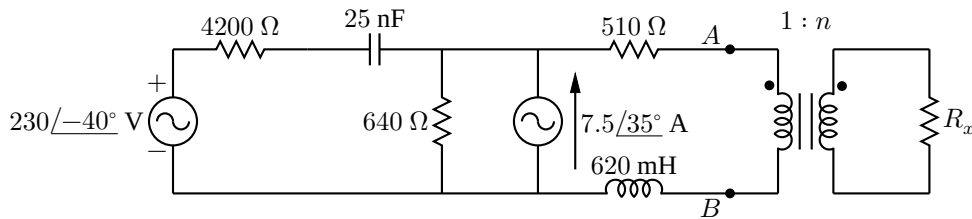
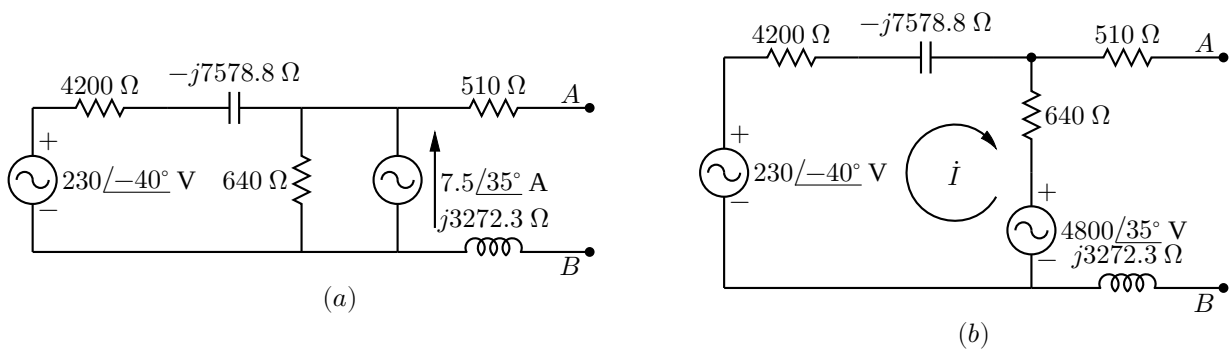


Θέμα 1 (5 μον.)

Το παρακάτω κύκλωμα αριστερά από τα A, B είναι το τροφοδοτικό σε μια κεραία που μοντελοποιείται με μια ωμική αντίσταση $R_x = 2.14 \text{ M}\Omega$. Θέλουμε η κεραία να «τραβήξει» τη μέγιστη ισχύ από την τροφοδοσία και για το λόγο αυτό χρησιμοποιούμε έναν ιδανικό μετασχηματιστή για προσαρμογή εμπεδήσης. Ποιος είναι ο λόγος των σπειρών n και ποια είναι η πραγματική ισχύς που καταναλώνεται στην R_x ; (Δίδεται συχνότητα $f = 840 \text{ Hz}$.)



Λύση



Βρίσκουμε καταρχήν εμπεδήσεις πυκνωτή και πηνίου.

$$f = 840 \text{ Hz} \quad \omega = 5277.9 \text{ rad/s} \quad Z_c = -j/(\omega C) = -j7578.8 \Omega \quad Z_L = j\omega L = j3272.3 \Omega$$

και επανασχεδιάζουμε το κύκλωμα αριστερά των A, B στο (a). Ένας μετασχηματισμός της πηγής ρεύματος σε τάσης μας δίνει το (b). Ένας κανόνας τάσης Kirchhoff στο μοναδικό βρόγχο μας δίνει το ρεύμα βρόγχου:

$$\dot{I} = \frac{230\angle-40^\circ - 4800\angle35^\circ}{4200 + 640 - j7578.8} = 0.528\angle-84.9^\circ \text{ A}$$

Η τάση και αντίσταση Thevenin είναι:

$$\dot{V}_{TH} = 640\dot{I} + 4800\angle35^\circ = 4641\angle31.4^\circ \text{ V}$$

$$Z_{TH} = [(4200 - j7578.8) \parallel 640] + 510 + j3272.3 = 1125.5 + j3233.9 = 3424.1\angle70.8^\circ \Omega$$

