

# Αξιόγραφα Σταθερού Εισοδήματος

Δρ. Σωτήριος Δ. Νικολόπουλος

*Οργανισμοί Συλλογικών Επενδύσεων*

Πανεπιστήμιο Πελοποννήσου

Τμήμα Λογιστικής & Χρηματοοικονομικών

*s.nikolopoulos@go.uop.gr*

2021

- 1 Ομόλογα: Βασικοί Ορισμοί
- 2 Αξιολόγηση Ομολόγων
- 3 Αποτίμηση Αξιογράφων Σταθερού Εισοδήματος

Ένα ομόλογο είναι ένα χρεόγραφο, για το οποίο ο εκδότης έχει την υποχρέωση να καταβάλει, στη λήξη της σύμβασης, την ονομαστική αξία αυτού και στην περίπτωση των ομολόγων με κουπόνι, σε τακτά προκαθορισμένα διαστήματα ποσό χρημάτων (το κουπόνι).

Τα ομόλογα εκδίδονται γενικώς για ένα καθορισμένης διάρκειας χρονικό διάστημα (ωριμότητα), μεγαλύτερο του ενός έτους.

**Ονομαστική Αξία (Face Value):** είναι το αρχικό ποσό έκδοσης του χρεογράφου το οποίο ο εκδότης υπόσχεται να αποπληρώσει στην ημερομηνία λήξης του ομολόγου.

**Τιμή (Price):** Η τιμή του ομολόγου ορίζεται με βάση το εκατό (100), το οποίο αντιστοιχεί στην ονομαστική του αξία.

Όταν η τιμή του ομολόγου είναι υψηλότερη από την ονομαστική του αξία, δηλαδή **υπέρ το άρτιο** (100), το ομόλογο διαπραγματεύεται με ανατίμηση (premium).

Όταν η τιμή του ομολόγου είναι χαμηλότερη από την ονομαστική του αξία, δηλαδή **υπό το άρτιο** (100), το ομόλογο διαπραγματεύεται με έκπτωση (discount).

Με βάση τα ανωτέρω, διακρίνουμε τις εξής τιμές:

- 1 **Τιμή Έκδοσης (Issue Price):** Είναι η τιμή στην οποία διατίθεται το ομόλογο από τον εκδότη του, κατά την έκδοσή του.
- 2 **Τιμή Αγοράς:** Είναι η τιμή στην οποία ο επενδυτής αγοράζει το ομόλογο.
- 3 **Τιμή Πώλησης:** Είναι η τιμή στην οποία ο επενδυτής πουλάει το ομόλογο.
- 4 **Τιμή Αποπληρωμής (Redemption Price):** Είναι η τιμή στην οποία αποπληρώνει ο εκδότης τον επενδυτή, κατά την λήξη του ομολόγου.

- **Εκδότης:** είναι ο χρηματοοικονομικός οργανισμός (κράτος, εταιρία, κ.λπ) ο οποίος δανείζεται κεφάλαια από τους επενδυτές με την έκδοση του ομολόγου.
- **Τοκομερίδιο(κουπόνι):** οι περιοδικές πληρωμές τόκου που καταβάλλονται στον κάτοχο του ομολόγου.
- **Απόδοση (yield):** το καθαρό κέρδος από την αγορά των ομολόγων, το οποίο βασίζεται στην τιμή αγοράς και τον τόκο που θα αποκομίσει μέσω των κουπονιών ο επενδυτής
- **Απόδοση στη λήξη (yield to maturity):** η απόδοση που αποφέρει ένα ομόλογο από την ημερομηνία αγοράς έως την ημερομηνία λήξης του.

**Ημερομηνία Έκδοσης (Issue Date):** Είναι η ημερομηνία που εκδίδεται το ομόλογο.

**Ημερομηνία Λήξης (Maturity Date):** Είναι η ημερομηνία λήξης του ομολόγου.

**Επιτόκιο/ Τοκομερίδιο έκδοσης:** Είναι το επιτόκιο βάσει του οποίου υπολογίζονται οι τόκοι του ομολόγου σε μια συγκεκριμένη χρονική περίοδο (συνήθως μήνας, τρίμηνο, εξάμηνο, ή έτος) και εκφράζεται ως ποσοστό επί τοις 100 (%), επάνω στην ονομαστική αξία του ομολόγου.

**Επιτόκιο Έκδοσης (coupon rate)**

**Συχνότητα τοκομεριδίου (coupon frequency)**

- **Βραχυπρόθεσμα**(διάρκεια 1-3 έτη)
- **Μεσοπρόθεσμα** (διάρκεια 3-10 έτη)
- **Μακροπρόθεσμα** (διάρκεια μεγαλύτερη των 10 ετών)



## Χαρακτηριστικά Ομολόγων (Πλεονεκτήματα)

- **Ελκυστικές αποδόσεις:** Τα εταιρικά ομόλογα συνήθως προσφέρουν υψηλότερες αποδόσεις από τα αντίστοιχης χρονικής διάρκειας κρατικά ομόλογα ή έντοκα γραμμάτια.
- **Σταθερό εισόδημα:** Επενδυτές που επιθυμούν σταθερό εισόδημα από τις επενδύσεις τους και ταυτόχρονα εξασφάλιση του αρχικού κεφαλαίου τους τα περιλαμβάνουν στα χαρτοφυλάκιά τους, σαν επένδυση με σταθερότερη απόδοση από τις μετοχές.
- **Περιορισμένος κίνδυνος:** Οι εταιρικές ομολογίες αξιολογούνται και το επιτόκιο τους προσδιορίζεται ανάλογα με τα ιστορικά στοιχεία πιστοληπτικής ικανότητας και ικανότητας αποπληρωμής υποχρεώσεων της εταιρείας.
- **Διαφοροποίηση:** Τα εταιρικά ομόλογα παρέχουν τη δυνατότητα να επιλέξει ο επενδυτής από διάφορους κλάδους, τομείς δραστηριότητας και διάφορα χαρακτηριστικά πιστοληπτικής ποιότητας ώστε να καλύπτονται οι επιδιώξεις του.

**Η αθέτηση είναι ένας από τους πιο σημαντικούς κινδύνους που αντιμετωπίζει κάθε ομολογιούχος.**

**Ο κίνδυνος αθέτησης είναι τόσο σημαντικός για τους επενδυτές που έχει οδηγήσει στη σύσταση ανεξάρτητων εταιρειών για την αξιολόγηση της πιστοληπτικής ικανότητας των υποψηφίων δανειοληπτών.**

- Αυτές οι εταιρείες, που συχνά καλούνται οίκοι αξιολόγησης, εκτιμούν την πιθανότητα ενός δανειολήπτη είτε είναι εταιρεία είτε η κυβέρνηση να καταβάλλει τις υποσχόμενες πληρωμές του ομολόγου.**
- Η κυβέρνηση των ΗΠΑ είχε αναγνωρίσει μερικές εταιρείες ως «εθνικά αναγνωρισμένους οργανισμούς στατιστικής αξιολόγησης» .**

**Οι οίκοι αξιολόγησης είναι εταιρίες οι οποίες αξιολογούν την πιστοληπτική ικανότητα κρατών, επιχειρήσεων και άλλων φορέων που εκδίδουν χρεόγραφα (π.χ. ομολογιακά δάνεια) με στόχο την άντληση κεφαλαίων από τις αγορές.**

Πρόκειται για εξειδικευμένα πρακτορεία ή οργανισμούς (βασικά οι αμερικανικές Moody's, Standard and Poor's, Fitch) που εκτιμούν σε τακτά χρονικά διαστήματα την πιστοληπτική ικανότητα (δηλαδή το μέγιστο χρέος που μπορεί να αναλάβει κάποιος με ασφάλεια και πόσο κοντά βρίσκεται στο όριο αυτό) και την αξιοπιστία μιας μεγάλης επιχείρησης, τράπεζας, δημοσίου οργανισμού και κράτους.

Η αξιοπιστία αυτή καθορίζεται από το ιστορικό, τα περιουσιακά στοιχεία που κατέχει και την οικονομική δραστηριότητα, όπως αυτή προκύπτει από τις υπάρχουσες λογιστικές καταστάσεις.

**Η λογική της ύπαρξης των οίκων αξιολόγησης είναι να λύσει το πρόβλημα της ασυμμετρίας πληροφόρησης μεταξύ των δανειστών και δανειζομένων σχετικά με την πιστοληπτική ικανότητα του τελευταίου.**

**Οι οργανισμοί αξιολόγησης χωρίζονται σε δύο κατηγορίες:**

- (i) τους αναγνωρισμένους οίκους και
- (ii) τους μη αναγνωρισμένους.

