Ηλεκτρικά Κυκλώματα Ι - Λύσεις

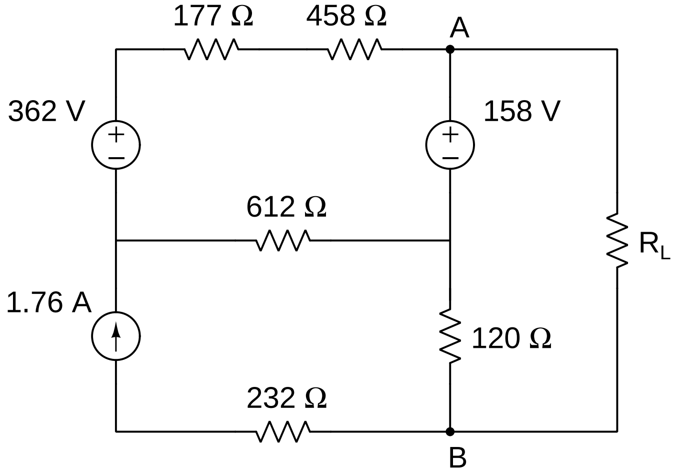
Α εξεταστική Φεβρουάριος 2023

Διδάσκων: Δροσόπουλος Αναστάσιος

06-02-2023

1 Θέμα (5 μον.)

Στο παρακάτω κύκλωμα να υπολογιστεί η R_L υπό συνθήκες μέγιστης ισχύος καθώς και η μέγιστη ισχύς. Εάν αντί της παραπάνω R_L θέσουμε κάποια άλλη αντίσταση R_x και μετρήσουμε ότι καταναλώνει ισχύ 138 W ποια είναι η τιμή της R_x;



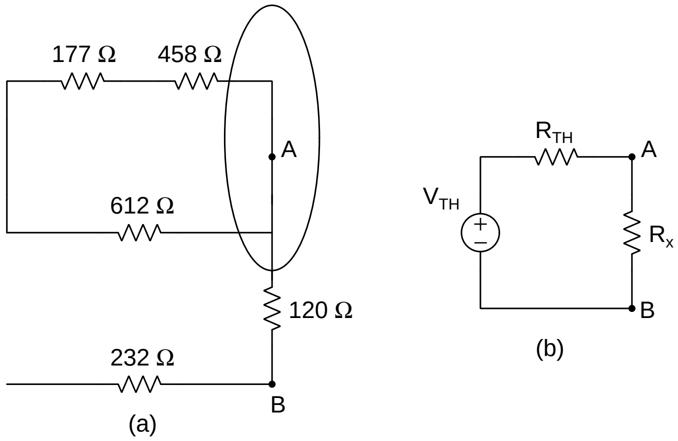
Λύση

Θέτουμε εκτός την R_L έτσι ώστε να έχουμε ανοικτούς ακροδέκτες A, B. Η V_{TH}, εξ ορισμού, είναι η τάση μεταξύ A και B. Ο κάτω κλάδος διαρρέεται από το ρεύμα της πηγής ρεύματος και εμάς μας ενδιαφέρει η πτώση τάσης στην 120 Ω, οπότε

$$V_{TH} = 158 + 1.76 \cdot 120 = 369.2 \text{ V}$$

Για την R_{TH} σβήνουμε τις πηγές. Η μόνη αντίσταση που φαίνεται μεταξύ A, B είναι η 120 Ω. Οπότε, (Σχ. (a))

$$R_{TH} = 120 \ \Omega$$



Μέγιστη ισχύ έχουμε για $R_L = R_{TH}$ και η μέγιστη ισχύς είναι

$$P_{\max} = \frac{V_{TH}^2}{4R_{TH}} = 283.98 \text{ W}$$

Στο κύκλωμα (b) από τον ορισμό της ισχύος που καταναλώνει η R_x βλέπουμε (με διαιρέτη τάσης) ότι

$$P_x = \frac{V_x^2}{R_x} = \left(\frac{R_x V_{TH}}{R_x + R_{TH}}\right)^2 \frac{1}{R_x} = \frac{R_x V_{TH}^2}{(R_x + R_{TH})^2} \Rightarrow P_x(R_x + R_{TH})^2 - R_x V_{TH}^2 = 0 \Rightarrow$$

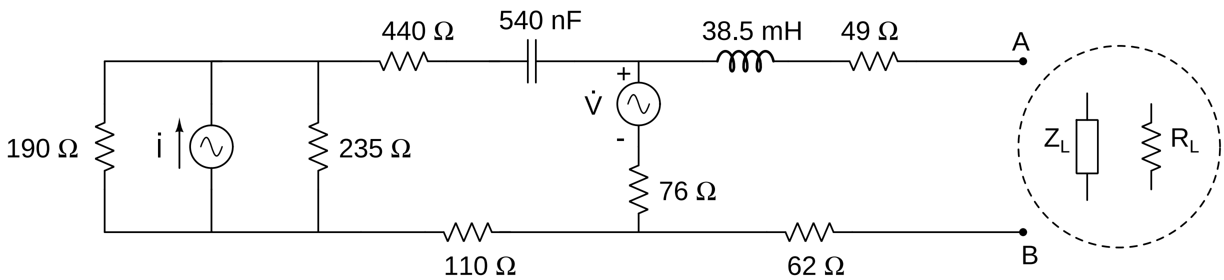
$$P_x(R_x^2 + 2R_xR_{TH} + R_{TH}^2) - R_xV_{TH}^2 = 0 \Rightarrow P_xR_x^2 + (2P_xR_{TH} - V_{TH}^2)R_x + P_xR_{TH}^2 = 0$$

και από τη λύση του τριωνύμου έχουμε δυο δυνατές τιμές της R_x

$$R_{x1} = 727.96 \ \Omega, \quad R_{x2} = 19.78 \ \Omega$$

2 Θέμα (5 μον.)

