Ηλεκτρικά Κυκλώματα Ι

Διάλεξη 09

Α. Δροσόπουλος

13-12-2021

Outline

1. Συντονισμός

2. Θεωρήματα Thevenin, Norton και μέγιστη μεταφορά ισχύος

Topic

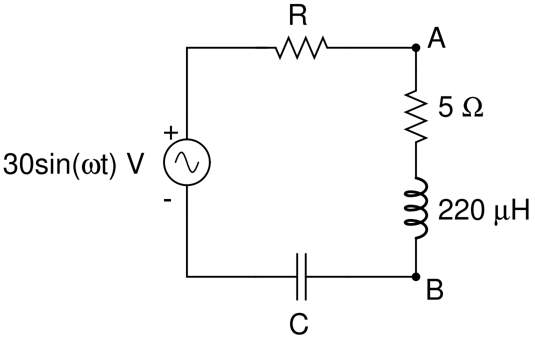
1. Συντονισμός

2. Θεωρήματα Thevenin, Norton και μέγιστη μεταφορά ισχύος

Άσκηση 1

Να βρεθούν:

1. Οι τιμές R και C έτσι ώστε η συχνότητα συντονισμού να είναι $200\ \mathrm{kHz}$ και το εύρος ζώνης $16\ \mathrm{kHz}$.
2. Η μέγιστη ισχύς που καταναλώνεται στο κύκλωμα.
3. Η τάση $v_{AB}(t)$ στο συντονισμό.



Άσκηση 1 (2)

$$Q_s = \frac{f_0}{\Delta f} = \frac{200}{16} = 12.5$$

$$X_L = 2\pi f_0 L = 276.46\ \Omega \Rightarrow R + 5 = \frac{X_L}{Q_s} = 22.117 \Rightarrow R = 17.117\ \Omega$$

$$X_C = X_L \Rightarrow C = \frac{1}{2\pi f_0 X_C} = 2.88\ \text{nF}$$

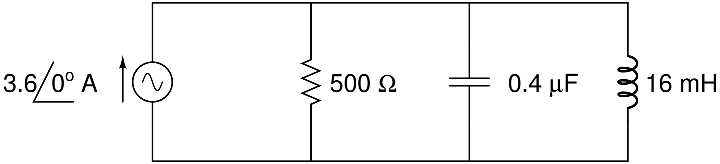
$$P = \frac{(30/\sqrt{2})^2}{22.117} = 20.347\ \text{W}$$

$$\dot{V}_i = \frac{30}{\sqrt{2}} \underline{/0^\circ} \qquad \dot{V}_{AB} = \frac{5 + jX_L}{R + 5 + jX_L - jX_C}\,\dot{V}_i = 265.21\ \underline{/88.96^\circ}\ \text{V}$$

$$v_{AB}(t) = 375.06 \sin(\omega t + 88.96^\circ)\ \text{V}$$

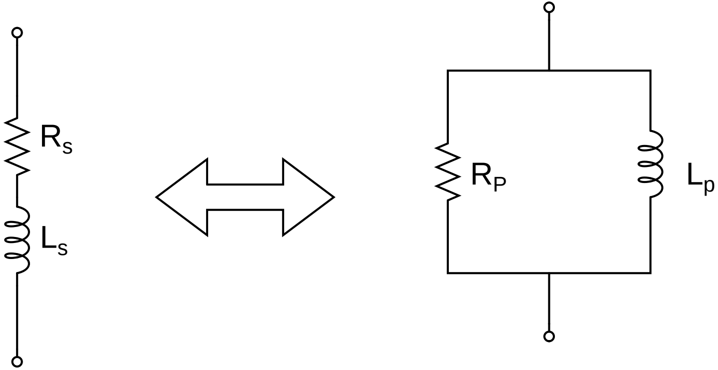
Άσκηση 2 (για σας)

1. Προσδιορίστε τη συχνότητα συντονισμού σε $\mathrm{rad/s}$ και Hz.
2. Υπολογίστε το Q του κυκλώματος στο συντονισμό.
3. Την τάση $\dot{V}$ παράλληλα στους κόμβους στο συντονισμό.
4. Το ρεύμα και την ισχύ σε όλα τα στοιχεία στο συντονισμό.
5. Το εύρος ζώνης και τις συχνότητες ω_1, ω_2.
6. Σκιτσάρετε την απόκριση τάσης στο κύκλωμα.



Μετασχηματισμοί RL

Τα παρακάτω δίπολα είναι ισοδύναμα *για μια συγκεκριμένη συχνότητα* αν έχουν ίδια σύνθετη αντίσταση (ή αγωγιμότητα).



