ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΠΕΛΟΠΟΝΝΗΣΟΥ

ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΓΛΩΣΣΟΛΟΓΙΑ

8η διάλεξη

Π. ΓΑΚΗΣ

Υπολογιστική Γλωσσολογία ή Επεξεργασία Φυσικής Γλώσσας

- **Σχεδιασμός και υλοποίηση υπολογιστικών μοντέλων της φυσικής γλώσσας**, και πιο συγκεκριμένα: την *αναγνώριση* ή *κατανόηση* της φυσικής γλώσσας από υπολογιστή, και την *παραγωγή* φυσικής γλώσσας ή *σύνθεση*.
- Οι εφαρμογές της περιοχής αυτής αγκαλιάζουν: *τον διάλογο με τον υπολογιστή, την μηχανική μετάφραση* (από γλώσσα σε γλώσσα, από γλώσσα σε βάση δεδομένων και αντιστρόφως κ.λπ.), και τη *διήθηση* (filtering) *κειμένων φυσικής γλώσσας* από έναν πράκτορα ή παράγοντα (agent).

Η εξέλιξη της Υπολογιστικής Γλωσσολογίας

- Με τους πρώτους υπολογιστές (1950 - 1960) **ο χειρισμός αριθμών** και στη συνέχεια **λέξεων** έδωσε τη δυνατότητα μιας πρώτης 'ηλεκτρονικής' παράστασης και επεξεργασίας γλωσσικής γνώσης.
- Αργότερα, η **μετρική** και η **στατιστική** του κειμένου επέτρεψαν την καλλιέργεια της **υφολογίας** (style analysis) και της **εύρεσης της ταυτότητας του συγγραφέα ή συντάκτη** ενός κειμένου.
- Ακολούθησε η αυτόματη δημιουργία **δεικτών** (indices) και η εύρεση των **λέξεων** μέσα στα **συμφραζόμενά** τους (keywords in context: concordance lists).

Σήμερα η περιοχή αυτή εξακολουθεί να καλλιεργείται και ονομάζεται *Literary and Linguistic Computing*. (Την αποδίδουμε ελεύθερα ως *Υπολογιστική Γραμματεία και Γλωσσολογία*). Η μηχανική (και όχι αυτόματη) μετάφραση (machine translation) έδωσε τα πρώτα δείγματα στα μέσα της δεκαετίας του '60

Τυπικές γλώσσες Vs Φυσική γλώσσα

- ***φυσική γλώσσα*** (natural language):

1. κατακτά ο άνθρωπος στην παιδική ηλικία
2. μπορεί να καλύψει όλες τις επικοινωνιακές ανάγκες, όχι μόνο συγκεκριμένα υποσύνολα του επιστητού

- **Τυπικές γλώσσες** (formal languages)

1. Σχεδιάζονται από τον άνθρωπο για κάποιο συγκεκριμένο λόγο
2. Διέπονται από ακριβείς μαθηματικούς τύπους, ή τύπους που μπορεί να επεξεργαστεί μια μηχανή
3. Δεν αφορούν μόνο τη γλώσσα αλλά πολλά πεδία του επιστητού

Τυπικές γλώσσες Vs Φυσική γλώσσα

- Μία βασική διαφορά μεταξύ φυσικών και τεχνητών γλωσσών είναι **η δυνατότητα εξέλιξής του**ς.
- Οι φυσικές γλώσσες εξελίσσονται συνεχώς, νέες λέξεις δημιουργούνται, κανόνες γραμματικής και σύνταξης αλλάζουν με την πάροδο του χρόνου και αυτό γιατί η γλώσσα χρησιμοποιείται για την **επικοινωνία** μεταξύ ανθρώπων, που εξελίσσονται και αλλάζουν ανάλογα με τις εποχές και τον κοινωνικό περίγυρο
- **οι τεχνητές γλώσσες χαρακτηρίζονται από στασιμότητα**, αφού κατασκευάζονται συνειδητά για ένα **συγκεκριμένο σκοπό**.

ΤΥΠΙΚΕΣ ΓΛΩΣΣΕΣ

Ωστόσο συχνά οι γλώσσες προγραμματισμού βελτιώνονται και μεταβάλλονται από τους δημιουργούς τους, με σκοπό να διορθωθούν αδυναμίες ή να καλύψουν μεγαλύτερο εύρος εφαρμογών ή τέλος να ακολουθήσουν τις νέες εξελίξεις.

Τυπικές Γλώσσες

- μια γλώσσα {L} ορίζεται ως ένα πιθανώς **άπειρο σύνολο** από πεπερασμένου μήκους σειρές από στοιχεία **προερχόμενα από ένα καθορισμένο, πεπερασμένο** {A} (αλφάβητο).
- Ο κλάδος που μελετά τις ιδιότητες των τυπικών γλωσσών λέγεται θεωρία τυπικών γλωσσών

Τυπική γλώσσα

```
program example(input, output);
```
επικεφαλίδα

```
    var i, j : integer;
```
δηλώσεις

