

Ηλεκτρικά Κυκλώματα Ι

Διάλεξη 10

Α. Δροσόπουλος

11-11-2022

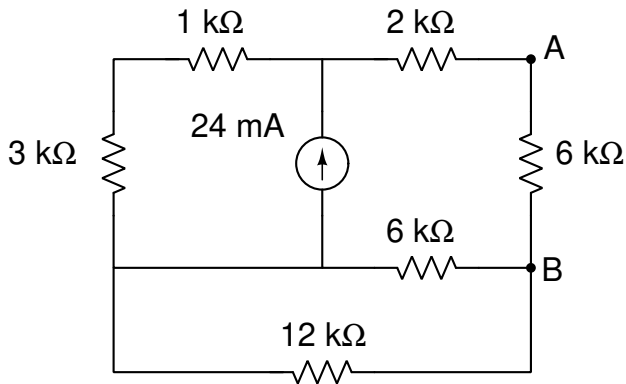
- 1 Ασκήσεις
- 2 Θεωρήματα Thevenin και Norton

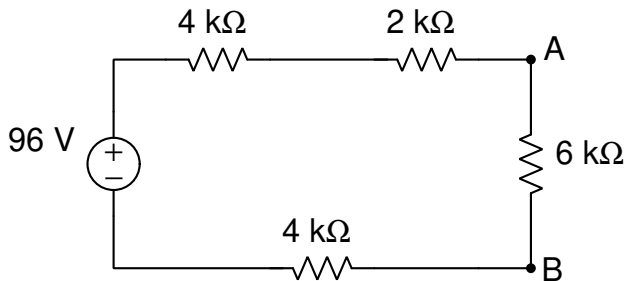
1 Ασκήσεις

2 Θεωρήματα Thevenin και Norton

Άσκηση 9

Να βρεθεί η V_{AB} .

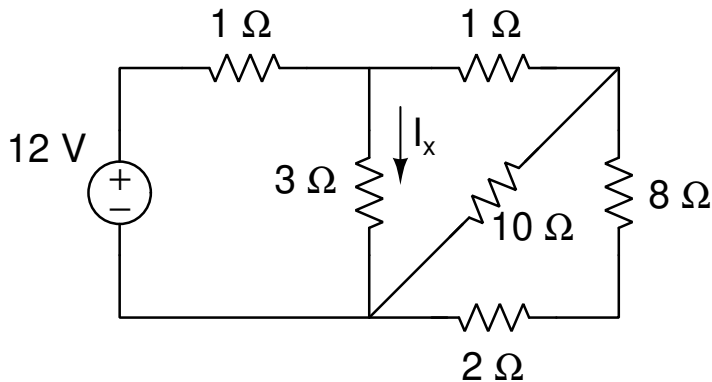


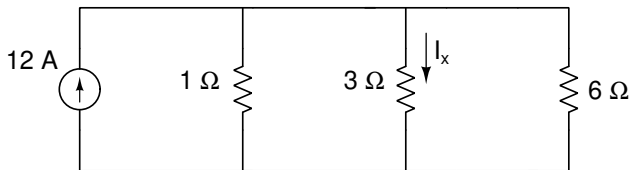
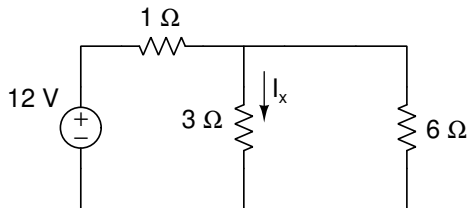


$$V_{AB} = \frac{6}{6 + 2 + 4 + 4} 96 = 36 \text{ V}$$

Άσκηση 10

Να βρεθεί το I_x .