Μετασχηματισμοί $R_sL_s \to R_pL_p$

$$Y_s = \frac{1}{R_s + j\omega L_s} \qquad \text{και} \qquad Y_p = \frac{1}{R_p} + \frac{1}{j\omega L_p}$$

$$Y_s = Y_p \;\Rightarrow\; \frac{R_s - j\omega L_s}{R_s^2 + (\omega L_s)^2} = \frac{1}{R_p} - \frac{j}{\omega L_p} \;\Rightarrow$$

$$\frac{R_s}{R_s^2 + (\omega L_s)^2} = \frac{1}{R_p} \;\Rightarrow\; R_p = \frac{R_s^2 + (\omega L_s)^2}{R_s} = R_s\left[1 + \left(\frac{\omega L_s}{R_s}\right)^2\right]$$

$$\frac{\omega L_s}{R_s^2 + (\omega L_s)^2} = \frac{1}{\omega L_p} \;\Rightarrow\; L_p = \frac{R_s^2 + (\omega L_s)^2}{\omega^2 L_s} = L_s\left[1 + \left(\frac{R_s}{\omega L_s}\right)^2\right]$$

$$R_p = R_s(1 + Q_s^2) \qquad \text{και} \qquad L_p = L_s\left(1 + \frac{1}{Q_s^2}\right)$$

Μετασχηματισμοί $R_p L_p \to R_s L_s$

$$R_s + j\omega L_s = \frac{R_p j\omega L_p}{R_p + j\omega L_p} = \frac{(R_p j\omega L_p)(R_p - j\omega L_p)}{R_p^2 + \omega^2 L_p^2} =$$

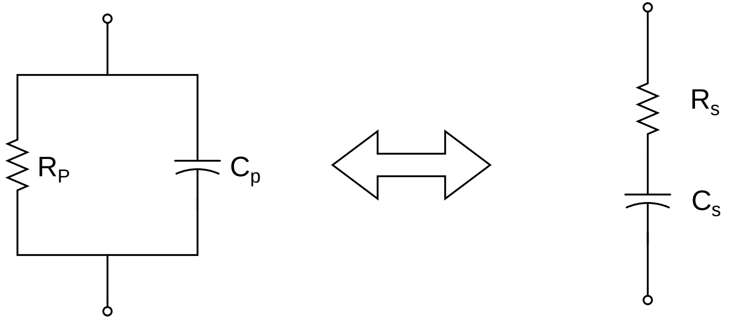
$$= \frac{R_p \omega^2 L_p^2}{R_p^2 + \omega^2 L_p^2} + j\frac{\omega R_p^2 L_p}{R_p^2 + \omega^2 L_p^2} \Rightarrow$$

$$R_s = R_p \left(\frac{1}{1 + R_p^2/(\omega^2 L_p^2)} \right) = \frac{R_p}{1 + Q_p^2}$$

$$L_s = L_p \frac{R_p^2}{R_p^2 + \omega^2 L_p^2} = \frac{L_p}{1 + 1/Q_p^2}$$

Μετασχηματισμοί RC

Τα παρακάτω δίπολα είναι ισοδύναμα *για μια συγκεκριμένη συχνότητα* αν έχουν ίδια σύνθετη αντίσταση (ή αγωγιμότητα).



Μετασχηματισμοί $R_p C_p \to R_s C_s$

$$R_s - \frac{j}{\omega C_s} = \frac{R_p \, \dfrac{1}{j\omega C_p}}{R_p + \dfrac{1}{j\omega C_p}} = \frac{R_p}{1 + j\omega R_p C_p} = \frac{R_p(1 - j\omega R_p C_p)}{1 + (\omega R_p C_p)^2} \Rightarrow$$

$$R_s = \frac{R_p}{1 + (\omega R_p C_p)^2} = \frac{R_p}{1 + Q_p^2}$$

και

$$C_s = C_p \left[1 + \frac{1}{(\omega R_p C_p)^2} \right] = C_p \left(1 + \frac{1}{Q_p^2} \right)$$

Μετασχηματισμοί $R_s C_s \to R_p C_p$

$$\frac{1}{R_p} + j\omega C_p = \frac{\dfrac{1}{R_s}\, j\omega C_s}{\dfrac{1}{R_s} + j\omega C_s} = \frac{j\omega C_s}{1 + j\omega R_s C_s} = \frac{j\omega C_s + \omega^2 R_s C_s^2}{1 + (\omega R_s C_s)^2} =$$

$$= \frac{1}{R_s} \frac{j\omega R_s C_s + (\omega R_s C_s)^2}{1 + (\omega R_s C_s)^2} \Rightarrow$$

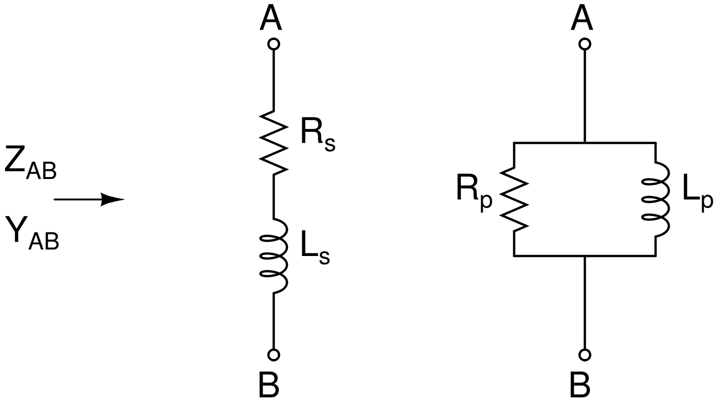
$$R_p = R_s \left[1 + \frac{1}{(\omega R_s C_s)^2}\right] = R_s(1 + Q_s^2)$$

