Ηλεκτρικά Κυκλώματα II

Διάλεξη 11

Α. Δροσόπουλος

30-05-2024

Outline

Topic

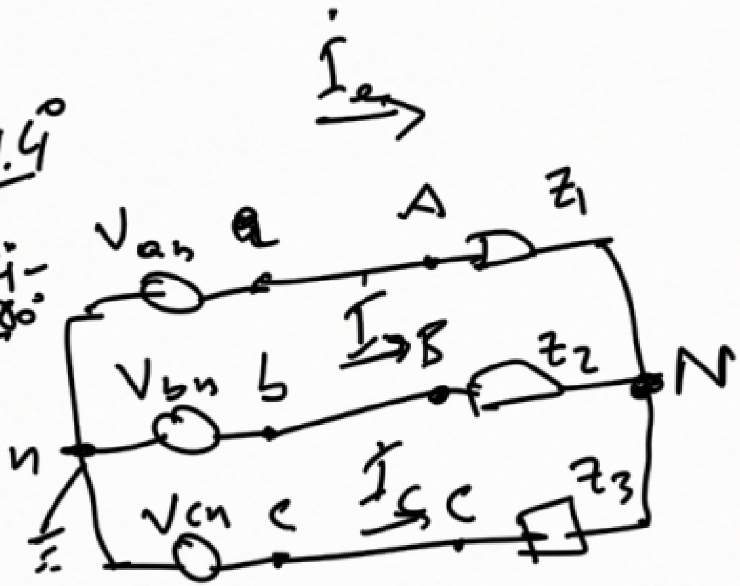
1. Ερωτήσεις

2. Εισαγωγή στις Ηλεκτρικές Μετρήσεις

Ερωτήσεις 1

$\dot{I}_e = 5.2\angle 31.4^\circ$

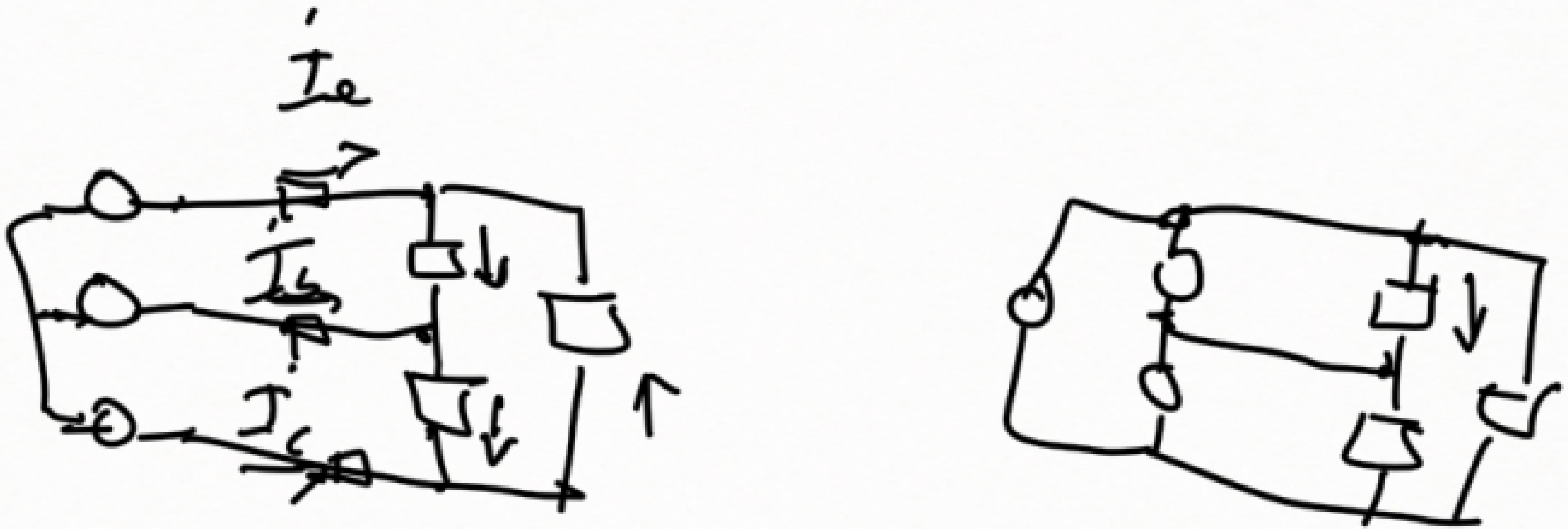
$\dot{I}_e = 5.2\angle 31.4 - 180^\circ$



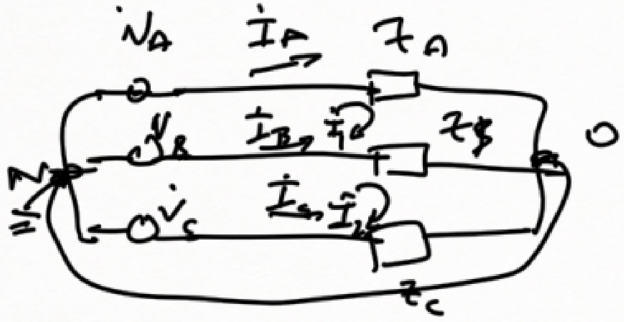
$$\dot{V}_N = \frac{\frac{\dot{V}_{an}}{Z_1} + \frac{\dot{V}_{bn}}{Z_2} + \frac{\dot{V}_{cn}}{Z_3}}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3}}$$

$$\frac{\dot{V}_N - \dot{V}_{an}}{Z_1} + \frac{\dot{V}_N - \dot{V}_{bn}}{Z_2} + \frac{\dot{V}_N - \dot{V}_{cn}}{Z_3} = 0$$