Στην πρώτη κατηγορία εντάσσονται οι οίκοι που έχουν αναγνωριστεί από τις εποπτικές αρχές κάθε χώρας. Στις Ηνωμένες Πολιτείες μόνο πέντε οίκοι αξιολόγησης, μεταξύ των οποίων η Moody's και η Standard and Poor's έχουν αναγνωριστεί από την Επιτροπή Ασφάλειας Κεφαλαιαγοράς.

Η πλειοψηφία των οίκων αξιολόγησης όπως το Economic Intelligence Unit και το Euromoney είναι μη αναγνωρισμένες.

**Υπάρχει μεγάλες διαφορές μεταξύ των οίκων αξιολόγησης πιστοληπτικής ικανότητας.**

**Μπορεί να διαφέρουν ανάλογα με το μέγεθος και το πεδίο κάλυψης.**

**Υπάρχουν επίσης μεγάλες διαφορές όσον αφορά τη μεθοδολογία αξιολόγησης των κινδύνων καθώς και του ορισμού του κινδύνου χώρας, γεγονός που καθιστά τη σύγκριση μεταξύ τους δύσκολη.**

Οι πιο γνωστοί οίκοι αξιολόγησης επιχειρήσεων και κρατών είναι:

- A.M. Best (U.S.)
- Baycorp Advantage(Australia)
- Dominion Bond Rating Service(Canada)
- Dun & Bradstreet
- China Credit Information Service(China)
- Fitch Ratings(U.S.)
- Japan Credit Rating Agency(Japan)
- Moody's Investors Service(U.S.)
- Standard & Poor's(U.S.)
- Rating Agency Malaysia(Malaysia)
- Egan-Jones Rating Company(U.S.)
- CRISIL Ltd(India)
- Japan Credit Rating Vital Information Services(Pakistan)
- The Pakistan Credit Rating Agency Limited(Pakistan)
- NKC Independent Economists(South Africa)

# Χαρακτηριστικά ομολόγων (Πλεονεκτήματα)

**Οι πιο γνωστές εταιρείες αξιολόγησης ομολόγων είναι:**

- Η Moody, και
- Η Standard & Poor

**Παρακολουθούν την κατάσταση στην οποία βρίσκονται συγκεκριμένοι εκδότες ομολόγων και εκτιμούν την πιθανότητα ενός δανειστή / ομολογιούχου να αποπληρωθεί από το δανειζόμενο/ εκδότη ομολόγων.**

**Η υψηλή αξιολόγηση συνεπάγεται ότι ένας εκδότης του ομολόγου έχει μικρή πιθανότητα μη αποπληρωμής των υποχρεώσεών του.**

Εταιρείες ή κυβερνήσεις με εξαιρετικά δυνατή χρηματοοικονομική θέση φέρουν τις υψηλότερες αξιολογήσεις και είναι σε θέση να εκδώσουν ομόλογα με την υψηλότερη βαθμολογία, ή Τρία Α. Παράδ: Η ExxonMobil, η Microsoft, και η κυβέρνηση του Καναδά

**Οι τέσσερις υψηλότερες κατηγορίες, από το Aaa προς τα κάτω μέχρι το Baa στο σύστημα της Moody, θεωρούνται ως ομόλογα επενδυτικού βαθμού.**

Αυτά τα ομόλογα έχουν πολύ χαμηλό κίνδυνο αθέτησης.

**Οι αξιολογήσεις αφορούν τις περισσότερες κυβερνήσεις και εταιρείες που εκδίδουν σημαντικό αριθμό ομολόγων.**



# Αξιολόγηση Ομολόγων

ΠΙΝΑΚΑΣ 7.1 Οδηγός για την Αξιολόγηση Ομολόγων

	Moody's	Standard & Poor's	Περιγραφή	Παραδείγματα Εκδοτών με Ομολογιακά Δάνεια το 2012
Επενδυτική Αξιολόγηση	Aaa	AAA	Ομολόγα με την καλύτερη ποιότητα και με το μικρότερο κίνδυνο αθέτησης. Οι εκδότες είναι εξαιρετικά σταθεροί και αξιόπιστοι.	ExxonMobil Microsoft Καναδάς
	Aa	AA	Υψηλότερη ποιότητα με ελαφρώς υψηλότερο βαθμό μακροπρόθεσμου κινδύνου.	General Electric Procter & Gamble Κίνα
	A	A	Υψηλή-μέση ποιότητα με παλιά ισχυρά χαρακτηριστικά αλλά σχετικά ευάλωτα σε μεταβαλλόμενες οικονομικές συνθήκες.	JPMorgan Chase Oracle Ισραήλ
	Baa	BBB	Μέτρια ποιότητα, επί του παρόντος επαρκή, αλλά ίσως αναξιόπιστα μακροπρόθεσμα.	General Mills Time Warner Βραζιλία Ιταλία
Μη Επενδυτική, Κερδοσκοπική Αξιολόγηση	Ba	BB	Μερικώς κερδοσκοπικό φαινόμενο, με μέτρια ασφάλεια αλλά όχι επαρκώς διαφυλαγμένη.	Goodyear Tire General Motors Τουρκία
	B	B	Κανό να πληρώσουν τώρα αλλά με κίνδυνο αθέτησης στο μέλλον.	Hertz Office Depot Βενεζουέλα
Εξαιρετικά Κερδοσκοπικά	Caa	CCC	Φτωχή ποιότητα, σαφής κίνδυνος αθέτησης.	Κούβα* Πακιστάν*
	Ca	CC	Υψηλή κερδοσκοπική ποιότητα, συχνά σε αθέτηση.	
	C	C	Χαμηλότερη αξιολόγηση, πενιχρές προοπτικές αποπληρωμής αν και μπορεί ακόμα να πληρώνουν.	Ελλάδα**
	D	D	Σε πτώχευση.	

\*Η S&P αξιολόγησε το Πακιστάν ως Β και δεν αξιολόγησε την Κούβα.

\*\*Η S&P αξιολόγησε την Ελλάδα ως CCC.

Για ένα λεπτομερέστερο ορισμό της αξιολόγησης δείτε την ιστοσελίδα της Moody's στο [www.moody.com](http://www.moody.com) ή την ιστοσελίδα της Standard and Poor's [www.standardandpoors.com](http://www.standardandpoors.com).

**Τα ομόλογα κερδοσκοπικού βαθμού είναι ομόλογα που εκδίδονται από χώρες ή εταιρείες που ενδέχεται να αντιμετωπίσουν δυσκολίες στο να καλύψουν τις πληρωμές ομολόγων τους, αλλά δε βρίσκονται σε κίνδυνο άμεσης αθέτησης.**

**Τα υψηλά κερδοσκοπικά ομόλογα αποτελούνται από χρέη που αντιμετωπίζουν σοβαρό κίνδυνο αθέτησης.**

**Τα ομόλογα με αξιολόγηση κάτω του επενδυτικού βαθμού συχνά αναφέρονται ως ομόλογα σκουπίδια ή μερικές φορές πιο ευγενικά ως ομόλογα υψηλής απόδοσης.**

## **Υπάρχουν δύο τύποι ομολόγων σκουπιδιών:**

- Οι έκπτωτοι άγγελοι, παλαιότερα ήταν ομόλογα επενδυτικού βαθμού, αλλά οι εκδότες τους πέρασαν δύσκολες περιόδους.
- Ομόλογα που εκδίδονται από εκδότες όπου λίγα είναι γνωστά για τον κίνδυνο του εκδότη.

## **Ουσιαστικές αλλαγές στις χρηματοοικονομικές συνθήκες μιας εταιρείας ή μιας κυβέρνησης επιταχύνουν αλλαγές στην αξιολόγηση του χρέους τους.**

- Υποβάθμιση- μείωση της βαθμολογίας του ομολόγου του εκδότη.
- Αναβάθμιση – αναβάθμιση της βαθμολογίας του ομολόγου του εκδότη.

**Οι αξιολογήσεις των ομολόγων σχεδιάστηκαν για να αντανakλούν τον κίνδυνο αθέτησης.**

**Όσο χαμηλότερη είναι η αξιολόγηση ενός ομολόγου,**

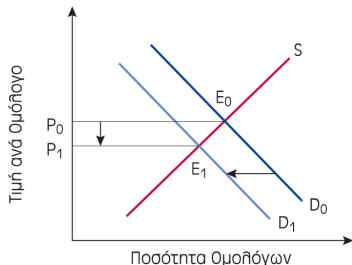
- Τόσο μεγαλύτερος ο κίνδυνος της αθέτησης.
- Τόσο χαμηλότερη είναι η τιμή του και τόσο υψηλότερη η απόδοση του.