και

$$C_p = \frac{C_s}{1 + (\omega R_s C_s)^2} = \frac{C_s}{1 + (1/Q_s)^2}$$

Άσκηση 3

Για τον εν σειρά συνδυασμό $R_s = 10\ \Omega$, $L_s = 20$ mH βρείτε το Q για $\omega = 1000$ rad/s και μετασχηματείστε το δικτύωμα στο ισοδύναμο παράλληλο. Επαναλάβετε για $\omega = 10$ krad/s.



Άσκηση 3 (2)

για $\omega = 1000$ rad/s

$$Q_s = \frac{\omega L_s}{R_s} = 2$$

$$R_p = R_s(1 + Q_s^2) = 50\ \Omega$$

$$L_p = L_s \left(1 + \frac{1}{Q_s^2}\right) = 25\ \text{mH}$$

για $\omega = 10$ krad/s

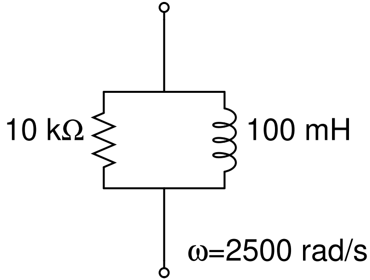
$$Q_s = \frac{\omega L_s}{R_s} = 20$$

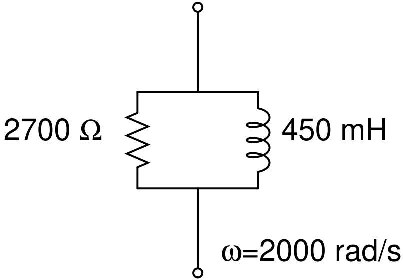
$$R_p = R_s(1 + Q_s^2) = 4010\ \Omega$$

$$L_p = L_s \left(1 + \frac{1}{Q_s^2}\right) = 20.05\ \text{mH}$$

Άσκηση 4 (για σας)

Υπολογείστε το Q κάθε δικτυώματος και προσδιορείστε το αντίστοιχο ισοδύναμο εν σειρά.

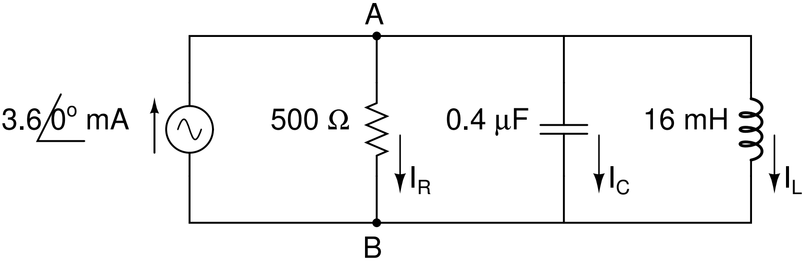




Άσκηση 5

Στο παραπάνω κύκλωμα να βρεθούν:

1. Η συχνότητα συντονισμού ω_0 και f_0.
2. Ο συντελεστής ποιότητας Q στο συντονισμό.
3. Η τάση $\dot{V}_{AB}$ στο συντονισμό.
4. Τα ρεύματα $\dot{I}_R$, $\dot{I}_C$, $\dot{I}_L$ στο συντονισμό.
5. Το εύρος ζώνης $\Delta\omega$ και Δf καθώς και τα άκρα της ω_1, ω_2.
6. Σκίτσο της απόκρισης τάσης.



Άσκηση 5 (2)

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 12.5 \text{ krad/s} \qquad f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = 1989.4 \text{ Hz}$$

$$Q = Q_p = \frac{R}{\omega_0 L} = 2.5$$

$$\dot{V}_{AB} = \dot{I} \cdot R = (3.6 \,\underline{/0^\circ}) \cdot 500 = 1.8 \,\underline{/0^\circ} \text{ V}$$

$$\dot{I}_R = \frac{\dot{V}}{R} = 3.6 \,\underline{/0^\circ} \text{ mA}$$

$$\dot{I}_L = \frac{\dot{V}}{j\omega_0 L} = 9 \,\underline{/-90^\circ} \text{ mA}$$

$$\dot{I}_C = \dot{V} \cdot (j\omega_0 C) = 9 \,\underline{/90^\circ} \text{ mA}$$