Ερωτήσεις 2



Ερωτήσεις 3



$$-\dot{V}_A + \dot{I}_1 Z_A + (\dot{I}_1 - \dot{I}_2) Z_B + \dot{V}_B = 0$$

$$-\dot{V}_B + (\dot{I}_2 - \dot{I}_1) Z_B + \dot{I}_2 Z_C + \dot{V}_C = 0$$

$$\dot{I}_1, \dot{I}_2$$

$$\dot{I}_A = \dot{I}_1$$

$$\dot{I}_B = \dot{I}_2 - \dot{I}_1$$

$$\dot{I}_C = -\dot{I}_2$$

$\dot{V}_A = 230 \angle 90^\circ\ V$

$\dot{V}_B = 230 \angle -30^\circ\ V$

$\dot{V}_C = 230 \angle -150^\circ\ V$

$\dot{V}_A = 230 \angle 0^\circ\ V$

$\dot{V}_B = 230 \angle -120^\circ\ V$

$\dot{V}_C = 230 \angle 120^\circ$

θετική ✓

$\dot{V}_A = 230 \angle 0^\circ$

$\dot{V}_B = 230 \angle 120^\circ$

$\dot{V}_C = 230 \angle -120^\circ$

Topic

1 Ερωτήσεις

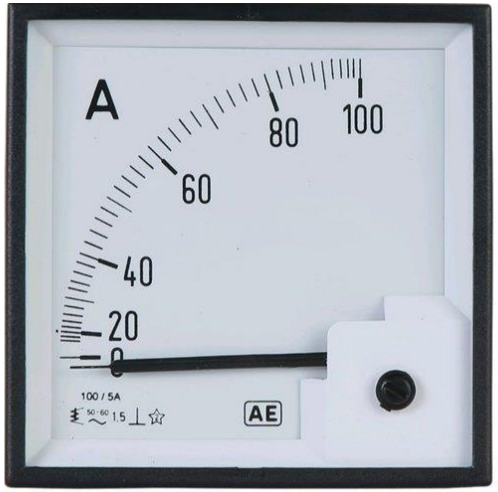
2 Εισαγωγή στις Ηλεκτρικές Μετρήσεις

Εισαγωγή

- Μέτρηση ονομάζουμε την σύγκριση ενός μεγέθους (μήκους, ρεύματος κλπ.) με ένα άλλο ομοειδές μέγεθος, το οποίο κατά σύμβαση έχει οριστεί ως μονάδα. Για κάθε μέγεθος υπάρχει και η αντίστοιχη μονάδα μέτρησης.

Διάκριση οργάνων μέτρησης

- Όργανα για AC ή DC ή και τα δύο



- Πίνακα ή φορητά

Διάκριση οργάνων μέτρησης

- Διάκριση με βάση τον τρόπο που παρουσιάζεται η τιμή

➢ Ενδεικτικά


W
0
200
400
600
800
1000
220V 5A


HOLD
kVAR
kVA
kW
ON/OFF
DISPLAY
HOLD
SMOOTH
INRUSH
metrix
PX 110
POWER METER


LAG
LEAD
0.5
0.7
0.9
1
0.9
0.7
0.5
COSφ
MECO-G

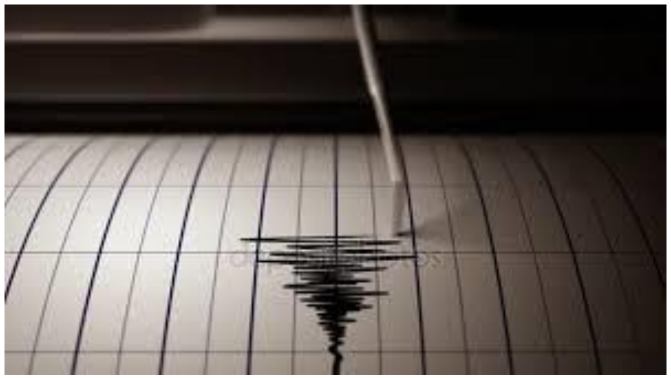

Schneider Electric
EasyLogic™ PM2200
Summary
Vavg 348.01 V
Iavg 151.56 A
Ptot 135.649 kW
E Del 685.45 MWh
I U-U PQS


Schneider Electric
EasyLogic™ PM2100
3487
2156
9857
kVA
kW
kVAR
PF
DM
kWh
kVAh
kVARh
OK
RTC
IO

Διάκριση οργάνων μέτρησης

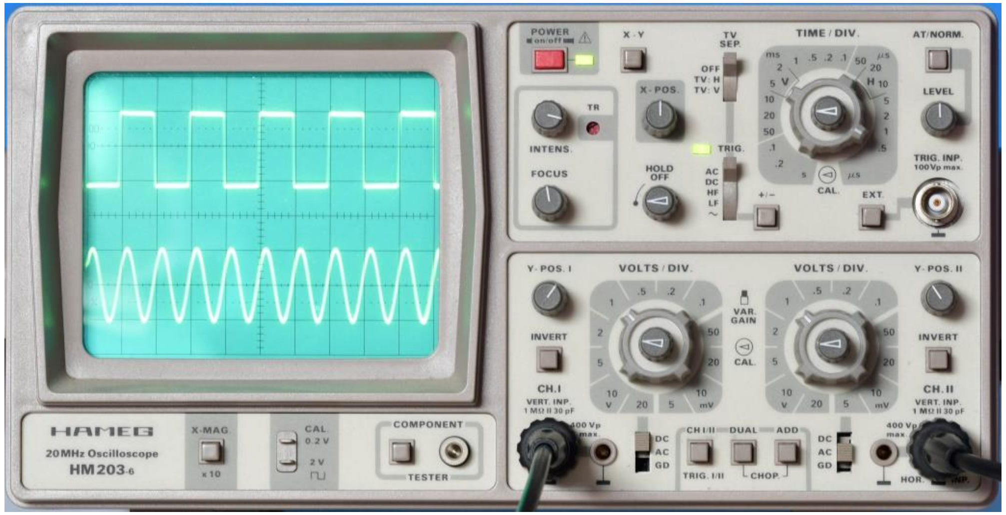
- Αθροιστικά

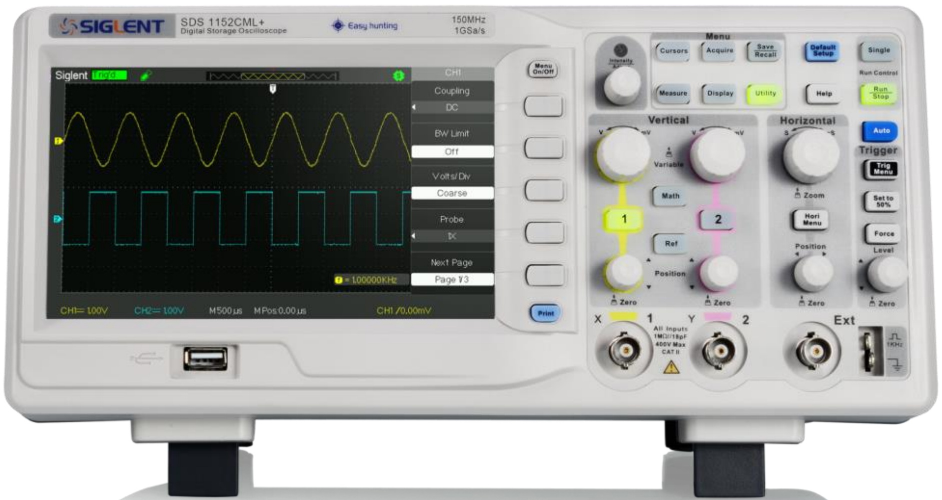
- Καταγραφικά



Διάκριση οργάνων μέτρησης

- Παλμογράφος





Εισαγωγή

- Ψηφιακά – Αναλογικά:

➢ Τα ψηφιακά όργανα διαθέτουν αισθητήρες και μετατρέπουν το μετρούμενο μέγεθος σε ηλεκτρικό σήμα, το οποίο ενεργοποιεί τη μονάδα απεικόνισης. Δεν έχουν κινούμενα μέρη και επομένως δεν υφίστανται σημαντικές φθορές. Παρουσιάζουν την τιμή με άμεσο τρόπο χωρίς να χρειάζεται κάποιου είδους υπολογισμός. Δείχνουν θετικές να αρνητικές τιμές. Συχνά παρέχουν τη δυνατότητα αυτόματης επιλογής κλίμακας. Παρέχουν δυνατότητες τηλε-εποπτείας και σύνδεσης με Η/Υ. Παρέχουν ταχύτητα στη μέτρηση και αποφεύγονται υποκειμενικά σφάλματα όπως τα σφάλματα παράλλαξης.

