ΨΗΦΙΑΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ Ι

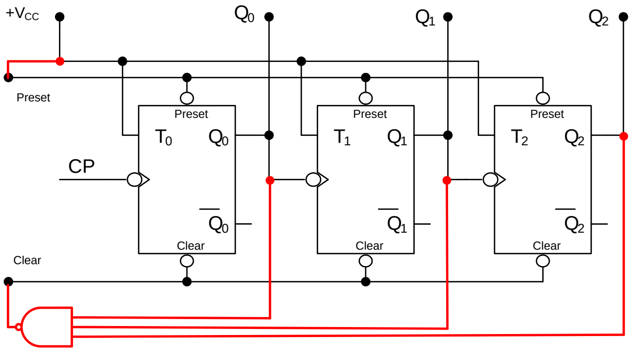
Λύσεις θεμάτων εξεταστικής περιόδου Σεπτεμβρίου 2015

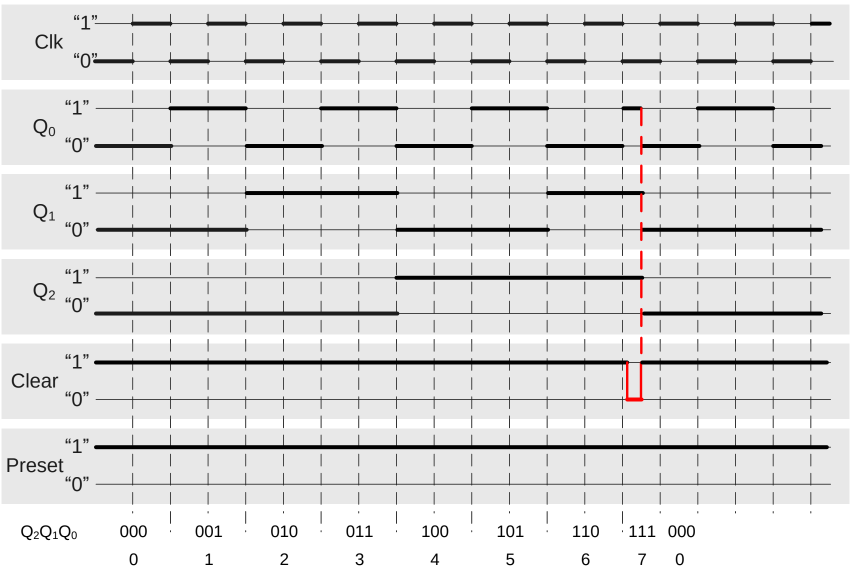
ΘΕΜΑ 1^{O} *(2,0 μονάδες)*

Δίνεται το ασύγχρονο κύκλωμα του σχήματος.
Εάν η αρχική κατάσταση είναι $Q_2Q_1Q_0$ = 000, να δείξετε πώς το κύκλωμα αυτό μπορεί να μετατραπεί σε μετρητή MOD(7) και να συμπληρώσετε το αντίστοιχο διάγραμμα χρονισμού.

Λύση

Με κόκκινο χρώμα παρουσιάζονται στο λογικό κύκλωμα τα στοιχεία (πύλες) που απαιτούνται και οι απαραίτητες συνδέσεις (καλωδιώσεις) για να λειτουργήσει το κύκλωμα ως ασύγχρονος μετρητής MOD(7).





ΘΕΜΑ 2^{O} *(3,0 μονάδες)*

Να σχεδιάσετε με την ελάχιστη αναγκαία (τη μικρότερη δυνατή) προγραμματιζόμενη ROM λογικό κύκλωμα που υπολογίζει το τετράγωνο ενός δυαδικού αριθμού των 3 bit.