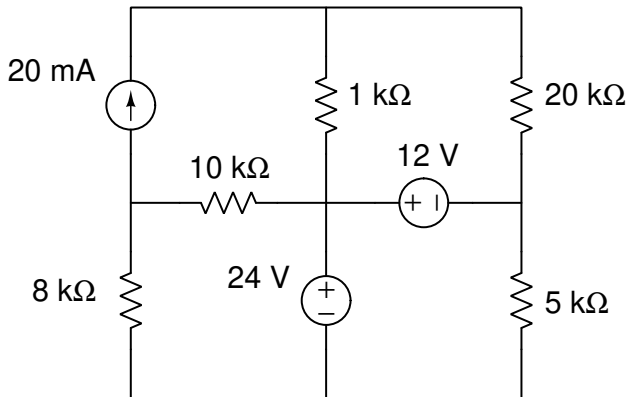


$$R = 1 \parallel 3 \parallel 6 = 0.667 \Omega$$

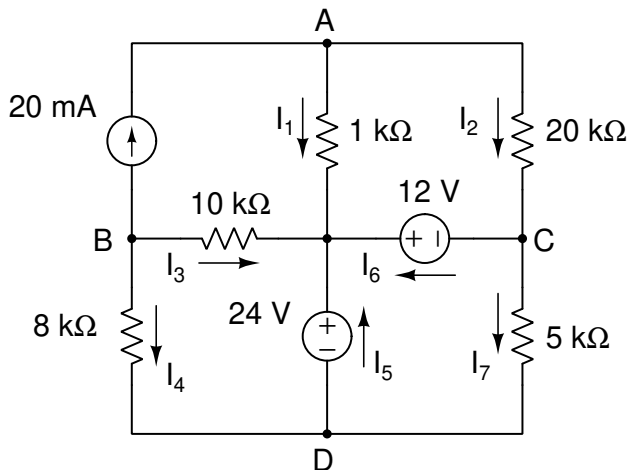
$$V = 12R = 8 \text{ V} \quad I_x = \frac{V}{3} = 2.667 \text{ A}$$

Άσκηση 11

Να βρεθεί η ισχύς που καταναλώνεται στην $5\text{ k}\Omega$.



11b - Kirchhoff κλαδικά ρεύματα



$$\begin{aligned}
 \text{A: } & 20 - I_1 - I_2 = 0 \\
 \text{B: } & -20 - I_3 - I_4 = 0 \\
 \text{C: } & I_2 - I_6 - I_7 = 0 \\
 \text{D: } & I_4 - I_5 + I_7 = 0 \\
 & -I_1 + 20I_2 = 12 \\
 & 10I_3 - 8I_4 = -24 \\
 & 5I_7 = 24 - 12
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I_1 + I_2 &= 20 \\
 I_3 + I_4 &= -20 \\
 I_2 - I_6 - I_7 &= 0 \\
 I_4 - I_5 + I_7 &= 0 \\
 -I_1 + 20I_2 &= 12 \\
 10I_3 - 8I_4 &= -24 \\
 5I_7 &= 12
 \end{aligned}$$

```
octave:5> A=[1 1 0 0 0 0 0; 0 0 1 1 0 0 0; 0 1 0 0 0 -1 -1; 0 0 0 1 -1 0 1;
-1 20 0 0 0 0 0; 0 0 10 -8 0 0 0; 0 0 0 0 0 0 5]
```

```
A =
```

```
  1   1   0   0   0   0   0
  0   0   1   1   0   0   0
  0   1   0   0   0  -1  -1
  0   0   0   1  -1   0   1
 -1  20   0   0   0   0   0
  0   0  10  -8   0   0   0
  0   0   0   0   0   0   5
```

```
octave:6> b=[20; -20; 0; 0; 12; -24; 12]
```

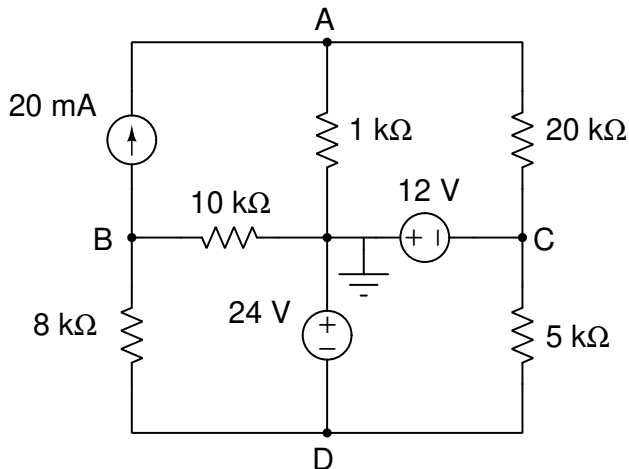
```
b =
```

```
 20
-20
  0
  0
 12
-24
 12
```

```
octave:7> I=inv(A)*b
I =
  18.47619
   1.52381
 -10.22222
  -9.77778
  -7.37778
  -0.87619
   2.40000
octave:8> P=5*I(7)^2
P = 28.800
```

