

ΨΗΦΙΑΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ Ι
Λύσεις Θεμάτων Α' Εξεταστικής Περιόδου Χειμερινού Εξαμήνου 2013 - 14

ΘΕΜΑ 1^ο (3,0 μονάδες)

Δίνεται η λογική συνάρτηση : $f(x, y, z) = x'y'z + (x + y)(y' + xz)'$.

- α. Να συμπληρωθεί ο πίνακας αλήθειας της συνάρτησης
- β. Να απλοποιηθεί η λογική συνάρτηση
- γ. Να υλοποιηθεί η συνάρτηση με έναν κατάλληλο αποκωδικοποιητή και πύλες OR

Λύση:

α.

$$\begin{aligned} f(x, y, z) &= (x + y)(y' + xz)' + x'y'z = (x + y)[(y')'(xz)'] + x'y'z = (x + y)[y(x' + z')] + x'y'z = \\ &= (x + y)(x'y + yz') + x'y'z = (x + y)(x'y + yz') + x'y'z = xx'y + xyz' + x'yy + yyz' + x'y'z = \\ &= xyz' + x'y + yz' + x'y'z = xyz' + x'y(z + z') + (x + x')yz' + x'y'z = \\ &= xyz' + x'yz + x'yz' + xyz' + x'yz' + x'y'z = xyz' + x'yz + x'yz' + x'y'z = m_6 + m_3 + m_2 + m_1 \end{aligned}$$

Πίνακας Αλήθειας:

x	y	z	f
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

m_1
 m_2
 m_3
 m_6

Εναλλακτικά:

x	y	z	x'y'z	(x + y)	y'	xz	(y' + xz)	(y' + xz)'	(x + y)(y' + xz)'	F = x'y'z + (x + y)(y' + xz)'
0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	1
0	1	0	0	1	0	0	0	1	1	1
0	1	1	0	1	0	0	0	1	1	1
1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0
1	0	1	0	1	1	1	1	0	0	0
1	1	0	0	1	0	0	0	1	1	1
1	1	1	0	1	0	1	1	0	0	0

m_1
 m_2
 m_3
 m_6

γ.

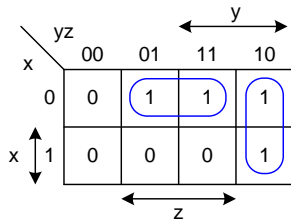
Απλοποίηση με άλγεβρα Boole:

$$\begin{aligned} f(x, y, z) &= (x + y)(y' + xz)' + x'y'z = (x + y)[(y')'(xz)'] + x'y'z = (x + y)[y(x' + z')] + x'y'z = \\ &= (x + y)(x'y + yz') + x'y'z = (x + y)(x'y + yz') + x'y'z = xx'y + xyz' + x'yy + yyz' + x'y'z = \\ &= xyz' + x'y + yz' + x'y'z = xyz' + x'y(z + z') + (x + x')yz' + x'y'z = \\ &= xyz' + x'yz + x'yz' + xyz' + x'yz' + x'y'z = xyz' + x'yz + x'yz' + x'y'z = \\ &= xyz' + x'yz' + x'yz + x'y'z = (x + x')yz' + x'z(y + y') = yz' + x'z \end{aligned}$$

Εναλλακτικά:

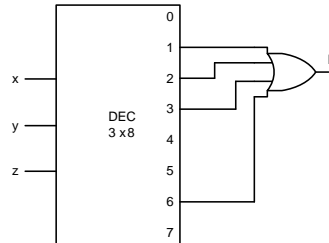
$$\begin{aligned} f(x, y, z) &= m_1 + m_2 + m_3 + m_6 = m_1 + m_3 + m_2 + m_6 = x'y'z + x'yz + x'yz' + xyz' = \\ &= x'z(y + y') + yz'(x + x') = x'z + yz' \end{aligned}$$

Απλοποίηση με πίνακα Karnaugh:



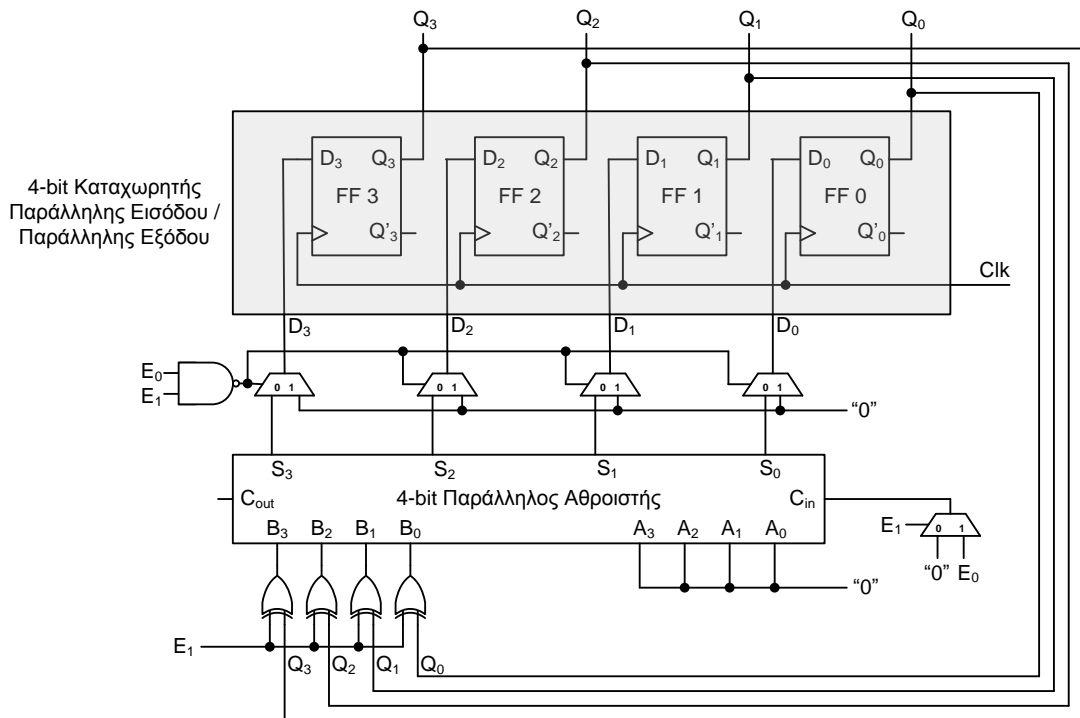
$$f(x, y, z) = x'z + yz'$$

γ. Υλοποίηση με Αποκωδικοποιητή και πύλες OR:



ΘΕΜΑ 2^ο (3,0 μονάδες)

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται κύκλωμα που περιλαμβάνει 4-bit καταχωρητή παράλληλης εισόδου – παράλληλης εξόδου, 4-bit παράλληλο αθροιστή, πολυπλέκτες 2-σε-1 και λογικές πύλες. Να προσδιοριστεί η λειτουργία του για κάθε δυνατό συνδυασμό τιμών των μεταβλητών E_1 και E_0 .



Λύση:

Λαμβάνοντας υπόψη ότι:

E_1	E_0	$(E_1 E_0)'$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

E_1	Q_i	$E_1 \text{ XOR } Q_i$
0	0	0 (= Q_i)
0	1	1 (= Q_i)
1	0	1 (= Q'_i)
1	1	0 (= Q'_i)

Πολυπλέκτης 2-σε-1 με είσοδο ελέγχου E , εισόδους δεδομένων X_0, X_1 και έξοδο Y	
E	Y
0	X_0
1	X_1

$$Y = E'X_0 + EX_1$$

καθώς και ότι:

Συμπλήρωμα ως προς 1 του $Q_3 Q_2 Q_1 Q_0 = Q'_3 Q'_2 Q'_1 Q'_0$

Συμπλήρωμα ως προς 2 του $Q_3 Q_2 Q_1 Q_0 = Q'_3 Q'_2 Q'_1 Q'_0 + 1$

ο παρακάτω πίνακας περιγράφει τη λειτουργία του κυκλώματος για κάθε δυνατό συνδυασμό τιμών των μεταβλητών E_1 και E_0 .

E_1	E_0	$B_3B_2B_1B_0$	C_{in}	$S_3S_2S_1S_0$	$D_3D_2D_1D_0$	$Q_3^+Q_2^+Q_1^+Q_0^+$	Περιγραφή λειτουργίας
0	0	X X X X	X	X X X X	0 0 0 0	0 0 0 0	Μηδενισμός
0	1	X X X X	X	X X X X	0 0 0 0	0 0 0 0	Μηδενισμός
1	0	X X X X	X	X X X X	0 0 0 0	0 0 0 0	Μηδενισμός
1	1	$Q_3'Q_2'Q_1'Q_0'$	1	$Q_3'Q_2'Q_1'Q_0'+1$	$Q_3'Q_2'Q_1'Q_0'+1$	$Q_3'Q_2'Q_1'Q_0'+1$	Συμπλήρωμα ως προς 2

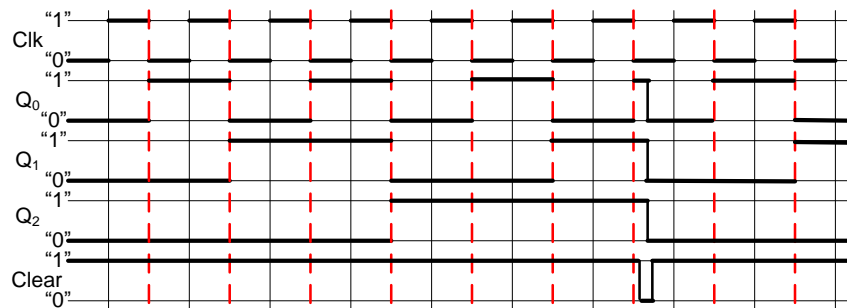
ΘΕΜΑ 3^ο (3,0 μονάδες)

