

Ηλεκτρομαγνητισμός

Διάλεξη 09

A. Δροσόπουλος

08-11-2023

- 1 Μαθηματικά - Επανάληψη
- 2 Ηλεκτρικό πεδίο σε υλικά

1 Μαθηματικά - Επανάληψη

2 Ηλεκτρικό πεδίο σε υλικά

- Διάλεξη 01, σελ 35-52
- Ellington, chapter 4 pg 70/85

- Τυπολόγιο
- Επικαμπύλια και πολλαπλά ολοκληρώματα, [Colley](#) chapters 5-7

1 Μαθηματικά - Επανάληψη

2 Ηλεκτρικό πεδίο σε υλικά

- Ηλεκτρικό πεδίο σε κενό ή αέρα και ηλεκτρικό πεδίο στην ύλη.
- Αγωγοί και μονωτές.
- Αγωγιμότητα, ηλεκτρικό ρεύμα και πόλωση.
- Ηλεκτρική επιδεκτικότητα (electric susceptibility), διαπερατότητα (permittivity), γραμμικότητα (linearity), ισοτροπικότητα (isotropy), ομογένεια (homogeneity), διηλεκτρική αντοχή (dielectric strength) και χρόνος χαλάρωσης (relaxation time).
- Οριακές συνθήκες (boundary conditions)

Ηλεκτρικές ιδιότητες υλικών

- Επισκόπηση. Όχι σε βάθος μελέτη.
- Αγωγιμότητα σ σε S/m. Ανάλογα με την τιμή της διακρίνουμε τα υλικά σε αγωγούς, μονωτές και ημιαγωγούς.
- Οι μεταλλικοί αγωγοί έχουν $\sigma \gg 1$. Π.χ. χαλκός, αλουμίνιο.
- Οι μονωτές έχουν $\sigma \ll 1$. Π.χ. γυαλί, πλαστικό.
- Οι ημιαγωγοί έχουν ενδιάμεση τιμή. Π.χ. Πυρίτιο, γερμάνιο.
- Η αγωγιμότητα υλικών εξαρτάται από τη θερμοκρασία και τη συχνότητα.
- Η αγωγιμότητα μετάλλων αυξάνεται όσο ελαττώνεται η θερμοκρασία. Για θερμοκρασίες κοντά στο απόλυτο μηδέν μπορεί να γίνει πολύ μεγάλη - υπεραγώγιμη κατάσταση (μόλυβδος σε 4 K, $\sigma \sim 10^{20}$ S/m).

Η αγωγιμότητα εξαρτάται από τον αριθμό των διαθέσιμων ηλεκτρονίων (φορτίων) που άγουν ηλεκτρικό ρεύμα στα υλικά. Οι αγωγοί έχουν πληθώρα ελευθέρων ηλεκτρονίων ενώ στα διηλεκτρικά ο αριθμός είναι σχετικά μικρός.

Ηλεκτρικές ιδιότητες υλικών (συνέχεια 1)

TABLE B.1 Approximate Conductivity* of Some Common Materials at 20°C

Material	Conductivity (siemens/meter)
<i>Conductors</i>	
Silver	6.1×10^7
Copper (standard annealed)	5.8×10^7
Gold	4.1×10^7
Aluminum	3.5×10^7
Tungsten	1.8×10^7
Zinc	1.7×10^7
Brass	1.1×10^7
Iron (pure)	10^7
Lead	5×10^6
Mercury	10^6
Carbon	3×10^4
Water (sea)	4
<i>Semiconductors</i>	
Germanium (pure)	2.2
Silicon (pure)	4.4×10^{-4}
<i>Insulators</i>	
Water (distilled)	10^{-4}
Earth (dry)	10^{-5}
Bakelite	10^{-10}
Paper	10^{-11}
Glass	10^{-12}
Porcelain	10^{-12}
Mica	10^{-15}
Paraffin	10^{-15}
Rubber (hard)	10^{-15}
Quartz (fused)	10^{-17}
Wax	10^{-17}

Ηλεκτρικό ρεύμα και πυκνότητα ρεύματος

Πριν εξετάσουμε τη συμπεριφορά του ηλεκτρικού πεδίου σε αγωγούς ή μονωτές (διηλεκτρικά) εξετάζουμε την κίνηση ηλεκτρικών φορτίων (ηλεκτρικό ρεύμα).

