

Πολυπλέκτες

Ο πολυπλέκτης (multiplexer - MUX) είναι ένα συνδυαστικό κύκλωμα που επιλέγει δυαδική πληροφορία μιας από πολλές γραμμές εισόδου και την κατευθύνει σε μια και μοναδική γραμμή εξόδου.

Η επιλογή μιας συγκεκριμένης γραμμής εισόδου ελέγχεται μέσω γραμμών επιλογής. Για κάθε συνδυασμό τιμών στις γραμμές επιλογής, επιλέγεται μια και μοναδική γραμμή εισόδου.

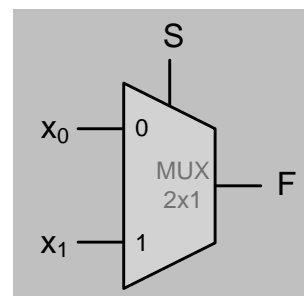
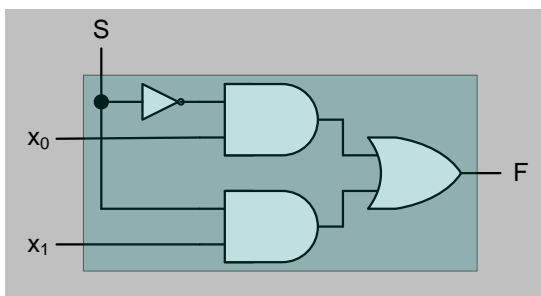
Το πλήθος των γραμμών εισόδου που μπορούν να ελεγχθούν καθορίζεται από το πλήθος των γραμμών επιλογής. Έτσι, αν έχουμε n γραμμές επιλογής, μπορούμε να ελέγξουμε μέχρι 2^n γραμμές εισόδου (πολυπλέκτης $2^n - σε - 1$).

Ο απλούστερος πολυπλέκτης έχει δύο γραμμές εισόδου δεδομένων, x_0 και x_1 , μια έξοδο F και μια γραμμή επιλογής S (MUX $2 - σε - 1$). Για $S = 0$, επιλέγεται η είσοδος x_0 , και για $S = 1$, επιλέγεται η είσοδος x_1 . Επομένως, ο πίνακας αλήθειας του πολυπλέκτη $2 - σε - 1$ και η συνάρτηση λειτουργίας που προκύπτει είναι :

S	F
0	x_0
1	x_1

$$F = S'x_0 + Sx_1$$

Στα σχήματα που ακολουθούν δίνονται το λογικό κύκλωμα και το σχηματικό (χονδρικό) διάγραμμα του πολυπλέκτη $2 - σε - 1$.

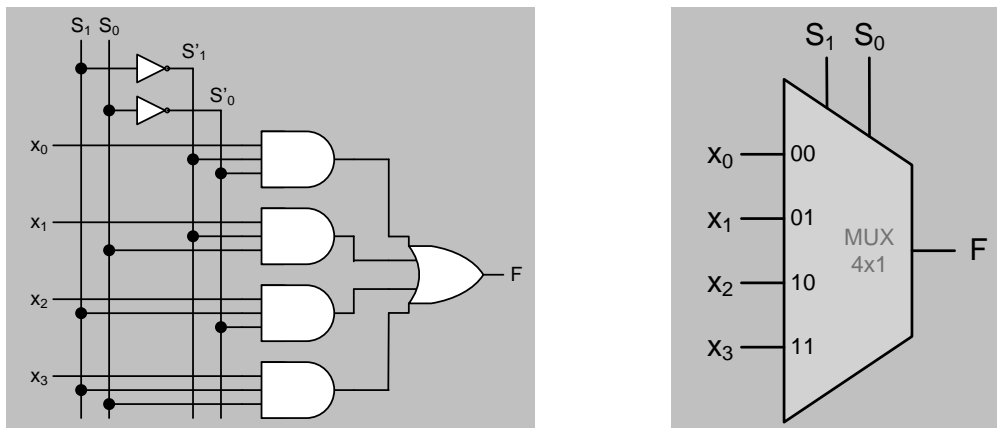


Ένας πολυπλέκτης $4 - σε - 1$ θα έχει τέσσερις γραμμές εισόδου, x_0, x_1, x_2 και x_3 , μία έξοδο F και δύο γραμμές επιλογής S_1 και S_0 . Για κάθε ένα από τους τέσσερις δυνατούς συνδυασμούς τιμών των S_1 και S_0 , επιλέγεται αντίστοιχα μία γραμμή εισόδου. Ο πίνακας αλήθειας του πολυπλέκτη $4 - σε - 1$ και η συνάρτηση λειτουργίας που προκύπτει είναι :

