

Ηλεκτρικά Κυκλώματα Ι

Διάλεξη 08

Α. Δροσόπουλος

03-11-2022

- 1 Κανόνες Kirchhoff - Κομβική ανάλυση
- 2 Ασκήσεις

1 Κανόνες Kirchhoff - Κομβική ανάλυση

2 Ασκήσεις

Ανάλυση Kirchhoff με τάσεις κόμβων

- Εντοπίζετε κόμβους και κλάδους.
- Κάνετε όποιες απλοποιήσεις μπορείτε χωρίς να σκεπάσετε τα στοιχεία ή τους κόμβους που χρειάζεστε για τη λύση.
- Επιλέξτε ένα κόμβο σαν κόμβο αναφοράς (γείωση).
- Για όλους τους άλλους κόμβους εφαρμόσετε κανόνα ρευμάτων Kirchhoff θεωρώντας ότι τα ρεύματα που εξέρχονται έχουν θετικό πρόσημο και τα ρεύματα που εισέρχονται αρνητικό.
- Δεν σχεδιάζετε ρεύματα. Τα εκφράζετε συναρτήσει της τάσης του κάθε κόμβου.
- Καταλήγεται σε σύστημα μικρότερης τάξης από τη μέθοδο κλαδικών ρευμάτων το οποίο λύνετε με όποιον τρόπο θέλετε για τις κομβικές τάσεις.
- Από τις τάσεις μπορείτε να υπολογίσετε όλα τα κλαδικά ρεύματα καθώς και την ισχύ που καταναλώνει ή παράγει το κάθε στοιχείο.

$$b = l + n - 1$$

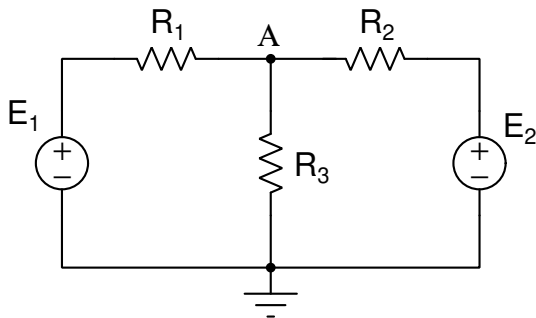
όπου:

b : (branch) κλάδος

l : (loop) ανεξάρτητος βρόχος

n : (node) κόμβος

Παράδειγμα



$$\frac{V_A - E_1}{R_1} + \frac{V_A - E_2}{R_2} + \frac{V_A}{R_3} = 0 \Rightarrow V_A = \frac{\frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

Νούμερα: $E_1 = 12\text{V}$, $E_2 = 9\text{V}$, $R_1 = 2\text{k}\Omega$, $R_2 = 4\text{k}\Omega$, $R_3 = 3\text{k}\Omega$

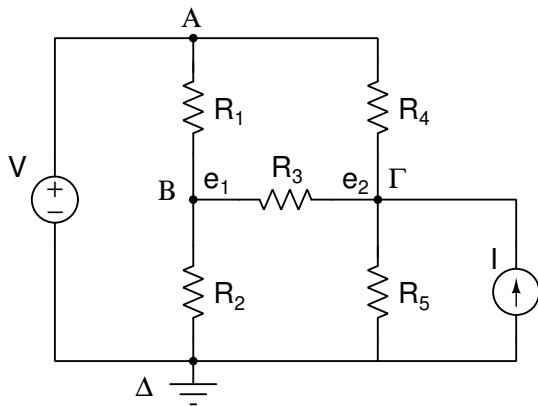
$$V_A = 7.6154 \text{ V}$$

$$I_1 = 2.19231 \text{ mA}$$

$$I_2 = 0.34615 \text{ mA}$$

$$I_3 = 2.53846 \text{ mA}$$

Παράδειγμα 2



Παράδειγμα 2 συν 1

$$\left. \begin{aligned} \frac{e_1 - V}{R_1} + \frac{e_1 - e_2}{R_3} + \frac{e_1}{R_2} &= 0 \\ \frac{e_2 - e_1}{R_3} + \frac{e_2 - V}{R_4} + \frac{e_2}{R_5} - I &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\left. \begin{aligned} e_1 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) - e_2 \frac{1}{R_3} &= \frac{V}{R_1} \\ -e_1 \frac{1}{R_3} + e_2 \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \right) &= I + \frac{V}{R_4} \end{aligned} \right\}$$