$$P_5 = 5I_7^2 = 28.8 \text{ mW}$$

11f - Kirchhoff κομβική ανάλυση



$$\text{A: } -20 + V_A/1 + (V_A - V_C)/20 = 0$$

$$\text{B: } 20 + V_B/10 + (V_B - V_D)/8 = 0$$

$$\text{C: } V_C = -12$$

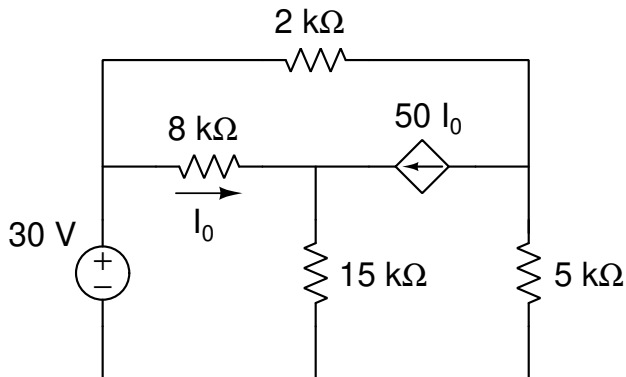
$$\text{D: } V_D = -24$$

$$V_{CD} = V_C - V_D = -12 + 24 = 12 \text{ V}$$

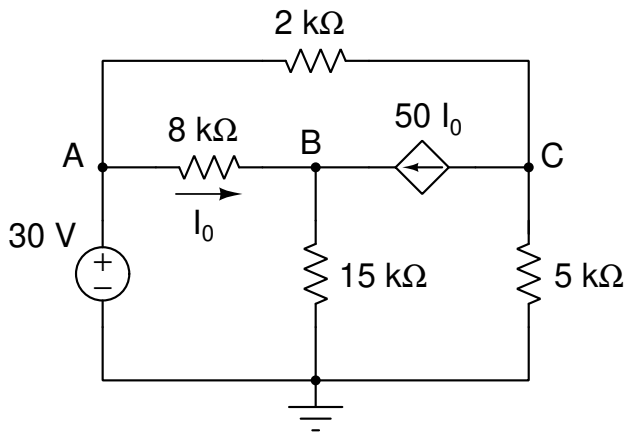
$$P_5 = V_{CD}^2/5 = 28.8 \text{ mW}$$

Άσκηση 12

Να βρεθεί η ισχύς που καταναλώνεται στην $5\text{ k}\Omega$.



12b - Kirchhoff κομβική ανάλυση



$$\text{B:} \quad -I_0 - 50I_0 + \frac{V_B}{15} = 0$$

$$\text{C:} \quad \frac{V_C - 30}{2} + 50I_0 + \frac{V_C}{5} = 0$$

$$\frac{30 - V_B}{8} = I_0$$

```
octave:10> Vb=(51*30/8)/(51/8+1/15)
```

```
Vb = 29.690
```

```
octave:11> I0=(30-Vb)/8
```

```
I0 = 0.038810
```

```
octave:12> Vc=(15-50*I0)/(1/2+1/5)
```

```
Vc = 18.656
```

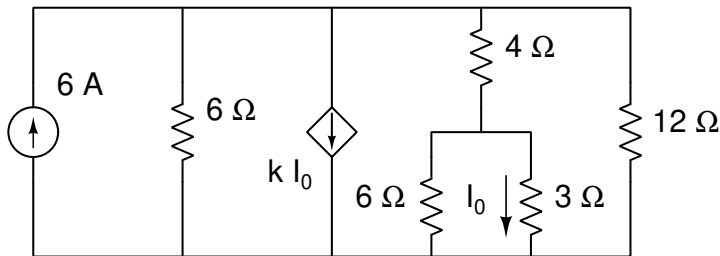
```
octave:13> P=Vc^2/5
```

```
P = 69.613
```

$$P = 69.6 \text{ mW}$$

Άσκηση 13

Να βρεθεί η τιμή της παραμέτρου k έτσι ώστε η ισχύς που δίνει η πηγή 6 A να είναι 108 W .



Με κομβική ανάλυση

$$-6 + \frac{V}{6} + kI_0 + \frac{V}{6} + \frac{V}{12} = 0$$

$$V_3 = \frac{2}{4+2} V = \frac{V}{3}$$

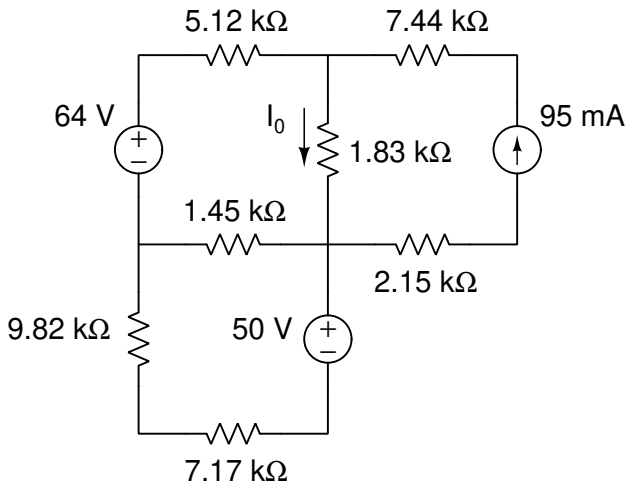
$$I_0 = \frac{V}{3 \cdot 3} = \frac{V}{9}$$