S_1	S_0	F
0	0	x_0
0	1	x_1
1	0	x_2
1	1	x_3

$$F = S'_1S'_0x_0 + S'_1S_0x_1 + S_1S'_0x_2 + S_1S_0x_3$$

Στα σχήματα που ακολουθούν δίνονται το λογικό κύκλωμα και το σχηματικό (χονδρικό) διάγραμμα του πολυπλέκτη 4 – σε – 1.



Παράδειγμα 15. Να υλοποιηθεί ένας πολυπλέκτης 4 – σε – 1 με πολυπλέκτες 2 – σε – 1.

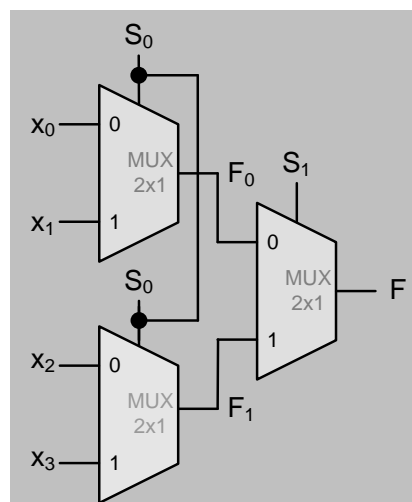
Η συνάρτηση λειτουργίας του πολυπλέκτη 4 – σε – 1 μπορεί να εκφραστεί ως ακολούθως:

$$F = S'_1 S'_0 x_0 + S'_1 S_0 x_1 + S_1 S'_0 x_2 + S_1 S_0 x_3 = S'_1 (S'_0 x_0 + S_0 x_1) + S_1 (S'_0 x_2 + S_0 x_3) = S'_1 F_0 + S_1 F_1$$

όπου: $F_0 = S'_0 x_0 + S_0 x_1$ και $F_1 = S'_0 x_2 + S_0 x_3$

Παρατηρούμε ότι η συνάρτηση F_0 είναι η συνάρτηση ενός πολυπλέκτη 2 – σε – 1 με εισόδους x_0 και x_1 και είσοδο επιλογής S_0 . Ομοίως, η συνάρτηση F_1 είναι η συνάρτηση ενός πολυπλέκτη 2 – σε – 1 με εισόδους x_2 και x_3 και είσοδο επιλογής S_0 , ενώ η συνάρτηση F είναι η συνάρτηση ενός πολυπλέκτη 2 – σε – 1 με εισόδους F_0 και F_1 (δηλαδή τις εξόδους των δύο προηγούμενων πολυπλεκτών) και είσοδο επιλογής S_1 .

Επομένως η ζητούμενη υλοποίηση είναι η ακόλουθη:



Παράδειγμα 16. Να προσδιοριστεί ο πίνακας αλήθειας και η συνάρτηση λειτουργίας ενός πολυπλέκτη 8-σε-1 και να υλοποιηθεί με δύο πολυπλέκτες 4-σε-1 και ένα πολυπλέκτη 2-σε-1.

Για να ελέγξουμε την επιλογή 8 εισόδων απαιτούνται τρεις γραμμές επιλογής, αφού $8 = 2^3$. Επομένως, ο πίνακας αλήθειας του πολυπλέκτη 8-σε-1 και η συνάρτηση λειτουργίας του θα είναι:

S_2	S_1	S_0	F
0	0	0	x_0
0	0	1	x_1
0	1	0	x_2
0	1	1	x_3
1	0	0	x_4
1	0	1	x_5
1	1	0	x_6
1	1	1	x_7

$$F = S'_2 S'_1 S'_0 x_0 + S'_2 S'_1 S_0 x_1 + S'_2 S_1 S'_0 x_2 + S'_2 S_1 S_0 x_3 + S_2 S'_1 S'_0 x_4 + S_2 S'_1 S_0 x_5 + S_2 S_1 S'_0 x_6 + S_2 S_1 S_0 x_7$$