Μέγιστη μεταφορά ισχύος και μέγιστη ισχύ έχουμε για:

$$R_L = |Z_{TH}| = 3424.1 \Omega \quad P_{\max} = \frac{|\dot{V}_{TH}|^2}{2|Z_{TH}| + 2\Re\{Z_{TH}\}} = 2367.1 \text{ W}$$

Σε ιδανικό μετασχηματιστή η εμπεδήση εισόδου είναι $Z_i = Z_L/n^2$. Για να αποδίδει το κύκλωμα αριστερά μέγιστη ισχύ πρέπει να βλέπει $Z_i = |Z_{TH}|$. Επομένως $n = \sqrt{Z_L/Z_i} = \sqrt{R_x/R_L} = 25$.

Η τάση εισόδου στο μετασχηματιστή (διαιρέτης τάσης στην εμπεδήση εισόδου) και η τάση εξόδου (ιδανικός μετασχηματιστής) είναι αντίστοιχα:

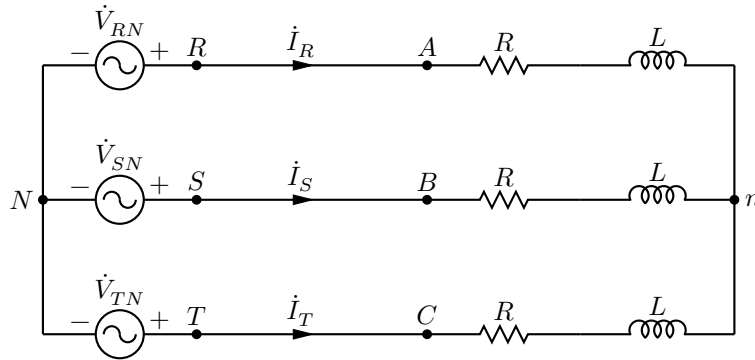
$$\dot{V}_1 = \frac{R_L \dot{V}_{TH}}{R_L + Z_{TH}} = 2847\angle-4^\circ \text{ V} \quad \dot{V}_2 = n\dot{V}_1 = 71172.8\angle-4^\circ \text{ V}$$

Η ισχύς που καταναλώνει η αντίσταση R_x είναι: $P = |V_2|^2/R_x = 2367.1 \text{ W}$, όπως άλλωστε αναμέναμε εφόσον ο ιδανικός μετασχηματιστής μεταφέρει την ισχύ εισόδου στην έξοδο.

Θέμα 2 (5 μον.)

Στο παρακάτω κύκλωμα, με αρνητική διαδοχή φάσεων έχουμε $\dot{V}_{TN} = 90\angle24.6^\circ \text{ V}$, $R = 18 \text{ k}\Omega$, $L = 55 \text{ mH}$, $f = 60 \text{ kHz}$.

- Ποια είναι τα ρεύματα γραμμής;
- Ποιος είναι ο συντελεστής ισχύος ανά φάση;
- Ποιος είναι ο συντελεστής ισχύος για το ολικό τριφασικό φορτίο;
- Υπολογίστε κύκλωμα αντιστάθμισης έτσι ώστε ο συντελεστής ισχύος να είναι 0.98 ανά φάση.
- Μετά από κάποιο ατύχημα τίθεται εκτός λειτουργίας η γραμμή S. Ποιος είναι ο συντελεστής ισχύος στο ολικό τριφασικό φορτίο που απομένει;



Λύση

Εφόσον η διαδοχή φάσεων είναι αρνητική έχουμε:

$$\dot{V}_{RN} = \dot{V}_{TN}/120^\circ = 90/144.6^\circ \text{ V} \quad \dot{V}_{SN} = \dot{V}_{TN}/-120^\circ = 90/-95.4^\circ \text{ V} \quad \dot{V}_{TN} = 90/24.6^\circ \text{ V}$$

Για τη συχνότητα $f = 60 \text{ kHz}$ έχουμε $\omega = 376991 \text{ rad/s}$ και $j\omega L = 20734.5 \Omega$. Επιπλέον, $Z = R + j\omega L = 27457.3/49^\circ \text{ k}\Omega$.