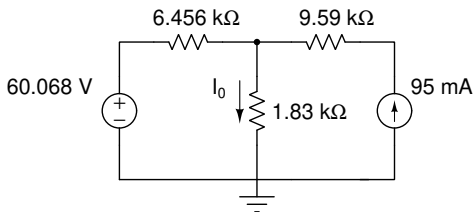
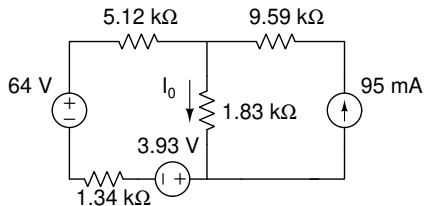
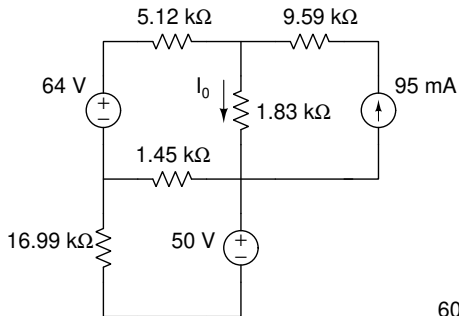
$$P = 6V = 108 \Rightarrow V = 18 \text{ V}$$

$$k = \frac{6 - V(1/6 + 1/6 + 1/12)}{V/9} = -0.75$$

Άσκηση 14

Να βρεθεί το I_0 .



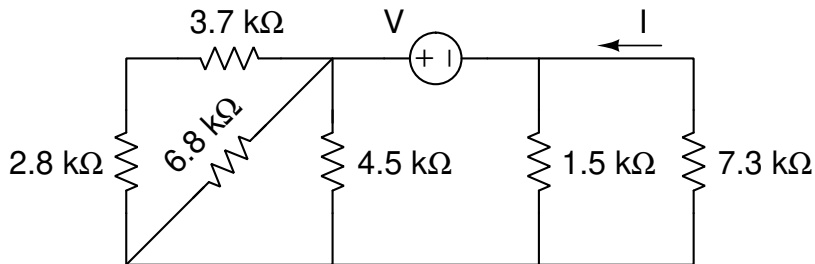


```
octave:20> I1=50/16.99
I1 = 2.9429
octave:21> r1=16.99*1.45/(16.99+1.45)
r1 = 1.3360
octave:22> V1=I1*r1
V1 = 3.9317
octave:23> r2=5.12+r1
r2 = 6.4560
octave:24> V2=64-V1
V2 = 60.068
octave:25> V = (95+V2/r2)/(1/r2+1/1.83)
V = 148.72
octave:26> I0=V/1.83
I0 = 81.268
```

$$I_0 = 81.3 \text{ mA}$$

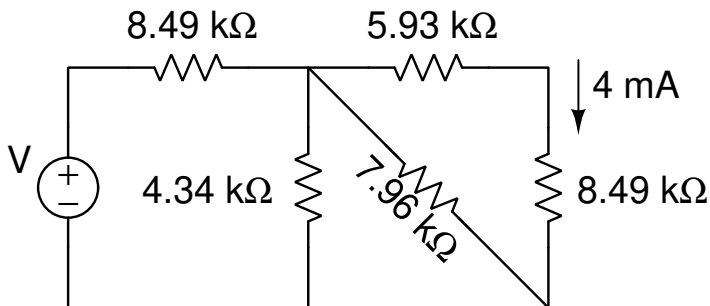
Άσκηση 4.7

Εάν $I = 8 \text{ mA}$ να βρεθεί η τάση V στο κύκλωμα.



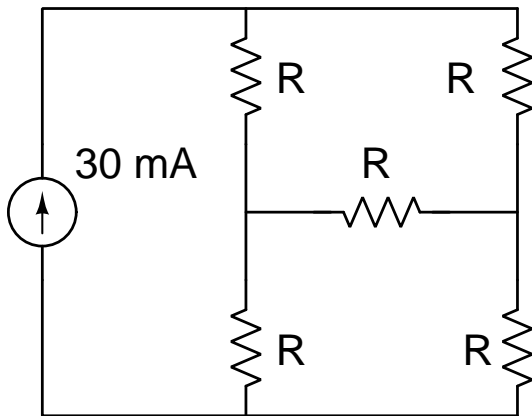
Άσκηση 4.8

Να υπολογιστεί η τάση V στο κύκλωμα.