**Για να κατανοήσουμε την ποσοτική επίδραση των αξιολογήσεων στις αποδόσεις των ομολόγων θα πρέπει να συγκρίνουμε διαφορετικά ομόλογα που είναι όμοια με κάθε τρόπο εκτός από την αξιολόγηση της πιστοληπτικής ικανότητας του εκδότη.**

# Η Επίδραση της Αξιολόγησης στις Αποδόσεις

## ΣΧΗΜΑ 7.1

Η Επίδραση της Αύξησης του Κινδύνου στην Ισορροπία στην Αγορά Ομολόγων



Ο αυξημένος κίνδυνος μειώνει τη ζήτηση των ομολόγων σε οποιαδήποτε τιμή, μετατοπίζοντας την καμπύλη ζήτησης προς τα αριστερά από  $D_0$  σε  $D_1$ . Το αποτέλεσμα είναι μια μείωση στην τιμή και στην ποσότητα ισορροπίας της αγοράς. Παρατηρούμε πως όταν η τιμή μειώνεται από  $P_0$  σε  $P_1$ , η απόδοση του ομολόγου πρέπει να αυξηθεί.

# Η Επίδραση της Αξιολόγησης στις Αποδόσεις

**Οι εκδόσεις έντοκων γραμματίων του δημοσίου των ΗΠΑ θεωρείται ότι έχουν μικρό κίνδυνο αθέτησης και για αυτό συνήθως αναφέρονται ως ομόλογα αναφοράς.**

**Οι αποδόσεις άλλων ομολόγων μετριοούνται σε όρους διαφοράς επιτοκίου σε σχέση με τα κρατικά ομόλογα.**

Η απόδοση ενός ομολόγου είναι το άθροισμα δύο συστατικών:

= Απόδοση κρατικού ομολόγου ΗΠΑ + Ασφάλιστρο κινδύνου αθέτησης

# Η Επίδραση της Αξιολόγησης στις Αποδόσεις

Εάν οι αξιολογήσεις των ομολόγων αντανakλούν σωστά την πιθανότητα αθέτησης, τότε όσο χαμηλότερη είναι η αξιολόγηση ενός εκδότη, τόσο υψηλότερο θα είναι το ασφάλιστρο κινδύνου αθέτησης.

Όταν οι αποδόσεις των κρατικών ομολόγων των ΗΠΑ μεταβάλλονται, τότε και οι άλλες αποδόσεις μεταβάλλονται μαζί τους.

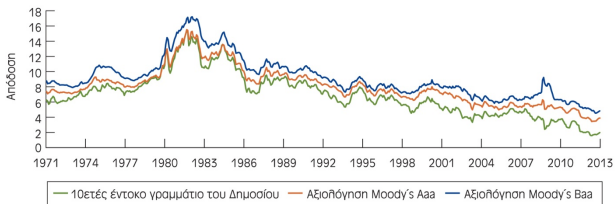
Για να το δούμε αυτό, ας δούμε το σχήμα 7.2 της διάρθρωσης του κινδύνου των επιτοκίων.

# Η Επίδραση της Αξιολόγησης στις Αποδόσεις

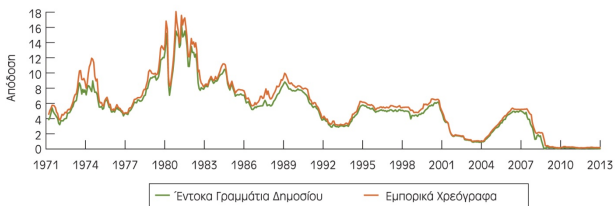
ΣΧΗΜΑ 7.2

Η Διάρθρωση Κινδύνου των Επιτοκίων

A. Σύγκριση Μακροπρόθεσμων Επιτοκίων



B. Σύγκριση Βραχυπρόθεσμων Επιτοκίων





# Η Επίδραση της Αξιολόγησης στις Αποδόσεις

**Οι μεταβολές στην απόδοση του κρατικού ομολόγου των ΗΠΑ ευθύνονται κυρίως για την κίνηση των αποδόσεων των ομολόγων Aaa και Baa.**

**Στην πραγματικότητα, κατά τα έτη από το 1971 έως το 2012, η απόδοση του 10ετούς κρατικού ομολόγου των ΗΠΑ ήταν κατά μέσο όρο πάνω από μία ολόκληρη ποσοστιαία μονάδα χαμηλότερη από την απόδοση των ομολόγων Aaa και δύο ποσοστιαίες μονάδες χαμηλότερη από την απόδοση των ομολόγων Baa.**

**Οι αξιολογήσεις είναι ζωτικής σημασίας για την ικανότητα των επιχειρήσεων να αυξάνουν τη χρηματοδότησή τους.**

- Όποτε η αξιολόγηση ενός ομολόγου μιας εταιρείας μειώνεται, το κόστος των κεφαλαίων αυξάνεται, μειώνοντας τη δυνατότητα της εταιρείας να χρηματοδοτήσει νέες επιχειρήσεις.

**Οι επενδυτές πρέπει να αποζημιώνονται για την ανάληψη κινδύνου.**

**Με τον όρο «αποτίμηση» (valuation) εννοούμε τον τρόπο με τον οποίο καθορίζεται η τιμή που έχει ένα αξιόγραφο στην αγορά.**

**Για το λόγο αυτό μιλάμε για αποτίμηση της αγοραίας αξίας (market value) μιας ομολογίας, μιας μετοχής κ.λπ.**

**Η αποτίμηση οδηγεί στον υπολογισμό της εύλογης ή δίκαιης αξίας ενός αξιογράφου.**

**Ο αγοραστής ενός αξιογράφου πληρώνει ένα ποσό σήμερα για να εισπράξει κάποιες ταμειακές ροές (cash flows) στο μέλλον.**

**Το ποσό αυτό, που αποτελεί την τιμή αγοράς του αξιογράφου, δεν μπορεί παρά να είναι ίσο με την παρούσα αξία των μελλοντικών ταμειακών ροών που θα εισπράξει ο αγοραστής.**

**Οι μελλοντικές ταμειακές ροές θα πρέπει να προεξοφληθούν στο παρόν με τη χρήση κάποιου κατάλληλου προεξοφλητικού επιτοκίου, έτσι ώστε να υπολογιστεί η παρούσα αξία τους.**

**Η συνολική αυτή παρούσα αξία των μελλοντικών ταμειακών ροών αποτελεί την εύλογη ή δίκαιη αξία του αξιογράφου.**

**Άρα, η εύλογη ή δίκαιη αξία (intrinsic value or fair value or reasonable value) ενός αξιογράφου είναι η παρούσα αξία των αναμενόμενων μελλοντικών ταμειακών ροών του αξιογράφου.**

**Όταν η αγορά ομολογιών βρίσκεται σε κατάσταση ισορροπίας, τότε οι τιμές των ομολόγων ισούνται με τις εύλογες αξίες τους.**

**Η αγορά ομολόγων βρίσκεται σχεδόν πάντα σε ισορροπία, διότι, όποτε βρεθεί σε κατάσταση ανισορροπίας, οι δυνάμεις της προσφοράς και ζήτησης την οδηγούν σε ισορροπία.**

Εάν για παράδειγμα η τιμή της ομολογίας  $A$  στην αγορά υπερβαίνει την εύλογη της αξία, τότε όλοι όσοι δραστηριοποιούνται στην αγορά ομολόγων επιδιώκουν πώληση της ομολογίας αυτής, διότι με την ενέργειά τους αυτή πρόκειται να αποκομίσουν κέρδος.

Η μεγάλη προσφορά της ομολογίας  $A$  θα επιφέρει πτώση στην τιμή της στην αγορά και η πτώση αυτή θα συνεχιστεί ώσπου η τιμή της να εξισωθεί με την εύλογη αξία της.

Το αντίθετο θα συμβεί αν η τιμή της ομολογίας υπολείπεται της εύλογης αξίας της.

**Το αντίθετο θα συμβεί αν η τιμή της ομολογίας υπολείπεται της εύλογης αξίας της.**

**Στην περίπτωση αυτή, όσοι δραστηριοποιούνται στην αγορά ομολόγων θα επιδιώκουν αγορά της ομολογίας A.**

Η μεγάλη ζήτηση της ομολογίας A θα επιφέρει άνοδο της τιμής της στην αγορά.