Να σχεδιαστεί ασύγχρονος κυκλικός μετρητής MOD(7) αύξουσας μέτρησης με JK flip flop που διαθέτουν active-low ασύγχρονες εισόδους:

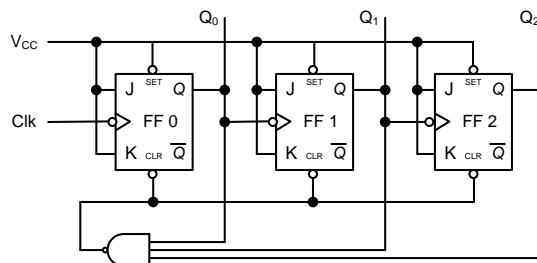
- Να σχεδιαστεί το λεπτομερές διάγραμμα χρονισμού (αρχική κατάσταση: $Q_3Q_2Q_1=000$).
- Να σχεδιαστεί το λογικό κύκλωμα.

Λύση:

- Για να έχουμε αύξουσα μέτρηση θα πρέπει να έχουμε αρνητική ακμοπυροδότηση.



-

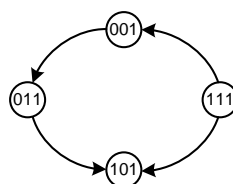


ΘΕΜΑ 4^ο (3,0 μονάδες)

- Να σχεδιαστεί με T flip-flop σύγχρονος κυκλικός μετρητής που απαριθμεί την ακολουθία 1-3-5-7-1.
- Αν το σύστημα βρεθεί στην κατάσταση 4, να προσδιοριστεί σε ποια κατάσταση θα μεταβεί μετά από έναν ωρολογιακό παλμό.

Λύση:

- Το Διάγραμμα Καταστάσεων του ζητούμενου μετρητή είναι το ακόλουθο:



Με βάση τον πίνακα διέγερσης του T flip-flop συμπληρώνουμε τον πίνακα (μετάβασης) καταστάσεων:

Παρούσα Κατάσταση $Q_2Q_1Q_0$	Επόμενη Κατάσταση $Q_2^+Q_1^+Q_0^+$	Είσοδοι FF		
		T_2	T_1	T_0
0 0 1	0 1 1	0	1	0
0 1 1	1 0 1	1	1	0
1 0 1	1 1 1	0	1	0
1 1 1	0 0 1	1	1	0

Οι μη χρησιμοποιούμενες καταστάσεις (000, 010, 100 και 110) είναι αδιάφορες καταστάσεις (X). Από τον πίνακα καταστάσεων προσδιορίζουμε τις συναρτήσεις των εισόδων των Flip-Flop, σε απλοποιημένη μορφή.

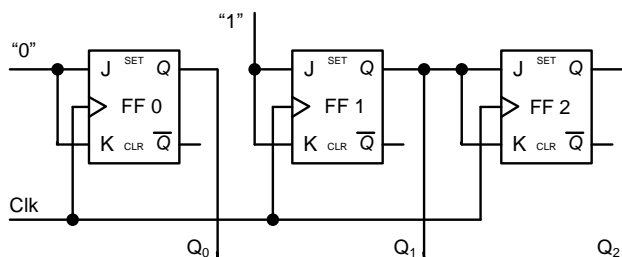
Είναι προφανές ότι $T_0 = 0$.

Για το T_1 μπορούμε να θέσουμε είτε $T_1 = 1$, είτε $T_1 = Q_0$.

Για το T_2 χρησιμοποιούμε πίνακα Karnaugh:

	Q_1Q_0				
Q_2	00	01	11	10	
0	X	0	1	X	$T_2 = Q_1$
1	X	0	1	X	

Το κύκλωμα του μετρητή είναι το ακόλουθο:



β)

Παρούσα Κατάσταση			Είσοδοι FF			Επόμενη Κατάσταση		
Για $T_1 = 1$								
Q_2	Q_1	Q_0	$T_2 = Q_1$	$T_1 = 1$	$T_0 = 0$	Q_2^+	Q_1^+	Q_0^+
1	0	0	0	1	0	1	1	0
Για $T_1 = Q_0$								
Q_2	Q_1	Q_0	$T_2 = Q_1$	$T_1 = Q_0$	$T_0 = 0$	Q_2^+	Q_1^+	Q_0^+
1	0	0	0	0	0	1	0	0