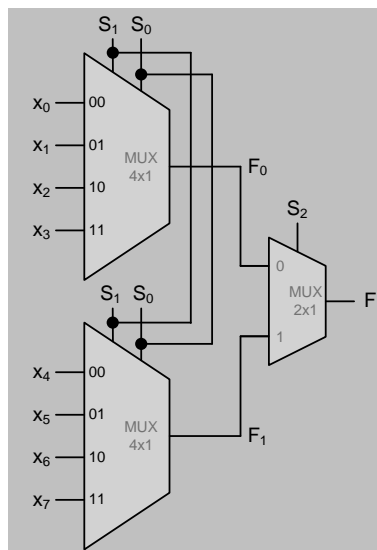
Η συνάρτηση λειτουργίας του πολυπλέκτη 8-σε-1 μπορεί να εκφραστεί ως ακολούθως:

$$F = S'_2 (S'_1 S'_0 x_0 + S'_1 S_0 x_1 + S_1 S'_0 x_2 + S_1 S_0 x_3) + S_2 (S'_1 S'_0 x_4 + S'_1 S_0 x_5 + S_1 S'_0 x_6 + S_1 S_0 x_7) = S'_2 F_0 + S_2 F_1$$

όπου: $F_0 = S'_1 S'_0 x_0 + S'_1 S_0 x_1 + S_1 S'_0 x_2 + S_1 S_0 x_3$ και $F_1 = S'_1 S'_0 x_4 + S'_1 S_0 x_5 + S_1 S'_0 x_6 + S_1 S_0 x_7$

Παρατηρούμε ότι η συνάρτηση F_0 είναι η συνάρτηση ενός πολυπλέκτη 4-σε-1 με εισόδους x_0, x_1, x_2 και x_3 και εισόδους επιλογής $S_1 S_0$. Ομοίως, η συνάρτηση F_1 είναι η συνάρτηση ενός πολυπλέκτη 4-σε-1 με εισόδους x_4, x_5, x_6 και x_7 και εισόδους επιλογής $S_1 S_0$, ενώ η συνάρτηση F είναι η συνάρτηση ενός πολυπλέκτη 2-σε-1 με εισόδους F_0 και F_1 (δηλαδή τις εξόδους των δύο προηγούμενων πολυπλεκτών) και είσοδο επιλογής S_2 .

Επομένως η ζητούμενη υλοποίηση είναι η ακόλουθη:



Παράδειγμα 17. Να υλοποιηθεί η πύλη XOR δύο εισόδων με έναν πολυπλέκτη 2 – σε – 1 και βασικές πύλες.

Ο πίνακας αλήθειας της πύλης XOR είναι:

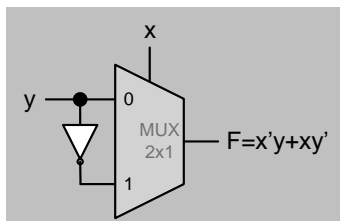
x	y	$F = x \oplus y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$F(x = 0) = y$

$F(x = 1) = y'$

Από τον πίνακα αλήθειας προκύπτει ότι, για $x = 0$ η έξοδος είναι $F = y$, ενώ για $x = 1$ η έξοδος είναι $F = y'$, όπως άλλωστε προκύπτει και από τη λογική συνάρτηση της πράξης XOR, $F = x'y + xy'$.

Άρα η ζητούμενη υλοποίηση είναι η ακόλουθη:



Παράδειγμα 18. Να υλοποιηθεί η πύλη XOR τριών εισόδων με πολυπλέκτες 2 – σε – 1 και βασικές πύλες.