Η άνοδος αυτή θα συνεχισθεί ωστόσο η τιμή της ομολογίας A εξισωθεί με την εύλογη της αξία.

Η εύλογη ή δίκαιη αξία μιας ομολογίας βρίσκεται από τον τύπο:

$$IV = \frac{C}{(1+k)} + \frac{C}{(1+k)^2} + \dots + \frac{C}{(1+k)^n} + \frac{FV}{(1+k)^n}$$

όπου

$IV$  = η εύλογη ή δίκαιη αξία της ομολογίας,

$C$  = το ετήσιο τοκομερίδιο σε ευρώ,

$n$  = ο αριθμός των ετών που διαρκεί η ομολογία,

$FV$  = η ονομαστική αξία της ομολογίας, και

$k$  = το κατάλληλο προεξοφλητικό επιτόκιο.



**Το προεξοφλητικό επιτόκιο που χρησιμοποιείται στον ανωτέρω τύπο είναι η απόδοση που απαιτούν οι επενδυτές για να αγοράσουν τη συγκεκριμένη ομολογία.**

**Επειδή κάθε ομολογία διαφέρει από τις άλλες, η απαιτούμενη απόδοση είναι διαφορετική για κάθε ομολογία.**

**Το επιτόκιο αυτό αναγωγής αντιπροσωπεύει την αξία του χρήματος κατά το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί από την αγορά μέχρι τη λήξη της ομολογίας και επηρεάζεται από τον κίνδυνο της ομολογίας.**

Επιπλέον, **το επιτόκιο αυτό αποτελεί το κόστος ευκαιρίας (opportunity cost) του κατόχου της ομολογίας**, καθώς αντικατοπτρίζει την απόδοση που διαφεύγει από τον επενδυτή, λόγω της μη αποδοχής της καλύτερης εναλλακτικής επένδυσης με τον ανάλογο κίνδυνο.

**Κατά συνέπεια, τα επιτόκια στην αγορά επηρεάζουν άμεσα το προεξοφλητικό επιτόκιο που χρησιμοποιείται για την εύρεση της εύλογης αξίας μιας ομολογίας.**

# Παράδειγμα 1

Η ομολογία Α εκδόθηκε στο παρελθόν και έχει διάρκεια ζωής τρία ακόμη έτη.

Η ονομαστική της αξία (face value) είναι 1.000 ευρώ και το εκδοτικό της επιτόκιο (coupon rate) είναι 10%. Τα τοκομερίδια πληρώνονται ετησίως.

Το επίπεδο των επιτοκίων σήμερα έχει διαμορφωθεί σε χαμηλότερα επίπεδα, έτσι ώστε τα νέα αξιόγραφα τα οποία έχουν τα ίδια χαρακτηριστικά με το εξεταζόμενο αποδίδουν 8%.

Άρα, το κατάλληλο προεξοφλητικό επιτόκιο της ομολογίας αυτής σήμερα είναι 8%.

**Να βρεθεί η εύλογη ή δίκαιη αξία της ομολογίας.**

## Παράδειγμα 1: Απάντηση

Η εύλογη ή δίκαιη αξία της ομολογίας βρίσκεται ως εξής:

$$IV = \frac{100}{(1+0,08)} + \frac{100}{(1+0,08)^2} + \frac{100}{(1+0,08)^3} + \frac{1000}{(1+0,08)^3} = 1.051,54$$

Άρα η εύλογη αξία είναι κατά προσέγγιση ίση με 1.051,54 € και είναι η αξία την οποία θα πρέπει να έχει σήμερα η ομολογία A στην αγορά.

# Αποτίμηση Αξιογράφων Σταθερού Εισοδήματος

Πολλές ομολογίες καταβάλλουν τοκομερίδια στους ομολογιούχους δύο φορές το χρόνο, οπότε έχουμε εξαμηνιαίο ανατοκισμό.

Στην περίπτωση αυτή, η εύλογη αξία των ομολογιών βρίσκεται από τον τύπο:

$$IV = \frac{\frac{C}{2}}{\left(1 + \frac{k}{2}\right)} + \frac{\frac{C}{2}}{\left(1 + \frac{k}{2}\right)^2} + \dots + \frac{\frac{C}{2}}{\left(1 + \frac{k}{2}\right)^{2n}} + \frac{FV}{\left(1 + \frac{k}{2}\right)^{2n}}$$

## Παράδειγμα 2

Να βρεθεί η εύλογη ή δίκαιη αξία της ομολογίας του παραδείγματος 1 (η οποία έχει ονομαστική αξία 1.000 ευρώ, εκδοτικό επιτόκιο 10%, χρόνο λήξης τρία έτη, σημερινό επίπεδο επιτοκίων 8%), υποθέτοντας ότι τα τοκομερίδια πληρώνονται δύο φορές τον χρόνο.

## Παράδειγμα 2: Απάντηση

Η ομολογία λήγει σε τρία έτη ή έξι εξαμηνιαίες περιόδους. Το τοκομερίδιο της κάθε περιόδου θα είναι ίσο με  $(100/2) = 50$  ευρώ. Το κατάλληλο προεξοφλητικό επιτόκιο είναι 8% τον χρόνο ή 4% το εξάμηνο. Οπότε η εύλογη ή δίκαιη αξία της ομολογίας A βρίσκεται ως εξής:

$$IV = \frac{50}{(1 + 0,04)} + \frac{50}{(1 + 0,04)^2} + \dots + \frac{50}{(1 + 0,04)^6} + \frac{1.000}{(1 + 0,04)^6} \approx 1.052$$

Στην Προηγούμενη εξίσωση ο άγνωστος ήταν η εύλογη αξία της ομολογίας, ενώ θεωρήσαμε όλες τις άλλες παραμέτρους ως γνωστές.

Τις περισσότερες όμως φορές αυτό που ενδιαφέρει τον ομολογιούχο είναι το προεξοφλητικό επιτόκιο, ενώ όλες οι άλλες παράμετροι είναι συνήθως γνωστές.

Και αυτό γιατί ο επενδυτής έχει αγοράσει (ή πρόκειται να αγοράσει) την ομολογία στην τρέχουσα τιμή της και γνωρίζει το εκδοτικό επιτόκιο, την ονομαστική αξία, το χρόνο λήξης και την περίοδο πληρωμής των τοκομεριδίων της ομολογίας.



Στην περίπτωση αυτή, μπορούμε να υπολογίσουμε την απόδοση που θα έχει ο επενδυτής εάν κρατήσει την ομολογία μέχρι τη λήξη της.

Η απόδοση αυτή, όπως έχουμε αναφέρει, λέγεται απόδοση στη λήξη (yield to maturity) και βρίσκεται από τον τύπο:

$$P_0 = IV = \frac{C}{(1 + YTM)} + \frac{C}{(1 + YTM)^2} + \dots + \frac{C}{(1 + YTM)^n} + \frac{FV}{(1 + YTM)^n}$$

όπου  $P_0$  = η τρέχουσα τιμή της ομολογίας στη αγορά, και  $YTM$  = η απόδοση στη λήξη.

Η απόδοση στη λήξη υπολογίζεται με διάφορους τρόπους.

Ο πιο απλός απαιτεί τη χρήση ενός χρηματοοικονομικού υπολογιστή τσέπης (financial calculator) ή ενός προγράμματος Η/Υ, όπως το Microsoft Excel.

Ένας δεύτερος τρόπος είναι η μέθοδος της δοκιμής και λάθους, κατά την οποία χρησιμοποιούμε διάφορα επιτόκια ωσότου το δεξιό σκέλος της παραπάνω εξίσωσης γίνει ίσο με το αριστερό.

# Κατά Προσέγγιση Απόδοση στη Λήξη

Τέλος, μια κατά προσέγγιση απόδοση στη λήξη (approximate yield to maturity - AYTM) μπορεί να βρεθεί από τον τύπο:

$$AYTM = \frac{\text{Ετήσιο Τοκομερίδιο} + \text{Μέσο Ετήσιο Κέρδος Κεφαλαίου ή Ζημία}}{\frac{\text{Ονομαστική Αξία Ομολογίας} + \text{τρέχουσα Αξία ομολογίας}}{2}}$$

$$AYTM = \frac{C_t + \frac{P_p - P_m}{n}}{\frac{P_p + P_m}{2}}$$

όπου

$C_t$  = το ετήσιο τοκομερίδιο της ομολογίας,

$P_p$  = η ονομαστική αξία της ομολογίας,

$P_m$  = η τρέχουσα αξία της ομολογίας στην αγορά και

$n$  = ο αριθμός των ετών που μεσολαβούν μέχρι να λήξει η ομολογία.