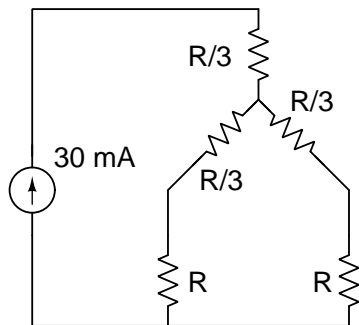


Άσκηση 2

Για ποια τιμή R θα δώσει η πηγή ρεύματος ισχύ 800 mW ;



Άσκηση 2b



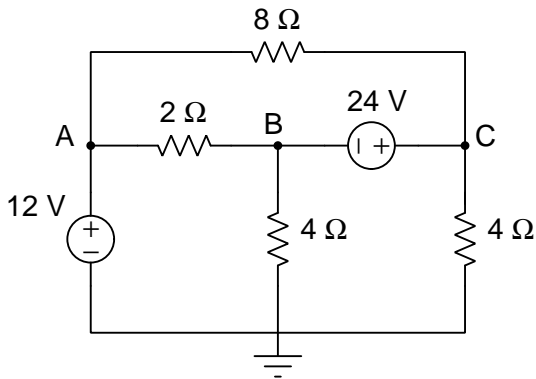
$$\frac{4}{3}R \parallel \frac{4}{3}R = \frac{2}{3}R \quad \text{και} \quad \frac{2}{3}R + \frac{1}{3}R = R$$

octave:7> P=800e-3; I=30e-3; R=P/I^2

R = 888.89

Άσκηση 3

Ποιες είναι οι τάσεις μεταξύ A, B, C και γής;



Άσκηση 3b

Με μέθοδο κόμβων (προσθέτουμε ρεύμα I_x μεταξύ Β και C)

$$\left. \begin{aligned} \frac{V_B - 12}{2} + \frac{V_B}{4} + I_x &= 0 \\ \frac{V_C - 12}{8} + \frac{V_C}{4} - I_x &= 0 \\ V_C - V_B &= 24 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} V_B \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} \right) + V_C \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{4} \right) &= \left(\frac{12}{2} + \frac{12}{8} \right) \\ -V_B + V_C &= 24 \end{aligned}$$

Άσκηση 3c

```
octave:8> A=[1/2+1/4 1/8+1/4;-1 1]
```

```
A =
```

```
    0.75000    0.37500  
   -1.00000    1.00000
```

```
octave:9> b=[12/2+12/8; 24]
```

```
b =
```

```
    7.5000  
   24.0000
```

```
octave:10> V=inv(A)*b
```

```
V =
```

```
   -1.3333  
   22.6667
```

Άρα, $V_A = 12 \text{ V}$, $V_B = -1.33 \text{ V}$, $V_C = 22.7 \text{ V}$.

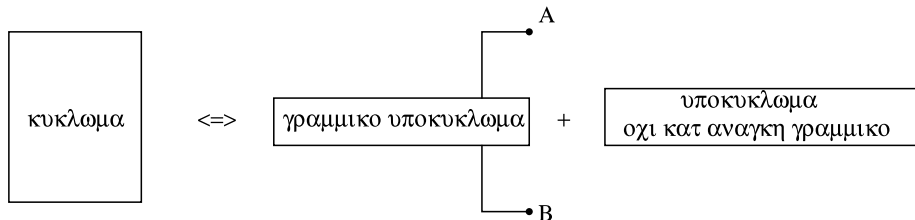
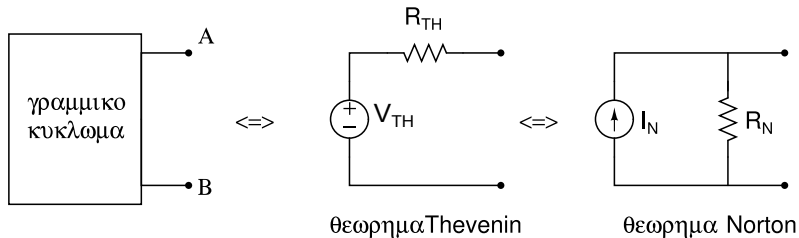
1 Ασκήσεις