Ο πίνακας αλήθειας της πύλης XOR τριών εισόδων είναι:

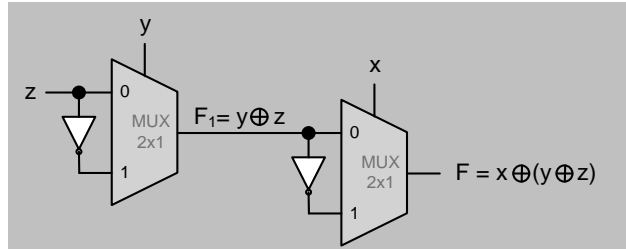
x	y	z	$F = x \oplus y \oplus z$
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

και η λογική της συνάρτηση μπορεί να εκφραστεί ως ακολούθως:

$$F = x'y'z + x'yz' + xy'z' + xyz = x'(y'z + yz') + x(y'z' + yz) = x'F_1 + xF'_1 = x \oplus F_1$$

όπου $F_1 = y'z + yz' = y \oplus z$ και $F'_1 = y'z' + yz = (y \oplus z)'$.

Άρα, με βάση το προηγούμενο παράδειγμα, η συνάρτηση F μπορεί να υλοποιηθεί με έναν πολυπλέκτη 2 – σε – 1 με εισόδους F_1 και F'_1 και είσοδο ελέγχου x . Ομοίως, η συνάρτηση F_1 μπορεί να υλοποιηθεί με έναν πολυπλέκτη 2 – σε – 1 με εισόδους z και z' και είσοδο ελέγχου y . Επομένως η ζητούμενη υλοποίηση είναι η ακόλουθη:

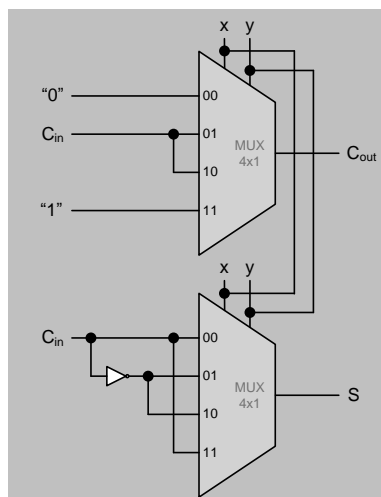


Παράδειγμα 19. Να υλοποιηθεί ο πλήρης αθροιστής με πολυπλέκτες 4 – σε – 1 και βασικές πύλες, χρησιμοποιώντας ως εισόδους ελέγχου των πολυπλεκτών τις εισόδους των προς πρόσθεση δεδομένων x και y του αθροιστή.

Ο πίνακας αλήθειας του πλήρη αθροιστή μπορεί να γραφτεί ως εξής:

x	y	C_{in}	C_{out}	S
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

Επομένως η ζητούμενη υλοποίηση είναι η ακόλουθη:



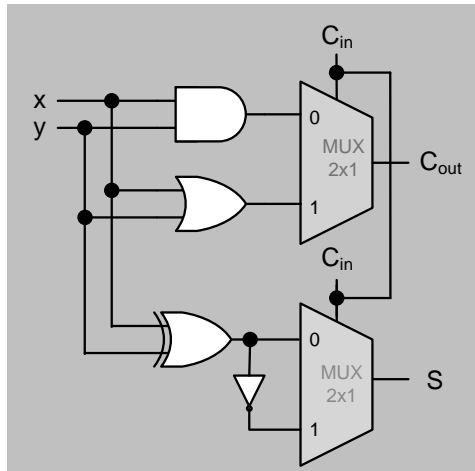
Παράδειγμα 20. Να υλοποιηθεί ο πλήρης αθροιστής με πολυπλέκτες 2 – σε – 1 και βασικές πύλες, χρησιμοποιώντας ως είσοδο ελέγχου των πολυπλεκτών το κρατούμενο εισόδου C_{in} του αθροιστή.

Ο πίνακας αλήθειας του πλήρη αθροιστή μπορεί να γραφτεί ως εξής:

C_{in}	x	y	C_{out}	S
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

C_{in}	x	y	C_{out}	S
$C_{out}(C_{in}=0) = xy$			0	$S(C_{in}=0) = x \oplus y$
			0	
			0	
			1	
$C_{out}(C_{in}=1) = x + y$			0	$S(C_{in}=1) = (x \oplus y)'$
			1	
			1	
			1	

Επομένως η ζητούμενη υλοποίηση είναι η ακόλουθη:



Αποπλέκτης

Ο αποπλέκτης ή αποπολυπλέκτης (demultiplexer - DEMUX) εκτελεί την αντίστροφη λειτουργία από τον πολυπλέκτη, δηλαδή δυαδική πληροφορία από μια μοναδική γραμμή εισόδου και την κατευθύνει σε μια από πολλές γραμμές εξόδου.