Λύση

Ο Πίνακας αλήθειας του λογικού κυκλώματος είναι ο ακόλουθος:

Ισοδύναμος δεκαδικός	Είσοδοι				Έξοδοι						Ισοδύναμος δεκαδικός
	X_2	X_1	X_0		Y_5	Y_4	Y_3	Y_2	Y_1	Y_0	
0	0	0	0		0	0	0	0	0	0	$0^2 = 0$
1	0	0	1		0	0	0	0	0	1	$1^2 = 1$
2	0	1	0		0	0	0	1	0	0	$2^2 = 4$
3	0	1	1		0	0	1	0	0	1	$3^2 = 9$
4	1	0	0		0	1	0	0	0	0	$4^2 = 16$
5	1	0	1		0	1	1	0	0	1	$5^2 = 25$
6	1	1	0		1	0	0	1	0	0	$6^2 = 36$
7	1	1	1		1	1	0	0	0	1	$7^2 = 49$

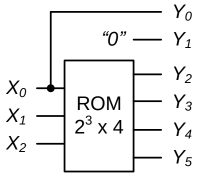
Επομένως, θα χρειαστούμε μια ROM με τρεις εισόδους διεύθυνσης στις οποίες αντιστοιχούν τα τρία ψηφία (bits) του δυαδικού αριθμού που θέλουμε να υπολογίσουμε το τετράγωνό του.

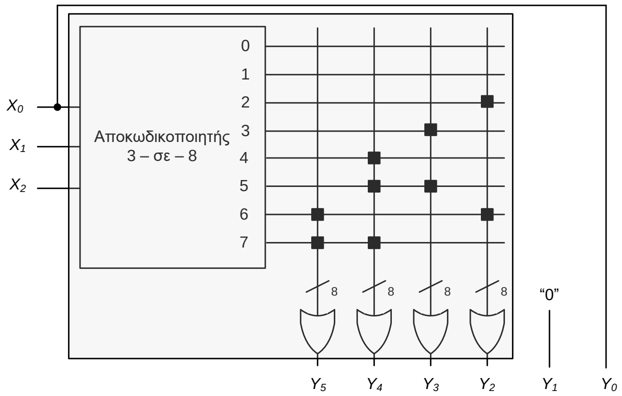
Για κάθε δυνατό συνδυασμό τιμών των εισόδων, το αποτέλεσμα θα αποθηκεύεται σε μια λέξη της μνήμης. Απαιτούνται έξι δυαδικά ψηφία για την δυαδική αναπαράσταση του τετραγώνου των δυαδικών αριθμών (αφού ο μεγαλύτερος τριψήφιος δυαδικός είναι $111_2 = 7_{10}$ και $7^2{}_{10} = 49_{10} = 110001_2$).

Άρα, θα χρειαστούμε μια ROM 2^3 x 6 = 8 x 6, αφού έχουμε τρεις εισόδους διευθύνσεων και μήκος λέξης 6 bits.

Παρατηρούμε όμως ότι οι έξοδοι $Y_1 = 0$ και $Y_0 = X_0$. Μπορούμε, επομένως, να κάνουμε οικονομία και να χρησιμοποιήσουμε μια μικρότερη σε μέγεθος ROM και συγκεκριμένα μεγέθους 8 x 4.

Το σχηματικό διάγραμμα και το λογικό κύκλωμα της υλοποίησης του ζητούμενου λογικού κυκλώματος φαίνονται στο παρακάτω σχήμα.

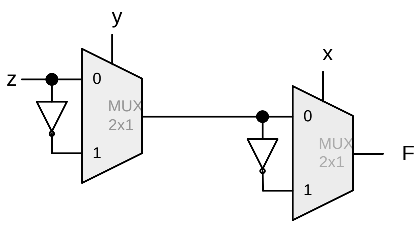




<u>**ΘΕΜΑ 3^{ο}**</u> *(2,0 μονάδες)*

Δίνεται το λογικό κύκλωμα του σχήματος που περιλαμβάνει δύο πολυπλέκτες 2 – σε – 1.

