SEARS & ZEMANSKY

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΑΚΗ ΦΥΣΙΚΗ με Σύγχρονη Φυσική

3η ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΕΚΔΟΣΗ

Τόμος Β

ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΣΜΟΣ ΟΠΤΙΚΗ - ΣΥΓΧΡΟΝΗ ΦΥΣΙΚΗ

YOUNG ΚΑΙ FREEDMAN

Θ.Η. Αλεξόπουλος, ΕΜΠ
Ι.Α. Αρβανιτίδης, ΑΠΘ
Α.Α. Αργυρίου, Π. Πατρών
Ε.Α. Δρης, ΕΜΠ
Η.Σ. Ζουμπούλης, ΕΜΠ
Η.Κ. Κατσούφης, ΕΜΠ
Γ.Α. Κουρούκλης, ΑΠΘ
Κ.Ε. Παρασκευαΐδης, ΕΜΠ
Μ.Ν. Πιζάνιας, Π. Πατρών
Ι.Π. Ρίζος, Π. Ιωαννίνων
Θ.Ν. Τομαράς, Π. Κρήτης
Κ. Χριστοδουλίδης, ΕΜΠ

ΔΙΑΦΑΝΕΙΕΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ

1. ΗΛΕΚΤΡΟΣΤΑΤΙΚΗ

ΕΠΙΛΟΓΗ, ΣΥΝΘΕΣΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ ΚΑΙ ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ:
Ηλίας Κατσούφης

ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΚΟ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗΣ:
Τζένη Πάλμου

Απόδοση βιβλίου στην Ελληνική γλώσσα και Επιμέλεια (αλφαβητικά):

Θ.Η. Αλεξόπουλος, *Καθηγητής Φυσικής της Σχολής Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών του Ε.Μ. Πολυτεχνείου*

Ι.Α. Αρβανιτίδης, *Αναπλ. Καθηγητής Φυσικής του Τμήματος Φυσικής του Αριστοτελείου Πανεπιστημίου Θεσσαλονίκης*

Α.Α. Αργυρίου, *Καθηγητής του Τμήματος Φυσικής του Πανεπιστημίου Πατρών*

Ε.Α. Δρης, *Ομότιμος Καθηγητής Φυσικής της Σχολής Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών, του Ε.Μ. Πολυτεχνείου*

Η.Σ. Ζουμπούλης, *Ομότιμος Καθηγητής Φυσικής της Σχολής Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών του Ε.Μ. Πολυτεχνείου*

Η.Κ. Κατσούφης, *Ομότιμος Καθηγητής Φυσικής της Σχολής Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών του Ε.Μ. Πολυτεχνείου*

Γ.Α. Κουρούκλης, *Ομότιμος Καθηγητής Φυσικής του Τμήματος Χημικών Μηχανικών της Πολυτεχνικής Σχολής του Αριστοτελείου Πανεπιστημίου Θεσσαλονίκης*

Κ.Ε. Παρασκευαΐδης, *τ. Αναπλ. Καθηγητής Φυσικής της Σχολής Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών του Ε.Μ. Πολυτεχνείου*

Μ.Ν. Πιζάνιας, *Ομότιμος Καθηγητής του Τμήματος Φυσικής του Πανεπιστημίου Πατρών*

Ι.Π. Ρίζος, *Καθηγητής του Τμήματος Φυσικής του Πανεπιστημίου Ιωαννίνων*

Θ.Ν. Τομαράς, *Καθηγητής του Τμήματος Φυσικής του Πανεπιστημίου Κρήτης*

Κ. Χριστοδουλίδης, *Ομότιμος Καθηγητής Φυσικής της Σχολής Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών του Ε.Μ. Πολυτεχνείου*

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 22

Ο ΝΟΜΟΣ ΤΟΥ GAUSS

Φορτίο και ηλεκτρική ροή – Υπολογισμοί ηλεκτρικής ροής

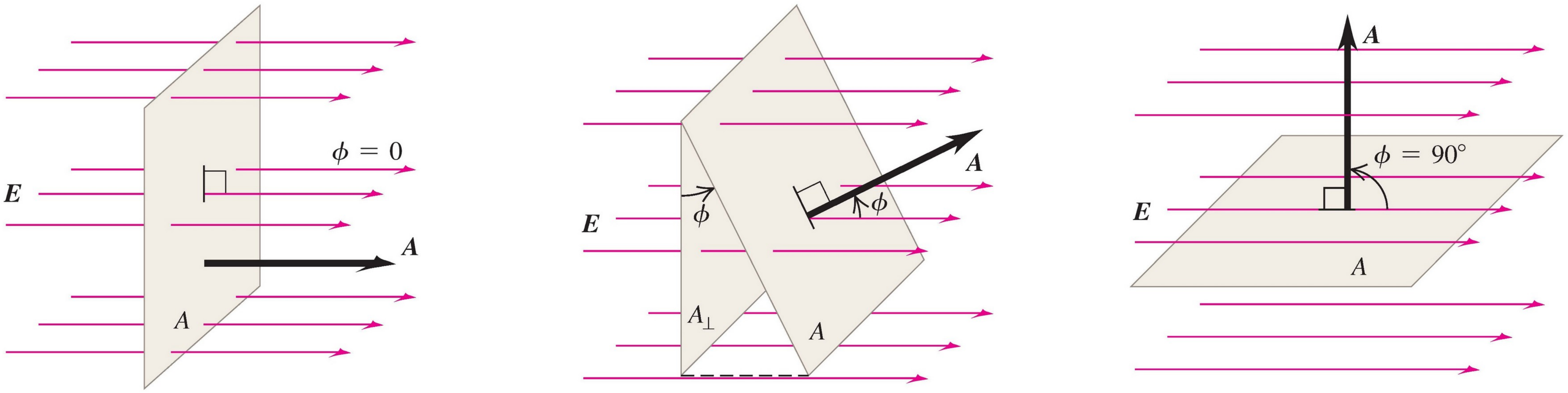
Για να εκφράσουμε την ηλεκτρική ροή μέσα από μία επίπεδη επιφάνεια εμβαδού A χρησιμοποιούμε την έννοια του διανυσματικού εμβαδού $\boldsymbol{A}$, μιας διανυσματικής ποσότητας μέτρου A και διεύθυνσης κάθετης στην επιφάνεια αυτή.