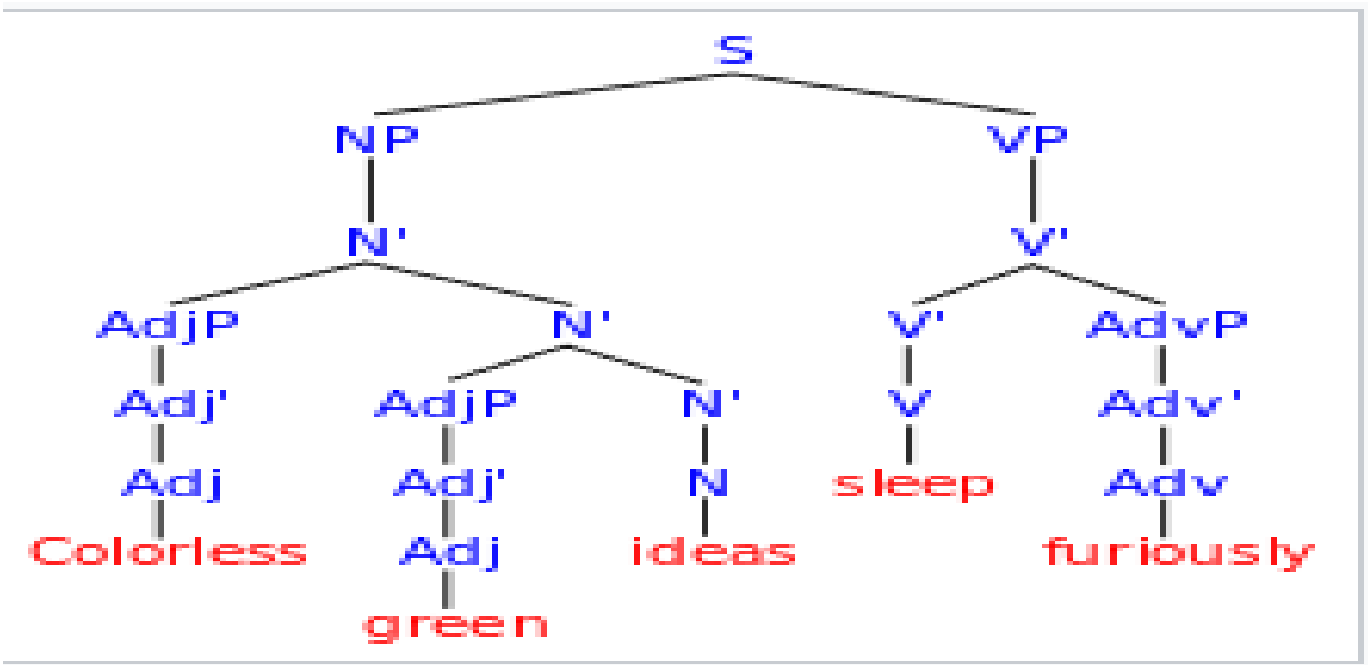
```
begin
    i:=15; j:=23;
    write('sum of i and j is: ');
    i:=i+j;
    write(i)
end.
```
κυρίως σώμα

Τυπική γλώσσα & Γλωσσολογία

- οι τυπικές γλώσσες έχουν γενικά δυο πλευρές

1. Το συντακτικό μιας γλώσσας: πώς φαίνεται η γλώσσα ή ποιο είναι το σύνολο όλων των πιθανών εκφράσεων που ανήκουν στη γλώσσα)
2. Η σημασιολογία (ή σημαντική): **ερμηνεία των φράσεων της γλώσσας**, και ορίζεται επίσημα με διάφορους τρόπους, ανάλογα με το είδος της εκάστοτε γλώσσας.

Τυπική γλώσσα για τη γλώσσα



Structure of the syntactically well-formed, although nonsensical, English sentence, "*Colorless green ideas sleep furiously*" (historical example from Chomsky 1957).

Τυπική γλώσσα για τη φυσική γλώσσα

- έχουν σχεδιαστεί **διάφορες τυπικές γλώσσες** για τη μελέτη της φυσικής γλώσσας
- στόχο έχουν να αναπαραστήσουν τον τρόπο με τον οποίο εμείς οι άνθρωποι δημιουργούμε την τεράστια ποικιλία εκφωνημάτων που καθημερινά χρησιμοποιούμε ως ομιλητές
- **Προσοχή: δεν εξηγούν πώς κατακτάται η γνώση**
- αναπαριστούν τη δική τους εκδοχή για τον μηχανισμό με τον οποίο παράγονται τα γλωσσικά εκφωνήματα

Τυπική γλώσσα για τη φυσική γλώσσα

- επιτρέπουν να διαχειριστούμε με τις μηχανές μας, δηλαδή τους ***ηλεκτρονικούς υπολογιστές*** (computers), πολλά και πολύπλοκα γλωσσικά δεδομένα γρήγορα (όπως τους λογαριασμούς)
- η μετάφραση ενός κειμένου από μια γλώσσα σε μία άλλη δεν διαφέρει από τον υπολογισμό λογαριασμών, γιατί και στις δύο περιπτώσεις χειρίζονται κάποια τυπική γλώσσα.

Τυπική γλώσσα για τη φυσική γλώσσα

- **επιτυχημένη τυπική γλώσσα,** όταν επεξεργαστεί σωστά τα γλωσσικά δεδομένα
- οι υπολογιστές χειρίζονται δεδομένα οι ιδιότητες των οποίων αναπαριστώνται από κατάλληλες τυπικές γλώσσες.