1. Να προσδιορίσετε τη λογική συνάρτηση της εξόδου F(x, y, z) και να συμπληρώσετε τον πίνακα αλήθειας του κυκλώματος.
2. Να σχεδιάσετε ένα ισοδύναμο λογικό κύκλωμα με έναν πολυπλέκτη 4 – σε – 1 και λογικές πύλες.
3. Να σχεδιάσετε ένα ισοδύναμο λογικό κύκλωμα με έναν κατάλληλο αποκωδικοποιητή και λογικές πύλες.



<u>**Λύση:**</u>

1. Έστω F_1 η έξοδος του πρώτου πολυπλέκτη. Θα είναι:

$$F_1 = y'z + yz' = y \oplus z$$

Επομένως, η λογική συνάρτηση της εξόδου F του κυκλώματος θα είναι:

$$F(x, y, z) = x'F_1 + xF_1' = x \oplus F_1 = x \oplus (y \oplus z) = x \oplus y \oplus z$$

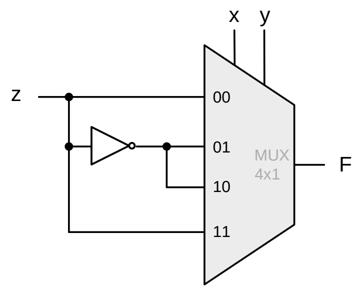
Άρα, το κύκλωμα που δίνεται υλοποιεί τη λειτουργία μιας πύλης XOR τριών εισόδων και ο πίνακας αλήθειας είναι:

x	**y**	**z**	**F**	**Ελαχιστόροι**	**Έξοδος πολυπλέκτη 4 – σε – 1**
0	0	0	**0**		Για x = 0 και y = 0, F = z
0	0	1	1	$m_1 = x'y'z$	
0	1	0	1	$m_2 = x'yz'$	Για x = 0 και y = 1, F = z'
0	1	1	**0**		
1	0	0	**1**	$m_4 = xy'z'$	Για x = 1 και y = 0, F = z'
1	0	1	**0**		
1	1	0	0		Για x = 1 και y = 1, F = z
1	1	1	1	$m_7 = xyz$	

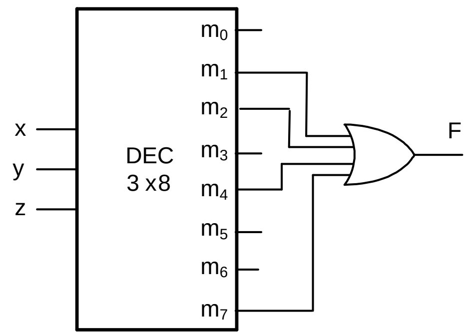
2. Επιλέγοντας ως εισόδους ελέγχου του πολυπλέκτη 4 – σε – 1 τις εισόδους x και y, από τον πίνακα αλήθειας προκύπτει ότι:

   Για x = 0 και y = 0, F = z
   Για x = 0 και y = 1, F = z'
   Για x = 1 και y = 0, F = z'
   Για x = 1 και y = 1, F = z

Άρα, το ζητούμενο ισοδύναμο κύκλωμα είναι το ακόλουθο:



3. Αφού έχουμε τρεις εισόδους, θα χρειαστούμε έναν αποκωδικοποιητή 3 – σε – 8. Από τον πίνακα αλήθειας βλέπουμε ότι οι ελαχιστόροι που έχουν τιμή "1" είναι οι m_1, m_2, m_4 και m_7. Επομένως, το ζητούμενο ισοδύναμο κύκλωμα είναι το ακόλουθο:



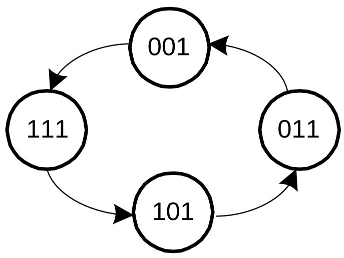
ΘΕΜΑ 4^ο^ *(4,0 μονάδες)*

α. Να σχεδιάσετε με T flip-flop σύγχρονο κυκλικό δυαδικό μετρητή 3 bit φθίνουσας μέτρησης, που απαριθμεί μόνο τις περιττές (μονές) καταστάσεις. (3,0 μον.)