➢ Τα αναλογικά όργανα είναι συχνά πιο κατάλληλα για περιβάλλοντα με αντίξοες συνθήκες όπως στη βιομηχανία. Δίνουν τη δυνατότητα παρακολούθησης της μεταβολής μιας μετρούμενης τιμής και διευκολύνουν στην εκτίμηση της απόστασης μιας τιμής από το μέγιστο της κλίμακας του οργάνου ή από κάποιο προκαθορισμένο όριο (αυτές τις δυνατότητες πλέον τις παρέχουν και κάποια ψηφιακά).

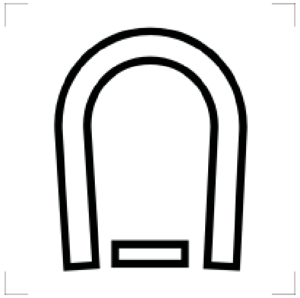
Διάκριση οργάνων μέτρησης

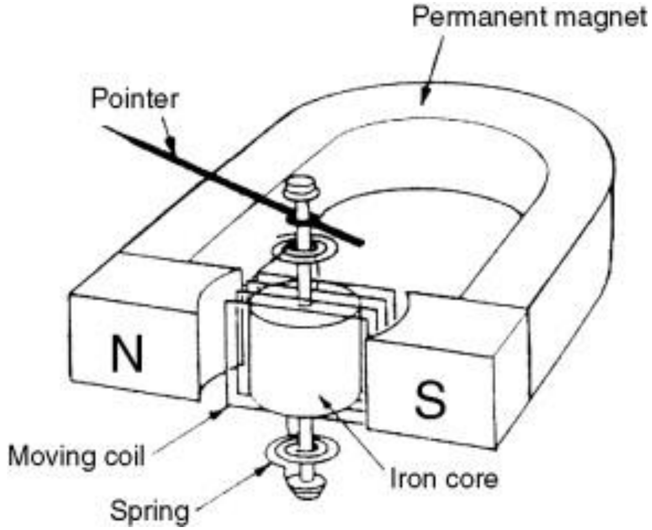
- Διάκριση ως προς την αρχή λειτουργίας

- Ηλεκτρομαγνητικά
- Ηλεκτροστατικά
- Θερμικά
- Ηλεκτροχημικά
- Ηλεκτρονικά

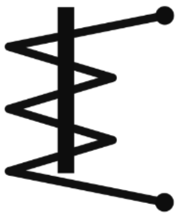
Ηλεκτρομαγνητικά όργανα μέτρησης

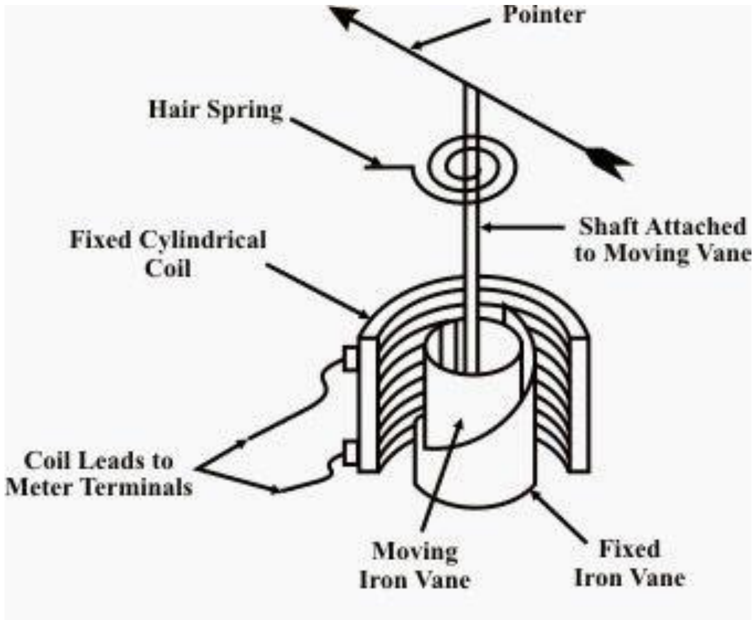
- Όργανα κινητού πηνίου-σταθερού μαγνήτη:





- Όργανα κινητού σιδήρου:





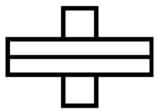
Repulsion type.