22.6 Επίπεδη επιφάνεια σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο. Η ηλεκτρική ροή Φ_E που διαπερνά την επιφάνεια ισούται με το εσωτερικό γινόμενο του ηλεκτρικού πεδίου $\boldsymbol{E}$ και του διανυσματικού εμβαδού $\boldsymbol{A}$.

(a) Επιφάνεια κάθετη στο ηλεκτρικό πεδίο:
- Τα $\boldsymbol{E}$ και $\boldsymbol{A}$ παράλληλα (γωνία μεταξύ $\boldsymbol{E}$ και $\boldsymbol{A}$ είναι $\phi = 0$).
- Η ροή $\Phi_E = \boldsymbol{E} \cdot \boldsymbol{A} = EA$.

(b) Επιφάνεια υπό κλίση κατά γωνία ϕ ως προς το πεδίο:
- Η γωνία ανάμεσα στα $\boldsymbol{E}$ και $\boldsymbol{A}$ είναι ϕ.
- Η ροή $\Phi_E = \boldsymbol{E} \cdot \boldsymbol{A} = EA\cos\phi$.

(c) Επιφάνεια παράλληλη προς το ηλεκτρικό πεδίο:
- Τα $\boldsymbol{E}$ και $\boldsymbol{A}$ είναι κάθετα (γωνία μεταξύ $\boldsymbol{E}$ και $\boldsymbol{A}$ είναι $\phi = 90°$).
- Η ροή $\Phi_E = \boldsymbol{E} \cdot \boldsymbol{A} = EA\cos 90° = 0$.



[Σελίδα 798]

Ροή ενός μη ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου δια μέσου καμπύλης επιφάνειας

Στις περιπτώσεις αυτές χωρίζουμε την επιφάνεια σε πολλά στοιχειώδη εμβαδά dA, καθένα από τα οποία έχει μοναδιαίο διάνυσμα $\hat{\boldsymbol{n}}$ κάθετο σε αυτό και ένα διανυσματικό εμβαδόν $d\boldsymbol{A} = \hat{\boldsymbol{n}}\, dA$.
Υπολογίζουμε την ηλεκτρική ροή διαμέσου καθενός από αυτά τα στοιχειώδη εμβαδά και ολοκληρώνουμε τα αποτελέσματα για να υπολογίσουμε την ολική ροή:

Μέτρο του ηλεκτρικού πεδίου $\boldsymbol{E}$

Συνιστώσα του $\boldsymbol{E}$ κάθετη στην επιφάνεια

Ηλεκτρική ροή διαμέσου της επιφάνειας

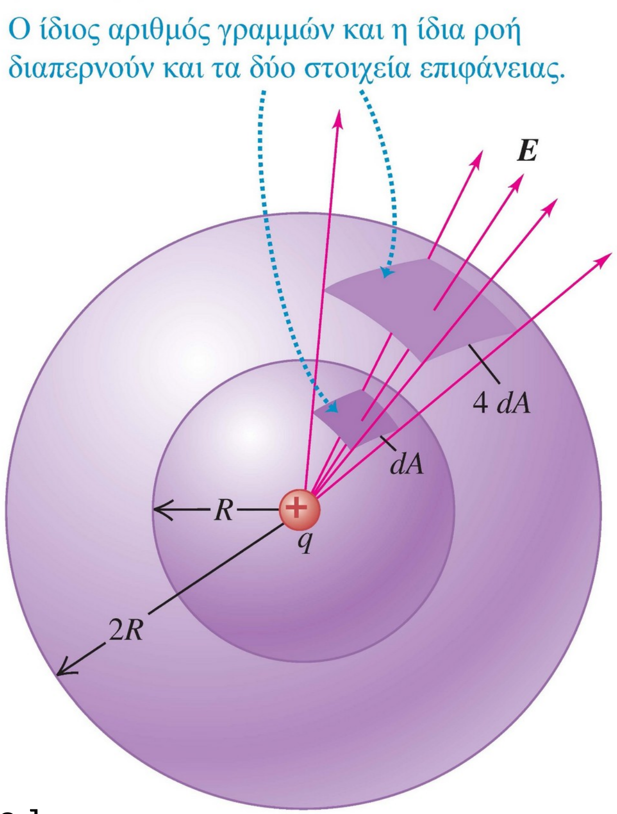
$$\Phi_E = \int E \cos\phi \underbrace{dA}_{\text{Στοιχειώδες εμβαδόν}} = \int E_\perp \underbrace{dA}_{\text{Στοιχειώδες εμβαδόν}} = \int \boldsymbol{E} \cdot \underbrace{d\boldsymbol{A}}_{\text{Διανυσματικό στοιχειώδες εμβαδόν}} \qquad (22.5)$$

Γωνία μεταξύ $\boldsymbol{E}$ και καθέτου στην επιφάνεια

Ονομάζουμε το ολοκλήρωμα αυτό **επιφανειακό ολοκλήρωμα** της συνιστώσας $E_\perp$ σε όλη την επιφάνεια, ή το επιφανειακό ολοκλήρωμα του $\boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{A}$.

Ο ΝΟΜΟΣ ΤΟΥ GAUSS
Σημειακό φορτίο μέσα σε σφαιρική επιφάνεια

22.11 Προβολή ενός στοιχείου επιφάνειας dA μιας σφαίρας ακτίνας R σε μια ομόκεντρη σφαίρα ακτίνας $2R$. Με την προβολή πολλαπλασιάζεται κάθε γραμμική διάσταση επί δύο, έτσι ώστε το στοιχείο επιφάνειας γίνεται $4dA$.