Άσκηση 5 (3)

$$\Delta\omega = \frac{G}{C} = 5 \text{ krad/s} \qquad \Delta f = \Delta\omega/(2\pi) = 795.8 \text{ Hz}$$

Προσεγγιστικά

$$\omega_2 = \omega_0 + \frac{\Delta\omega}{2} = 15 \text{ krad/s} \qquad \omega_1 = \omega_0 - \frac{\Delta\omega}{2} = 10 \text{ krad/s}$$

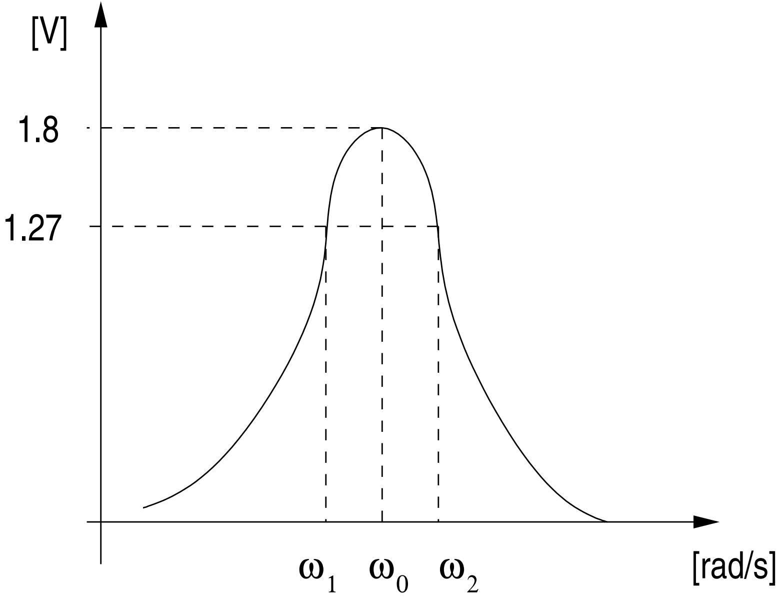
Με ακρίβεια

$$\omega_1\omega_2 = \omega_0^2 \qquad \Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$$

$$\omega_1 = \frac{\omega_0^2}{\omega_2} \Rightarrow \omega_2^2 - \Delta\omega \cdot \omega_2 - \omega_0^2 = 0 \Rightarrow$$

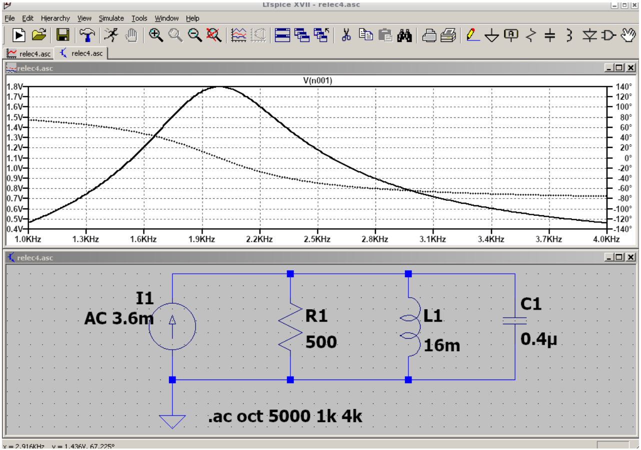
$$\omega_2 = 15247.5 \text{ rad/s} \qquad \omega_1 = 10247.5 \text{ rad/s}$$

Άσκηση 5 (4)



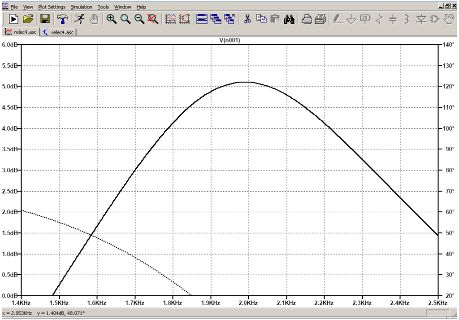
Άσκηση 5 (5)

Και με spice



Άσκηση 6

Δοθείσας της καμπύλης τάσης για παράλληλο συντονισμό και της τιμής $R = 500\ \Omega$ εκτιμήστε συχνότητα συντονισμού, Q και L, C.



$$f_0 = 1.99 \text{ kHz} \quad f_1 = 1.63 \text{ kHz} \quad f_2 = 2.43 \text{ kHz} \quad \Delta f = 800 \text{ Hz}$$

$$Q = \frac{f_0}{\Delta f} = 2.4875 \quad L = \frac{R}{2\pi f_0 Q} = 16.1 \text{ mH} \quad C = \frac{1}{(2\pi f_0)^2 L} = 0.398\ \mu\text{F}$$

Αλλαγή κλίμακας μέτρου

$$R' \leftarrow K_M R \qquad L' \leftarrow K_M L \qquad C' \leftarrow \frac{C}{K_M}$$