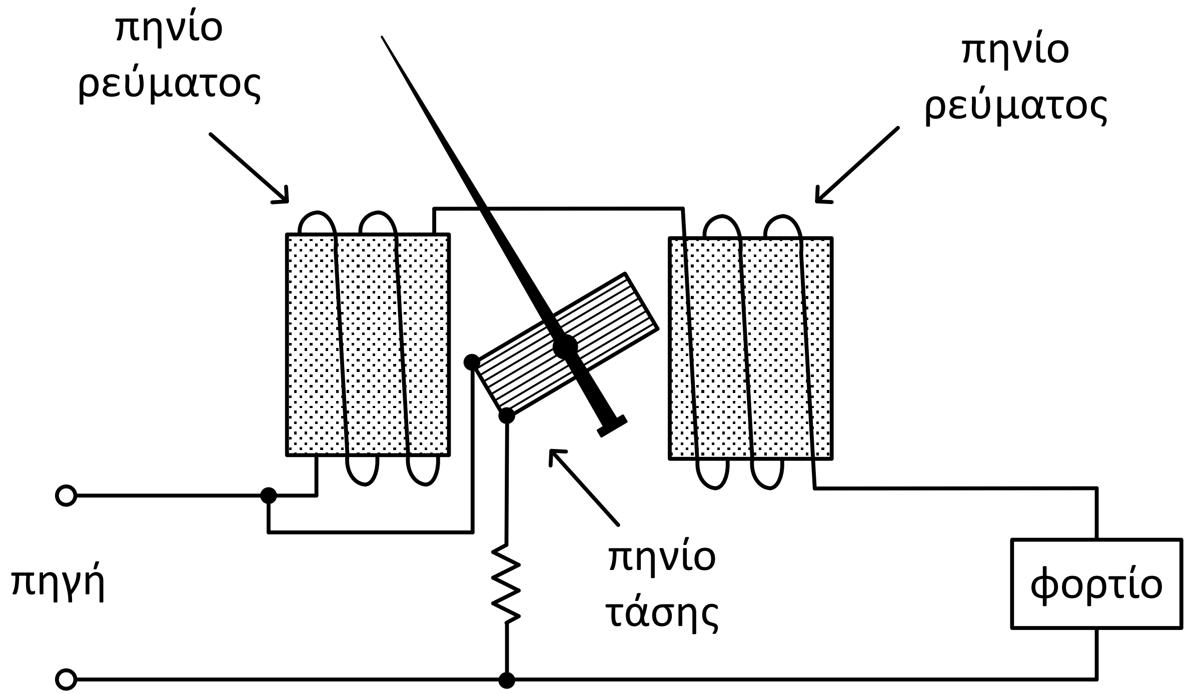
Ηλεκτρομαγνητικά όργανα μέτρησης

- Τα όργανα μόνιμου μαγνήτη-κινητού πηνίου βασίζονται στη δύναμη που ασκείται σε πηνίο όταν αυτό διαρρέεται από ρεύμα ενώ βρίσκεται εντός του πεδίου μόνιμου μαγνήτη. Η βελόνα που συνδέεται με το πηνίο αποκλίνει επάνω στην κλίμακα ανάλογα με το επίπεδο του ρεύματος στο πηνίο. Πρόκειται για dc αμπερόμετρα τα οποία με κατάλληλες αντιστάσεις σε σειρά με το πηνίο μπορεί να λειτουργήσουν και ως βολτόμετρα. Για τη δημιουργία ac αμπερομέτρων και βολτομέτρων μπορούν να χρησιμοποιηθούν ανορθωτικές διατάξεις.
- Το όργανα κινητού σιδήρου γενικά χρησιμοποιούνται για τη μέτρηση ac τάσεων και ρευμάτων. Σε αυτά η κίνηση οφείλεται στη δύναμη που ασκείται στον πυρήνα μαλακού σιδήρου λόγω του μαγνητικού πεδίου που δημιουργείται από το ρεύμα που διαρρέει το πηνίο. Αν πρόκειται για βολτόμετρο πρέπει το πηνίο που διαρρέεται από το ρεύμα να έχει μεγάλη αντίσταση άρα πολλές σπείρες ενώ αν πρόκειται για αμπερόμετρο πολύ μικρή αντίσταση άρα λίγες σπείρες.

Ηλεκτρομαγνητικά όργανα μέτρησης

- Ηλεκτροδυναμικά όργανα:





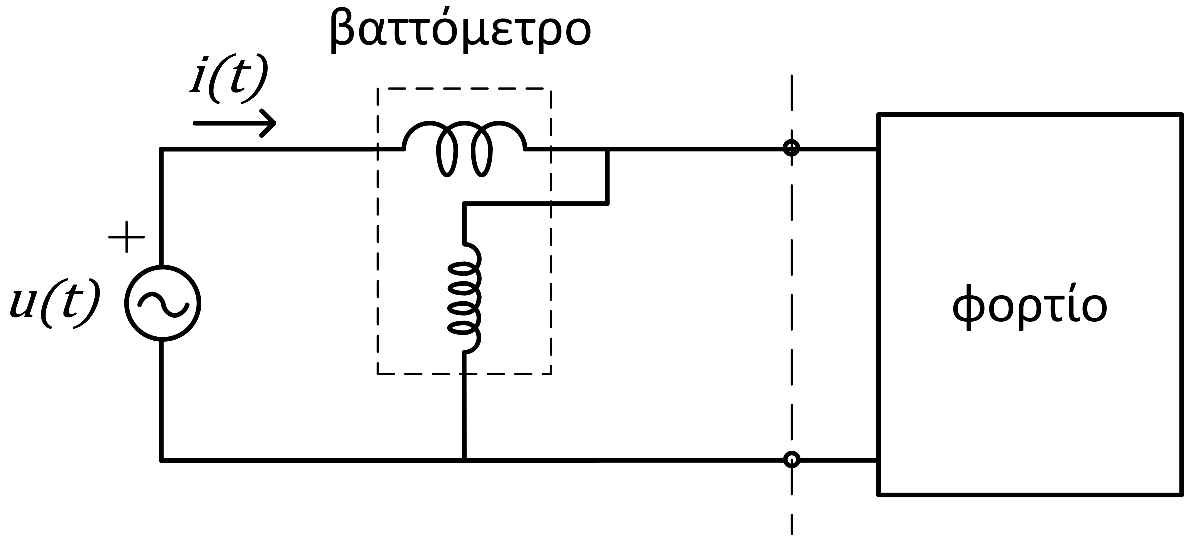
- Η αρχή λειτουργίας τους είναι παρόμοια μόνο που βασίζεται σε σταθερά πηνία αντί για μόνιμο μαγνήτη και έχουν πηνίο έντασης και τάσης. Η βασική τους χρήση είναι ως βαττόμετρα.

Ηλεκτρομαγνητικά όργανα μέτρησης

- Η λειτουργία του οργάνου βασίζεται στην αλληλεπίδραση των ηλεκτρομαγνητικών πεδίων των δύο πηνίων όταν αυτά διαρρέονται από ρεύμα. Εφόσον το σταθερό πηνίο συνδέεται σε σειρά με το φορτίο, το πεδίο που δημιουργείται όταν διαρρέεται από ρεύμα είναι ανάλογο του ρεύματος του φορτίου. Το κινητό μέρος συνδέεται παράλληλα με το φορτίο και λόγω της μεγάλης ωμικής αντίστασης που παρουσιάζει το ρεύμα του είναι σχεδόν συμφασικό με την τάση του φορτίου. Όταν λοιπόν τροφοδοτείται από την τάση του φορτίου το πεδίο που δημιουργείται είναι ανάλογο με την τάση αυτή. Λόγω αλληλεπίδρασης μεταξύ των δύο πεδίων όταν τα πηνία διαρρέονται από ρεύμα το κινητό μέρος που φέρει τη βελόνα υφίσταται ροπή στρέψης που είναι ανάλογη του γινομένου των ρευμάτων των πηνίων και επομένως του γινομένου $u(t)i(t)$. Δηλαδή το κινητό μέρος τείνει να στραφεί κατά μία γωνία ανάλογη της στιγμιαίας ισχύος. Λόγω αδράνειας των κινουμένων μερών τελικά η απόκλιση της βελόνας είναι ανάλογη της μέσης τιμής του γινομένου $u(t)i(t)$, δηλαδή της ενεργού ισχύος.