$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{R^2}$$

Η ολική ηλεκτρική ροή είναι το γινόμενο του μέτρου του πεδίου επί το ολικό εμβαδόν $A = 4\pi R^2$ της σφαίρας:

$$\Phi_E = EA = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{R^2}(4\pi R^2) = \frac{q}{\epsilon_0} \qquad (22.6)$$

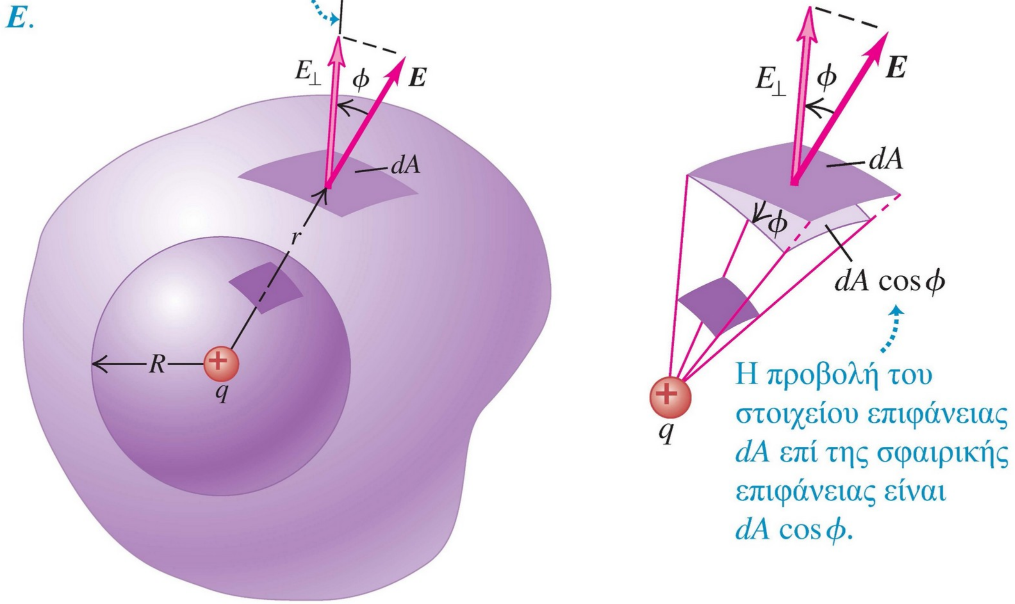
Η ροή είναι ανεξάρτητη από την ακτίνα R της σφαίρας. Εξαρτάται μόνο από το φορτίο q που περικλείεται από τη σφαίρα.

[Σελίδα 802]

Υπολογίζοντας την ηλεκτρική ροή μέσα από τυχούσα κλειστή επιφάνεια

22.12 (a) Η κάθετη στην επιφάνεια προς τα έξω σχηματίζει γωνία ϕ με την κατεύθυνση του $\boldsymbol{E}$.

(b)



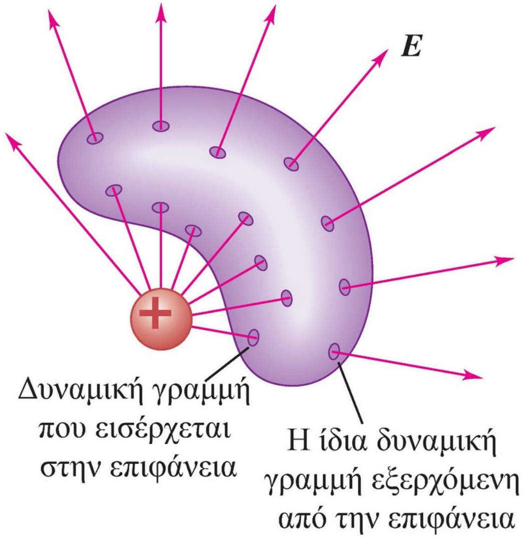
Η προβολή του στοιχείου επιφάνειας dA επί της σφαιρικής επιφάνειας είναι $dA \cos\phi$.

Η ηλεκτρική ροή διαμέσου της στοιχειώδους σφαιρικής επιφάνειας (EdA) είναι ισοδύναμη με την ηλεκτρική ροή διαμέσου της ακανόνιστης στοιχειώδους επιφάνειας $E\,dA\cos\phi$.

$$\Phi_E = \oint \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{A} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

Έτσι η *ολική* ηλεκτρική ροή διαμέσου της ακανόνιστης επιφάνειας, πρέπει να είναι ίση με την ολική ροή διαμέσου της σφαίρας.

22.13 Σημειακό φορτίο έξω από μια κλειστή επιφάνεια. Αν μια δυναμική γραμμή από το εξωτερικό φορτίο εισέρχεται στην επιφάνεια σε κάποιο σημείο, πρέπει να εγκαταλείψει την επιφάνεια σε κάποιο άλλο σημείο.



$$\Phi_E = \oint \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{A} = 0$$

[Σελίδες 802-803]

Γενική μορφή του νόμου του Gauss

Υποθέτουμε ότι η επιφάνεια περικλείει όχι μόνο ένα σημειακό φορτίο, αλλά περισσότερα φορτία q_1, q_2, q_3... Το ολικό (συνιστάμενο) ηλεκτρικό πεδίο $\boldsymbol{E}$ σε κάθε σημείο είναι ίσο με το διανυσματικό άθροισμα των πεδίων $\boldsymbol{E}$ των μεμονωμένων φορτίων. Ονομάζουμε $Q_{εγκ}$ το ολικό φορτίο που περικλείεται από την επιφάνεια: $Q_{εγκ} = q_1 + q_2 + q_3 + ...$ Επίσης, ονομάζουμε $\boldsymbol{E}$ το ολικό πεδίο στη στοιχειώδη επιφάνεια $d\boldsymbol{A}$ και $\boldsymbol{E}_{\perp}$ την κάθετη συνιστώσα του $\boldsymbol{E}$ στο επίπεδο του στοιχείου αυτού (δηλαδή κάθετο στο $d\boldsymbol{A}$).

Νόμος του Gauss: $$\Phi_E = \oint \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{A} = \frac{Q_{εγκ}}{\epsilon_0} \qquad (22.8)$$

Ολικό φορτίο που περικλείεται από την επιφάνεια

Ηλεκτρική σταθερά

Ηλεκτρική ροή διαμέσου της κλειστής επιφάνειας εμβαδού A = επιφανειακό ολοκλήρωμα του $\boldsymbol{E}$

Η ολική ηλεκτρική ροή διαμέσου κλειστής επιφάνειας είναι ίση με το ολικό ηλεκτρικό φορτίο στο εσωτερικό της επιφάνειας διαιρεμένο με ϵ_0.