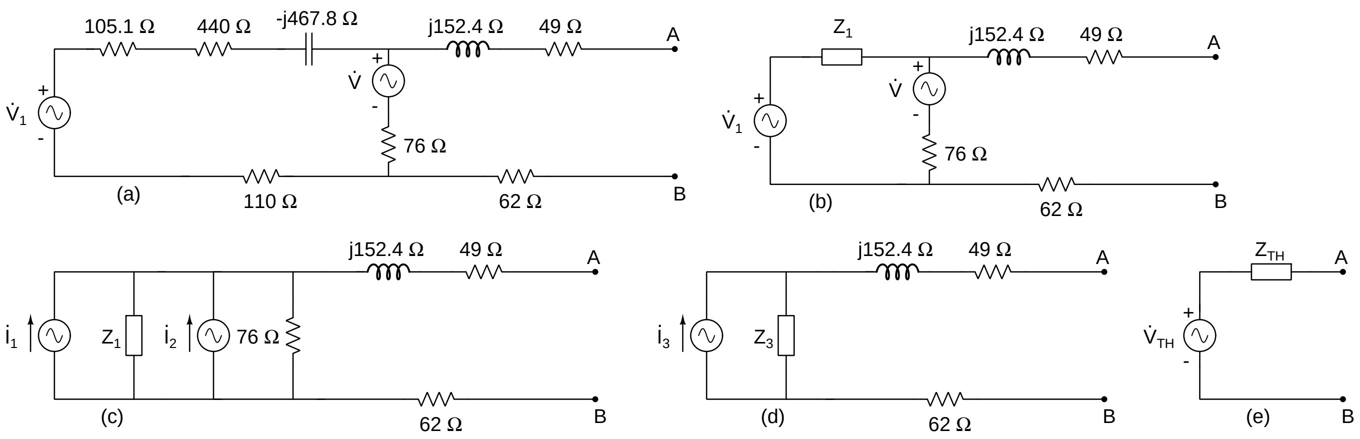
Στο παρακάτω κύκλωμα έχουμε: $\dot{V} = 315 \ \angle{-68^\circ}$ V, $\dot{I} = 7.3 \ \angle{42^\circ}$ A, $f = 630$ Hz. Προσδιορίστε το ισοδύναμο Thevenin που φαίνεται από τα σημεία A, B. Τι τιμή πρέπει να έχει η σύνθετη αντίσταση Z_L για να απορροφήσει την μέγιστη ισχύ από το κύκλωμα και ποια είναι αυτή; Επαναλάβατε για καθαρά ωμικό φορτίο R_L.



Λύση

Έχουμε $f = 630$ Hz και $\omega = 2\pi f = 3958.4$ rad/s.

$$Z_L = j\omega L = j152.4 \ \Omega \qquad Z_C = -j/(\omega C) = -j467.8 \ \Omega$$



Με μετασχηματισμούς πηγών, Σχ. (a) έως (e) (επισημαίνεται ότι η τελική απάντηση για μιγαδικούς πρέπει να είναι σε πολική μορφή) έχουμε

$$\begin{aligned}
\dot{V}_1 &= 569.94 + j513.18 = 766.9\angle{42^\circ} \text{ V}\\
Z_1 &= 655.06 - j467.83 = 804.96\angle{-35.5^\circ} \ \Omega\\
\dot{I}_1 &= 0.206 + j0.930 = 0.953\angle{77.5^\circ} \text{ A}\\
\dot{I}_2 &= 1.55 - j3.84 = 4.14\angle{-68^\circ} \text{ A}\\
\dot{I}_3 &= 1.76 - j2.91 = 3.40\angle{-58.9^\circ} \text{ A}\\
Z_3 &= 70.4 - j3.59 = 70.5\angle{-2.92^\circ} \ \Omega\\
\dot{V}_{TH} &= 113.3 - j211.3 = 239.8\angle{-61.8^\circ} \text{ V}\\
Z_{TH} &= 181.4 + j148.8 = 234.6\angle{39.4^\circ} \ \Omega
\end{aligned}$$

Για σύνθετο φορτίο Z_L έχουμε μέγιστη μεταφορά πραγματικής ισχύος όταν

$$Z_L = Z_{TH}^* = 234.6\underline{/-39.4^\circ}\ \Omega$$

$$P_{\max} = \frac{|\dot{V}_{TH}|^2}{4\Re e\{Z_{TH}\}} = 79.3\ \mathrm{W}$$

Για πραγματικό φορτίο R_L έχουμε μέγιστη μεταφορά πραγματικής ισχύος όταν

$$R_L = |Z_{TH}| = 234.6\ \Omega$$

$$P_{\max} = \frac{|\dot{V}_{TH}|^2}{2\Re e\{Z_{TH}\} + 2|Z_{TH}|} = 69.1\ \mathrm{W}$$