οπότε η συχνότητα συντονισμού και οι συντελεστές ποιότητας παραμένουν ίδιοι

$$\omega_0' = \frac{1}{\sqrt{L'C'}} = \frac{1}{\sqrt{K_M LC/K_M}} = \omega_0$$

$$Q_s' = \frac{\omega_0' L'}{R'} = \frac{\omega_0 K_M L}{K_M R} = Q_s \qquad \text{και} \qquad Q_p' = \frac{R'}{\omega_0' L'} = \frac{K_M R}{\omega_0 K_M L} = Q_p$$

Αλλαγή κλίμακας συχνότητας

Όπου $\omega' = K_F\,\omega$. Οι ωμικές αντιστάσεις είναι ανεξάρτητες της συχνότητας επομένως δεν αλλάζουν. Για τις επαγωγές έχουμε:

$$\omega' L' = \omega L \;\Rightarrow\; K_F\,\omega L' = \omega L \;\Rightarrow\; L' = \frac{L}{K_F}$$

Τα ίδια ισχύουν και για τις χωρητικότητες, οπότε

$$R' \leftarrow R \qquad L' \leftarrow \frac{L}{K_F} \qquad C' \leftarrow \frac{C}{K_F}$$

Η συχνότητα συντονισμού γίνεται τώρα:

$$\omega_0' = \frac{1}{\sqrt{L'C'}} = \frac{1}{\sqrt{(L/K_F)(C/K_F)}} = K_F\,\omega_0$$

ενώ οι συντελεστές ποιότητας δεν αλλάζουν

$$Q_s' = \frac{\omega_0' L'}{R'} = \frac{K_F\,\omega_0 L}{K_F R} = Q_s \qquad \text{και} \qquad Q_p' = \frac{R'}{\omega_0' L'} = \frac{K_F R}{\omega_0 L} = Q_p$$

Topic

1. Συντονισμός
2. Θεωρήματα Thevenin, Norton και μέγιστη μεταφορά ισχύος

Θεώρημα Thevenin

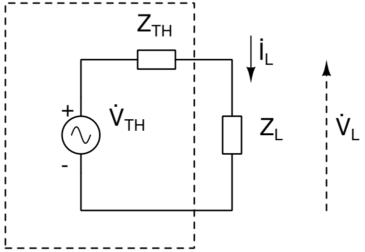
Ένα γραμμικό κύκλωμα με δύο ακροδέκτες Α, Β μπορούμε να το αντικαταστήσουμε με ένα ισοδύναμο κύκλωμα που περιέχει μία πηγή τάσης σε σειρά με μία εμπέδηση. Η εμπέδηση, Z_{TH} είναι η εμπέδηση που φαίνεται από τους ακροδέκτες Α, Β όταν αντικαταστήσουμε τις πηγές με τις εσωτερικές τους αντιστάσεις (για πηγές πραγματικές) ή βραχυκυκλώσουμε τις πηγές τάσης και ανοίξουμε τις πηγές ρεύματος (για πηγές ιδανικές) στο κύκλωμα. Η τάση $\dot{V}_{TH}$ είναι η τάση που φαίνεται με το κύκλωμα ενεργό, στους ανοικτούς ακροδέκτες Α, Β.

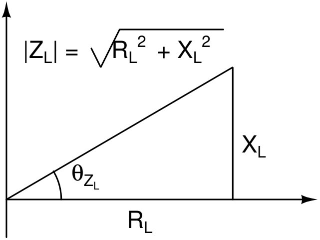
Θεώρημα Norton

Ένα γραμμικό κύκλωμα με δύο ακροδέκτες A, B μπορούμε να το αντικαταστήσουμε με ένα ισοδύναμο κύκλωμα που περιέχει μία πηγή ρεύματος παράλληλα με μία εμπέδηση. Η εμπέδηση, Z_N είναι η εμπέδηση που φαίνεται από τους ακροδέκτες A, B όταν αντικαταστήσουμε τις πηγές με τις εσωτερικές τους αντιστάσεις (για πηγές πραγματικές) ή βραχυκυκλώσουμε τις πηγές τάσης και ανοίξουμε τις πηγές ρεύματος (για πηγές ιδανικές) στο κύκλωμα. Το ρεύμα I_N είναι το ρεύμα που παίρνουμε με το κύκλωμα ενεργό, όταν βραχυκυκλώσουμε τούς ακροδέκτες A, B.

Μέγιστη μεταφορά μέσης ή πραγματικής ισχύος

Μέγιστη μεταφορά πραγματικής ισχύος P σε κάποιο φορτίο Z_L από κάποιο κύκλωμα.





Στο αριστερό τμήμα του σχήματος βλέπουμε το ισοδύναμο κατά Thevenin ενός οποιουδήποτε γραμμικού κυκλώματος ενώ στο δεξιό τμήμα του σχήματος, έχουμε την απεικόνιση στο μιγαδικό επίπεδο του φορτίου Z_L.