Διάφορες μορφές του νόμου του Gauss:

Μέτρο του ηλεκτρικού πεδίου $\boldsymbol{E}$

Συνιστώσα του $\boldsymbol{E}$ κάθετη στην επιφάνεια

Ολικό φορτίο περικλειόμενο από την επιφάνεια

$$\Phi_E = \oint E\cos\phi\, dA = \oint E_{\perp}\, dA = \oint \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{A} = \frac{Q_{εγκ}}{\epsilon_0} \qquad (22.9)$$

Ηλεκτρική ροή διαμέσου κλειστής επιφάνειας

Γωνία μεταξύ $\boldsymbol{E}$ και καθέτου στην επιφάνεια

Στοιχειώδες εμβαδόν επιφάνειας

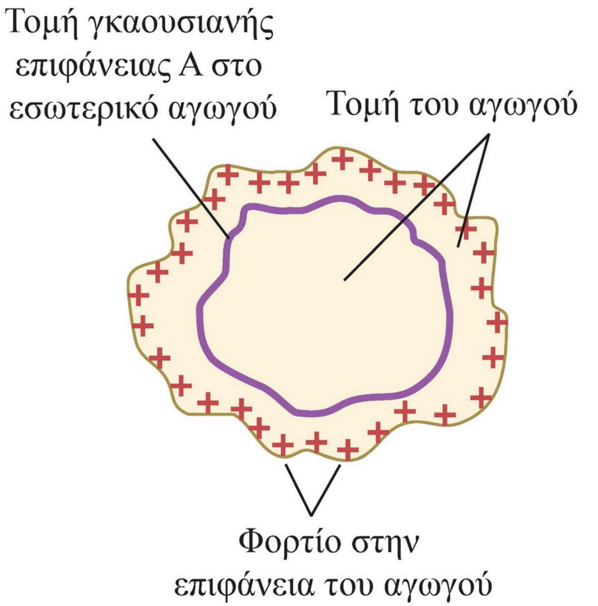
Διανυσματικό στοιχειώδες εμβαδόν

Ηλεκτρική σταθερά

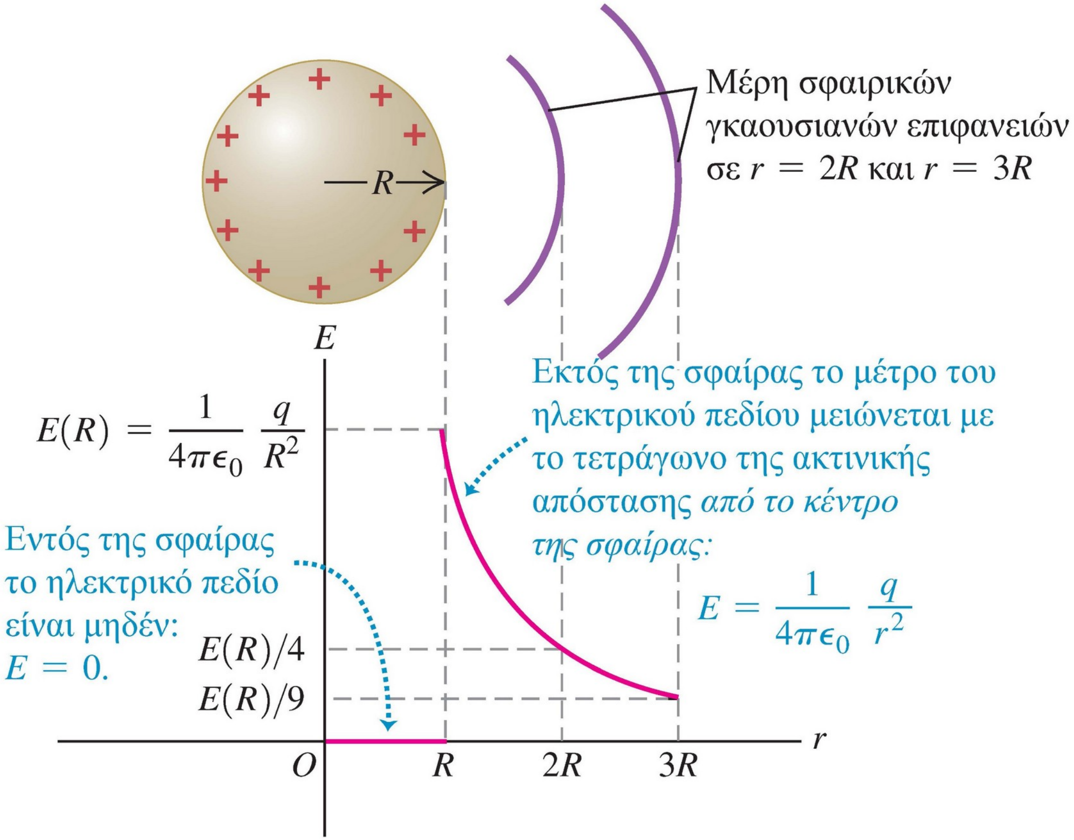
[Σελίδες 803-804]

Εφαρμογές σε συμμετρικές κατανομές φορτίου

22.17 Υπό ηλεκτροστατικές συνθήκες (φορτία σε ηρεμία), οποιαδήποτε περίσσεια φορτίου κείται εξ ολοκλήρου στην επιφάνεια του αγωγού.



