

Ηλεκτρομαγνητισμός

Διάλεξη 20

A. Δροσόπουλος

13-01-2023

- 1 Πρόοδος
- 2 ΗΜ κύματα και διάνυσμα Poynting

1 Πρόδος

2 ΗΜ κύματα και διάνυσμα Poynting

Λύση θεμάτων Προόδου

1 Πρόοδος

2 ΗΜ κύματα και διάνυσμα Poynting

Μεταφορά ενέργειας (και πληροφορίας) μέσω ηλεκτρομαγνητικού πεδίου με μορφή κυμάτων.

Μια πολύ ενδιαφέρουσα δημοσίευση: [sefton](#).

Σημαντικές παράμετροι: συχνότητα f ή ω και ιδιότητες μέσου

Ανάλογα με τις ιδιότητες διακρίνουμε εν γένει:

- 1 Κενό (free space) όπου $\sigma = 0$, $\epsilon = \epsilon_0$, $\mu = \mu_0$.
- 2 Διηλεκτρικά χωρίς διαρροές (lossless dielectrics) όπου $\sigma \approx 0$, $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$, $\mu = \mu_0 \mu_r$ και $\sigma \ll \omega \epsilon$.
- 3 Διηλεκτρικά με διαρροές (lossy dielectrics) όπου $\sigma \neq 0$, $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$, $\mu = \mu_0 \mu_r$.
- 4 Αγωγοί (good conductors) όπου $\sigma \approx \infty$, $\epsilon = \epsilon_0$, $\mu = \mu_0 \mu_r$ και $\sigma \gg \omega \epsilon$.

Η πιο γενική περίπτωση είναι η τρίτη.

- Διαταραχή που μεταδίδεται στο χώρο και στο χρόνο.
- Σε μια διάσταση (π.χ. άξονας z) μια απλοποιημένη μορφή της κυματικής εξίσωσης ([wave equation](#))

$$\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} - u^2 \frac{\partial^2 E}{\partial z^2} = 0$$

- Γενική λύση

$$E = E^+ + E^- = f(z - ut) + g(z + ut)$$

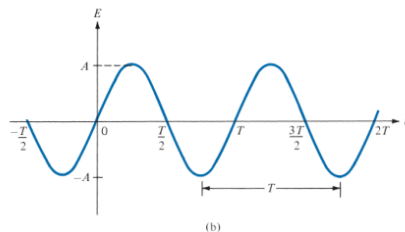
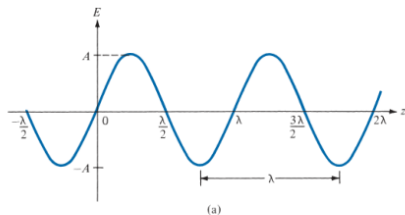
- Για αρμονική εξάρτηση στο χρόνο

$$\frac{d^2 E}{dz^2} + \beta^2 E = 0 \quad \text{όπου} \quad \beta = \omega/u$$

- Λύσεις τότε

$$E = Ae^{j(\omega t - \beta z)} + Be^{j(\omega t + \beta z)}$$

Κύματα (συνέχεια 1)



Σχήμα: Για $E = A \sin(\omega t - \beta z)$.

Κύματα (συνέχεια 2)

Τα γνωστά:

- $\lambda = uT$
- $u = \lambda f$
- $\omega = 2\pi f$
- $\beta = \omega/u$
- $T = 1/f = 2\pi/\omega$
- $\beta = 2\pi/\lambda = \omega/u$

Για $E = A \sin(\omega t - \beta z)$ παρακολουθούμε τη φάση $\omega t - \beta z$.

$$\omega t - \beta z = \text{σταθερά} \Rightarrow \frac{dz}{dt} = \frac{\omega}{\beta} = u$$

Κίνηση με ταχύτητα u στην $+z$ κατεύθυνση.

Άσκηση 1

Ηλεκτρικό πεδίο στο κενό δίδεται από $\mathbf{E} = 50 \cos(10^8 t + \beta x) \hat{\mathbf{y}}$ V/m.

- Να βρεθεί η κατεύθυνση μετάδοσης.
- Να υπολογιστεί η β και ο χρόνος μετάδοσης για διάστημα $\lambda/2$
- Σκισάρετε το κύμα για $t = 0, T/4, T/2$

Λύση

Από το πρόσημο στη φάση $\omega t + \beta x$ η κατεύθυνση μετάδοσης είναι $-\hat{x}$.

Στο κενό, $u = c$ και $\beta = \omega/c = 10^8/(3 \times 10^8) = 1/3 = 0.333$ rad/m.

Σε περίοδο T το κύμα ταξιδεύει διάστημα λ με ταχύτητα c . Άρα ο χρόνος για να ταξιδέψει διάστημα $\lambda/2$

$$t_1 = \frac{T}{2} = \frac{1}{2} \frac{2\pi}{\omega} = \frac{\pi}{10^8} = 31.42 \text{ ns}$$

Εναλλακτικά

$$\frac{\lambda}{2} = ct_1 \Rightarrow t_1 = \frac{\lambda}{2c} = \frac{2\pi}{\beta 2c} = 31.42 \text{ ns}$$

Άσκηση 1 (συνέχεια 1)

$$\text{Για } t = 0, E_y = 50 \cos(\beta x)$$

$$\text{Για } t = T/4, E_y = 50 \cos\left(\omega \cdot 2\pi/(4\omega) + \beta x\right) = 50 \cos(\pi/2 + \beta x)$$

$$\text{Για } t = T/2, E_y = 50 \cos\left(\omega \cdot 2\pi/(2\omega) + \beta x\right) = 50 \cos(\pi + \beta x) = -50 \cos(\beta x)$$

Άσκηση 1 (συνέχεια 2)