Μέγιστη μεταφορά ισχύος (συνέχεια 1)

Οι εμπεδήσεις είναι $Z_{TH} = R_{TH} + jX_{TH}$ και $Z_L = R_L + jX_L$ ενώ το ρεύμα που διέρχεται από το φορτίο Z_L είναι

$$\dot{I}_L = \frac{\dot{V}_{TH}}{Z_{TH} + Z_L}$$

Από διαιρέτη τάσης στο φορτίο έχουμε

$$\dot{V}_L = \frac{Z_L}{Z_{TH} + Z_L}\,\dot{V}_{TH}$$

Η μιγαδική ισχύς στο φορτίο είναι

$$\dot{S} = \dot{V}_L \dot{I}_L^* = \frac{|\dot{V}_{TH}|^2\ Z_L}{|Z_{TH} + Z_L|^2}$$

και η πραγματική ισχύς στο φορτίο είναι

$$P = \Re e\{\dot{S}\} = \frac{|\dot{V}_{TH}|^2\ R_L}{|Z_{TH} + Z_L|^2} = \frac{|\dot{V}_{TH}|^2\ R_L}{(R_{TH} + R_L)^2 + (X_{TH} + X_L)^2}$$

Μέγιστη μεταφορά ισχύος (συνέχεια 2)

Η παραπάνω ισχύς P είναι πραγματική συνάρτηση δυο μεταβλητών, $P(R_L, X_L)$. Για την εύρεση των τιμών των R_L, X_L για τις οποίες έχουμε μέγιστη P, χρησιμοποιούμε γνωστό θεώρημα από τη μαθηματική ανάλυση όπου

$$\frac{\partial P}{\partial X_L} = -\frac{|\dot{V}_{TH}|^2 \; R_L \; 2\,(X_{TH} + X_L)}{\left[(R_{TH} + R_L)^2 + (X_{TH} + X_L)^2\right]^2} = 0 \;\Rightarrow\; X_L = -X_{TH}$$

και

$$\frac{\partial P}{\partial R_L} = \frac{|\dot{V}_{TH}|^2 \left[\left[(R_{TH} + R_L)^2 + (X_{TH} + X_L)^2\right] - 2R_L(R_{TH} + R_L)\right]}{\left[(R_{TH} + R_L)^2 + (X_{TH} + X_L)^2\right]^2} = 0 \;\Rightarrow$$

$$(R_{TH} - R_L)^2 + (X_{TH} + X_L)^2 = 0 \;\Rightarrow\; R_L = R_{TH}$$

Τελικά, για σύνθετο φορτίο (μιγαδικό φορτίο) Z_L έχουμε ακρότατο για

$$Z_L = Z_{TH}^*$$

Μέγιστη μεταφορά ισχύος (συνέχεια 3)

Εξετάζουμε την ορίζουσα

$$D = \begin{vmatrix} \dfrac{\partial^2 P}{\partial R_L^2} & \dfrac{\partial^2 P}{\partial R_L \partial X_L} \\ \dfrac{\partial^2 P}{\partial X_L \partial R_L} & \dfrac{\partial^2 P}{\partial X_L^2} \end{vmatrix}$$

στο ακρότατο. Εφόσον $D > 0$ και $\partial^2 P/\partial R_L^2 < 0$ για $Z_L = Z_{TH}^*$, τότε το ακρότατο είναι μέγιστο. Το μέγιστο αυτό είναι

$$P_{\max} = \frac{|\dot{V}_{TH}|^2}{4R_{TH}} = \frac{|\dot{V}_{TH}|^2}{4\Re e\{Z_{TH}\}}$$

Μέγιστη μεταφορά ισχύος (συνέχεια 4)

Για την περίπτωση όπου το φορτίο είναι καθαρά ωμικό, δηλ. $X_L = 0$ ενώ $X_{TH} \neq 0$, έχουμε συνάρτηση μιας μεταβλητής. Οπότε

$$\frac{dP_L}{dR_L} = 0 \;\Rightarrow\; \frac{|\dot{V}_{TH}|^2 \Big[[(R_{TH} + R_L)^2 + X_{TH}^2] - 2R_L(R_{TH} + R_L) \Big]}{\left[(R_{TH} + R_L)^2 + X_{TH}^2 \right]^2} = 0 \;\Rightarrow$$

$$R_{TH}^2 + 2R_{TH}R_L + R_L^2 + X_{TH}^2 - 2R_{TH}R_L - 2R_L^2 = 0 \;\Rightarrow$$

$$R_L = \sqrt{R_{TH}^2 + X_{TH}^2} = |Z_{TH}|$$

και η μέγιστη πραγματική ισχύς (πρόσημο δευτέρας παραγώγου αρνητικό στο ακρότατο) είναι τότε

$$P_{\max} = \frac{|\dot{V}_{TH}|^2}{2|Z_{TH}| + 2R_{TH}} = \frac{|\dot{V}_{TH}|^2}{2|Z_{TH}| + 2\Re e\{Z_{TH}\}}$$

Μέγιστη μεταφορά ισχύος (συνέχεια 5)

Συνοψίζοντας.