2 Θεωρήματα Thevenin και Norton

Ένα γραμμικό κύκλωμα με δύο ακροδέκτες A, B μπορούμε να το αντικαταστήσουμε με ένα ισοδύναμο κύκλωμα που περιέχει μια πηγή τάσης σε σειρά με μια αντίσταση. Η αντίσταση, R_{TH} είναι η αντίσταση που φαίνεται από τους ανοικτούς ακροδέκτες A, B όταν αντικαταστήσουμε τις πηγές με τις εσωτερικές τους αντιστάσεις (πηγές πραγματικές) ή βραχυκυκλώσουμε τις πηγές τάσης και ανοίξουμε τις πηγές ρεύματος (πηγές ιδανικές) στο κύκλωμα. Η τάση V_{TH} είναι η τάση που φαίνεται με το κύκλωμα ενεργό, στους ανοικτούς ακροδέκτες A, B.

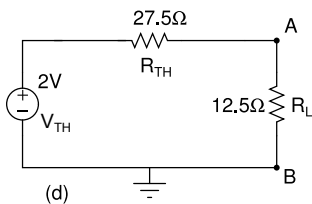
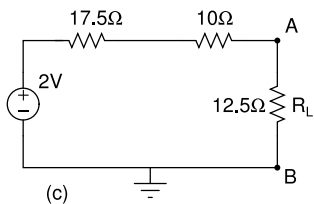
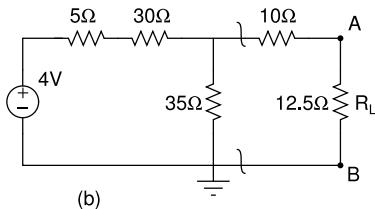
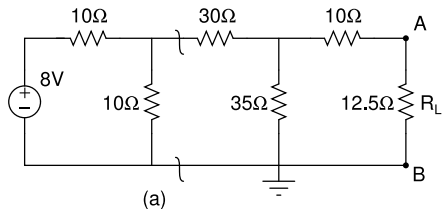
Ένα γραμμικό κύκλωμα με δύο ακροδέκτες A, B μπορούμε να το αντικαταστήσουμε με ένα ισοδύναμο κύκλωμα που περιέχει μια πηγή ρεύματος παράλληλα με μια αντίσταση. Η αντίσταση, R_N είναι η αντίσταση που φαίνεται από τους ανοικτούς ακροδέκτες A, B όταν αντικαταστήσουμε τις πηγές με τις εσωτερικές τους αντιστάσεις (πηγές πραγματικές) ή βραχυκυκλώσουμε τις πηγές τάσης και ανοίξουμε τις πηγές ρεύματος (πηγές ιδανικές) στο κύκλωμα. Το ρεύμα I_N είναι το ρεύμα που παίρνουμε με το κύκλωμα ενεργό, όταν βραχυκυκλώσουμε τούς ακροδέκτες A, B.

Θεωρήματα Thevenin και Norton



Παράδειγμα 1

Να υπολογιστεί η ισχύς στην αντίσταση $R_L = 12.5 \Omega$ στο παρακάτω κύκλωμα (a) με το θεώρημα Thevenin.



Παράδειγμα 1b

```
octave:11> V=12.5*2/(27.5+12.5)
```

```
V = 0.62500
```

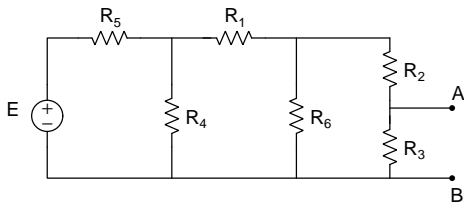
```
octave:12> P=V^2/12.5
```

```
P = 0.031250
```

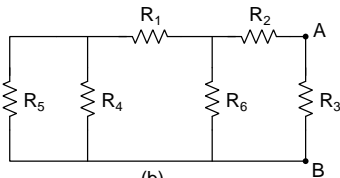
$$P = 31.25 \text{ mW}$$

Παράδειγμα 2

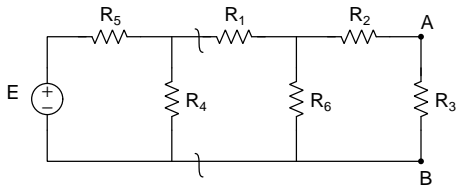
Να υπολογιστεί το ισοδύναμο κατά Thevenin στο παρακάτω κύκλωμα (a) στα σημεία A, B, όταν $E = 12\text{ V}$, $R_1 = 330\ \Omega$, $R_2 = 1\text{ k}\Omega$, $R_3 = 560\ \Omega$, $R_4 = 820\ \Omega$, $R_5 = 100\ \Omega$, και $R_6 = 2.2\text{ k}\Omega$.