## Παράδειγμα 3

- Η ομολογία Β εκδόθηκε στο παρελθόν και έχει διάρκεια ζωής τρία ακόμη έτη.
- Η ονομαστική της αξία είναι 1.000 ευρώ και το εκδοτικό της επιτόκιο είναι 8%.
- Τα τοκομερίδια πληρώνονται ετησίως.
- Η τρέχουσα τιμή της ομολογίας είναι 950,26 ευρώ (δηλαδή η ομολογία πουλιέται σήμερα υπό το άρτιο).
- Να βρεθεί η απόδοση που θα έχει ένας επενδυτής εάν αγοράσει την ομολογία αυτή σήμερα και την κρατήσει μέχρι να λήξει.

## Παράδειγμα 3: Απάντηση

Χρησιμοποιώντας τον τύπο που μας δίνει κατά προσέγγιση την απόδοση στη λήξη, βρίσκουμε ότι η ζητούμενη απόδοση είναι η εξής:

$$AYTM = \frac{80 + \frac{1.000 - 950,26}{3}}{\frac{1.000 + 950,26}{2}} = 0,099 \text{ ή } 9,9\%$$

Η απόδοση αυτή προσεγγίζει την πραγματική απόδοση στη λήξη η οποία είναι 10% και μπορεί να βρεθεί εύκολα με τη χρήση ενός χρηματοοικονομικού υπολογιστή τσέπης (financial calculator).

# Πραγματοποιηθείσα Απόδοση

Είναι σημαντικό να υπογραμμιστεί ότι η απόδοση στη λήξη είναι μια **υποσχόμενη** (promised) απόδοση, διότι θα επιτευχθεί μόνο εάν ο επενδυτής κρατήσει την ομολογία μέχρι τη λήξη της και επανεπενδύσει τα τοκομερίδια με επιτόκιο ίσο με την απόδοση στη λήξη.

**Εάν ο επενδυτής επανεπενδύει τα τοκομερίδια, όταν τα εισπράττει, με διαφορετικό επιτόκιο από την απόδοση στη λήξη ή τα ξοδεύει, τότε η πραγματοποιηθείσα απόδοση από την ομολογία διαφέρει από την απόδοση στη λήξη ακόμη και εάν ο επενδυτής κρατήσει την ομολογία μέχρι τη λήξη της.**

**Στην πραγματικότητα η επανεπένδυση των τοκομεριδίων γίνεται συνήθως με διαφορετικό επιτόκιο από την απόδοση στη λήξη.**

Στην περίπτωση αυτή, η **πραγματοποιηθείσα απόδοση** (realized compound yield) βρίσκεται από τον τύπο:

$$rcy = \left[ \frac{\text{Συνολική Μελλοντική Αξία Ομολογίας}}{\text{Τιμή Αγοράς Ομολογίας}} \right]^{1/n} - 1,0$$

όπου  $rcy$  = η πραγματοποιηθείσα απόδοση, και  $n$  = ο αριθμός των ετών που μεσολαβούν μέχρι τη λήξη της ομολογίας

## Παράδειγμα 4

Ποιες είναι οι τρεις σημαντικές υποθέσεις που πρέπει να γίνουν για τον υπολογισμό της υποσχόμενης απόδοσης στη λήξη μιας ομολογίας;

Τρεις είναι οι σημαντικές υποθέσεις που πρέπει να γίνουν για τον υπολογισμό της υποσχόμενης απόδοσης στη λήξη.

- 1 Πρώτον, ότι ο ομολογιούχος θα εισπράξει τα τοκομερίδια και την ονομαστική αξία της ομολογίας κατά τις προβλεπόμενες περιόδους.
- 2 Δεύτερον, ότι ο ομολογιούχος θα κρατήσει την ομολογία μέχρι τη λήξη της.
- 3 Και τρίτον, ότι ο ομολογιούχος θα επανεπενδύει τα τοκομερίδια που εισπράττει από την ομολογία με επιτόκιο ίσο με την υποσχόμενη απόδοση στη λήξη.



## Παράδειγμα 5

Η ομολογία Β εκδόθηκε στο παρελθόν και έχει διάρκεια ζωής τρία ακόμη έτη.  
Η ονομαστική της αξία είναι 1.000 ευρώ και το εκδοτικό της επιτόκιο είναι 8%.

Τα τοκομερίδια πληρώνονται ετησίως.

Η τρέχουσα τιμή της ομολογίας είναι 950,26 ευρώ (δηλαδή η ομολογία πουλιέται σήμερα υπό το άρτιο).

Να βρεθεί η απόδοση που θα πραγματοποιηθεί εάν ένας επενδυτής αγοράσει την ομολογία αυτή σήμερα, την κρατήσει μέχρι να λήξει και επανεπενδύει τα τοκομερίδια με επιτόκιο 12%.

Η συνολική μελλοντική ή τελική αξία της ομολογίας βρίσκεται εάν προσθέσουμε την ονομαστική της αξία (που είναι 1.000 ευρώ) που θα εισπραχθεί στο τέλος του τρίτου έτους και το ποσό που θα συσσωρευθεί στο τέλος του τρίτου έτους από την επανεπένδυση των τοκομεριδίων με επιτόκιο 12% για τρία έτη.

Το ποσό αυτό είναι η τελική αξία μίας ληξιπρόθεσμης σειράς πληρωμών (ράντας) με σταθερό όρο τα 80 ευρώ, επιτόκιο ανατοκισμού 12% και χρονική διάρκεια τριών ετών.

$$\left[ \frac{(1+r)^n - 1}{r} \right] = \left[ \frac{(1+12\%)^3 - 1}{12\%} \right] = 3,3744$$

Άρα, η συνολική μελλοντική αξία της ομολογίας είναι  $1.000 + [80 \times (3,3744)] = 1.269,95$  ευρώ.

Οπότε έχουμε

$$rcy = [(1.269,95/950,26)^{1/3}] - 1,0 = (1,101492 - 1,000000) = 0,1015 \text{ ή } 10,15\%.$$

## Παράδειγμα 6

Να βρεθεί η πραγματοποιηθείσα απόδοση του παραδείγματος 5, υποθέτοντας ότι τα τοκομερίδια πληρώνονται δύο φορές το έτος.

Η ομολογία λήγει σε τρία έτη ή έξι εξαμηνιαίες περιόδους.

Το τοκομερίδιο της κάθε περιόδου θα είναι ίσο με  $(80/2) = 40$  ευρώ.

Το κατάλληλο επιτόκιο επανεπένδυσης των τοκομεριδίων είναι ίσο με  $(0,12/2) = 6\%$  το εξάμηνο.

Η συνολική μελλοντική αξία της ομολογίας στο τέλος των έξι περιόδων θα είναι ίση με  $1.000 + [40 \times (6,9753)] = 1.279,01$  ευρώ.

Οπότε η πραγματοποιηθείσα απόδοση θα είναι ίση με

$$rcy = [(1.279,01/950,26)^{1/6}] - 1,0 = (1,050764 - 1,000000) = 0,050764 \text{ ή } 5,0764\% \text{ το εξάμηνο ή } (5,0764 \times 2) = 10,1528\% \text{ τον χρόνο.}$$

## Η μεταβλητότητα της τιμής μιας ομολογίας επηρεάζεται από πολλούς παράγοντες.

Ο Burton Malkiel, χρησιμοποιώντας το υπόδειγμα αποτίμησης μιας ομολογίας που αναφέραμε προηγουμένως, έδειξε ότι η τιμή μιας ομολογίας στην αγορά είναι συνάρτηση τεσσάρων παραγόντων:

- 1 της ονομαστικής της αξίας,
- 2 του τοκομεριδίου της,
- 3 του χρόνου λήξης της και
- 4 των επιτοκίων που επικρατούν στην αγορά.

# Σχέση Μεταξύ Επιτοκίων και Τιμών Ομολογιών

Ο Malkiel διατύπωσε πέντε θεωρήματα για τη σχέση μεταξύ τιμών ομολογιών και επιτοκίων.

Τα θεωρήματα αυτά είναι τα εξής:

- **Οι τιμές των ομολογιών κινούνται αντίστροφα από τις αποδόσεις στη λήξη τους (και των αντίστοιχων με αυτές επιτοκίων).**

**Άνοδος (πτώση)** των επιτοκίων επιφέρει πτώση (άνοδο) των τιμών των ομολογιών.

- **Η μεταβλητότητα των τιμών των ομολογιών σχετίζεται θετικά με το χρόνο λήξης τους.**

Όσο μεγαλύτερος είναι ο χρόνος λήξης μιας ομολογίας, τόσο μεγαλύτερη είναι και η μεταβλητότητα της σε μεταβολές των επιτοκίων.