Παράδειγμα 2 συν 3

Με αριθμούς

$$V = 20 \text{ V}, I_1 = 3 \text{ mA}, R_1 = 2 \text{ k}\Omega, R_2 = 1.5 \text{ k}\Omega$$
$$R_3 = 0.5 \text{ k}\Omega, R_4 = 1 \text{ k}\Omega, R_5 = 3 \text{ k}\Omega$$

$$\left. \begin{aligned} e_1 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{1.5} + \frac{1}{0.5} \right) - e_2 \frac{1}{0.5} &= \frac{20}{2} \\ -e_1 \frac{1}{0.5} + e_2 \left(\frac{1}{0.5} + \frac{1}{1} + \frac{1}{3} \right) &= 3 + \frac{20}{1} \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

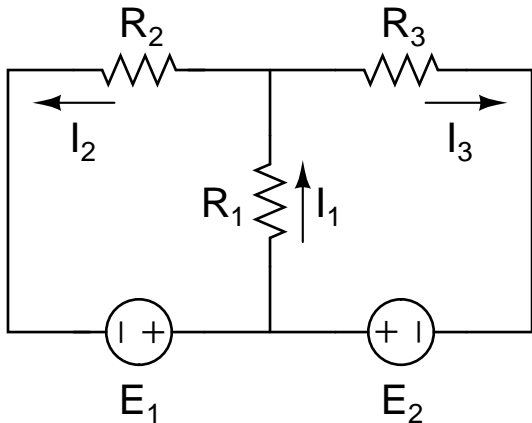
$$e_1 = 12.10 \text{ V} \quad e_2 = 14.16 \text{ V}$$

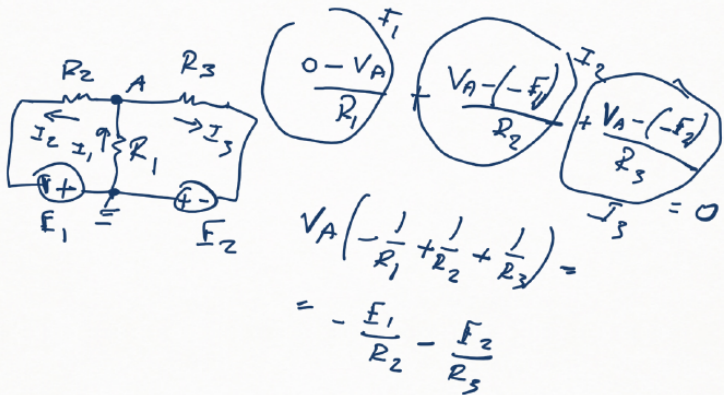
1 Κανόνες Kirchhoff - Κομβική ανάλυση

2 Ασκήσεις

Άσκηση

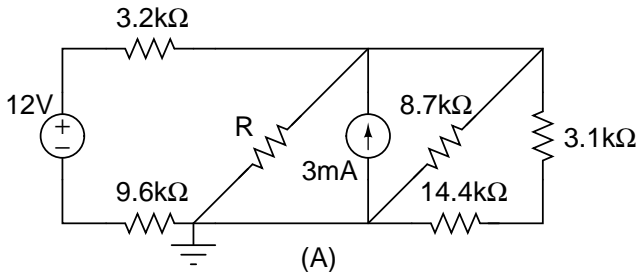
Να γίνει πλήρη ανάλυση στο παρακάτω κύκλωμα όταν $E_1 = 9\text{ V}$, $E_2 = 18\text{ V}$,
 $R_1 = 500\ \Omega$, $R_2 = 300\ \Omega$, $R_3 = 1.2\text{ k}\Omega$.





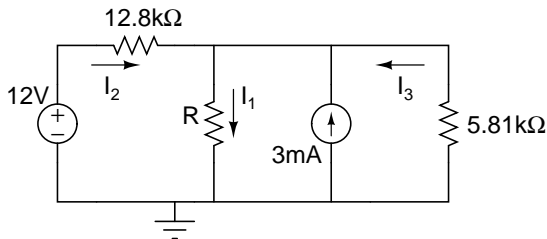
Άσκηση

Να βρεθεί η τιμή της αντίστασης R στο κύκλωμα (A) έτσι ώστε η τάση στα άκρα της να είναι 9 V .