Τυπική γλώσσα για τη φυσική γλώσσα

γιατί οι υπολογιστές κάνουν καλούς λογαριασμούς αλλά κακές ή μέτριες μεταφράσεις

Μια τυπική γλώσσα από τη Φυσική

- Παράδειγμα επιτυχημένης τυπικής γλώσσας:

*η δύναμη με την οποία έλκει η Γη ένα αντικείμενο λέγεται **Βάρος** και η τιμή αυτής της δύναμης είναι το γινόμενο των τιμών δύο άλλων μεγεθών, της **μάζας** (m) του αντικειμένου και της **επιτάχυνσης της βαρύτητας** (= το γνωστό μας g)*

μία τυπική γλώσσα για την αναπαράσταση της τιμής του βάρους για όλα τα αντικείμενα

Μια τυπική γλώσσα από τη Φυσική

1. έχουμε δώσει ένα λεξιλόγιο που αποτελείται από τις λέξεις B, m και g
2. μία συντακτική παράσταση, την $B=m\cdot g$

- **η αναπαράσταση είναι απόλυτα επιτυχημένη όσον αφορά την καθημερινότητά μας**
- δεν τα καταφέρνει και τόσο καλά στον χώρο της κβαντικής φυσικής γιατί για τα σωματίδια δίνει λάθος αποτελέσματα (χρειάζεται άλλη αναπαράσταση για το μέτρο της ελκτικής δύναμης που ασκεί η Γη)

Πότε είναι επιτυχημένη η τυπική γλώσσα για τη φυσική γλώσσα

ΟΤΑΝ

- **οι επιτυχημένες αναπαραστάσεις των γλωσσικών φαινομένων θα πρέπει να είναι πιστές στις ιδιότητες της γλώσσας**

ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ

1. Είναι όμως ΠΑΝΤΑ σαφείς οι ιδιότητες της γλώσσας;
2. ξέρουμε ακόμη καλά τι θέλουμε να αναπαραστήσουμε;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ

- (1) Η Ελένη έφαγε μακαρόνια με σάλτσα.
- (2) Η Ελένη έφαγε τα λεφτά του Κώστα.

ποια είναι η *αποτυπώσιμη* και *μετρήσιμη αιτία* που οι σημασίες του ίδιου μεταβατικού ρήματος εμφανίζουν λεπτές διαφορές ανάλογα με το αντικείμενο

ΤΥΠΙΚΕΣ ΓΛΩΣΣΕΣ και ΕΞΕΛΙΞΗ

- **Πρόοδος** (ήταν αδιανόητο – πριν δεκαετίες - ότι θα υπήρχαν μηχανές που θα μπορούσαν να κάνουν έστω και την αναζήτηση και τη μετάφραση που κάνει το Google αλλά και τη διόρθωση κειμένου που κάνει το Word).
- Πρόοδος = εκπληκτικά δυνατούς υπολογιστές .
- Πρόοδος = τυπικές γλώσσες που αναπαριστούν κάποιες ιδιότητες της γλώσσας, αρκετές για να φτάσουμε να έχουμε ακόμη εφαρμογές και ευρύτατης χρήσης σαν τις παραπάνω.

Παραδείγματα γλωσσών

- Οι **γλώσσες προγραμματισμού** στοχεύουν στη **διεύρυνση της χρήσης του υπολογιστή** για να καλύψει περισσότερες εφαρμογές
- Ονομάστηκαν γλώσσες προγραμματισμού υψηλού επιπέδου (High level languages)
- Είναι σε αντιδιαστολή με τις γλώσσες μηχανής (machine languages) **που χαρακτηρίζονται για τη χαμηλού επιπέδου επικοινωνίας ανθρώπου και μηχανής**

Γλώσσες Μηχανής

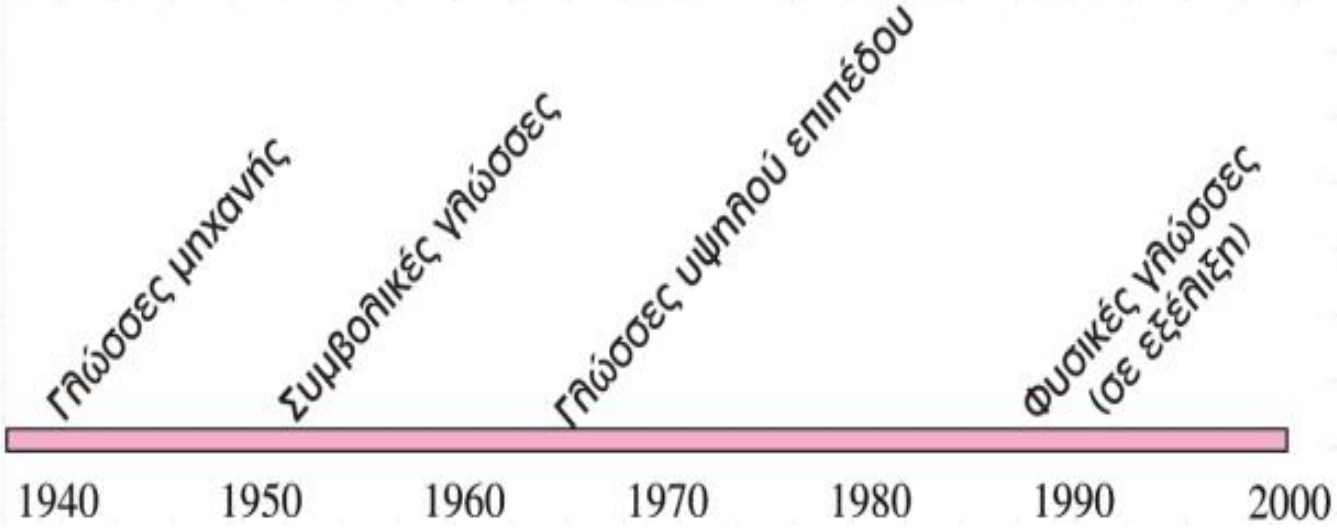
- Η μόνη γλώσσα που καταλαβαίνει ένας υπολογιστής είναι η γλώσσα μηχανής
- Το εσωτερικό κύκλωμα του υπολογιστή αποτελείται από διακόπτες, τρανζίστορ, και άλλες ηλεκτρονικές συσκευές οι οποίες μπορούν να έχουν μία από δύο καταστάσεις:
  - να είναι κλειστές (off)
  - ή ανοιχτές (on)
- Η κατάσταση off αναπαρίσταται από το 0, ενώ η κατάσταση on αναπαρίσταται από το 1

