

# Ηλεκτρικά Κυκλώματα Ι

## Διάλεξη 09

Α. Δροσόπουλος

08-11-2022

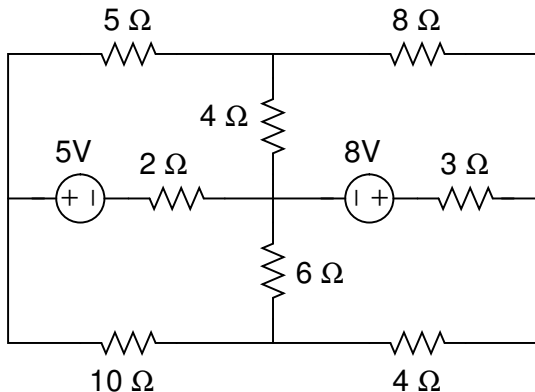
- 1 Ασκήσεις
- 2 Κυκλώματα

1 Ασκήσεις

2 Κυκλώματα

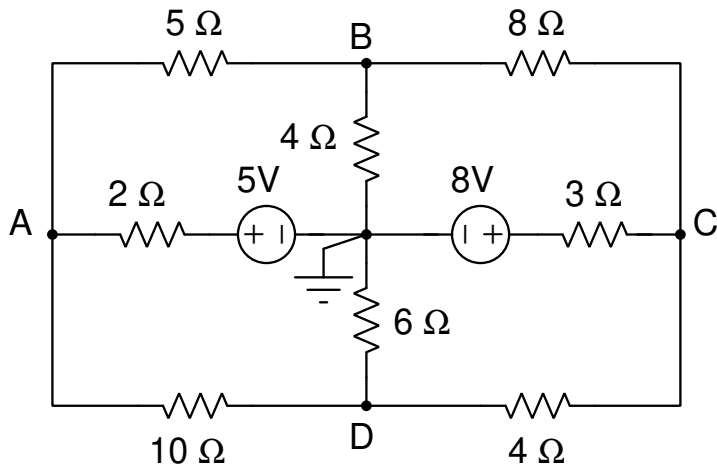
# Άσκηση

Να γίνει πλήρη ανάλυση στο παρακάτω κύκλωμα.



- Κατάστρωση εξισώσεων Kirchhoff με κλαδικά ρεύματα και τάσεις κόμβων.
- Δοκιμάστε να λύσετε τα συστήματα που προκύπτουν.
- Επιβεβαίωση με octave και LTspice.

## Άσκηση 2



## Άσκηση 3

$$\frac{V_A - 5}{2} + \frac{V_A - V_B}{5} + \frac{V_A - V_D}{10} = 0$$

$$\frac{V_B - V_A}{5} + \frac{V_B}{4} + \frac{V_B - V_C}{8} = 0$$

$$\frac{V_C - V_B}{8} + \frac{V_C - 8}{3} + \frac{V_C - V_D}{4} = 0$$

$$\frac{V_D}{6} + \frac{V_D - V_A}{10} + \frac{V_D - V_C}{4} = 0$$

## Άσκηση 4

$$V_A \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{10} \right) - V_B \frac{1}{5} - V_D \frac{1}{10} = \frac{5}{2}$$

$$-V_A \frac{1}{5} + V_B \left( \frac{1}{5} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} \right) - V_C \frac{1}{8} = 0$$

$$-V_B \frac{1}{8} + V_C \left( \frac{1}{8} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \right) - V_D \frac{1}{4} = \frac{8}{3}$$

$$-V_A \frac{1}{10} - V_C \frac{1}{4} + V_D \left( \frac{1}{6} + \frac{1}{10} + \frac{1}{4} \right) = 0$$

## Άσκηση 5

$$\left. \begin{aligned} 0.8V_A - 0.2V_B + 0V_C - 0.1V_D &= 2.5 \\ -0.2V_A + 0.575V_B - 0.125V_C + 0V_D &= 0 \\ 0V_A - 0.125V_B + 0.708V_C - 0.25V_D &= 2.67 \\ -0.1V_A + 0V_B - 0.25V_C + 0.517V_D &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

Μέθοδο απαλοιφής Gauss

$$\left. \begin{aligned} 0.8V_A - 0.2V_B + 0V_C - 0.1V_D &= 2.5 \\ 0V_A + 0.525V_B - 0.125V_C - 0.025V_D &= 0.625 \\ 0V_A - 0.125V_B + 0.708V_C - 0.25V_D &= 2.67 \\ 0V_A - 0.025V_B - 0.25V_C + 0.504V_D &= 0.312 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$