Άσκηση 2

Απλοποιώντας εν σειρά και παράλληλες αντιστάσεις έχουμε



όπου με κανόνες Kirchhoff

$$I_2 - I_1 + 3 + I_3 = 0$$

$$12.8I_2 + 9 - 12 = 0 \Rightarrow I_2 = 0.234 \text{ mA}$$

$$5.81I_3 + 9 = 0 \Rightarrow I_3 = -1.55 \text{ mA}$$

$$I_1 = 3 + I_2 + I_3 = 1.685 \text{ mA} \Rightarrow R = \frac{9}{1.685} = 5.34 \text{ k}\Omega$$

Άσκηση 3

Με κομβική ανάλυση

$$\frac{V-12}{12.8} + \frac{V}{R} - 3 + \frac{V}{5.81} = 0$$

$$\frac{V}{R} = 3 - \frac{V-12}{12.8} - \frac{V}{5.81}$$

$$R = \frac{V}{3 - \frac{V-12}{12.8} - \frac{V}{5.81}}$$

```
octave:1> V=9
```

```
V = 9
```

```
octave:2> 3-(V-12)/12.8-V/5.81
```

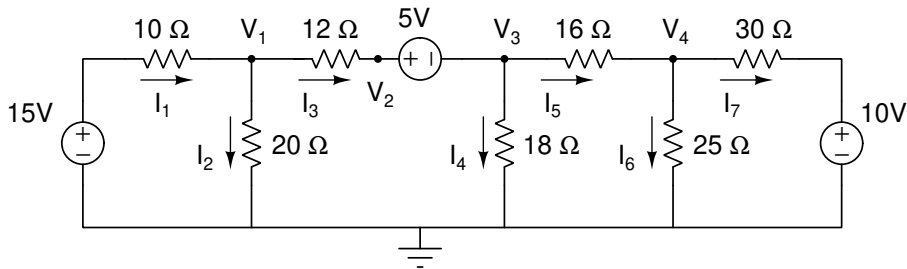
```
ans = 1.6853
```

```
octave:3> V/ans
```

```
ans = 5.3402
```


Άσκηση

Να βρεθούν τα κλαδικά ρεύματα στο παρακάτω κύκλωμα καθώς και οι τάσεις V_1 , V_2 , V_3 , V_4 .



$$\frac{V_1 - 15}{10} + \frac{V_1}{20} + \frac{V_1 - V_2}{12} = 0$$

$$\frac{V_2 - V_1}{12} + \frac{V_3}{18} + \frac{V_3 - V_4}{16} = 0$$

$$\frac{V_4 - V_3}{16} + \frac{V_4}{25} + \frac{V_4 - 10}{30} = 0$$

$$V_2 - V_3 = 5$$

Άσκηση 3

$$V_1 \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{20} + \frac{1}{12} \right) - \frac{V_2}{12} = \frac{15}{10}$$

$$-\frac{V_1}{12} + \frac{V_2}{12} + V_3 \left(\frac{1}{18} + \frac{1}{16} \right) - \frac{V_4}{16} = 0$$

$$-\frac{V_3}{16} + V_4 \left(\frac{1}{16} + \frac{1}{25} + \frac{1}{30} \right) = \frac{10}{30}$$

$$V_2 - V_3 = 5$$

Άσκηση 4

$$V_1 = 9.267 \text{ V}$$

$$V_2 = 7.948 \text{ V}$$

$$V_3 = 2.948 \text{ V}$$

$$V_4 = 3.811 \text{ V}$$

Άσκηση 5

$$I_1 = \frac{15 - V_1}{10} = 0.573\text{A}$$

$$I_2 = \frac{V_1}{20} = 0.463\text{A}$$

$$I_3 = \frac{V_1 - V_2}{12} = 0.110\text{A}$$

$$I_4 = \frac{V_3}{18} = 0.164\text{A}$$

$$I_5 = \frac{V_3 - V_4}{16} = -0.0539\text{A}$$

$$I_6 = \frac{V_4}{25} = 0.152\text{A}$$

$$I_7 = \frac{V_4 - 10}{30} = -0.206\text{A}$$