Γλώσσες Μηχανής

1	00000000	00000100	0000000000000000	
2	01011110	00001100	1100010	0000000000000010
3		11101111	00010110	0000000000000101
4		11101111	10011110	0000000000001011
5	11111000	10101101	11011111	0000000000010010
6		01100010	11011111	0000000000010101
7	11101111	00000010	11111011	0000000000010111
8	11110100	10101101	11011111	0000000000011110
9	00000011	10100010	11011111	0000000000100001
10	11101111	00000010	11111011	0000000000100100
11	01111110	11110100	10101101	
12	11111000	10101110	11000101	0000000000101011
13	00000110	10100010	11111011	0000000000110001
14	11101111	00000010	11111011	0000000000110100
15			00000100	0000000000111101
16			00000100	0000000000111101

Εξέλιξη

- Οι **γλώσσες προγραμματισμού** είναι σύνολα από προκαθορισμένες λέξεις οι οποίες συνδυάζονται σε προγράμματα σύμφωνα με προκαθορισμένους κανόνες (**σύνταξη**).



Φυσικές Γλώσσες

- Το ιδανικό θα ήταν να μπορούσαμε να χρησιμοποιούμε τη **φυσική** μας **γλώσσα** (για παράδειγμα, Ελληνικά, Αγγλικά, ή ακόμα και Κινέζικα), και ο υπολογιστής να καταλαβαίνει και να εκτελεί τις εντολές μας άμεσα.
- Σήμερα γίνεται σημαντική δουλειά στα εργαστήρια επάνω στο θέμα των φυσικών γλωσσών.
- Προς το παρόν, η χρήση των φυσικών γλωσσών στη βιομηχανία είναι πολύ περιορισμένη.

Ας δούμε τώρα και
την **ιστορική εξέλιξη**
των γλωσσών προγραμματισμού
υψηλού επιπέδου

FORTRAN (FORmula TRANslator)

John Backus

Κατάλληλη για την επίλυση μαθηματικών και επιστημονικών προβλημάτων

27

1955 1958 1959 1964 1970 1972 1978 1980 1983 1995 2001 2009

COBOL (COmmon Business Oriented Language)

Grace Hopper

Κατάλληλη για ανάπτυξη εμπορικών εφαρμογών

34

1955 1958 **1959** 1964 1970 1972 1978 1980 1983 1995 2001 2009

BASIC (Beginner's All-purpose Symbolic Instruction Code)

Thomas Kurtz

John Kemeny

Αναπτύχθηκε ως γλώσσα για την εκπαίδευση αρχαρίων στον προγραμματισμό. Εξελίχθηκε στην **Visual Basic**.

5

1955 1958 1959 **1964** 1970 1972 1978 1980 1983 1995 2001 2009

PASCAL (προς τιμή του Blaise Pascal)

Niklaus Wirth

Γλώσσα γενικής χρήσης που είναι κατάλληλη για την δημιουργία δομημένων προγραμμάτων

15

1955 1958 1959 1964 **1970** 1972 1978 1980 1983 1995 2001 2009

PROLOG (PROgramming LOGic)

Alain Colmerauer

Robert Kowalski

Philippe Roussel

Χρησιμοποιείται κυρίως στον χώρο της τεχνητής νοημοσύνης

43

1955 1958 1959 1964 1970 **1972** 1978 1980 1983 1995 2001 2009

C (σαν συνέχεια της γλώσσας B)

Dennis Ritchie

Kenneth Thompson

Χρησιμοποιήθηκε για την συγγραφή του λειτουργικού συστήματος Unix

2

1955 1958 1959 1964 1970 **1972** 1978 1980 1983 1995 2001 2009

JAVA (από το όνομα αγαπητού καφέ των δημιουργών του)

Σχεδιάστηκε για να καλύψει τις ανάγκες του προγραμματισμού για τον παγκόσμιο ιστό

1

1955 1958 1959 1964 1970 1972 1978 1980 1983 1995 2001 2009

GO

Μία νέα γλώσσα προγραμματισμού από την Google που έχει πολλά κοινά στοιχεία με την C