# Σχέση Μεταξύ Επιτοκίων και Τιμών Ομολογιών

Ο Malkiel διατύπωσε πέντε θεωρήματα για τη σχέση μεταξύ τιμών ομολογιών και επιτοκίων.

Τα θεωρήματα αυτά είναι τα εξής:

- **Οι τιμές των ομολογιών κινούνται αντίστροφα από τις αποδόσεις στη λήξη τους (και των αντίστοιχων με αυτές επιτοκίων).**

**Άνοδος (πτώση)** των επιτοκίων επιφέρει πτώση (άνοδο) των τιμών των ομολογιών.

- **Η μεταβλητότητα των τιμών των ομολογιών σχετίζεται θετικά με το χρόνο λήξης τους.**

Όσο μεγαλύτερος είναι ο χρόνος λήξης μιας ομολογίας, τόσο μεγαλύτερη είναι και η μεταβλητότητα της σε μεταβολές των επιτοκίων.



# Σχέση Μεταξύ Επιτοκίων και Τιμών Ομολογιών

Ο Malkiel διατύπωσε πέντε θεωρήματα για τη σχέση μεταξύ τιμών ομολογιών και επιτοκίων.

Τα θεωρήματα αυτά είναι τα εξής:

- **Οι τιμές των ομολογιών κινούνται αντίστροφα από τις αποδόσεις στη λήξη τους (και των αντίστοιχων με αυτές επιτοκίων).**

**Άνοδος (πτώση)** των επιτοκίων επιφέρει πτώση (άνοδο) των τιμών των ομολογιών.

- **Η μεταβλητότητα των τιμών των ομολογιών σχετίζεται θετικά με το χρόνο λήξης τους.**

Όσο μεγαλύτερος είναι ο χρόνος λήξης μιας ομολογίας, τόσο μεγαλύτερη είναι και η μεταβλητότητα της σε μεταβολές των επιτοκίων.

- **Η ποσοστιαία μεταβολή της τιμής μιας ομολογίας αυξάνεται με φθίνοντα ρυθμό, καθώς αυξάνεται ο χρόνος λήξης της ομολογίας.**

Για παράδειγμα, ο διπλασιασμός του χρόνου λήξης μιας ομολογίας δεν θα επιφέρει το διπλασιασμό της ποσοστιαίας μεταβολής της τιμής της, λόγω μεταβολής των επιτοκίων.

- **Οι μεταβολές των τιμών των ομολογιών που οφείλονται σε μια ισόποση απόλυτη αύξηση ή μείωση της απόδοσης στη λήξη δεν είναι συμμετρικές.**

Εάν διατηρήσουμε το χρόνο λήξης μιας ομολογίας σταθερό, τότε θα διαπιστώσουμε ότι μια μείωση της απόδοσης στη λήξη αυξάνει την τιμή της ομολογίας περισσότερο απ' ό,τι μια ισόποση αύξηση της απόδοσης στη λήξη μειώνει την τιμή της ομολογίας.

- **Η μεταβλητότητα των τιμών των ομολογιών σχετίζεται αρνητικά με το ύψος του τοκομεριδίου.**

Όσο μικρότερα είναι τα τοκομερίδια μιας ομολογίας, τόσο μεγαλύτερη είναι η μεταβλητότητά της, όταν μεταβάλλονται τα επιτόκια.

**Έχει ήδη αναφερθεί ότι η απόδοση την οποία απαιτούν οι επενδυτές για να αγοράσουν μια ομολογία σχετίζεται άμεσα με τα επιτόκια της αγοράς.**

**Όταν τα επιτόκια που επικρατούν στην αγορά μεταβάλλονται, τότε μεταβάλλονται και τα εκδοτικά επιτόκια των νεοεκδιδομένων ομολογιών.**

Όταν τα εκδοτικά επιτόκια των νέων ομολογιών μεταβάλλονται, οι επενδυτές μεταβάλλουν και τις αποδόσεις που απαιτούν για να αγοράσουν ή να πουλήσουν ομολογίες παλαιότερων εκδόσεων.

Για να γίνει αυτή η μεταβολή στην απόδοση των παλαιότερων ομολογιών, πρέπει να μεταβληθεί η τρέχουσα τιμή τους.

**Έχει ήδη αναφερθεί ότι η απόδοση την οποία απαιτούν οι επενδυτές για να αγοράσουν μια ομολογία σχετίζεται άμεσα με τα επιτόκια της αγοράς.**

**Όταν τα επιτόκια που επικρατούν στην αγορά μεταβάλλονται, τότε μεταβάλλονται και τα εκδοτικά επιτόκια των νεοεκδιδομένων ομολογιών.**

**Όταν τα εκδοτικά επιτόκια των νέων ομολογιών μεταβάλλονται, οι επενδυτές μεταβάλλουν και τις αποδόσεις που απαιτούν για να αγοράσουν ή να πουλήσουν ομολογίες παλαιότερων εκδόσεων.**

**Για να γίνει αυτή η μεταβολή στην απόδοση των παλαιότερων ομολογιών, πρέπει να μεταβληθεί η τρέχουσα τιμή τους.**

# Σχέση Μεταξύ Επιτοκίων και Τιμών Ομολογιών

**Οι τιμές των ομολογιών, οι οποίες διαφέρουν μόνο ως προς το χρόνο λήξης τους, αντιδρούν διαφορετικά σε μεταβολές των επιτοκίων.**

**Αύξηση (μείωση) των επιτοκίων οδηγεί σε μείωση (αύξηση) των τιμών όλων των ομολογιών.**

**Η μεταβολή όμως αυτή των τιμών των ομολογιών είναι μεγαλύτερη όσο μεγαλύτερη είναι η διάρκεια ζωής των ομολογιών, όταν όλα τα άλλα παραμένουν σταθερά.**

# Σχέση Μεταξύ Επιτοκίων και Τιμών Ομολογιών

Ο κάτοχος μιας ομολογίας με μεγάλη διάρκεια ζωής εισπράττει το μεγαλύτερο μέρος των εισροών του σε μεγαλύτερο χρονικό διάστημα, απ' ό,τι ο κάτοχος μιας ομολογίας με μικρή διάρκεια ζωής.

Επειδή οι τιμές των ομολογιών στην αγορά καθορίζονται από την προεξόφληση των μελλοντικών εισροών στο παρόν, μια μεταβολή στο προεξοφλητικό επιτόκιο θα επιφέρει μεγαλύτερη μεταβολή στις τιμές των ομολογιών των οποίων οι εισροές είναι πιο απομακρυσμένες χρονικά, απ' ό,τι σε εκείνες των οποίων οι εισροές είναι λιγότερο απομακρυσμένες χρονικά.

Άρα, οι τιμές των ομολογιών με τη μεγαλύτερη διάρκεια ζωής έχουν την μεγαλύτερη μεταβλητότητα, λόγω μεταβολής των επιτοκίων.



## Παράδειγμα 8

Ένας επενδυτής αγοράζει μια πενταετή ομολογία στο άρτιο πληρώνοντας 1.000 ευρώ.

Τα τοκομερίδια της ομολογίας πληρώνονται στο τέλος κάθε έτους και το κάθε ένα από αυτά ισούται με 120 ευρώ (δηλαδή το εκδοτικό επιτόκιο είναι 12%).

Μετά την είσπραξη του δεύτερου τοκομεριδίου, ο επενδυτής χρειάζεται μετρητά και αποφασίζει να πουλήσει την ομολογία στη δευτερογενή αγορά.

Το επίπεδο των επιτοκίων την περίοδο αυτή έχει διαμορφωθεί σε χαμηλότερα επίπεδα, έτσι ώστε τα νέα αξιόγραφα τα οποία έχουν τα ίδια χαρακτηριστικά με το εξεταζόμενο αποδίδουν 9%.

Ζητείται:

- α Ποια θα είναι η νέα τιμή της ομολογίας στην αγορά;
- β Εάν πουλήσει ο επενδυτής την ομολογία στη νέα τιμή ποια θα είναι η πραγματοποιηθείσα απόδοση του επενδυτή;

α. Εάν ο ομολογιούχος κρατούσε την ομολογία μέχρι τη λήξη της (δηλαδή άλλα τρία έτη) θα είχε απόδοση στη λήξη ίση με 12%.

Εάν τα επιτόκια δεν είχαν μεταβληθεί και οι νέες ομολογίες με τα ίδια χαρακτηριστικά απέδιδαν 12%, τότε ο επενδυτής θα πουλούσε την ομολογία του προς 1.000 ευρώ.

