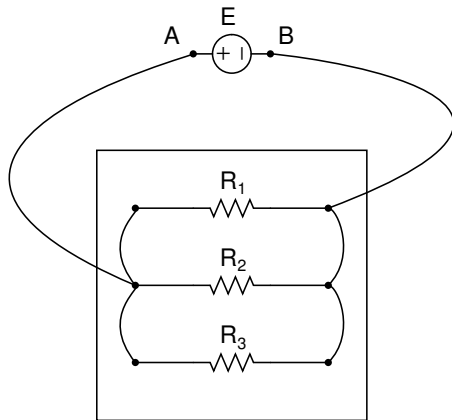
# Εργαστήριο 5

Σύνδεση σε σειρά



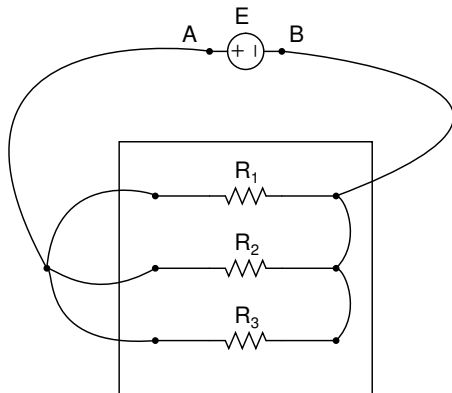
# Εργαστήριο 6

Σύνδεση παράλληλα



# Εργαστήριο 7

Σύνδεση παράλληλα - Μέτρηση ρεύματος





# Το ρεύμα θέλει προσοχή

- Το ανθρώπινο σώμα έχει ηλεκτρική αντίσταση και αν γίνει μέρος κυκλώματος και περάσει ρεύμα μέσα του έχουμε τραυματισμό και ίσως και θάνατο. Το διερχόμενο ρεύμα εξαρτάται από την τάση επαφής, την αντίσταση του σώματος και τη συχνότητα του ρεύματος.
- Διάφορα τμήματα του σώματος έχουν διαφορετική αντίσταση που μεταβάλλεται από τις συνθήκες περιβάλλοντος. Π.χ. η υγρασία ελαττώνει την αντίσταση, άρα περνάει περισσότερο ρεύμα.
- Με  $\sim 10\text{mA}$  στο χέρι έχουμε σπασμούς και αδυναμία να ανοίξουμε το κύκλωμα.
- Με  $100\text{mA}$  από την καρδιά έχουμε μαρμαρυγή που μπορεί να οδηγήσει σε θάνατο.
- Ακολουθούν δυο φωτογραφίες από σχετικά σοβαρό τραυματισμό από ρεύμα κοινής οικιακής τάσης.

## Το ρεύμα θέλει προσοχή 2

Τραυματισμός τόξου όπου το ρεύμα πέρασε μέσα από το χέρι.



- [hsa](#) Health & Safety Authority
- [ohio](#) Ohio U - Fatal Current