20

1955 1958 1959 1964 1970 1972 1978 1980 1983 1995 2001 2009

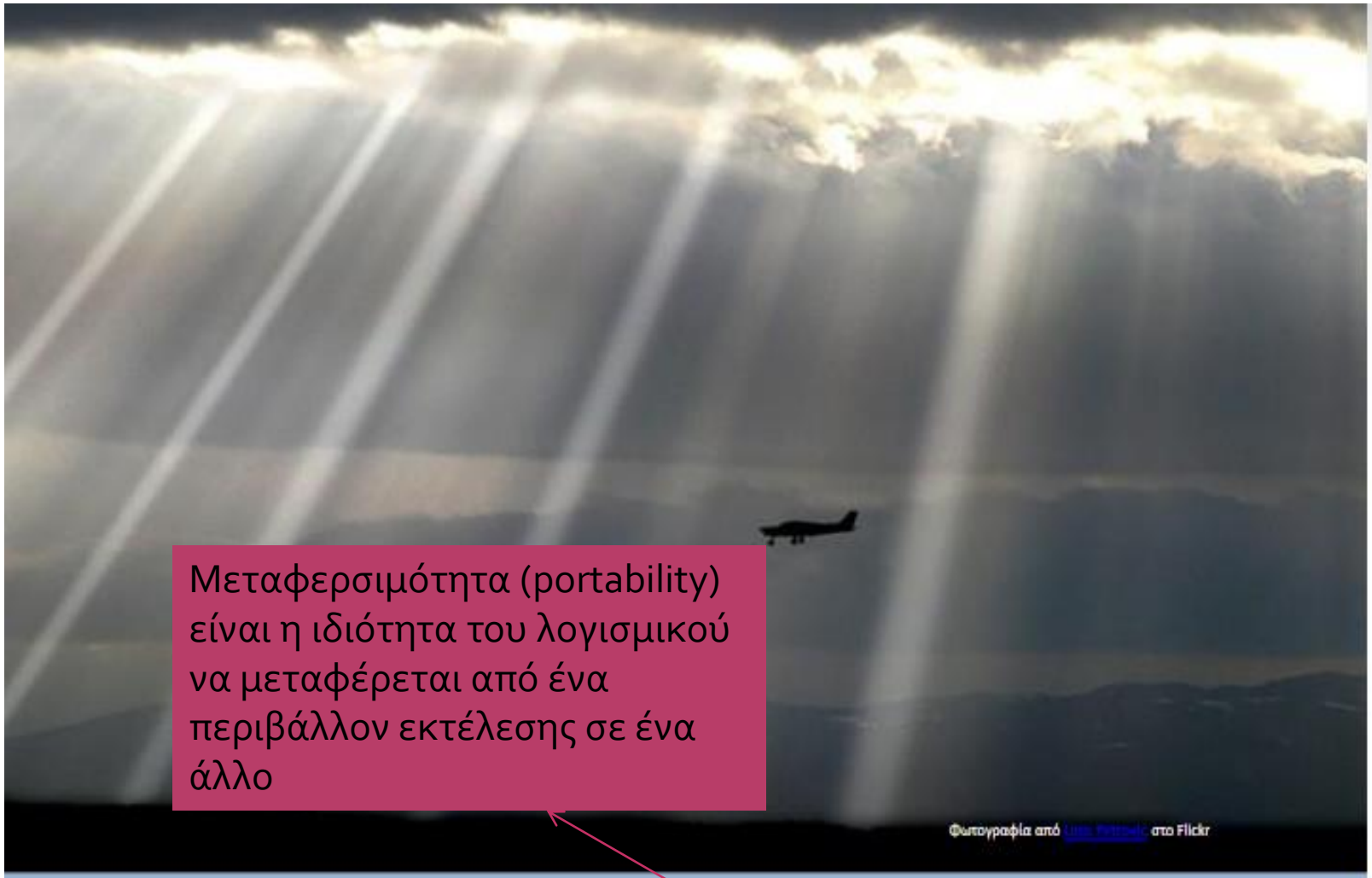
Οι 10 πιο διάσημες γλώσσες (Οκτώβριος 2010)

1	JAVA	18,166 %
2	C	17,177 %
3	C++	9,802 %
4	PHP	8,323 %
5	VISUAL BASIC	5,650 %
6	C#	4,963 %
7	PYTHON	4,860 %
8	OBJECTIVE – C	3,706 %
9	PERL	2,310 %
10	RUBY	1,941 %

Πηγή : http://www.tiobe.com/index.php/content/paperinfo/tpci/index.html

Ορισμένα από τα **πλεονεκτήματα** των γλωσσών υψηλού επιπέδου είναι τα εξής:

Ο **φυσικότερος** και πιο «**ανθρώπινος**» τρόπος έκφρασης των προβλημάτων



Η δυνατότητα μεταφερσιμότητας των προγραμμάτων

Η ευκολία **εκμάθησης**
και **εκπαίδευσης**

Ευκολότερη **διόρθωση λαθών**
και **συντήρηση** των προγραμμάτων

Με βάση την

περιοχή χρήσης

οι γλώσσες προγραμματισμού ταξινομούνται σε ...

Γενικής χρήσης	BASIC, PASCAL
Επιστημονικής κατεύθυνσης	FORTRAN
Εμπορικής κατεύθυνσης	COBOL
Προγραμματισμού συστημάτων	C
Τεχνητής νοημοσύνης	LISP, PROLOG
Ειδικής χρήσης	VHDL

Ένα ερώτημα που ίσως
να έχετε είναι το εξής:

Ποια είναι η καλύτερη γλώσσα προγραμματισμού;

Η απάντηση είναι ότι
δεν υπάρχει καλύτερη
γλώσσα προγραμματισμού.