# Άσκηση 6

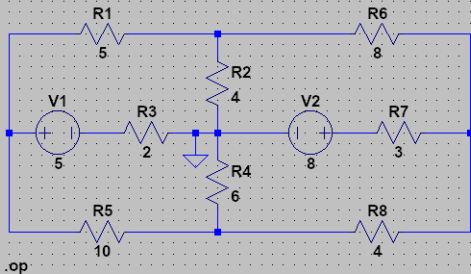
$$\left. \begin{aligned} 0.8V_A - 0.2V_B + 0V_C - 0.1V_D &= 2.5 \\ 0V_A + 0.525V_B - 0.125V_C - 0.025V_D &= 0.625 \\ 0V_A - 0V_B + 0.638V_C - 0.256V_D &= 2.81 \\ 0V_A - 0V_B - 0.256V_C + 0.503V_D &= 0.342 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\left. \begin{aligned} 0.8V_A - 0.2V_B + 0V_C - 0.1V_D &= 2.5 \\ 0V_A + 0.525V_B - 0.125V_C - 0.025V_D &= 0.625 \\ 0V_A - 0V_B + 0.638V_C - 0.256V_D &= 2.81 \\ 0V_A - 0V_B - 0V_C + 0.406V_D &= 1.40 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

# Άσκηση 7

	με 3 σημ [Volt]	ακρίβεια [Volt]
$V_D$	3.45	3.45504
$V_C$	5.79	5.45234
$V_B$	2.73	2.65318
$V_A$	4.24	4.22017

# Άσκηση 8



```
* Z:\home\drososai\l\l\l\tex1\tex1_ask\Draft1.asc
--- Operating Point ---
V{n001}:      4.22017      voltage
V{n004}:     -0.779826    voltage
V{n005}:      8          voltage
V{n002}:      2.65318    voltage
V{n006}:      3.45504    voltage
V{n003}:      5.45234    voltage
I{R8}:        0.499326    device_current
I{R7}:        -0.849221   device_current
I{R6}:        0.349895    device_current
I{R5}:        -0.0765138  device_current
I{R4}:        -0.575839   device_current
I{R3}:        0.389913    device_current
I{R2}:        0.663294    device_current
I{R1}:        -0.313399   device_current
I{V2}:        -0.849221   device_current
I{V1}:        -0.389913   device_current
```

# Άσκηση 9

$$A = \begin{bmatrix} 1/2+1/5+1/10 & -1/5 & 0 & -1/10; & -1/5 & 1/5+1/4+1/8 & -1/8 & 0; \\ 0 & -1/8 & 1/8+1/3+1/4 & -1/4; & -1/10 & 0 & -1/4 & 1/6+1/10+1/4 \end{bmatrix}$$

$$b = [5/2; 0; 8/3; 0]$$

$$V = \text{inv}(A)*b$$

A =

```
0.80000  -0.20000  0.00000  -0.10000
-0.20000  0.57500  -0.12500  0.00000
0.00000  -0.12500  0.70833  -0.25000
-0.10000  0.00000  -0.25000  0.51667
```

b =

```
2.50000
0.00000
2.66667
0.00000
```

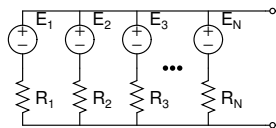
V =

```
4.22017
2.65318
5.45234
3.45504
```

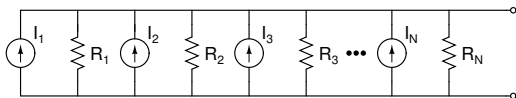
1 Ασκήσεις

**2 Κυκλώματα**

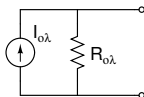
# Θεώρημα Millman



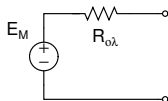
(a)



(b)



(c)