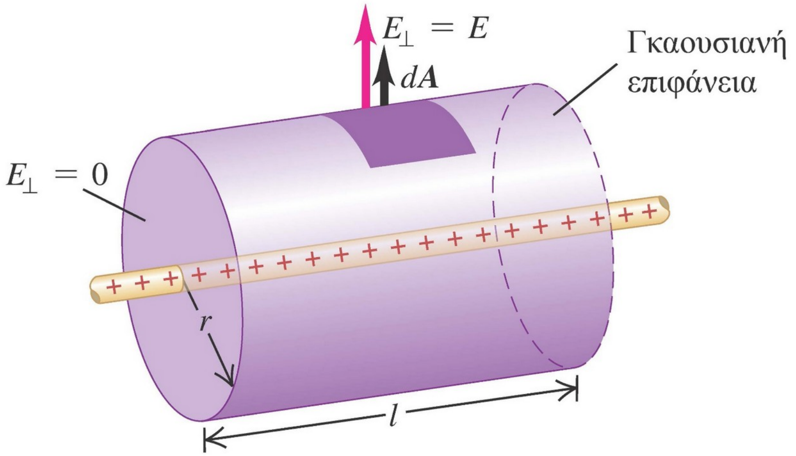
22.18 Υπολογίζουμε το ηλεκτρικό πεδίο μιας αγώγιμης σφαίρας με θετικό φορτίο q. Έξω από τη σφαίρα το πεδίο είναι το ίδιο ως εάν όλο το φορτίο να ήταν συγκεντρωμένο στο κέντρο της σφαίρας.



[Σελίδες 806-807]

Εφαρμογές σε συμμετρικές κατανομές φορτίου

22.19 Ομοαξονική κυλινδρική γκαουσιανή επιφάνεια η οποία χρησιμοποιείται για να βρεθεί το ηλεκτρικό πεδίο έξω από ένα φορτισμένο σύρμα απείρου μήκους.



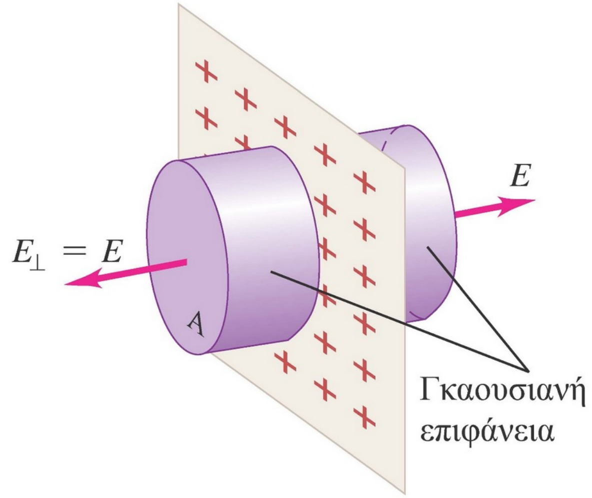
$$\Phi_E = 2\pi r l E = \frac{\lambda l}{\epsilon_0} \quad \text{και}$$

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0}\frac{\lambda}{r} \quad \text{(πεδίο γραμμικού φορτίου απείρου μήκους)}$$

$\lambda =$ γραμμική πυκνότητα φορτίου

$r =$ απόσταση από τον άξονα

22.20 Κυλινδρική γκαουσιανή επιφάνεια η οποία χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό του πεδίου ενός φορτισμένου επιπέδου φύλλου απείρων διαστάσεων.



$$2EA = \frac{\sigma A}{\epsilon_0} \quad \text{και}$$

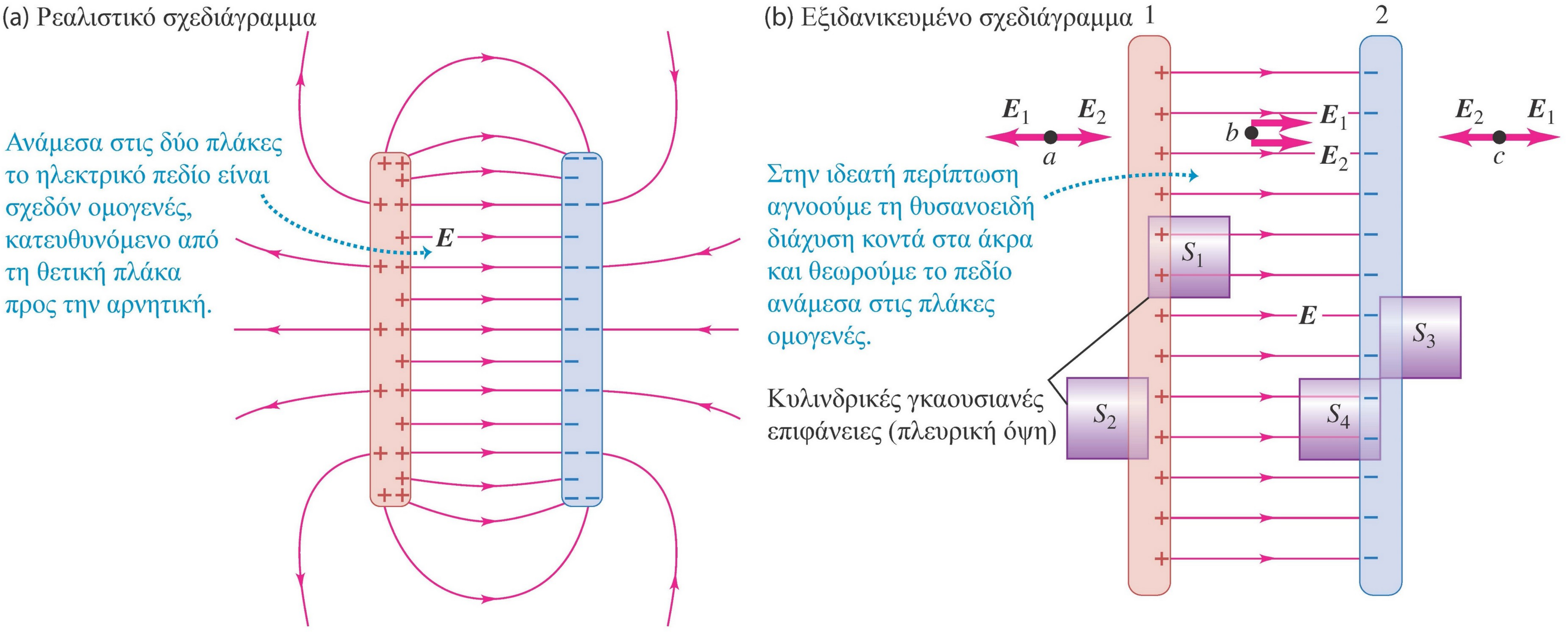
$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \quad \text{(πεδίο φορτισμένου επίπεδου φύλλου απείρων διαστάσεων)}$$

$\sigma =$ επιφανειακή πυκνότητα φορτίου

[Σελίδες 808-809]

Ηλεκτρικό πεδίο μεταξύ δύο αντίθετα φορτισμένων παράλληλων πλακών

22.21 Ηλεκτρικό πεδίο ανάμεσα σε αντίθετα φορτισμένες παράλληλες πλάκες.