β. Εάν το σύστημα βρεθεί στην κατάσταση $Q_2Q_1Q_0$ = 100, να προσδιορίσετε σε ποια κατάσταση θα μεταβεί μετά από έναν ωρολογιακό παλμό. *(1,0 μον.)*

Λύση:

α. Το Διάγραμμα Καταστάσεων του ζητούμενου μετρητή είναι το ακόλουθο:



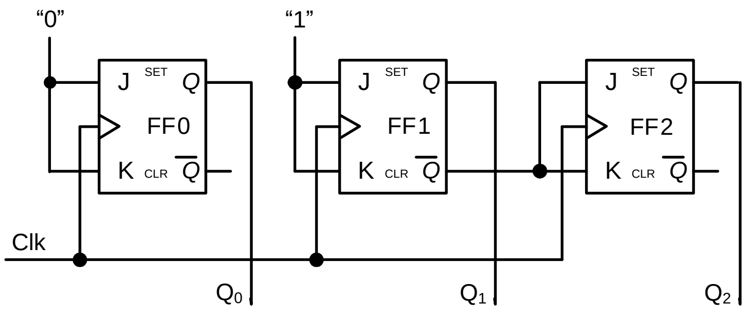
Με βάση τον πίνακα διέγερσης του T flip-flop συμπληρώνουμε τον πίνακα (μετάβασης) καταστάσεων:

Παρούσα Κατάσταση	Επόμενη Κατάσταση	Είσοδοι FF		
$Q_2Q_1Q_0$	$Q^+_2Q^+_1Q^+_0$	T_2	T_1	T_0
0 0 1	1 1 1	1	1	0
0 1 1	0 0 1	0	1	0
1 0 1	0 1 1	1	1	0
1 1 1	1 0 1	0	1	0

Οι μη χρησιμοποιούμενες καταστάσεις (000, 010, 100 και 110) είναι αδιάφορες καταστάσεις (Χ).
Από τον πίνακα καταστάσεων προσδιορίζουμε τις συναρτήσεις των εισόδων των Flip-Flop, σε απλοποιημένη μορφή.

Είναι προφανές ότι $\mathbf{T_2 = Q'_1}$, $\mathbf{T_1 = 1}$, $\mathbf{T_0 = 0}$.

Το κύκλωμα του μετρητή είναι το ακόλουθο:



<u>Σημείωση:</u> για σχεδιαστικούς λόγους αντί για T flip-flop χρησιμοποιείται το ισοδύναμό του JK flip-flop με βραχυκυκλωμένες εισόδους.

β.

Παρούσα Κατάσταση			Είσοδοι FF			Επόμενη Κατάσταση		
Q_2	Q_1	Q_0	$T_2 = Q'_1$	$T_1 = 1$	$T_0 = 0$	Q^+_2	Q^+_1	Q^+_0
1	0	0	1	1	0	0	1	0

<u>Παρατήρηση:</u> Βλέπουμε ότι εάν το σύστημα βρεθεί στην μη χρησιμοποιούμενη κατάσταση 100 (άρτιος αριθμός), θα μεταβεί μετά από ένα ωρολογιακό παλμό στην κατάσταση 010 (άρτιος αριθμός επίσης). Εάν εξετάσουμε το σύστημα για όλες τις μη χρησιμοποιούμενες καταστάσεις (άρτιοι αριθμοί), θα παρατηρήσουμε ότι το σύστημα, από τη στιγμή που θα βρεθεί σε μια οποιαδήποτε μη χρησιμοποιούμενη κατάσταση, δεν επανέρχεται στην κανονική ακολουθία μέτρησης και απαριθμεί τους άρτιους αριθμούς. Δηλαδή, το σύστημα αυτό είναι μη αυτοδιορθούμενο.