Υπάρχουν γλώσσες που είναι
κατάλληλες για μία συγκεκριμένη
κατηγορία προβλημάτων

Μέρη γλώσσας

- Μια γλώσσα, φυσική ή τεχνητή (Horowitz, 1993), προσδιορίζεται:

1. από το αλφάβητό της (alphabet), ένα πεπερασμένο, δηλαδή, σύνολο στοιχείων,
2. από το λεξιλόγιό της (vocabulary), ένα υποσύνολο του συνόλου των πεπερασμένου μήκους ακολουθιών από διατεταγμένα στοιχεία του αλφαβήτου,
3. από τη γραμματική της (grammar), που περιλαμβάνει το τυπικό (accidence) και το συντακτικό (syntax).
4. από τη σημασιολογία της (semantics): είναι το σύνολο των κανόνων που ερμηνεύουν, καθορίζουν το νόημα (meaning) μιας συντακτικά σωστής ακολουθίας

Μέρη γλώσσας

- **Τυπικό** είναι το σύνολο των κανόνων που ορίζει τις μορφές με τις οποίες μία λέξη είναι αποδεκτή. *Για παράδειγμα στην ελληνική γλώσσα οι λέξεις **γλώσσα, γλώσσας, γλώσσες** είναι δεκτές, ενώ η λέξη γλώσσατ δεν είναι αποδεκτή*
- **Συντακτικό** είναι το σύνολο των κανόνων που καθορίζει τη νομιμότητα της διάταξης και της σύνδεσης των λέξεων της γλώσσας για τη δημιουργία προτάσεων.
- **Η γνώση του συντακτικού επιτρέπει τη δημιουργία σωστών προτάσεων στις φυσικές γλώσσες ενώ στις γλώσσες προγραμματισμού τη δημιουργία σωστών εντολών**

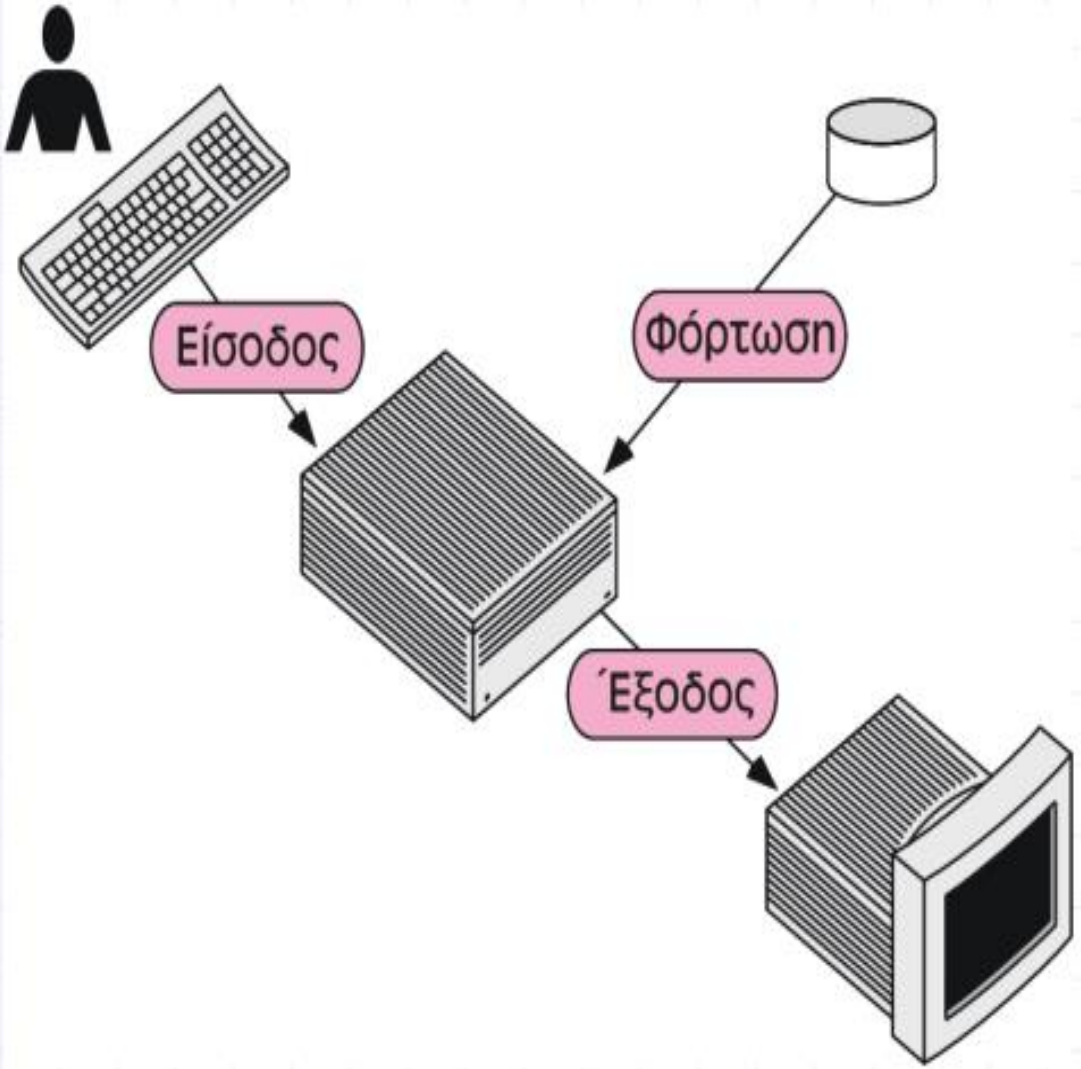
Συνηθέστεροι μέθοδοι προγραμματισμού

- Με δεδομένη τη δυσκολία στην κατηγοριοποίηση, οι συνηθέστερες μέθοδοι προγραμματισμού βασίζονται:

1. στον **τρόπο οργάνωσης** του προγράμματος,
2. στον **στόχο** που έχει η γλώσσα και
3. στον **τρόπο** που **περιγράφουν** το **αποτέλεσμα**.