[Σελίδα 809]

Το πεδίο μιας ομοιόμορφα φορτισμένης μονωτικής σφαίρας

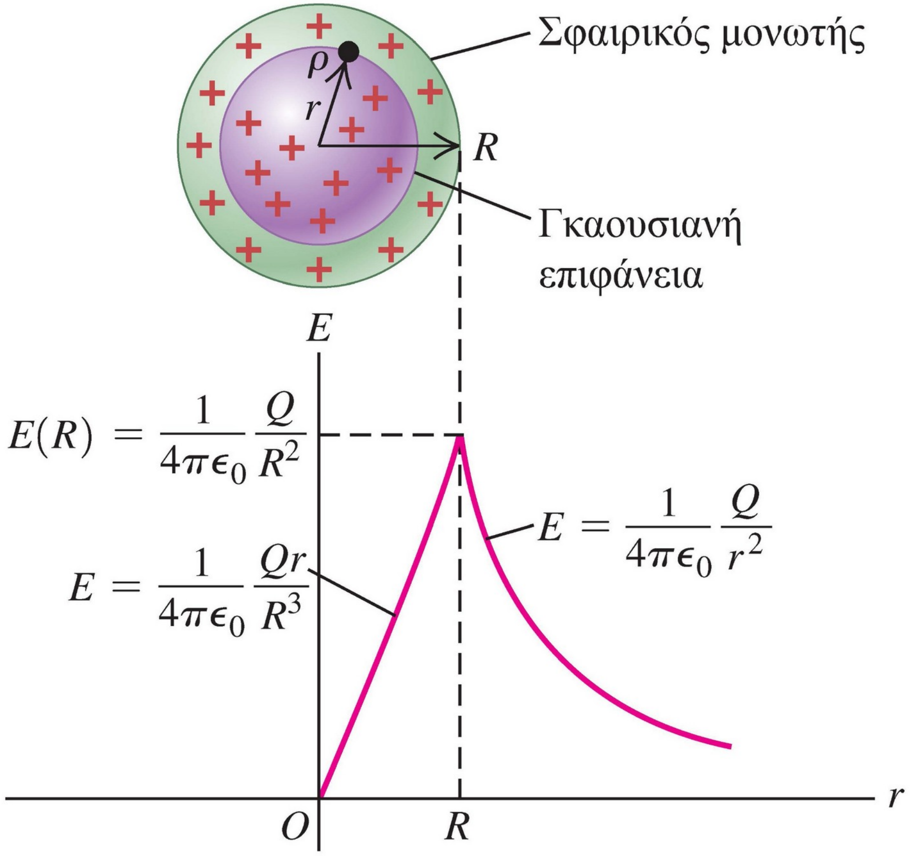
$$Q_{εγκ} = \rho V_{εγκ} = \left(\frac{Q}{4\pi R^3/3}\right)\left(\tfrac{4}{3}\pi r^3\right) = Q\frac{r^3}{R^3}$$

Από τον νόμο του Gauss προκύπτει

$$4\pi r^2 E = \frac{Q}{\epsilon_0}\frac{r^3}{R^3} \quad ή$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Qr}{R^3}$$ (πεδίο στο εσωτερικό ομοιόμορφα φορτισμένης σφαίρας)

22.22 Το μέτρο του ηλεκτρικού πεδίου ομοιόμορφα φορτισμένης μονωτικής σφαίρας. Να συγκρίνετε το αποτέλεσμα αυτό με το πεδίο αγώγιμης σφαίρας (δείτε Σχ. 22.18).



[Σελίδα 810]

ΦΟΡΤΙΑ ΠΑΝΩ ΣΕ ΑΓΩΓΟΥΣ

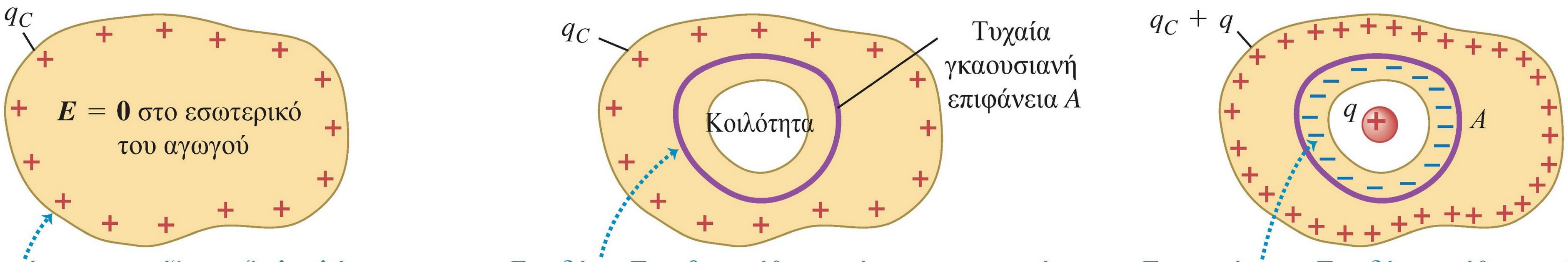
Εύρεση του πεδίου στο εσωτερικό αγωγού

22.23 Βρίσκοντας το ηλεκτρικό πεδίο μέσα σε φορτισμένο αγωγό.

(a) Συμπαγής αγωγός φορτίου q_C

(b) Ο ίδιος αγωγός με εσωτερική κοιλότητα

(c) Απομονωμένο φορτίο q τοποθετημένο στην κοιλότητα



Το φορτίο q_C εντοπίζεται εξ ολοκλήρου στην επιφάνεια του αγωγού. Η κατάσταση είναι ηλεκτροστατική, επομένως $\boldsymbol{E} = \mathbf{0}$ μέσα στον αγωγό.

