Λύσεις θεμάτων Εξεταστικής Περιόδου Ιανουαρίου – Φεβρουαρίου 2017

<u>ΘΕΜΑ 1^{ο}</u> *(2,0 μονάδες)*

Δίνεται η λογική συνάρτηση : $f(x, y, z) = (x + y)(y' + xz') + x'y'z$

1. Να συμπληρωθεί ο πίνακας αλήθειας της συνάρτησης. *(1,0 μον.)*
2. Να απλοποιηθεί η λογική συνάρτηση. *(0,5 μον.)*
3. Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση μπορεί να υλοποιηθεί μόνο με πύλες NAND. *(0,5 μον.)*

<u>Λύση:</u>

1. $f(x,y,z) = (x + y)(y' + xz') + x'y'z = xy' + xxz' + yy' + xyz' + x'y'z =$

$= xy' + xz' + xyz' + x'y'z = xy'(z + z') + x(y + y')z' + xyz' + x'y'z =$

$= xy'z + xy'z' + xyz' + xy'z' + xyz' + x'y'z =$

$= xy'z + xy'z' + xyz' + x'y'z = m_5 + m_4 + m_6 + m_1$

Πίνακας Αλήθειας:

x	y	z	f	
0	0	0	0	
0	0	1	1	m_1
0	1	0	0	
0	1	1	0	
1	0	0	1	m_4
1	0	1	1	m_5
1	1	0	1	m_6
1	1	1	0	

Εναλλακτικά:

x	y	z	x'	y'	z'	xz'	y'+xz'	x+y	(x+y)(y'+xz')	x'y'z	f	
0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	
0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1	m_1
0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	
0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	
1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	1	m_4
1	0	1	0	1	0	0	1	1	1	0	1	m_5
1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	m_6
1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	

2. Απλοποίηση με άλγεβρα Boole:

$f(x,y,z) = m_1 + m_4 + m_5 + m_6 = x'y'z + xy'z' + xy'z + xyz' = (x'y'z + xy'z) + (xy'z' + xyz') =$

$= y'z(x + x') + xz'(y + y') = y'z + xz'$

Απλοποίηση με πίνακα Karnaugh:

x \ y z	00	01	11	10
0	0	1	0	0
1	1	1	0	1

$f(x, y, z) = y'z + xz'$

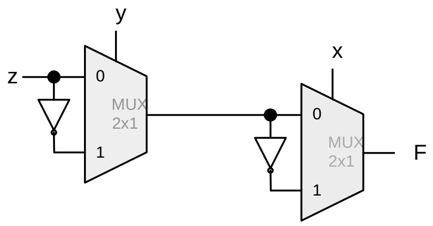
3. Υλοποίηση μόνο με πύλες NAND:

$f(x, y, z) = f''(x, y, z) = (y'z + xz')'' = [(y'z + xz')']' = [(y'z)' \cdot (xz')']'$

<u>ΘΕΜΑ 2^{ο}</u> *(2,0 μονάδες)*

Δίνεται το λογικό κύκλωμα του σχήματος που περιλαμβάνει δύο πολυπλέκτες 2 – σε – 1.

1. Να προσδιορίσετε τη λογική συνάρτηση της εξόδου F(x, y, z) και να συμπληρώσετε τον πίνακα αλήθειας του κυκλώματος. *(1,0 μον.)*
2. Να σχεδιάσετε ένα ισοδύναμο λογικό κύκλωμα με έναν κατάλληλο αποκωδικοποιητή και λογικές πύλες. *(1,0 μον.)*



Λύση:

1. Έστω F_1 η έξοδος του πρώτου πολυπλέκτη. Θα είναι:

$$F_1 = y'z + yz' = y \oplus z$$

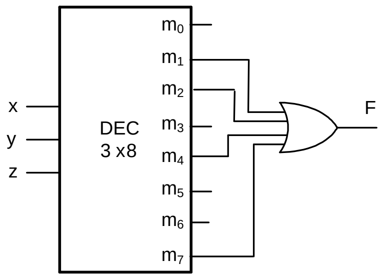
Επομένως, η λογική συνάρτηση της εξόδου F του κυκλώματος θα είναι:

$$F(x, y, z) = x'F_1 + xF_1' = x \oplus F_1 = x \oplus (y \oplus z) = x \oplus y \oplus z$$

Άρα, το κύκλωμα που δίνεται υλοποιεί τη λειτουργία μιας πύλης XOR τριών εισόδων και ο πίνακας αλήθειας είναι:

x	y	z	F	Ελαχιστόροι
0	0	0	0	
0	0	1	1	$m_1 = x'y'z$
0	1	0	1	$m_2 = x'yz'$
0	1	1	0	
1	0	0	1	$m_4 = xy'z'$
1	0	1	0	
1	1	0	0	
1	1	1	1	$m_7 = xyz$

2. Αφού έχουμε τρεις εισόδους, θα χρειαστούμε έναν αποκωδικοποιητή 3 – σε – 8. Από τον πίνακα αλήθειας βλέπουμε ότι οι ελαχιστόροι που έχουν τιμή “1” είναι οι m_1, m_2, m_4 και m_7. Επομένως, το ζητούμενο ισοδύναμο κύκλωμα είναι το ακόλουθο:

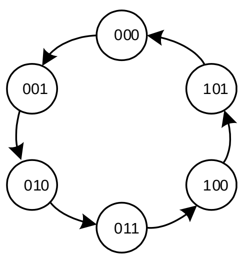


ΘΕΜΑ 3ο *(4,0 μονάδες)*

1. Να σχεδιάσετε με T flip-flop σύγχρονο κυκλικό δυαδικό μετρητή MOD(6). (3,0 μον.)
2. Να εξετάσετε τι θα συμβεί εάν το σύστημα βρεθεί στις μη χρησιμοποιούμενες καταστάσεις και να συμπληρώσετε το πλήρες διάγραμμα καταστάσεων. *(1,0 μον.)*

Λύση:

1. Το διάγραμμα καταστάσεων του ζητούμενου απαριθμητή είναι το ακόλουθο:



Με βάση το διάγραμμα χρονισμού και τον πίνακα διέγερσης του T FF, συμπληρώνουμε τον πίνακα μετάβασης καταστάσεων (ή, απλά, πίνακα καταστάσεων):

Παρούσα Κατάσταση			**Επόμενη Κατάσταση**			**Είσοδοι Flip-Flop**		
Q_2	**Q_1**	**Q_0**	**Q^+_2**	**Q^+_1**	**Q^+_0**	**T_2**	**T_1**	**T_0**
0	0	0	0	0	1	0	0	1
0	0	1	0	1	0	0	1	1
0	1	0	0	1	1	0	0	1
0	1	1	1	0	0	1	1	1
1	0	0	1	0	1	0	0	1
1	0	1	0	0	0	1	0	1

Από τον πίνακα καταστάσεων προσδιορίζουμε τις απλοποιημένες συναρτήσεις των εισόδων των FF. Να σημειωθεί ότι από τον πίνακα καταστάσεων είναι προφανές ότι **T_0 = 1.** Οι απλοποιημένες συναρτήσεις για τις εισόδους των άλλων FF προσδιορίζονται με τη χρήση πινάκων Karnaugh:

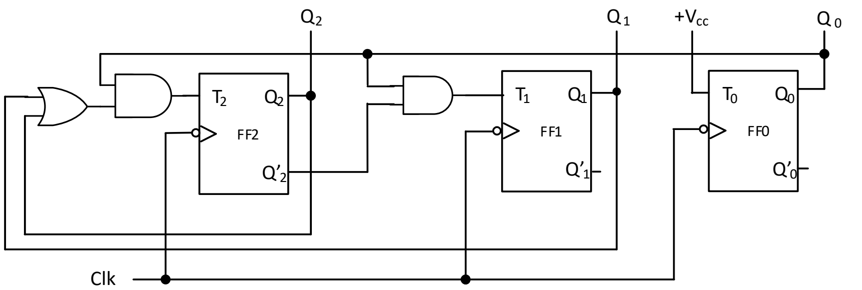
Q_2 \ Q_1Q_0	00	01	11	10
0	0	1	1	0
1	0	0	X	X

$T_1 = Q'_2Q_0$

Q_2 \ Q_1Q_0	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	0	1	X	X

$T_2 = Q_1Q_0 + Q_2Q_0 =$

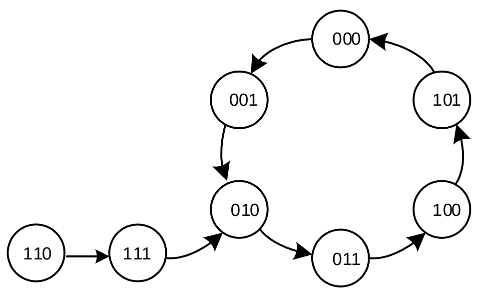
$= Q_0(Q_1 + Q_2)$



2. Ας εξετάσουμε τώρα τη συμπεριφορά του κυκλώματος αν βρεθεί στις μη χρησιμοποιούμενες καταστάσεις 110 και 111:

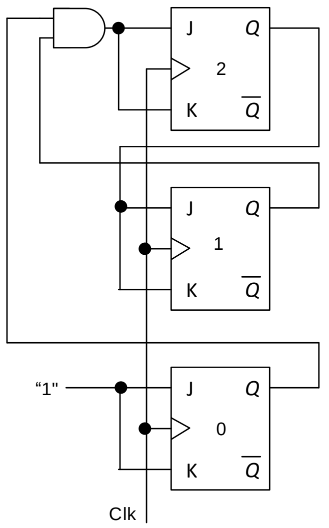
Παρούσα κατάσταση			**Είσοδοι FF**			**Επόμενη κατάσταση**		
Q_2	**Q_1**	**Q_0**	**$T_2 = Q_0(Q_1 + Q_2)$**	**$T_1 = Q'_2Q_0$**	**$T_0 = 1$**	**Q^+_2**	**Q^+_1**	**Q^+_0**
1	1	0	0	0	1	1	1	1
1	1	1	1	0	1	0	1	0

Με βάση την παραπάνω μελέτη, η πλήρης λειτουργία του κυκλώματος περιγράφεται από το παρακάτω διάγραμμα καταστάσεων:



<u>ΘΕΜΑ 4ο</u> *(2,0 μονάδες)*

Να αναλύσετε το σύγχρονο ακολουθιακό κύκλωμα του σχήματος και να προσδιορίσετε τη λειτουργία του.



<u>Λύση:</u>

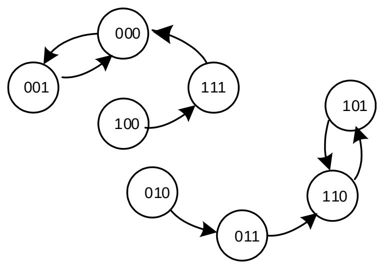
Οι λογικές συναρτήσεις των εισόδων των FF είναι οι ακόλουθες:

$J_2 = K_2 = T_2 = Q_1Q_0$ $J_1 = K_1 = T_1 = Q_2$ $J_0 = K_0 = T_0 = 1$

Ο πίνακας καταστάσεων είναι ο ακόλουθος:

Παρούσα κατάσταση			**Είσοδοι FF**			**Επόμενη κατάσταση**		
Q_2	Q_1	Q_0	$T_2 = Q_1Q_0$	$T_1 = Q_2$	$T_0 = 1$	Q^+_2	Q^+_1	Q^+_0
0	0	0	0	0	1	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0	0	0
0	1	0	0	0	1	0	1	1
0	1	1	1	0	1	1	1	0
1	0	0	0	1	1	1	1	1
1	0	1	0	1	1	1	1	0
1	1	0	0	1	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	0	0	0

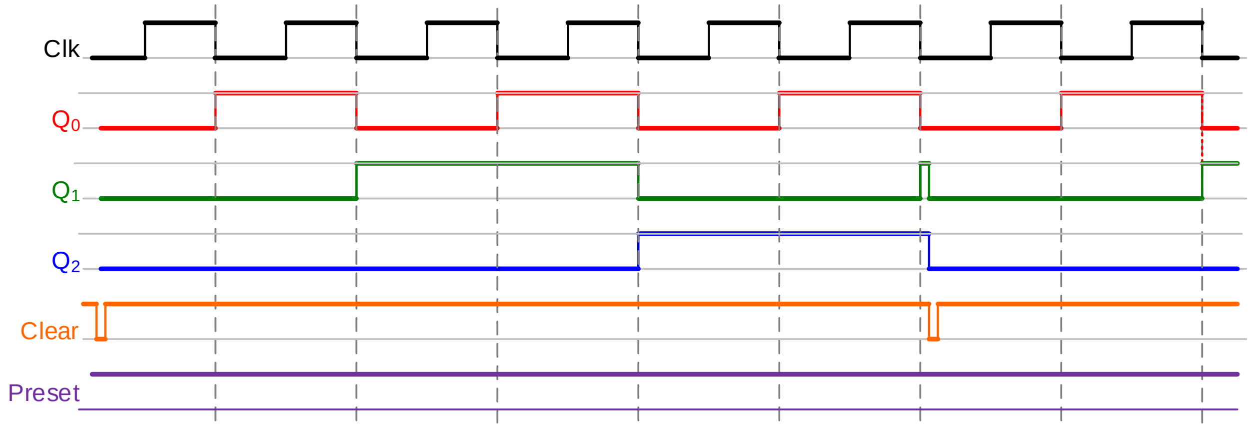
Το διάγραμμα καταστάσεων είναι το ακόλουθο:



<u>Σημείωση:</u> Το ανωτέρω διάγραμμα καταστάσεων δεν περιγράφει κάποια λογική ακολουθία απαρίθμησης. Αυτό οφείλεται σε λάθος στη σχεδίαση του ακολουθιακού κυκλώματος και συγκεκριμένα στη συνδεσμολογία των εισόδων του με αριθμό 1 flip-flop ($J_1 = K_1 = T_1 = Q_2$, αντί του ορθού $J_1 = K_1 = T_1 = Q_0$). Προφανώς αυτό δεν αλλάζει τη διαδικασία της άσκησης, αφού η λειτουργία του κυκλώματος περιγράφεται από το διάγραμμα κατάστασης.

ΘΕΜΑ 5ο *(2,0 μονάδες)*

Δίνεται το παρακάτω διάγραμμα χρονισμού ενός ασύγχρονου ακολουθιακού κυκλώματος με JK flip-flop, αρνητική ακμοπυροδότηση και active low ασύγχρονες εισόδους.
Να σχεδιάσετε το πλήρες κύκλωμα και να προσδιορίσετε τη λειτουργία του.



Λύση:

Από το διάγραμμα χρονισμού βλέπουμε ότι το ασύγχρονο ακολουθιακό κύκλωμα απαριθμεί πλήρως τις καταστάσεις 0 – 1 – 2 – 3 – 4 – 5 και μηδενίζει μόλις εισέλθει στην κατάσταση 6. Άρα πρόκειται για ένα MOD(6) απαριθμητή.
Επίσης παρατηρούμε ότι το κύκλωμα μηδενίζεται στην αρχή.
Το ζητούμενο κύκλωμα είναι το ακόλουθο.