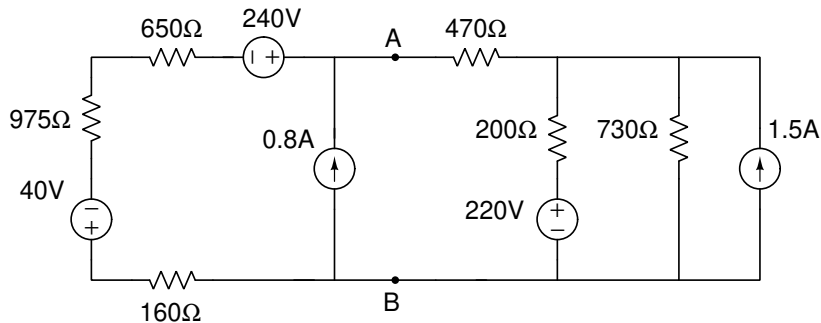
(d)

$$\frac{1}{R_{o\lambda}} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{R_i}$$

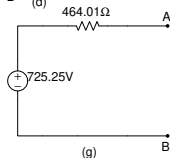
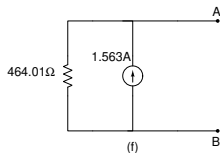
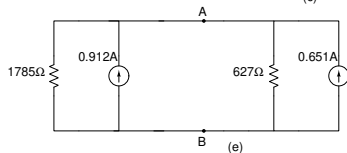
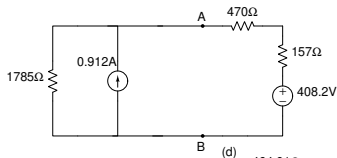
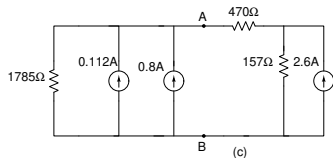
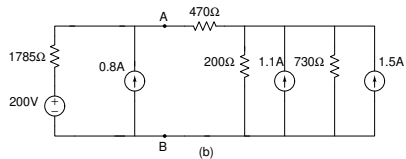
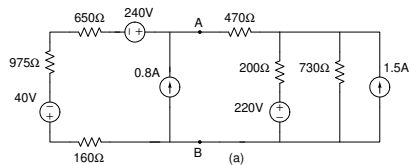
$$E_M = (I_1 + I_2 + \dots + I_N) R_{o\lambda} = \frac{\frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2} + \dots + \frac{E_N}{R_N}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_N}} = \frac{\sum_{i=1}^N \frac{E_i}{R_i}}{\sum_{i=1}^N \frac{1}{R_i}}$$

# Παράδειγμα

Να βρεθεί η τάση  $V_{AB}$  στο παρακάτω κύκλωμα.

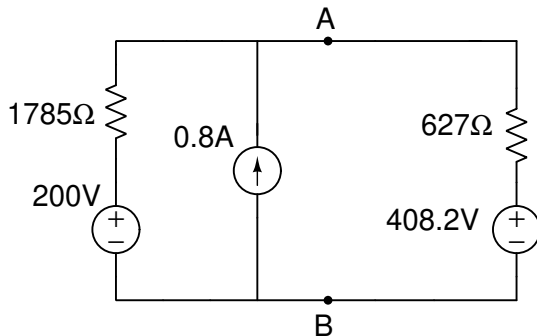


# Παράδειγμα 2





## Παράδειγμα 3

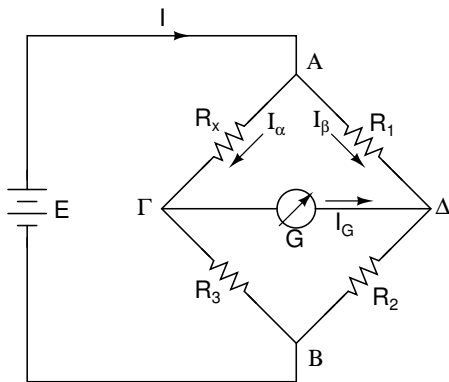


Με κομβική ανάλυση:

$$\frac{V_{AB} - 200}{1785} - 0.8 + \frac{V_{AB} - 408.2}{627} = 0 \Rightarrow V_{AB} = 725.3 \text{ V}$$

# Γέφυρα Wheatstone

Η γέφυρα Wheatstone είναι ένα κύκλωμα που εφαρμόζεται πολύ σε ηλεκτρικές μετρήσεις. Το παρακάτω διάγραμμα δείχνει ότι αποτελείται από 4 ωμικές αντιστάσεις εκ των οποίων η μία είναι άγνωστη και οι άλλες τρεις γνωστές.