Κάθε γλώσσα προγραμματισμού έχει το δικό της σύνολο τυπικών προδιαγραφών (ή κανόνων) που αφορούν το συντακτικό, το λεξιλόγιο και το νόημά της.

Εκτέλεση Προγράμματος



Κατηγοριοποίηση των γλωσσών προγραμματισμού (βάσει στόχου)

- α) **Γλώσσες γενικής χρήσης**. Σ' αυτή την κατηγορία ταξινομούνται γλώσσες που δημιουργήθηκαν για τον προγραμματισμό γενικών εφαρμογών, καθώς και πολλές εκπαιδευτικές γλώσσες που αποδείχτηκαν χρήσιμες για την ανάπτυξη γενικών εφαρμογών, όπως η Pascal (Spivey, 1996).

Pascal

- Τα προγράμματα σε γλώσσα Pascal έχουν πρώτη εντολή την:

- Program όνομα

που ακολουθείται από μια προαιρετική λίστα αναφορών σε εξωτερικά αρχεία, και μετά υπάρχει ένα μπλοκ εντολών, που αρχίζει με την εντολή

- "Begin"

και τελειώνει με την εντολή

- "End".

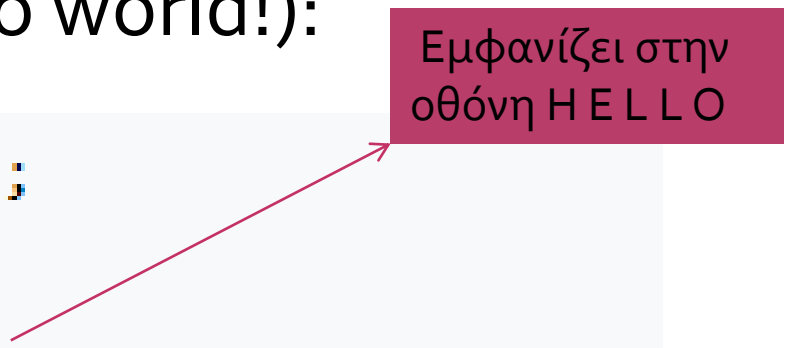
- **Το σημείο στίξης** [;] (Semicolon, ελληνικό ερωτηματικό) **είναι το διαχωριστικό των εντολών**, και η **τελεία** [.] **δείχνει το τέλος της προγραμματιστικής ενότητας** (program module). Η Pascal δεν διακρίνει κεφαλαία ή πεζά γράμματα στο πηγαίο πρόγραμμα

Pascal (παράδειγμα)

- Ακολουθεί το συνηθισμένο παράδειγμα απλού προγράμματος που γράφει "Γειά σου, κόσμε!" (hello world!):

```
program HelloWorld;

begin
  writeln('Γεια σου, κόσμε!');
end.
```



Κατηγοριοποίηση των γλωσσών προγραμματισμού (βάσει στόχου)

- **β) Γλώσσες προγραμματισμού συστημάτων**, που χρησιμοποιούνται συνήθως για τον **προγραμματισμό λειτουργικών συστημάτων (windows) ή οδηγών (drivers) υλικού**, όπου χρειάζεται πολλές φορές ο προγραμματιστής να έχει έλεγχο και γνώση του πώς λειτουργεί το υλικό. Η πιο συχνά χρησιμοποιούμενη γλώσσα προγραμματισμού συστημάτων είναι η C (Waite, Prata & Martin, 2000).

C

- Έχει ένα πολύ μικρό **σταθερό πλήθος λέξεων-κλειδιών** (keywords), το οποίο περιλαμβάνει ένα πλήρες σύνολο δομών/εντολών ελέγχου ροής: for, if/else, while, switch, και do/while, goto

```
#include <stdio.h>
main()
{
    printf( "Hello world!" );
    return 0;
}
```

Κατηγοριοποίηση των γλωσσών προγραμματισμού (βάσει στόχου)

- **γ) Γλώσσες σεναρίων (scripting).** Αυτές οι γλώσσες χρησιμοποιούνται συνήθως για **τη γρήγορη ανάπτυξη μικρών προγραμμάτων**, σε περιπτώσεις που ο χρόνος του προγραμματιστή είναι πιο πολύτιμος από την ταχύτητα εκτέλεσης του προγράμματος, όπως όταν το πρόγραμμα απλά αυτοματοποιεί απλές λειτουργίες. Παραδείγματα σεναριακών (scripting) γλωσσών είναι η Perl, η Python, Ruby ή το Unix shell (Lutz, 2000).