Για Z_L μιγαδικό:

$$Z_L = Z^*_{TH}$$

$$P_{\max} = \frac{|\dot{V}_{TH}|^2}{4\Re e\{Z_{TH}\}}$$

Για $Z_L = R_L$ πραγματικό:

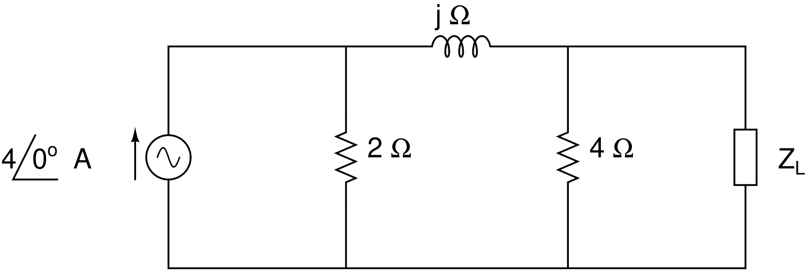
$$R_L = |Z_{TH}|$$

$$P_{\max} = \frac{|\dot{V}_{TH}|^2}{2|Z_{TH}| + 2\Re e\{Z_{TH}\}}$$

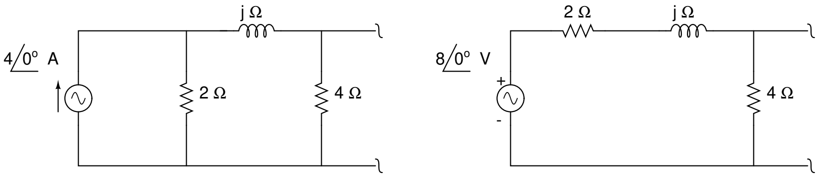
Τι γίνεται όταν Z_L είναι καθαρά φανταστικό και το φορτίο είναι πηνίο ή πυκνωτής;

Παράδειγμα 1

Στο παρακάτω κύκλωμα να βρεθεί το φορτίο Z_L που καταναλώνει μέγιστη πραγματική ισχύ από το κύκλωμα καθώς επίσης και η τιμή της μέγιστης αυτής ισχύος.



Παράδειγμα 1 (συνέχεια 1)



Αφαιρούμε πρώτα το φορτίο Z_L και απλοποιούμε το κύκλωμα, βρίσκοντας το ισοδύναμο κατά Thevenin.

$$Z_{TH} = \frac{4(2+j)}{4+2+j} = \frac{8+4j}{6+j}\,\frac{6-j}{6-j} = \frac{48-j^2 4+j24-j8}{36+1} = \frac{52+16j}{37} =$$
$$= 1.405 + j0.432 = 1.47\underline{/17.1^\circ}\ \Omega$$

άρα $Z_L = Z_{TH}^* = 1.47\underline{/-17.1^\circ}\ \Omega$. Η $\dot{V}_{TH}$ είναι η τάση στα άκρα της $4\ \Omega$ και με έναν διαιρέτη τάσης έχουμε

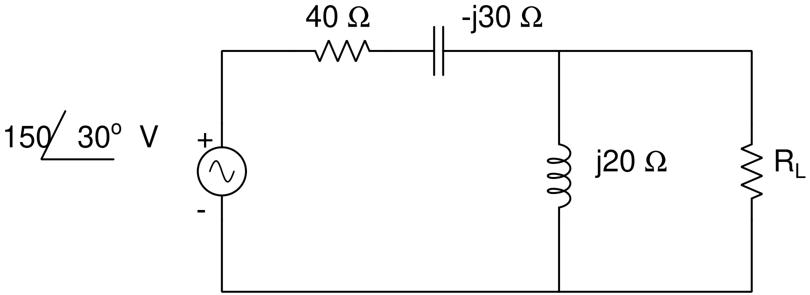
$$\dot{V}_{TH} = \frac{4}{4+2+j}\ 8\ \underline{/0^\circ} = \frac{32\ \underline{/0^\circ}}{6.083\ \underline{/9.46^\circ}} = 5.261\ \underline{/-9.46^\circ}\ \text{V}$$

οπότε

$$P_{\max} = \frac{|\dot{V}_{TH}|^2}{4\Re e\{Z_{TH}\}} = \frac{5.261^2}{4\cdot 1.405} = 4.92\ \text{W}$$

Παράδειγμα 2

Να βρεθεί το ωμικό φορτίο R_L για το οποίο έχουμε μέγιστη κατανάλωση μέσης ισχύος από το κύκλωμα του σχήματος καθώς επίσης και η τιμή της μέγιστης αυτής ισχύος.



Παράδειγμα 2 (συνέχεια 1)

Αφαιρούμε το φορτίο R_L.