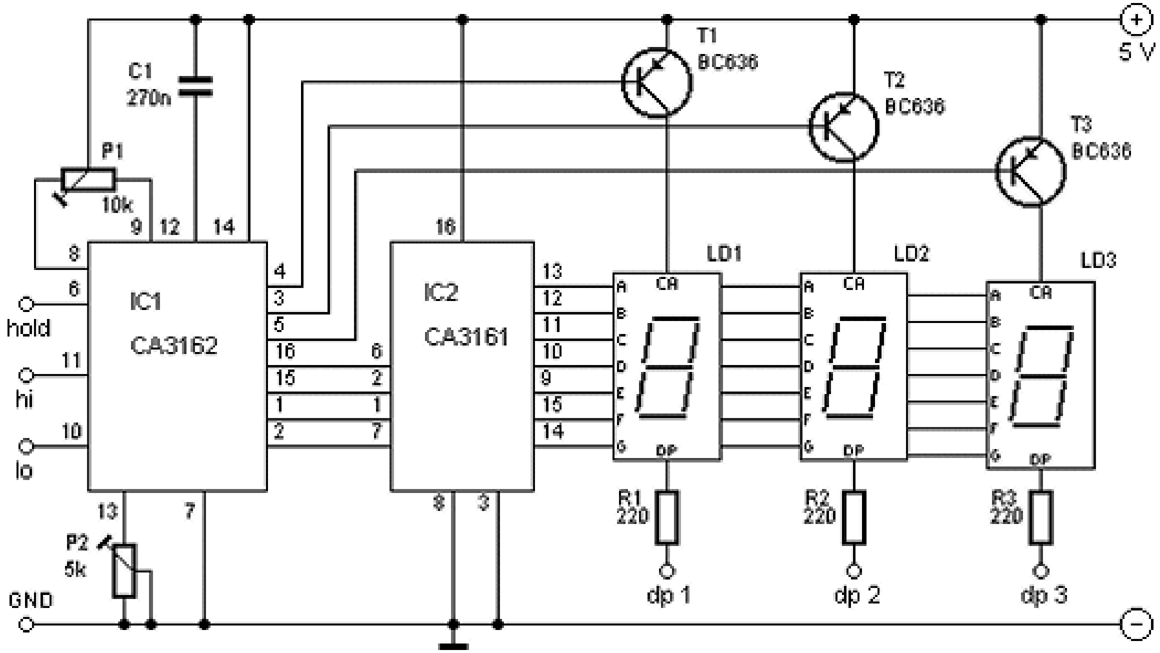
Ηλεκτρομαγνητικά όργανα μέτρησης

- Όπως προκύπτει από τα παραπάνω, το βαττόμετρο θα πρέπει να διαθέτει δύο ζεύγη ακροδεκτών, ένα για το πηνίο τάσης και ένα για το πηνίο έντασης.
- Συνδέεται στο κύκλωμα όπως φαίνεται παρακάτω.

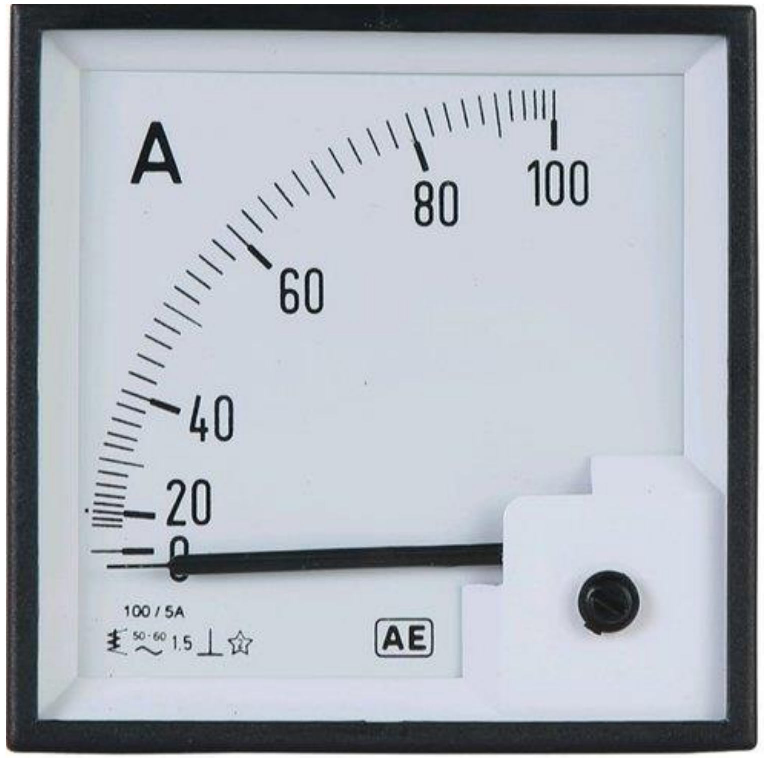


- Επειδή ένας ακροδέκτης από κάθε πηνίο συνδέεται στο ίδιο σημείο είναι δυνατό το βαττόμετρο να διαθέτει μόνο τρεις ακροδέκτες και το κοινό σημείο σύνδεσης των δύο πηνίων να υπάρχει στο εσωτερικό του οργάνου.

Ηλεκτρονικά όργανα μέτρησης



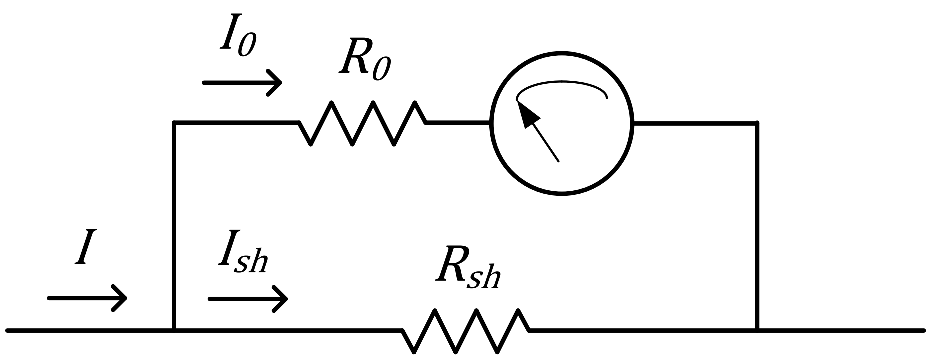
Κλίμακες οργάνων μέτρησης



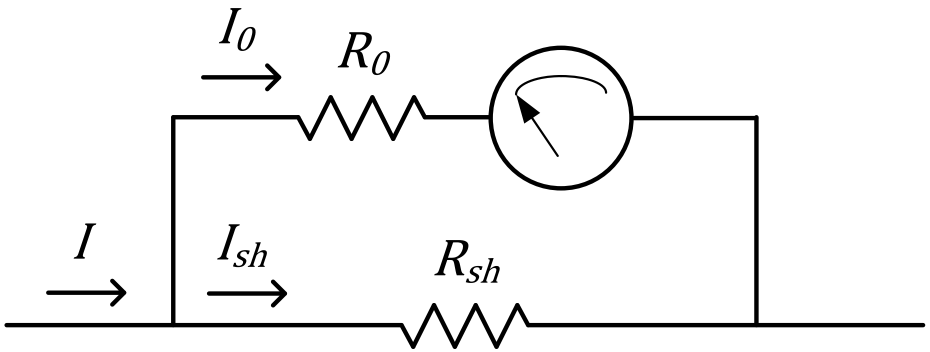
Κλίμακες οργάνων μέτρησης

Επέκταση κλίμακας οργάνου

- Ένα αμπερόμετρο συνδέεται πάντα σε σειρά με ένα στοιχείο του οποίου το ρεύμα θέλουμε να μετρήσουμε. Για να μην επηρεάζει το αμπερόμετρο το ίδιο το ρεύμα που μετράει πρέπει να έχει πολύ χαμηλή αντίσταση.
- Ένα αμπερόμετρο αντέχει συγκεκριμένη τιμή ρεύματος.
- Για μεγαλύτερα ρεύματα πρέπει να τροποποιηθεί έτσι ώστε μέρος του ρεύματος να περνάει από διαφορετική διαδρομή και όχι από το πηνίο του οργάνου.
- Στην ανάλυση που ακολουθεί ονομάζουμε βασικό όργανο το αμπερόμετρο του οποίου την κλίμακα πρέπει να επεκτείνουμε.
- Έστω R_0 η εσωτερική αντίσταση του βασικού οργάνου λόγω της αντίστασης του πηνίου. Συνδέουμε μια αντίσταση πολύ χαμηλής τιμής R_{sh} παράλληλα στο πηνίο:



Επέκταση κλίμακας οργάνου



- Έστω ότι το μέγιστο ρεύμα που μπορεί να αντέξει το όργανο είναι I_0 και το ρεύμα I που θέλουμε να μετρήσει μπορεί να είναι έως και λ φορές το ρεύμα αυτό.
- Για να μην καταστρέψουμε το όργανο η αντίσταση που θα συνδέσουμε παράλληλα πρέπει να διαρρέεται από ρεύμα

$$I - I_0 = \lambda I_0 - I_0 = (\lambda - 1) I_0$$

- Αφού η παράλληλη αντίσταση και το αμπερόμετρο έχουν την ίδια τάση:

$$R_0 I_0 = R_{sh} (\lambda - 1) I_0$$

- Άρα πρέπει η παράλληλη αντίσταση να έχει τιμή

$$R_{sh} = \frac{R_0}{\lambda - 1}$$

Παράδειγμα 1

- Διαθέτουμε βασικό όργανο με $I_0 = 100\ \mu\mathrm{A}$ και εσωτερική αντίσταση $10\ \Omega$. Να βρεθεί η αντίσταση που πρέπει να συνδεθεί παράλληλα για να μετατραπεί σε αμπερόμετρο με μέγιστο κλίμακας α) $100\ \mathrm{mA}$, β) $1\ \mathrm{A}$.

Απάντηση:

α)

$$\lambda = \frac{I}{I_0} = \frac{100\ \mathrm{mA}}{100\ \mu\mathrm{A}} = 1000$$

$$R_{sh} = \frac{R_0}{\lambda - 1} = \frac{10\ \Omega}{999} = 0.01\ \Omega$$

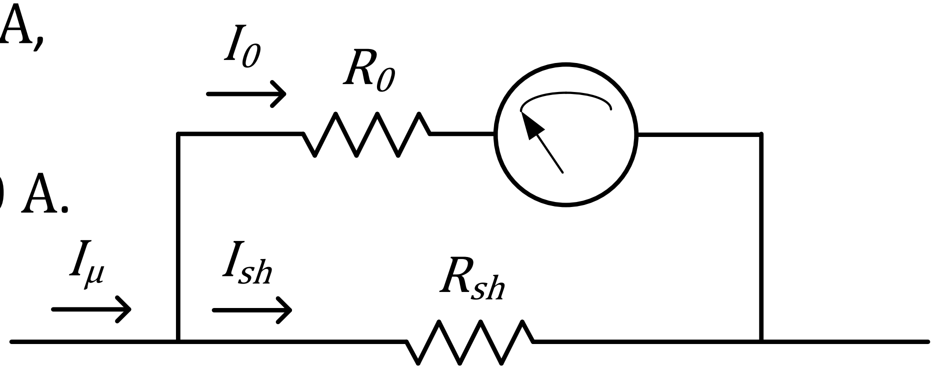
β)

$$\lambda = \frac{I}{I_0} = \frac{1\ \mathrm{A}}{100\ \mu\mathrm{A}} = 10000$$

$$R_{sh} = \frac{R_0}{\lambda - 1} = \frac{10\ \Omega}{9999} = 0.001\ \Omega$$

Παράδειγμα 2

- Διαθέτουμε βασικό όργανο με $I_0 = 100\ \mathrm{mA}$, $R_0 = 1.5\ \Omega$ και θέλουμε να μετρήσουμε ρεύμα το οποίο μπορεί να φθάνει μέχρι $10\ \mathrm{A}$. Να βρεθεί η αντίσταση που πρέπει να χρησιμοποιήσουμε.



Απάντηση:

- Πρέπει να συνδεθεί αντίσταση παράλληλα με τιμή μικρότερη από

$$\frac{R_0}{\lambda - 1} = \frac{R_0}{\dfrac{I_\mu}{I_{o,max}} - 1} = \frac{1.5}{\dfrac{10}{0.1} - 1} = \frac{1.5}{100 - 1} = 0.015\ \Omega$$