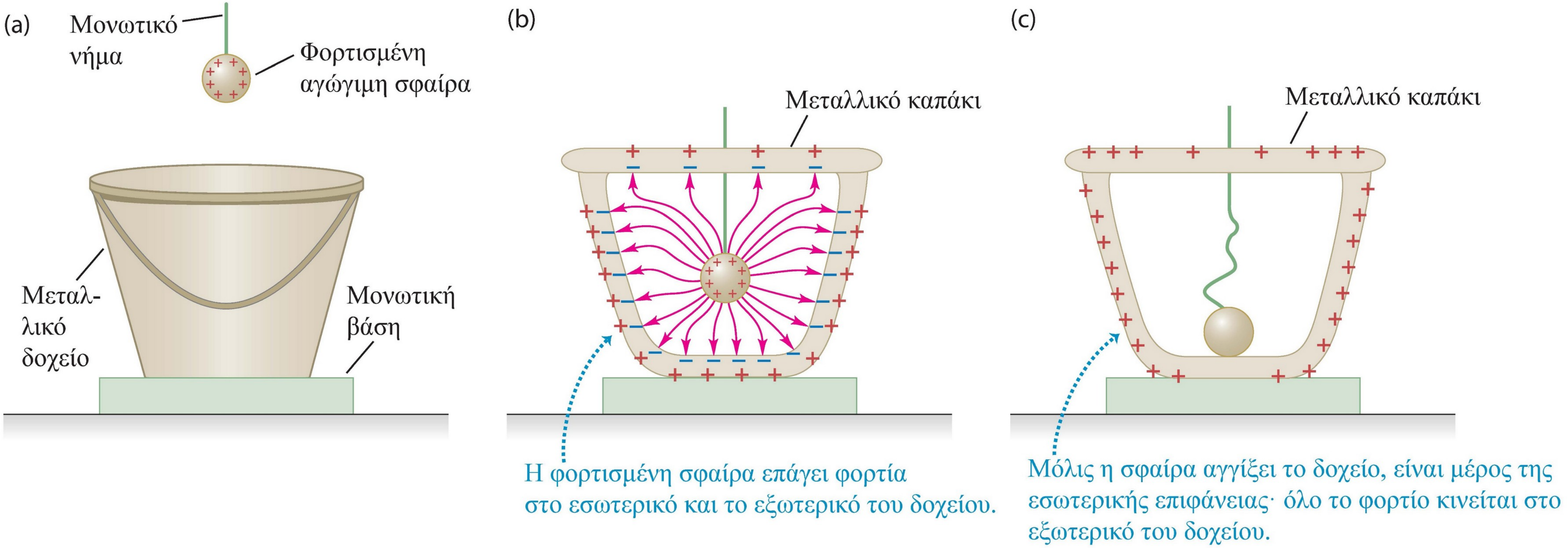
Επειδή το $\boldsymbol{E} = \mathbf{0}$ σε κάθε σημείο στο εσωτερικό του αγωγού, το ηλεκτρικό πεδίο σε κάθε σημείο στην γκαουσιανή επιφάνεια πρέπει να είναι μηδέν.

Για να είναι το $\boldsymbol{E}$ μηδέν σε κάθε σημείο της γκαουσιανής επιφάνειας, η επιφάνεια της κοιλότητας πρέπει να έχει ολικό φορτίο $-q$.

Πρόσθετο φορτίο q θα εμφανιστεί στην εξωτερική επιφάνεια.

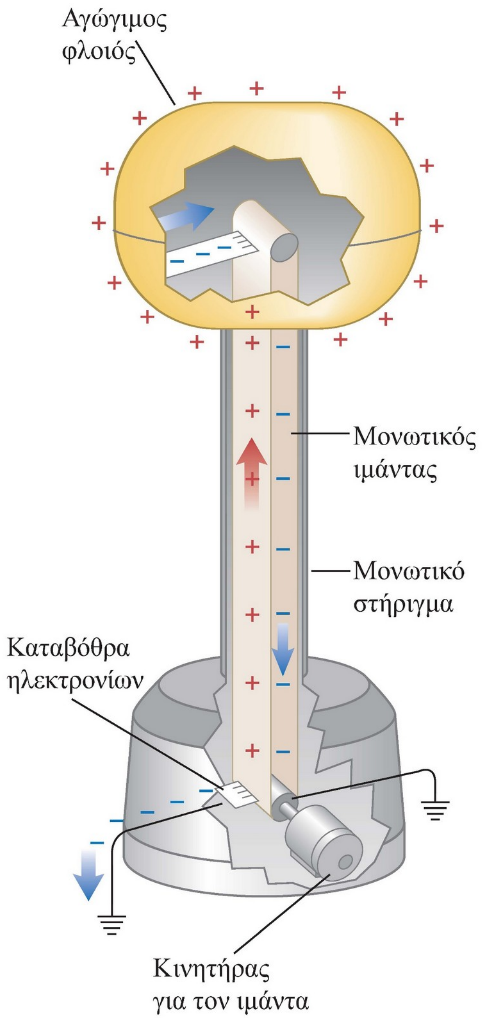
Πειραματικός έλεγχος του νόμου του Gauss

22.25 (a) Μια φορτισμένη αγώγιμη σφαίρα αναρτάται με ένα μονωτικό νήμα έξω από ένα αγώγιμο δοχείο πάνω σε μονωτικό στήριγμα. (b) Η σφαίρα οδηγείται μέσα στο δοχείο και τοποθετείται το καπάκι του δοχείου. (c) Η σφαίρα επαφίεται στην εσωτερική επιφάνεια του δοχείου.