Σήμερα όμως οι ομολογίες αποδίδουν 9% και επομένως η τιμή της δεδομένης ομολογίας θα πρέπει να αυξηθεί έτσι ώστε να προσφέρει στον πιθανό αγοραστή της απόδοση 9%.

Η νέα τιμή της ομολογίας στην αγορά θα πρέπει να ισούται με την εύλογη της αξία, η οποία είναι ίση με:

$$P_0 = IV = \frac{120}{(1 + 0,09)^1} + \frac{120}{(1 + 0,09)^2} + \frac{1,120}{(1 + 0,09)^3} = 1.075,94$$

Άρα, η τιμή της ομολογίας κινήθηκε αντίστροφα από την απόδοση στη λήξη της και, επομένως, το παράδειγμα αυτό αποδεικνύει το πρώτο θεώρημα του Malkiel

β. Εφόσον ο επενδυτής αποφασίσει να πουλήσει την ομολογία θα την πουλήσει προς 1.075,94 ευρώ. Στην περίπτωση αυτή, η πραγματοποιηθείσα απόδοση θα είναι ίση με:

$$1.000 = \frac{120}{(1+k)^1} + \frac{120}{(1+k)^2} + \frac{1,075,94}{(1+k)^3}$$

Λύνοντας ως προς  $k$  με τη μέθοδο των διαδοχικών προσεγγίσεων, βρίσκουμε ότι η πραγματοποιηθείσα απόδοση είναι περίπου 15,52%.

Η απόδοση αυτή είναι μεγαλύτερη από την απόδοση στη λήξη, διότι ο επενδυτής πούλησε την ομολογία σε τιμή υψηλότερη από την ονομαστική της που την είχε αγοράσει.

## Παράδειγμα 9

Ένας επενδυτής αγοράζει μια πενταετή ομολογία στο άρτιο πληρώνοντας 1.000 €.

Τα τοκομερίδια της ομολογίας πληρώνονται στο τέλος κάθε χρόνου και το κάθε ένα από αυτά ισούται με 120 ευρώ (δηλαδή το εκδοτικό επιτόκιο είναι 12%).

Μετά την είσπραξη του δεύτερου τοκομεριδίου, ο επενδυτής χρειάζεται μετρητά και αποφασίζει να πουλήσει την ομολογία στη δευτερογενή αγορά.

## Παράδειγμα 9

Το επίπεδο των επιτοκίων την περίοδο αυτή έχει διαμορφωθεί σε υψηλότερα επίπεδα, έτσι ώστε τα νέα αξιόγραφα τα οποία έχουν τα ίδια χαρακτηριστικά με το εξεταζόμενο αποδίδουν 15%.

Ζητείται:

- α Ποια θα είναι η νέα τιμή της ομολογίας στην αγορά;
- β Εάν πουλήσει ο επενδυτής την ομολογία στη νέα τιμή ποια θα είναι η πραγματοποιηθείσα απόδοση του επενδυτή;
- γ Να συγκρίνετε (σε απόλυτα μεγέθη) την πτώση της τιμής της ομολογίας που οφείλεται σε άνοδο των επιτοκίων από 12% σε 15%, με την άνοδο της τιμής της ομολογίας του παραδείγματος 8, που οφειλόταν σε πτώση των επιτοκίων από 12% σε 9%.

α. Εάν ο ομολογιούχος κρατούσε την ομολογία μέχρι τη λήξη της (δηλαδή άλλα τρία έτη) θα είχε απόδοση στη λήξη ίση με 12%.

Εάν τα επιτόκια δεν είχαν μεταβληθεί και οι νέες ομολογίες με τα ίδια χαρακτηριστικά απέδιδαν 12%, τότε ο επενδυτής θα πουλούσε την ομολογία του προς 1.000 ευρώ. Σήμερα όμως οι ομολογίες αποδίδουν 15% και, επομένως, η τιμή της δεδομένης ομολογίας θα πρέπει να μειωθεί έτσι ώστε να προσφέρει στον πιθανό αγοραστή της απόδοση 15%.

Η νέα τιμή της ομολογίας στην αγορά θα πρέπει να ισούται με την εύλογη της αξία, η οποία είναι ίση με:

$$P_0 = IV = \frac{120}{(1+0,15)^1} + \frac{120}{(1+0,15)^2} + \frac{1.120}{(1+0,15)^3} = 931,50$$

Άρα, η τιμή της ομολογίας κινήθηκε αντίστροφα από την απόδοση στη λήξη της και, επομένως, το παράδειγμα αυτό αποδεικνύει το πρώτο θεώρημα του Malkiel.

**Β. Εφόσον ο επενδυτής αποφασίσει να πουλήσει την ομολογία, θα την πουλήσει προς 931,50 ευρώ.**

Στην περίπτωση αυτή, η πραγματοποιηθείσα απόδοση θα είναι ίση με:

$$1.000 = \frac{120}{(1+k)^1} + \frac{120}{(1+k)^2} + \frac{931.50}{(1+k)^3}$$

Λύνοντας ως προς  $k$  με την μέθοδο των διαδοχικών προσεγγίσεων, βρίσκουμε ότι η πραγματοποιηθείσα απόδοση είναι περίπου 8,72%.

**Η απόδοση αυτή είναι μικρότερη της απόδοσης στη λήξη, διότι ο επενδυτής πούλησε την ομολογία σε τιμή μικρότερη από την ονομαστική τιμή στην οποία την είχε αγοράσει.**

γ. Η πτώση της τιμής της ομολογίας είναι ίση με  $(1.000 - 931,50) = 68,50$  ευρώ.

Η άνοδος της τιμής της ομολογίας στο παράδειγμα 8 ήταν ίση με  $(1.075,94 - 1.000) = 75,94$  ευρώ.

Από τα ανωτέρω επαληθεύεται το τέταρτο θεώρημα του Malkiel.

Μια μείωση της απόδοσης στη λήξη (από 12% σε 9%) αυξάνει την τιμή της ομολογίας περισσότερο απ' ό,τι μια ισόποση αύξηση της απόδοσης στη λήξη (από 12% σε 15%) μειώνει την τιμή της ομολογίας.



## Παράδειγμα 10

Ένας επενδυτής αγοράζει σήμερα δύο ομολογίες, την A και τη B, οι οποίες έχουν τα ίδια χαρακτηριστικά, εκτός από τη διάρκεια ζωής τους.

Η ομολογία A έχει διάρκεια ζωής 3 έτη, ενώ η B έχει διάρκεια ζωής 20 έτη. Και τα δύο αξιόγραφα αγοράζονται στην ονομαστική τους αξία (δηλαδή στο άρτιο) που είναι 1.000 ευρώ.

Το εκδοτικό επιτόκιο και των δύο αξιογράφων είναι 7%, τα δε τοκομερίδια καταβάλλονται μια φορά τον χρόνο.

Άρα, και τα δύο αξιόγραφα προσφέρουν απόδοση στη λήξη ίση με 7%.

## Παράδειγμα 10

Ένα έτος μετά την αγορά των αξιογράφων τα επιτόκια των νεοεκδιδομένων ομολογιών έχουν αυξηθεί στο 9%, οπότε οι τιμές των ομολογιών A και B στην αγορά θα πρέπει να μειωθούν έτσι ώστε να προσφέρουν στους πιθανούς αγοραστές τους αποδόσεις παρόμοιες με εκείνες που προσφέρουν αξιόγραφα με τα ίδια χαρακτηριστικά (δηλαδή 9%).

Ζητείται:

- Ποιες θα είναι οι νέες τιμές των δύο ομολογιών στην αγορά;
- Ποιας ομολογίας η τιμή έχει υποστεί τη μεγαλύτερη ποσοστιαία μεταβολή, λόγω της μεταβολής των επιτοκίων από 7% σε 9%;

Έχει περάσει ένα έτος από την έκδοση των ομολογιών A και B.

Επομένως, η ομολογία A έχει διάρκεια ζωής 2 έτη και η ομολογία B έχει διάρκεια ζωής 19 έτη.

Οι τρέχουσες αποδόσεις που απαιτούν οι επενδυτές για να αγοράσουν ομολογίες είναι 9%.

Η τιμή των ομολογιών A και B στην αγορά θα ισούται με την εύλογη τους αξία και κατά συνέπεια θα είναι ίση με τη συνολική παρούσα αξία των ταμειακών τους εισροών.