Python

Ένα από τα πιο απλά προγράμματα στην γλώσσα Python είναι η εμφάνιση ενός γραπτού αποτελέσματος (π.χ. Γεια σου, κόσμε!):

```
>>> print("Γεια σου, κόσμε!")
Γεια σου, κόσμε!
```

```
age = 21
if age >= 18:
    print("You vote")
else:
    print("You don't vote")
```

Κατηγοριοποίηση των γλωσσών προγραμματισμού (βάσει στόχου)

- **δ) Γλώσσες ειδικών εφαρμογών**. Σε αυτή την κατηγορία ανήκουν γλώσσες που αναπτύχθηκαν ειδικά για μια συγκεκριμένη εφαρμογή. Για παράδειγμα, η γλώσσα Postscript είναι σχεδιασμένη ειδικά για να περιγράφονται με λεπτομέρεια κείμενα προς εκτύπωση ή η γλώσσα Matlab που είναι σχεδιασμένη για την επεξεργασία πινάκων από αριθμητικά δεδομένα (Στεφανάκος, 2009).

Σύνολο

- Στη βάση των σύγχρονων Μαθηματικών (και των τυπικών γλωσσών) βρίσκεται η θεωρία των συνόλων
- Τα ***σύνολα*** (sets), λοιπόν, είναι συλλογές διακριτών αντικειμένων, είτε της πραγματικότητας είτε της φαντασίας μας ή της αφηρημένης σκέψης μας.
- Τα αντικείμενα τα οποία ***περιέχει*** ή από τα οποία ***αποτελείται*** ένα σύνολο λέγονται ***στοιχεία*** ή ***μέλη*** του συνόλου και ***ανήκουν*** στο σύνολο.

Παραδείγματα συνόλου

- **Σύνολα από οντότητες πραγματικότητας:** (το σύνολο των παιχνιδιών του αδελφού μου που στο εξής θα το λέμε σύνολο Π. Το Star Wars Lego που αγόρασα στον αδελφό μου την Πρωτοχρονιά είναι στοιχείο ή μέλος του συνόλου Π.)
- **Σύνολα με οντότητες της φαντασίας**: το σύνολο των δώδεκα θεών του Ολύμπου και θα το πούμε σύνολο O. Δηλαδή, ο Δίας ανήκει στο σύνολο O

Παραδείγματα συνόλου

- **Σύνολα με οντότητες της αφηρημένης σκέψης**: είναι το σύνολο των αξιωμάτων που στηρίζουν την Ευκλείδεια Γεωμετρία και θα το πούμε σύνολο E.

Μαθηματική γραφή για τα σύνολα

- Όπως αυτά που λέμε στη γλώσσα τα γράφουμε κιόλας, έτσι και για τα Μαθηματικά έχουμε επινοήσει ειδική γραφή. Έχουμε λοιπόν δύο τρόπους να περιγράψουμε ένα σύνολο:

Μαθηματική γραφή για τα σύνολα

1. Ο ένας τρόπος είναι να απαριθμήσουμε τα στοιχεία του, όπως κάνουμε για οντότητες της φαντασίας μας για το σύνολο O.

O = {Δίας, Αθηνά, Ποσειδών,…, Εστία}

προσέξτε τις τρεις τελείες: σημαίνουν μια σειρά στοιχείων του συνόλου που είναι γνωστά. Ούτε δύο, ούτε τέσσερις τελείες: τρεις, **όταν θέλουμε να δηλώσουμε συγκεκριμένη ή και άπειρη σειρά στοιχείων που είναι γνωστά**. Σημαντικό: η σειρά των στοιχείων δεν έχει καμία σημασία απολύτως.

Μαθηματική γραφή για τα σύνολα

- Άλλη γραφή:

$$O = \{ x | x \text{ θεός του Ολύμπου} \}$$

- Χρησιμοποιούμε το γράμμα x για να συμβολίσουμε το τυχαίο στοιχείο ενός συνόλου.
- Η γραφή διαβάζεται ως εξής: «το σύνολο O απαρτίζεται από διάφορα στοιχεία x τέτοια ώστε το x είναι θεός του Ολύμπου».

- O = {Δίας, Αθηνά, Ποσειδών,…, Εστία}
- O = { x|x θεός του Ολύμπου}

ΔΙΕΥΚΡΙΝΙΣΗ

- αν και τα σύνολα που δίνουμε ως παραδείγματα εδώ περιέχουν στοιχεία με τουλάχιστον μία κοινή ιδιότητα, όπως π.χ. «θεός του Ολύμπου», η ύπαρξη μιας κοινής ιδιότητας δεν είναι αναγκαία για να ορίσουμε ένα σύνολο.
- Δηλαδή, εντελώς ανόμοια στοιχεία μπορούν να απαρτίζουν ένα σύνολο. Έτσι, για παράδειγμα το σύνολο

A={1, μουσακάς, Μπετόβεν, κλειδαριά}

είναι ένα καθόλα αποδεκτό σύνολο.

Διαγράμματα Venn

- διαγράμματα Venn = γραφιστικός τρόπος να αναπαραστήσουμε τα σύνολα:
- Έτσι το *O* αναπαρίσταται ως εξής:

Διαγράμματα Venn

- Χρησιμοποιούμε τον συμβολισμό $x \in A$ αν το x ανήκει στο σύνολο A ή, ισοδύναμα, το x είναι μέλος ή στοιχείο του συνόλου A

$$\textbf{Δίας} \in O$$

- και τον συμβολισμό $x \notin A$ αν το x δεν ανήκει στο σύνολο A ή, ισοδύναμα, δεν είναι μέλος ή στοιχείο του συνόλου A

$$\text{Star Wars Lego} \notin E$$

Σύνολο αξιωμάτων Ευκλείδιας Γεωμετρίας

Ευχαριστώ για την προσοχή σας!