Τα ρεύματα γραμμής είναι:

$$\dot{I}_R = \frac{\dot{V}_{RN}}{Z} = 3.28/95.6^\circ \text{ mA} \quad \dot{I}_S = \frac{\dot{V}_{SN}}{Z} = 3.28/-144.4^\circ \text{ mA} \quad \dot{I}_T = \frac{\dot{V}_{TN}}{Z} = 3.28/-24.4^\circ \text{ mA}$$

Εφόσον το κύκλωμα είναι συμμετρικό αρκεί η ανάλυση μιας φάσης, έστω της R. Η τάση στα άκρα του φορτίου Z είναι η $\dot{V}_{RN}$ και η μιγαδική ισχύς είναι:

$$\dot{S}_R = \dot{V}_{RN}\dot{I}_R^* = P + jQ = 0.193 + j0.223 = 0.295/49^\circ \text{ VA}$$

οπότε η γωνία ϕ και ο αντίστοιχος συντελεστής ισχύος από το τρίγωνο ισχύος είναι:

$$\phi = \tan^{-1} \frac{Q}{P} = 49^\circ \quad \cos(\phi) = 0.655$$

Ο συντελεστής είναι ίδιος για κάθε φάση εφόσον έχουμε συμμετρία. Για το ολικό φορτίο 3πλασιάζεται η μιγαδική ισχύς αλλά ο λόγος Q/P παραμένει ίδιος. Επομένως έχουμε ίδιο συντελεστή και για το ολικό φορτίο.

Σε κύκλωμα αντιστάθμισης για μεταβολή συντελεστή ισχύος προσθέτουμε παράλληλα χωρητική ή επαγωγική αντίσταση στο υπάρχον φορτίο, δημιουργώντας μια νέα σύνθετη αντίσταση Z_n . Μεταβάλλεται τότε η άεργος ισχύς στην Z_n και αλλάζει η γωνία ϕ . Για επιθυμητό συντελεστή 0.98 έχουμε $\phi_n = \cos^{-1}(0.98) = 11.478^\circ$. Εφόσον το υπάρχον φορτίο είναι επαγωγικό προσθέτουμε παράλληλα χωρητική αντίσταση C. Η άεργος ισχύς της χωρητικής αντίστασης είναι

$$Q_C = \frac{|\dot{V}_C|^2}{1/(\omega C)} = \omega C |\dot{V}_C|^2$$

όπου $\dot{V}_C$ η τάση στα άκρα της Z_n . Η άεργος ισχύς της Z_n είναι

$$Q_n = Q - Q_C = P \tan(\phi_n) = 0.0393 \text{ VAR}$$

και

$$C = \frac{Q - Q_n}{\omega |\dot{V}_C|^2} = 60.1 \text{ pF}$$

Εάν τεθεί εκτός η γραμμή S παραμένει κύκλωμα ενός βρόγχου με τις φάσεις R και T. Το φορτίο που απομένει είναι $Z_2 = 2Z_n$ και το ρεύμα που διαρρέει το βρόγχο:

$$\dot{I} = \frac{\dot{V}_{AC}}{Z_2} = \frac{\dot{V}_{RN} - \dot{V}_{TN}}{Z_2} = 1.9/\underline{163.1^\circ} \text{ mA}$$

Η καινούργια μιγαδική ισχύς:

$$\dot{S}_2 = \dot{V}_{AC}\dot{I}^* = P_2 + jQ_2 = 0.290 + j0.0589 = 0.296/\underline{11.478^\circ} \text{ VA}$$

οπότε

$$\phi_2 = \tan^{-1} \frac{Q_2}{P_2} = 11.478^\circ \quad \cos(\phi_2) = 0.98$$

Παρατηρούμε ότι ο συντελεστής παραμένει ίδιος.