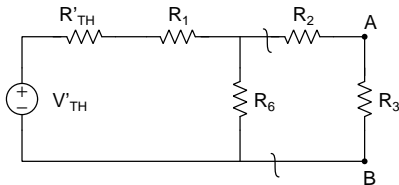
(a)



(b)



(c)

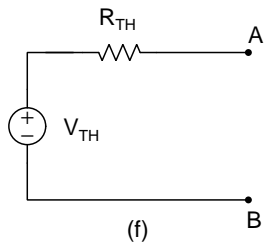
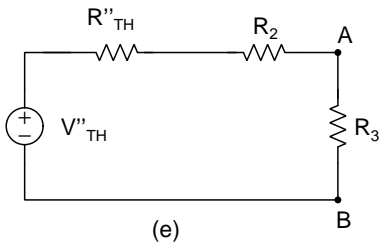


(d)

Παράδειγμα 2b

```
octave:13> E=12; R1=330; R2=1e3; R3=560; R4=820; R5=100; R6=2.2e3;
octave:14> r1=1/(1/R5+1/R4)
r1 = 89.130
octave:15> r2=r1+R1
r2 = 419.13
octave:16> r3=r2*R6/(r2+R6)
r3 = 352.06
octave:17> r4=r3+R2
r4 = 1352.1
octave:18> Rth=1/(1/r4+1/R3)
Rth = 395.99
```

Παράδειγμα 2c

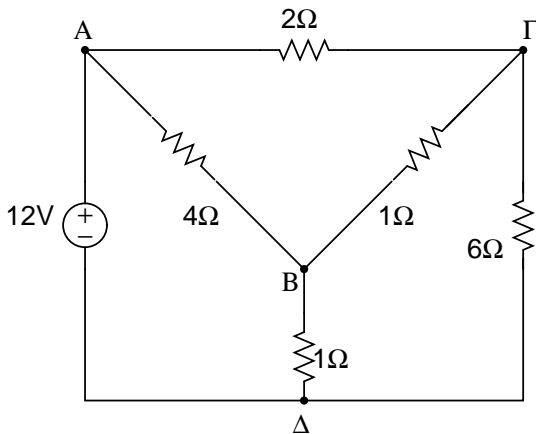


Παράδειγμα 2d

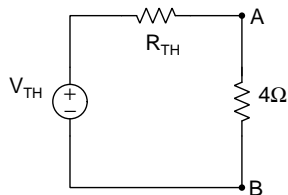
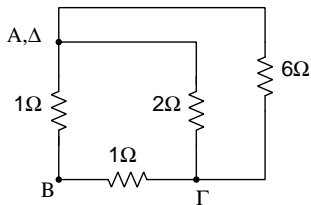
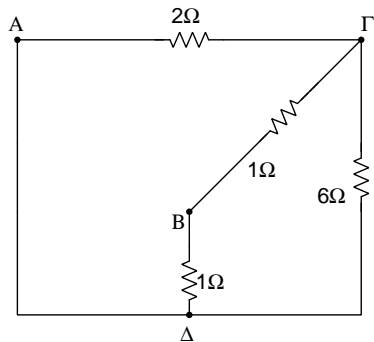
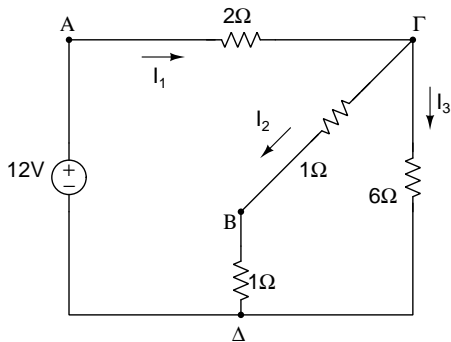
```
octave:19> Rthp = R5*R4/(R5+R4)
Rthp = 89.130
octave:20> Vthp = R4*E/(R4+R5)
Vthp = 10.696
octave:21> Rthpp = R6*(R1+Rthp)/(R6+R1+Rthp)
Rthpp = 352.06
octave:22> Vthpp = R6*Vthp/(R6+R1+Rthp)
Vthpp = 8.9841
octave:23> Rth=R3*(Rthpp+R2)/(R3+Rthpp+R2)
Rth = 395.99
octave:24> Vth=R3*Vthpp/(R3+Rthpp+R2)
Vth = 2.6312
```

Παράδειγμα 3

Να υπολογιστεί η ισχύς που καταναλώνεται στην αντίσταση των $4\ \Omega$ στο παρακάτω κύκλωμα χρησιμοποιώντας το θεώρημα Thevenin.