- Αν επιλέξουμε

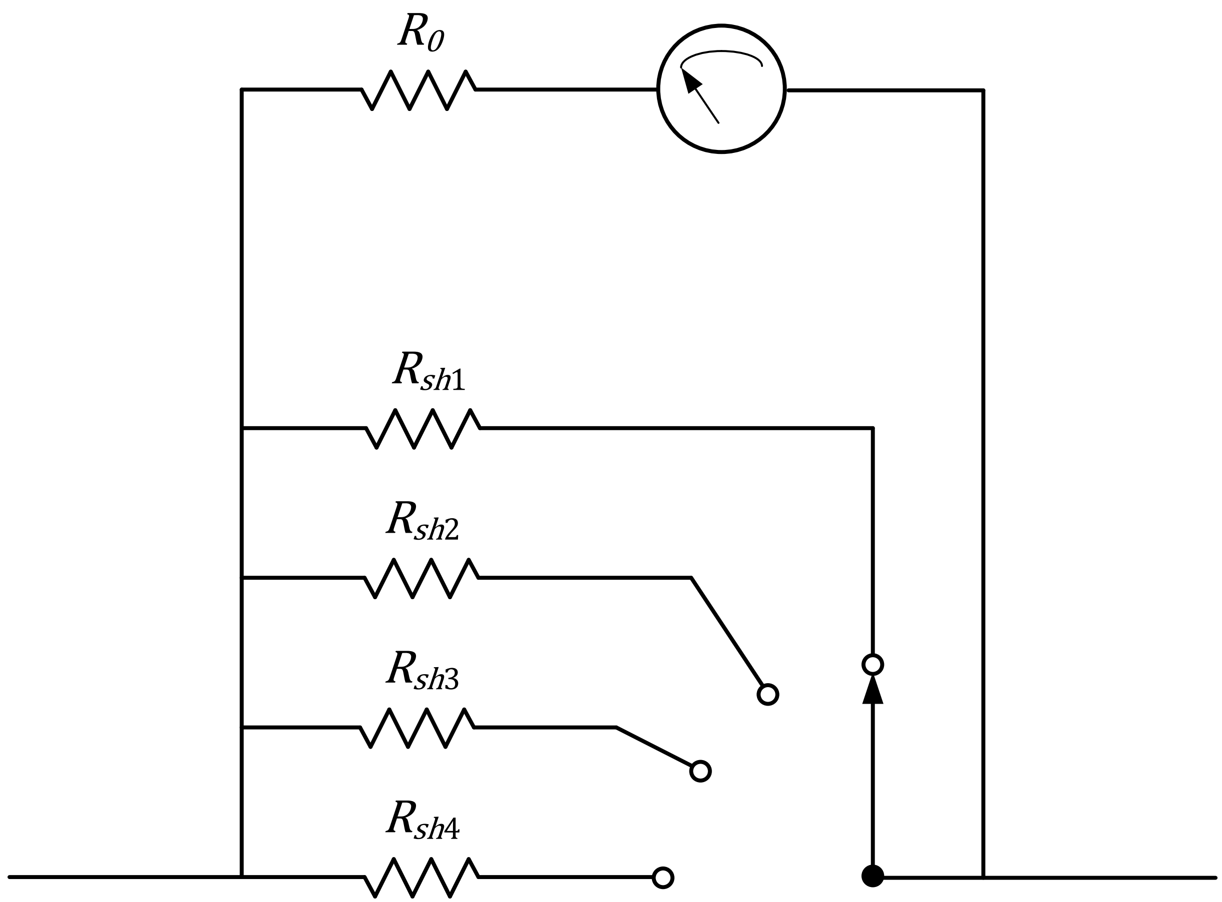
$$R_{sh} = 0.014 < 0.015\ \Omega$$

τότε, όταν το ρεύμα που μετρά η διάταξη είναι $10\ \mathrm{A}$, μέσω του αμπερομέτρου θα ρέει στην πραγματικότητα ρεύμα:

$$I_o = I_\mu \frac{R_{sh}}{R_{sh} + R_o} = 92\ \mathrm{mA}$$

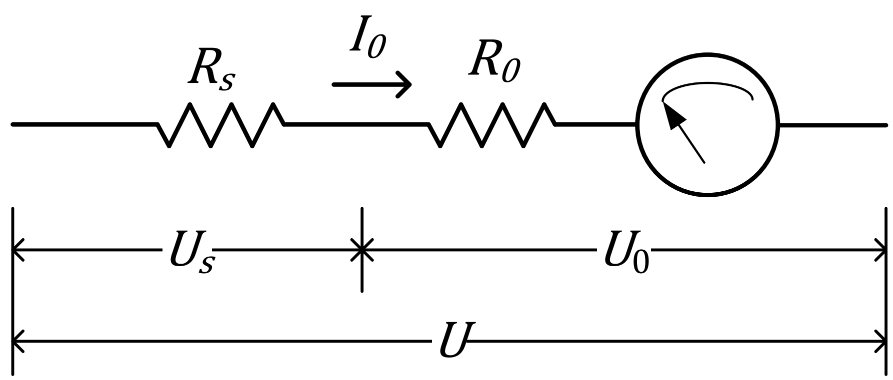
Επέκταση κλίμακας οργάνου

- Υπάρχει δυνατότητα το αμπερόμετρο να διαθέτει πολλές κλίμακες.

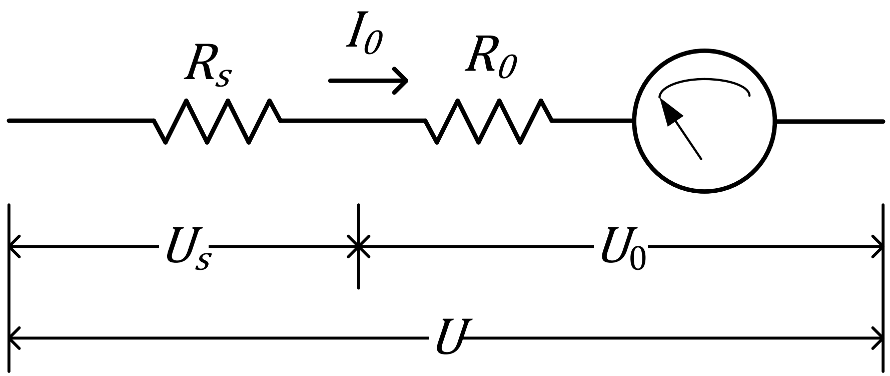


Επέκταση κλίμακας οργάνου

- Η απόκλιση της βελόνας του οργάνου είναι ανάλογη του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο. Το ρεύμα είναι ανάλογο της τάσης κατά μήκος του πηνίου. Η κλίμακά του επομένως θα μπορούσε να δείχνει τάση.
- Αν I_0 είναι το μέγιστο ρεύμα που αντέχει και R_o η εσωτερική του αντίσταση τότε η μέγιστη τάση που αντέχει είναι $U_0 = I_0 R_0$.
- Χρειάζεται επιπλέον αντίσταση σε σειρά αλλιώς το όργανο θα μετρούσε μόνο πολύ μικρές τάσεις χωρίς να καταστραφεί.



Επέκταση κλίμακας οργάνου



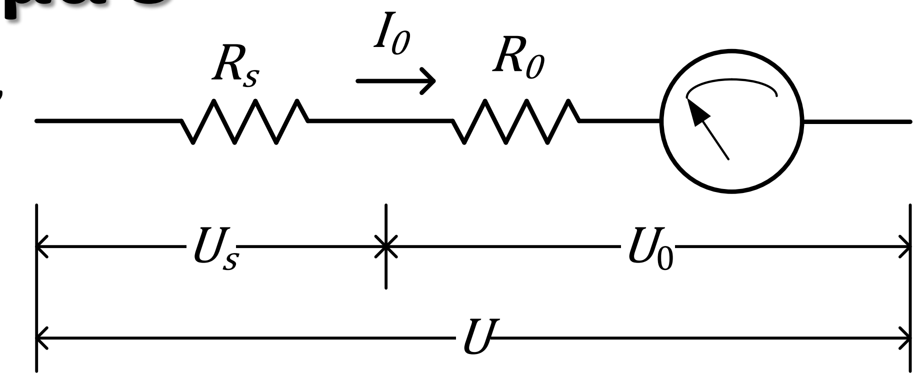
- Έστω ότι η μέγιστη τάση που αντέχει το όργανο είναι U_0 και γνωρίζουμε ότι το μέγιστο της κλίμακας του νέου οργάνου που θέλουμε να κατασκευάσουμε είναι $U = \lambda U_0$.
- Υπολογίζουμε την αντίσταση R_s που απαιτείται να συνδεθεί σε σειρά ως εξής:

$$\frac{U_0}{U} = \frac{R_0}{R_0 + R_s} \Rightarrow \frac{U_0}{\lambda U_0} = \frac{R_0}{R_0 + R_s} \Rightarrow R_0 + R_s = \lambda R_0$$

$$\Rightarrow R_s = (\lambda - 1)R_0$$

Παράδειγμα 3

- Διαθέτουμε βασικό όργανο με $I_0 = 80 \text{ mA}$, $R_0 = 1.5\ \Omega$ και θέλουμε να μετρήσουμε τάση η οποία μπορεί να είναι μέχρι και 500 V. Να βρεθεί η αντίσταση που πρέπει να χρησιμοποιήσουμε.