## Γέφυρα Wheatstone 2

Το γαλβανόμετρο που συνδέει τα  $\Gamma$  και  $\Delta$  είναι ένα πολύ ευαίσθητο όργανο που δείχνει την παρουσία ηλεκτρικού ρεύματος. Λέμε ότι η γέφυρα βρίσκεται σε ισορροπία όταν το ρεύμα που περνάει από το γαλβανόμετρο είναι  $I_G = 0$ . Έχουμε τότε  $I = I_\alpha + I_\beta$  όπου  $I_\alpha$  είναι το ρεύμα που διαρρέει τον κλάδο ΑΓΒ και  $I_\beta$  το ρεύμα που διαρρέει τον κλάδο ΑΔΒ. Εφόσον  $I_G = 0$  τα σημεία  $\Gamma$  και  $\Delta$  έχουν το ίδιο δυναμικό. Προσοχή εδώ. Η διαφορά δυναμικού μεταξύ των  $\Gamma$  και  $\Delta$  είναι μηδέν. Τα δυναμικά στα  $\Gamma$  και  $\Delta$  είναι ίδια αλλά όχι απαραίτητα μηδέν. Επομένως,

$$V_{\text{ΑΓ}} = V_{\text{ΑΔ}} \Rightarrow I_\alpha R_x = I_\beta R_1$$

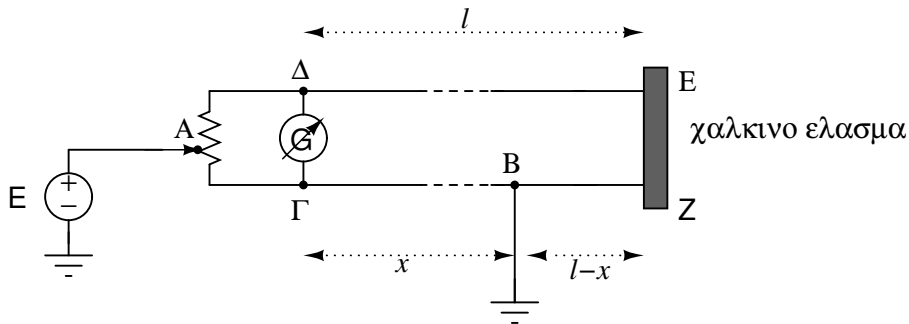
$$V_{\text{ΓΒ}} = V_{\text{ΔΒ}} \Rightarrow I_\alpha R_3 = I_\beta R_2$$

Διαιρώντας κατά μέλη βγαίνει η συνθήκη ισορροπίας την οποία μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε για να βρούμε την άγνωστη αντίσταση από τις γνωστές.

$$\frac{R_x}{R_3} = \frac{R_1}{R_2} \Rightarrow R_x = R_3 \frac{R_1}{R_2}$$

# Εντοπισμός θέσης σφάλματος

Το παρακάτω σχήμα δείχνει μια γραμμή μεταφοράς μήκους  $l$  που αποτελείται από δύο ηλεκτρικές γραμμές (π.χ. υπόγειο καλώδιο). Έστω ότι υπάρχει διαρροή στο σημείο B που απέχει άγνωστη απόσταση  $x$  από το Γ. Η αρχή της γραμμής είναι τα σημεία Γ και Δ και το τέρμα της γραμμής τα σημεία E και Z. Βραχυκυκλώνουμε το τέρμα E, Z με ένα μικρό χάλκινο έλασμα αμελητέας αντίστασης.



## Εντοπισμός θέσης σφάλματος 2

Στην αρχή  $\Gamma$ ,  $\Delta$  συνδέουμε το γαλβανόμετρο  $G$ , μια μεταβλητή αντίσταση και την πηγή με τάση  $E$ . Ο συμβολισμός είναι ίδιος με το διάγραμμα που ορίστηκε η γέφυρα Wheatstone. Η συνθήκη ισορροπίας μας δίνει

$$\frac{R_{A\Delta}}{R_{A\Gamma}} = \frac{R_{\Delta EZB}}{R_{\Gamma B}} = \frac{l + (l - x)}{x} = \frac{2l - x}{x} \Rightarrow x = \frac{2l}{1 + \frac{R_{A\Delta}}{R_{A\Gamma}}}$$

όπου χρησιμοποιήσαμε την σχέση  $R = \rho l/S$  για τις αντιστάσεις και το γεγονός ότι το υλικό και η διατομή των αγωγών είναι ίδια ( $\rho$  και  $S$  ίδια).