[Σελίδα 813]

Ηλεκτροστατική γεννήτρια Van de Graaff

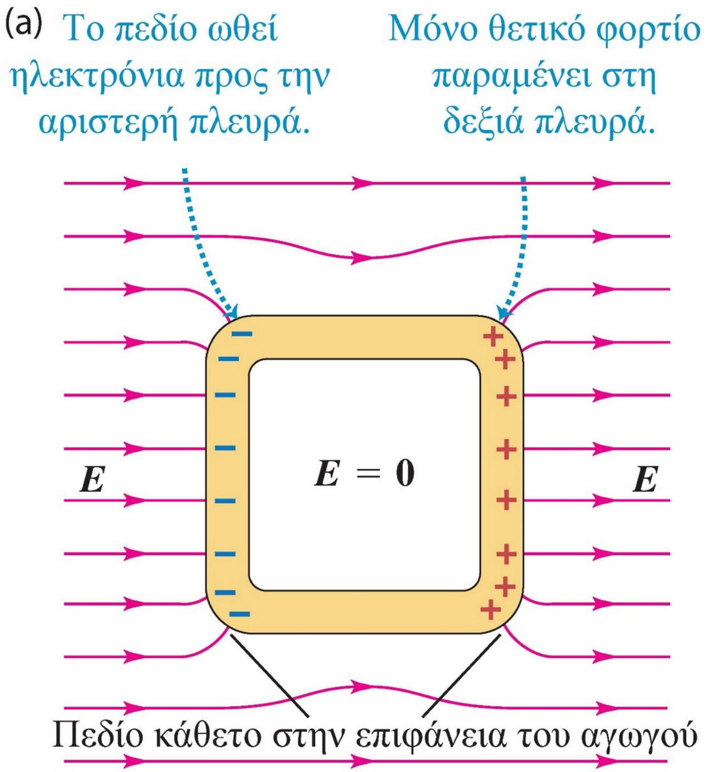


22.26 Τομή των βασικών τμημάτων μιας ηλεκτροστατικής γεννήτριας Van de Graaff. Η καταβόθρα ηλεκτρονίων αφαιρεί ηλεκτρόνια από τον ιμάντα, με αποτέλεσμα να φορτίζεται ο ιμάντας με θετικά φορτία. Στην κορυφή ο ιμάντας έλκει ηλεκτρόνια από τον αγώγιμο φλοιό, φορτίζοντας θετικά τον φλοιό.

[Σελίδα 813]

Κλωβός Faraday (αγώγιμο κουτί)

22.27 (a) Ένα αγώγιμο κιβώτιο (κλωβός Faraday) μέσα σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο. Το πεδίο των επαγόμενων φορτίων στο κιβώτιο σε συνδυασμό με το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο δημιουργούν μηδενικό ηλεκτρικό πεδίο στο εσωτερικό του κιβωτίου. (b) Ο άνθρωπος αυτός βρίσκεται μέσα σε έναν κλωβό Faraday, και επομένως είναι προστατευμένος από την ισχυρή ηλεκτρική εκκένωση.



[Σελίδα 814]

Πεδίο στην επιφάνεια αγωγού

Ηλεκτρικό πεδίο στην επιφάνεια του αγωγού $\rightarrow$ Το $\boldsymbol{E}$ είναι κάθετο στην επιφάνεια

$$E_{\perp} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \qquad (22.10)$$

σ: Πυκνότητα επιφανειακού φορτίου

ϵ_0: Ηλεκτρική σταθερά

Εφαρμογή **Γιατί οι Κεραυνοί Είναι Κατακόρυφοι**

Ο πλανήτης μας είναι καλός αγωγός και η επιφάνειά του έχει αρνητικό φορτίο. Επομένως, το ηλεκτρικό πεδίο στην ατμόσφαιρα πάνω από την επιφάνεια κατευθύνεται γενικά προς τα κάτω, προς το αρνητικό φορτίο, και είναι κάθετο στην επιφάνεια της Γης. Το αρνητικό φορτίο εξισορροπείται από θετικά φορτία στην ατμόσφαιρα. Σε μια καταιγίδα, το κατακόρυφο ηλεκτρικό πεδίο γίνεται αρκετά μεγάλο ώστε να προκαλέσει τη ροή φορτίων κατακόρυφα μέσα στον αέρα. Ο αέρας διεγείρεται και ιονίζεται με το πέρασμα του φορτίου από μέσα του, προκαλώντας έτσι έναν ορατό κεραυνό.

[Σελίδες 814-815]

Ηλεκτρικό πεδίο διαφόρων συμμετρικών κατανομών φορτίου

Κατανομή Φορτίου	Σημείο στο Ηλεκτρικό Πεδίο	Μέτρο Ηλεκτρικού Πεδίου
Σημειακό φορτίο q	Απόσταση r από το q	$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}$
Φορτίο q πάνω στην επιφάνεια αγώγιμης σφαίρας ακτίνας R	Έξω από τη σφαίρα $r > R$	$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}$
	Στο εσωτερικό της σφαίρας, $r < R$	$E = 0$
Λεπτός αγωγός (σύρμα) απείρου μήκους, φορτίο ανά μονάδα μήκους λ	Απόσταση r από τον αγωγό (σύρμα)	$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0}\frac{\lambda}{r}$
Αγώγιμος κύλινδρος απείρου μήκους και ακτίνας R, φορτίο ανά μονάδα μήκους λ	Έξω από τον κύλινδρο, $r > R$	$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0}\frac{\lambda}{r}$
	Στο εσωτερικό του κυλίνδρου, $r < R$	$E = 0$
Συμπαγής μονωτική σφαίρα ακτίνας R, φορτίο Q ομοιόμορφα κατανεμημένο σε ολόκληρο τον όγκο	Έξω από τη σφαίρα, $r > R$	$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r^2}$
	Στο εσωτερικό της σφαίρας, $r < R$	$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Qr}{R^3}$
Φορτισμένο φύλλο απείρων διαστάσεων με ομοιόμορφα κατανεμημένο φορτίο ανά μονάδα επιφανείας σ	Σε οποιοδήποτε σημείο	$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$
Δύο αντίθετα φορτισμένες αγώγιμες πλάκες με επιφανειακές πυκνότητες φορτίου $+\sigma$ και $-\sigma$	Σε οποιοδήποτε σημείο μεταξύ των πλακών	$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$
Φορτισμένος αγωγός	Ακριβώς έξω από τον αγωγό	$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$

[Σελίδα 816]