Επομένως, θα ισχύει:

$$P_0 = IV = \frac{C}{(1+k)} + \frac{C}{(1+k)^2} + \dots + \frac{C}{(1+k)^n} + \frac{FV}{(1+k)^n}$$

$$P_A = \sum_{t=1}^2 \frac{70}{(1+0,09)^t} + \frac{1.000}{(1+0,09)^t} = 964,837$$

$$P_B = \sum_{t=1}^{19} \frac{70}{(1+0,09)^t} + \frac{1.000}{(1+0,09)^{19}} = 821,007$$

Από τα ανωτέρω γίνεται φανερό ότι η τιμή της ομολογίας με το μεγαλύτερο χρόνο λήξης (δηλαδή η Β) έχει τη μεγαλύτερη μεταβλητότητα, σε μεταβολές των επιτοκίων.

Η μείωση της τιμής της ομολογίας Α είναι  $(1.000 - 964,84) = 35,16$  ευρώ, ενώ της Β είναι  $(1.000 - 821,01) = 178,99$  ευρώ.

Άρα, η ποσοστιαία μείωση της τιμής της ομολογίας Α είναι  $(35,16/1.000) = 3,516\%$ , ενώ της Β είναι  $(178,99/1.000) = 17,899\%$ .

**Το παράδειγμα αυτό επαληθεύει το δεύτερο και το τρίτο θεώρημα του Malkiel.**

Η ομολογία Β έχει μεγαλύτερο χρόνο λήξης από την ομολογία Α και, επομένως, και μεγαλύτερη μεταβλητότητα.

Αν και η ομολογία Β έχει σχεδόν το δεκαπλάσιο χρόνο λήξης απ' ό,τι η ομολογία Α, η ποσοστιαία μεταβολή της τιμής της Β δεν ήταν δεκαπλάσια από την τιμή της Α, αλλά περίπου πενταπλάσια.

# Σχέση Μεταξύ Επιτοκίων και Τιμών Ομολογιών

Εκτός από το χρονικό διάστημα μέχρι τη λήξη, οι μεταβολές στις τιμές των ομολογιών (που οφείλονται σε μεταβολές των επιτοκίων), εξαρτώνται και από το ύψος του τοκομεριδίου.

Το μεγαλύτερο μέρος των συνολικών εισροών μιας ομολογίας με μικρά τοκομερίδια (low-coupon bond) προέρχεται από την ονομαστική της αξία, η οποία θα καταβληθεί στη λήξη της ομολογίας, παρά από τα τοκομερίδια τα οποία καταβάλλονται στο χρονικό διάστημα που μεσολαβεί από την αγορά της ομολογίας μέχρι τη λήξη της.

Το αντίθετο συμβαίνει στην περίπτωση μιας ομολογίας με μεγάλα τοκομερίδια (high-coupon bond).

# Σχέση Μεταξύ Επιτοκίων και Τιμών Ομολογιών

Κατά συνέπεια, ο κάτοχος μιας ομολογίας με μικρά τοκομερίδια εισπράττει το μεγαλύτερο μέρος των εισροών της αργότερα, απ' ό τι ο κάτοχος μιας ομολογίας με μεγάλα τοκομερίδια.

Επειδή οι τιμές των ομολογιών στην αγορά καθορίζονται από την προεξόφληση των εισροών αυτών στο παρόν, μια μεταβολή στο προεξοφλητικό επιτόκιο θα επιφέρει μεγαλύτερη μεταβολή στις τιμές των ομολογιών των οποίων οι μεγαλύτερες εισροές είναι πιο απομακρυσμένες χρονικά, απ' ό τι σε εκείνες των οποίων οι μεγαλύτερες εισροές είναι λιγότερο απομακρυσμένες χρονικά.

**Άρα, οι τιμές των ομολογιών με τα μικρότερα τοκομερίδια έχουν την μεγαλύτερη μεταβλητότητα, λόγω μεταβολής των επιτοκίων.**

## Παράδειγμα 11

Ένας επενδυτής αγοράζει σήμερα δύο ομολογίες, την A και τη B, οι οποίες έχουν τα ίδια χαρακτηριστικά, εκτός από το εκδοτικό τους επιτόκιο.

Η ομολογία A εκδίδεται σήμερα, ενώ η ομολογία B έχει εκδοθεί στο παρελθόν.

Η ομολογία A έχει εκδοτικό επιτόκιο 10%, ενώ η ομολογία B έχει εκδοτικό επιτόκιο 20%.

Τα τοκομερίδια καταβάλλονται μια φορά τον χρόνο.

Και τα δύο αξιόγραφα λήγουν μετά από 7 έτη και έχουν ονομαστική αξία 1.000 ευρώ.

Ο επενδυτής πληρώνει 1.000 ευρώ για την αγορά της ομολογίας A και 1.486,88 ευρώ για την αγορά της ομολογίας B.

Δηλαδή η ομολογία A αγοράζεται στο άρτιο, ενώ η B υπέρ το άρτιο.



## Παράδειγμα 11

Οι τιμές που έχουν διαμορφωθεί στην αγορά είναι τέτοιες ώστε και τα δύο αξιόγραφα προσφέρουν απόδοση στη λήξη ίση με 10%.

Ένα έτος μετά την αγορά των αξιογράφων τα επιτόκια των νεοεκδιδομένων ομολογιών έχουν μειωθεί στο 5%.

Οπότε οι τιμές των ομολογιών A και B στην αγορά θα πρέπει να αυξηθούν έτσι ώστε να προσφέρουν στους πιθανούς αγοραστές τους αποδόσεις παρόμοιες με εκείνες που προσφέρουν αξιόγραφα με τα ίδια χαρακτηριστικά (δηλαδή 5%).

Ζητείται:

Ποιες θα ήταν οι νέες τιμές των δύο ομολογιών στην αγορά εάν δεν είχαν μεταβληθεί τα επιτόκια;

Ποιας ομολογίας η τιμή έχει υποστεί τη μεγαλύτερη ποσοστιαία μεταβολή, λόγω της μεταβολής των επιτοκίων από 10% σε 5%;

## Απάντηση

Έχει περάσει ένα έτος από την αγορά των ομολογιών A και B και, επομένως, η διάρκεια ζωής που απομένει στις δύο ομολογίες είναι 6 έτη.

Οι τρέχουσες αποδόσεις που απαιτούν οι επενδυτές για να αγοράσουν ομολογίες σήμερα είναι 5%.

Η τιμή των ομολογιών A και B στην αγορά θα ισούται με την εύλογη ή δίκαιη αξία τους και, κατά συνέπεια, θα είναι ίση με τη συνολική παρούσα αξία των ταμειακών τους εισροών.

Άρα, θα ισχύει:

$$P_A = \sum_{t=1}^6 \frac{70}{(1+0,05)^t} + \frac{1.000}{(1+0,05)^t} = 1.253,77$$

$$P_B = \sum_{t=1}^6 \frac{200}{(1+0,05)^t} + \frac{1.000}{(1+0,05)^t} = 1.761,34$$

## Απάντηση

Εάν τα επιτόκια δεν είχαν μεταβληθεί και παρέμεναν στο 10%, η μεν ομολογία A θα πουλιόταν στο άρτιο (δηλαδή προς 1.000 ευρώ), η δε ομολογία B θα πουλιόταν υπέρ το άρτιο και συγκεκριμένα προς

$$P_B = \sum_{t=1}^6 \frac{200}{(1+0,10)^t} + \frac{1.000}{(1+0,10)^t} = 1.435,56$$

Παρατηρούμε ότι η τιμή της ομολογίας A αυξήθηκε, λόγω της μείωσης των επιτοκίων, κατά  $(1.253,77-1.000) = 253,77$  ευρώ, ή κατά  $(253,77/1.000) = 25,38\%$ .

Η τιμή της ομολογίας B αυξήθηκε για τον ίδιο λόγο κατά  $(1.761,34- 1.435,56) = 325,78$  ευρώ ή κατά  $(325,78/1.435,56) = 22,69\%$ .

Άρα, η ποσοστιαία αύξηση της τιμής της ομολογίας A είναι μεγαλύτερη από την ποσοστιαία αύξηση της τιμής της ομολογίας B.

## Απάντηση

Η τιμή της ομολογίας με τα μικρότερα τοκομερίδια (δηλαδή η A) έχει μεγαλύτερη μεταβλητότητα, σε μεταβολές των επιτοκίων απ' ό τι η τιμή της ομολογίας με τα μεγαλύτερα τοκομερίδια (δηλαδή η B).

**Το παράδειγμα αυτό αποδεικνύει το πέμπτο θεώρημα του Malkiel.**