Παράδειγμα 3b



Παράδειγμα 3c

$$R_{TH} = [(6 \parallel 2) + 1] \parallel 1 = 0.714 \Omega$$

```
octave:25> r1=6*2/(6+2)
r1 = 1.5000
octave:26> r2=r1+1
r2 = 2.5000
octave:27> Rth=r2*1/(r2+1)
Rth = 0.71429

octave:28> r=2*6/(2+6)
r = 1.5000
octave:29> Vgd=r*12/(r+2)
Vgd = 5.1429
octave:30> I2=Vgd/2
I2 = 2.5714
octave:31> Vth=12-I2*1
Vth = 9.4286
```

Παράδειγμα 3d

$$V_{TH} = 9.43 \text{ V}$$

octave:32> $V_{ab} = 4 \cdot V_{th} / (4 + R_{th})$

$V_{ab} = 8$

octave:33> $P = V_{ab}^2 / 4$

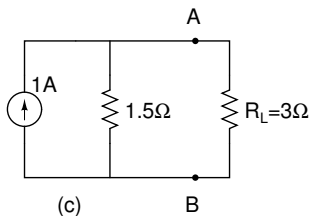
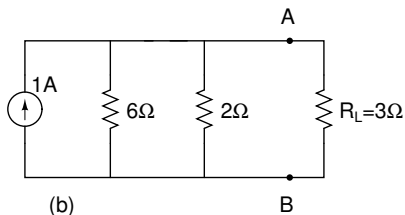
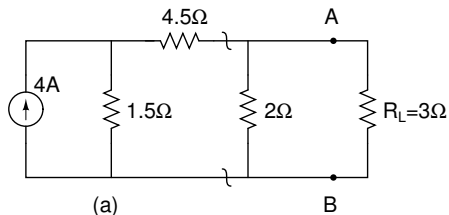
$P = 16$

$$P = 16 \text{ W}$$

spice

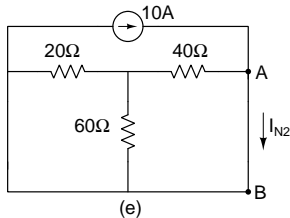
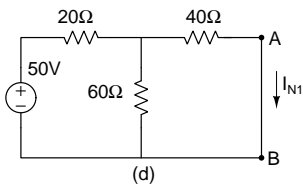
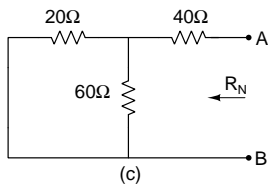
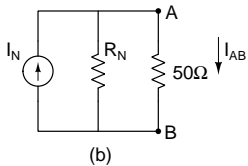
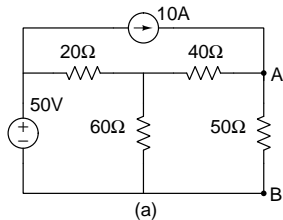
Παράδειγμα 4

Να υπολογιστεί η ισχύς στην αντίσταση $R_L = 3 \Omega$ στο παρακάτω κύκλωμα (a) με το θεώρημα Norton.



Παράδειγμα 5

Να υπολογιστεί η ισχύς στην αντίσταση $50\ \Omega$ στο παρακάτω κύκλωμα (a) με το θεώρημα Norton και υπέρθεση.



Παράδειγμα 5b

- Θέλουμε να μετατρέψουμε το (a) στο (b)
- Η αντίσταση Norton είναι αυτή που φαίνεται με ανοικτούς ακροδέκτες A,B και σβηστές ανεξάρτητες πηγές (c) $R_N = (20 \parallel 60) + 40 = 55 \Omega$.
- Με υπέρθεση και ενεργή την πηγή τάσης έχουμε το (d). Με μετασχηματισμό σε πηγή ρεύματος και διαιρέτη ρεύματος $I_{N1} = 0.68 \text{ A}$.
- Με υπέρθεση και ενεργή την πηγή ρεύματος έχουμε το (e). Στη διακλάδωση στο A έχουμε έναν κλάδο με αντίσταση και άλλο κλάδο βραχυκύκλωμα. Προφανώς $I_{N2} = 10 \text{ A}$.
- Άρα $I_N = I_{N1} + I_{N2} = 10.68 \text{ A}$.
- Άρα $I_{AB} = R_N I_N / (R_N + 50) = 5.59 \text{ A}$ και $P_{50} = I_{AB}^2 50 = 1564.8 \text{ W}$