Η επιλογή μιας συγκεκριμένης γραμμής εξόδου ελέγχεται μέσω γραμμών επιλογής. Για κάθε συνδυασμό τιμών στις γραμμές επιλογής, επιλέγεται μια και μοναδική γραμμή εξόδου.

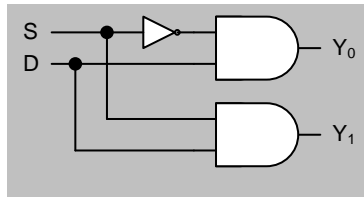
Το πλήθος των γραμμών εξόδου που μπορούν να ελεγχθούν καθορίζεται από το πλήθος των γραμμών επιλογής. Έτσι, αν έχουμε n γραμμές επιλογής, μπορούμε να ελέγξουμε μέχρι 2^n γραμμές εξόδου (αποπλέκτης 1 - σε - 2^n).

Ο απλούστερος αποπλέκτης έχει δύο γραμμές εξόδου δεδομένων, y_0 και y_1 , μια είσοδο D και μια γραμμή επιλογής S (DEMUX 1 – σε – 2). Για $S = 0$, επιλέγεται η έξοδος y_0 , και για $S = 1$, επιλέγεται η έξοδος y_1 . Επομένως, ο πίνακας αλήθειας του αποπλέκτη 1 – σε – 2 και οι συναρτήσεις των εξόδων που προκύπτουν είναι :

S	y_0	y_1
0	D	0
1	0	D

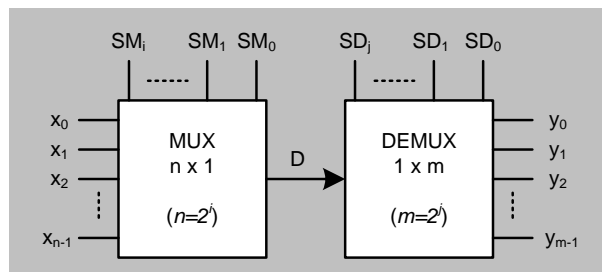
$$y_0 = S'D, \quad y_1 = SD$$

Το λογικό κύκλωμα του αποπλέκτη 1 – σε – 2 είναι το ακόλουθο:



Παράδειγμα 21. Να συνδεθεί ένας πολυπλέκτης 16–σε–1 με έναν αποπλέκτη 1–σε–32 και να προσδιοριστεί το πλήθος των γραμμών επιλογής SM_i και SD_j του πολυπλέκτη και του αποπλέκτη αντίστοιχα. Αν θέλουμε να δρομολογήσουμε την είσοδο x_{13} του πολυπλέκτη στην έξοδο y_{27} του αποπλέκτη, να προσδιοριστούν οι απαραίτητοι συνδυασμοί τιμών των μεταβλητών επιλογής για τον πολυπλέκτη και τον αποπλέκτη αντίστοιχα.

Για τη συνεργασία του πολυπλέκτη με τον αποπλέκτη απαιτείται απλά η σύνδεση της μοναδικής εξόδου του πολυπλέκτη στην μοναδική είσοδο του αποπλέκτη, όπως φαίνεται στο σχήμα που ακολουθεί.



Για να ελεγχθούν οι 16 είσοδοι του πολυπλέκτη απαιτούνται 4 γραμμές επιλογής, αφού $2^4=16$. Ομοίως, για να ελεγχθούν οι 32 έξοδοι του αποπλέκτη απαιτούνται 5 γραμμές επιλογής, αφού $2^5 = 32$.

Για να επιλεγεί η είσοδος x_{13} του πολυπλέκτη θα πρέπει $SM = 1101 (=13_{10})$. Αντίστοιχα, για να επιλεγεί η έξοδος y_{27} του αποπλέκτη θα πρέπει $SD = 11011 (=27_{10})$.