Με ανοικτούς ακροδέκτες και βραχυκυκλωμένη την πηγή τάσης

$$Z_{TH} = (40 - j30) \parallel j20 = \frac{j20(40 - j30)}{j20 + 40 - j30} = 9.412 + j22.353\ \Omega$$

Με ανοικτούς ακροδέκτες και ενεργή την πηγή τάσης, η $\dot{V}_{TH}$ βρίσκεται από τον διαιρέτη τάσης

$$\dot{V}_{TH} = \frac{j20}{j20 + 40 - j30}\ 150\ \underline{/30^\circ} = 0.485\ \underline{/104.036^\circ}\ 150\ \underline{/30^\circ} = 72.761\ \underline{/134.036^\circ}\ \mathrm{V}$$

Οπότε

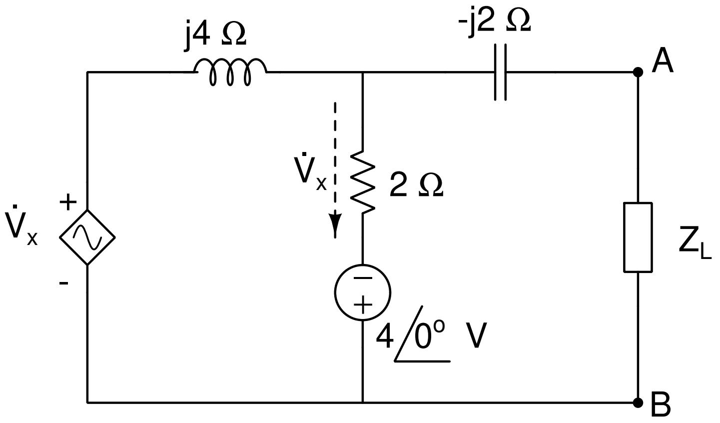
$$R_L = |Z_{TH}| = \sqrt{9.412^2 + 22.353^2} = 24.254\ \Omega$$

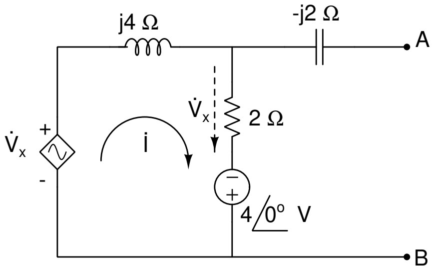
και

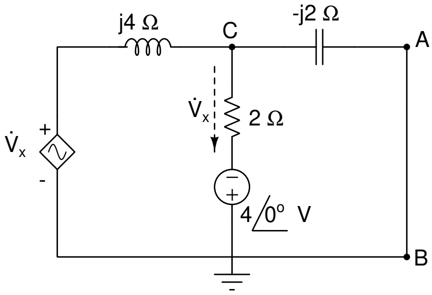
$$P_{\max} = \frac{|\dot{V}_{TH}|^2}{2|Z_{TH}| + 2\Re e\{Z_{TH}\}} = \frac{72.761^2}{2 \cdot 24.254 + 2 \cdot 9.412} = 78.63\ \mathrm{W}$$

Παράδειγμα 3

Στο παρακάτω κύκλωμα να βρεθεί το φορτίο Z_L που καταναλώνει μέγιστη πραγματική ισχύ από το κύκλωμα καθώς επίσης και η τιμή της μέγιστης αυτής ισχύος.







$$\left.\begin{array}{rcl} \dot{I}(2+j4) - 4\,\underline{/0^\circ} - \dot{V}_x & = & 0 \\ \dot{V}_x & = & -2\dot{I} \end{array}\right\} \Rightarrow 4(1+j)\dot{I} = 4 \Rightarrow \dot{I} = \frac{1}{1+j} = \frac{1-j}{2}\ \mathrm{A}$$

επομένως

$$\dot{V}_{TH} = 2\dot{I} - 4 = 1 - j - 4 = -3 - j = 3.16\underline{/-161.6^\circ}\ \mathrm{V}$$

Παράδειγμα 3 (συνέχεια 2)

$$\left.\begin{array}{rcl} \dfrac{\dot{V}_C - \dot{V}_x}{j4} + \dfrac{\dot{V}_C + 4}{2} + \dfrac{\dot{V}_C}{(-j2)} & = & 0 \\ -4 - \dot{V}_C & = & \dot{V}_x \end{array}\right\} \Rightarrow \dot{V}_C = 2(j-2) \text{ V}$$

$$\dot{I}_N = \frac{\dot{V}_C}{(-j2)} = -1 - j2 \text{ A}$$

$$Z_{TH} = \frac{\dot{V}_{TH}}{\dot{I}_N} = 1 - j\ \Omega$$

$$Z_L = 1 + j = 1.41\underline{/45^\circ}\ \Omega \qquad P_{\text{max}} = \frac{|\dot{V}_{TH}|^2}{4\Re e\{Z_{TH}\}} = 2.5 \text{ W}$$