- Ηλεκτρικό ρεύμα είναι η ποσότητα φορτίου που διέρχεται από μια επιφάνεια στη μονάδα του χρόνου (C/s, A)

$$I = \frac{dQ}{dt}$$

- Εάν ρεύμα ΔI διέρχεται κάθετα από μια επίπεδη επιφάνεια ΔS η πυκνότητα ρεύματος είναι:

$$\mathbf{J} = \frac{\Delta I}{\Delta S} \quad \text{ή} \quad \Delta I = J \Delta S$$

- Για οποιοδήποτε προσανατολισμό της επιφάνειας, έχουμε $\Delta I = \mathbf{J} \cdot \Delta \mathbf{S}$ και το ολικό ρεύμα μέσω μιας επιφάνειας S είναι:

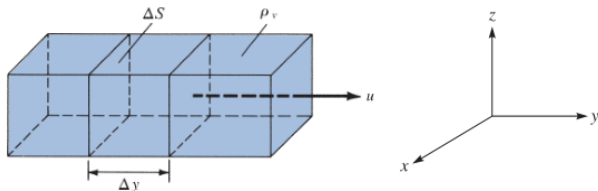
$$I = \int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S}$$

Βλέπουμε ότι I είναι η ροή του \mathbf{J} .

- Ανάλογα με τον τρόπο δημιουργίας του ρεύματος έχουμε τρία διαφορετικά είδη: ρεύμα μεταφοράς (convection current), ρεύμα αγωγιμότητας (conduction current) και ρεύμα μετατόπισης (displacement current).

Ρεύμα μεταφοράς (convection current)

Το ρεύμα μεταφοράς, εν αντιθέσει με το ρεύμα αγωγιμότητας, δεν εξαρτάται από αγωγούς και επομένως δεν ικανοποιεί τον νόμο του Ohm. Εμφανίζεται όταν ρεύμα κυκλοφορεί σε μονωτικά υλικά, π.χ. υγρά, αέρια ή το κενό. Δέσμη ηλεκτρονίων σε λυχνία κενού είναι π.χ. ρεύμα μεταφοράς.



Σχήμα: Ρεύμα μεταφοράς σε λεπτό νήμα

Ρεύμα μεταφοράς (συνέχεια 1)

Για ροή φορτίου πυκνότητας ρ_v με ταχύτητα $\mathbf{u} = u_y \hat{\mathbf{y}}$ έχουμε:

$$\Delta I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \rho_v \Delta S \frac{\Delta y}{\Delta t} = \rho_v \Delta S u_y$$

και η πυκνότητα ρεύματος κάθετα στην επιφάνεια ΔS :

$$J_y = \frac{\Delta I}{\Delta S} = \rho_v u_y$$

και στη γενική περίπτωση:

$$\mathbf{J} = \rho_v \mathbf{u}$$

Το ρεύμα I εδώ είναι το ρεύμα μεταφοράς και J η πυκνότητα ρεύματος μεταφοράς σε A/m^2 .

Ρεύμα αγωγιμότητας (conduction current)

Το ρεύμα αγωγιμότητας χρειάζεται αγωγό που διαθέτει μεγάλο σχετικά αριθμό ελευθέρων ηλεκτρονίων που μπορούν να κινηθούν με την εφαρμογή ηλεκτρικού πεδίου. Η δύναμη που εξασκείται σε ένα ηλεκτρόνιο φορτίου $-e$ από πεδίο \mathbf{E} είναι:

$$\mathbf{F} = -e\mathbf{E}$$

Εφόσον το ηλεκτρόνιο δεν είναι ελεύθερο στο χώρο δεν θα υποστεί κάποια σταθερή επιτάχυνση. Απεναντίας, θα υποστεί συνεχείς συγκρούσεις με το ατομικό πλέγμα περιπλανώμενο από το ένα άτομο στο άλλο. Αν θεωρήσουμε ότι έχει μάζα m , μέση ταχύτητα μετατόπισης \mathbf{u} (drift velocity) και μέσο χρόνο τ μεταξύ συγκρούσεων τότε:

$$\frac{m\mathbf{u}}{\tau} = -e\mathbf{E} \quad \text{και} \quad \mathbf{u} = -\frac{e\tau}{m} \mathbf{E}$$

Για n ηλεκτρόνια ανά μονάδα όγκου η πυκνότητα φορτίου θα είναι:

$$\rho_v = -ne$$

και η πυκνότητα ρεύματος αγωγιμότητας:

$$\mathbf{J} = \rho_v \mathbf{u} = \frac{ne^2\tau}{m} \mathbf{E} = \sigma \mathbf{E}$$

Και καταλήξαμε στο γενικευμένο νόμο του Ohm.

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$$