Απάντηση:

- Πρέπει να συνδεθεί αντίσταση σε σειρά με τιμή μεγαλύτερη από

$$R_0(\lambda - 1) = R_0\left(\frac{U_\mu}{U_{0,max}} - 1\right) = 1.5\left(\frac{500}{0.08 \cdot 1.5} - 1\right) = 6248.5\ \Omega$$

- Αν επιλέξουμε

$$R_s = 6500\ \Omega > 6248.5\ \Omega$$

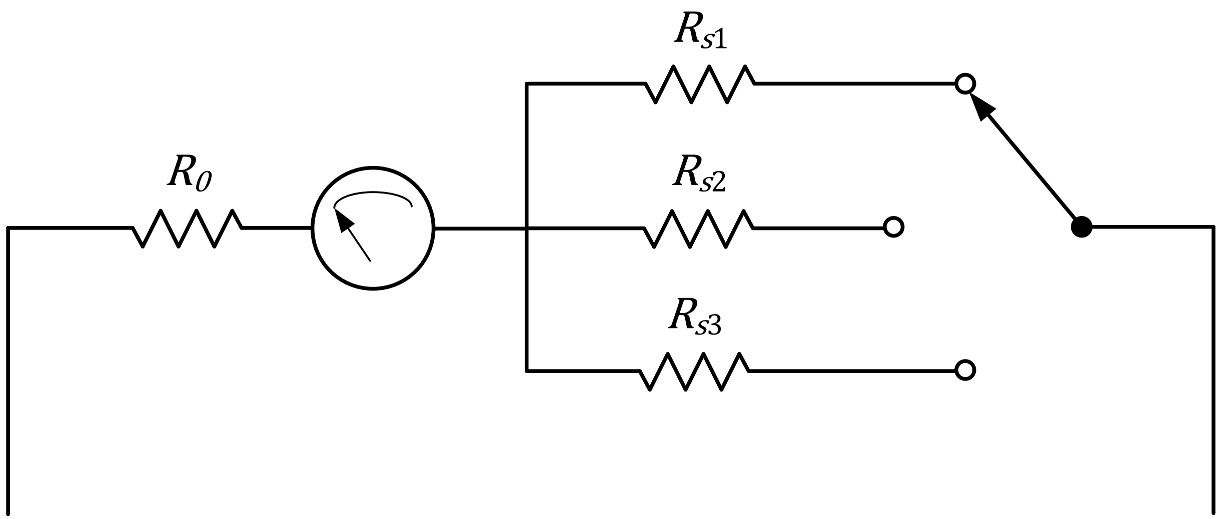
τότε η τάση στο βασικό όργανο θα είναι

$$U_0 = U\frac{R_0}{R_s + R_0} = 0.115 \text{ V} < I_0 R_0 = 0.120 \text{ V}$$

- Δηλαδή μικρότερη από τη μέγιστη που αντέχει.

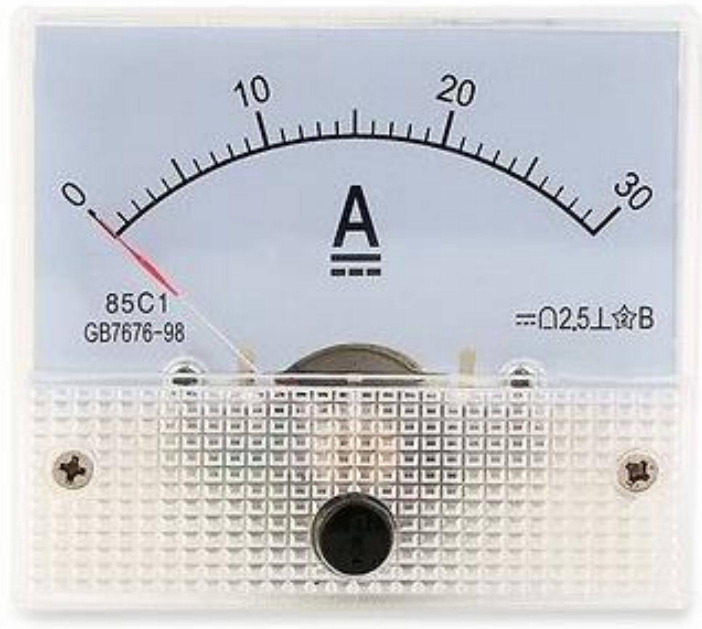
Επέκταση κλίμακας οργάνου

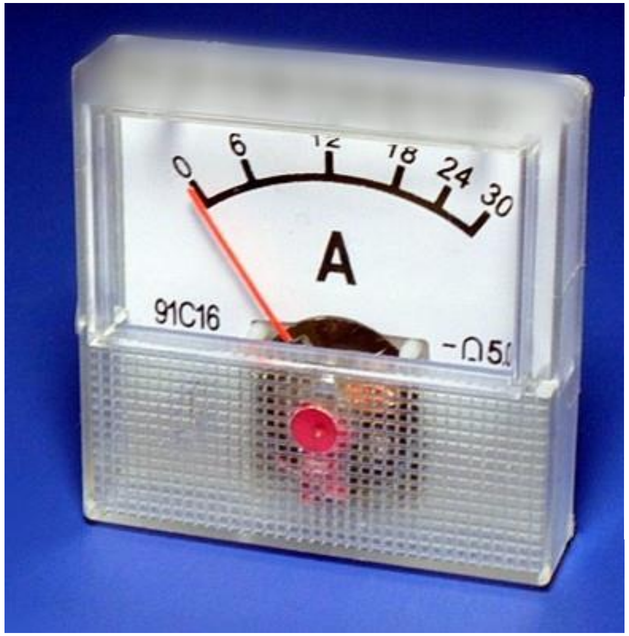
- Υπάρχει δυνατότητα το βολτόμετρο να διαθέτει πολλές κλίμακες.



Χαρακτηριστικά οργάνων μέτρησης

- Διακριτική ικανότητα (resolution) είναι η ελάχιστη μείωση ή αύξηση του μετρούμενου μεγέθους που μπορεί να αναγνωρισθεί από το μετρητικό όργανο. Σε αναλογικά όργανα αντιστοιχεί γενικά στην ελάχιστη απόσταση μεταξύ δύο υποδιαιρέσεων της βαθμονομημένης κλίμακας. Στα ψηφιακά όργανα η διακριτική ικανότητα αντιστοιχεί στην μοναδιαία τιμή του τελευταίου ψηφίου.





- Εύρος μέτρησης (range) είναι η διαφορά μεταξύ της μεγαλύτερης και της μικρότερης τιμής που είναι δυνατόν να μετρηθούν με το συγκεκριμένο όργανο.

Χαρακτηριστικά οργάνων μέτρησης

- Ευαισθησία (sensitivity) είναι ο λόγος της μεταβολής της ένδειξης του οργάνου προς τη μεταβολή του μετρούμενου μεγέθους.
- Ακρίβεια (accuracy): Είναι η απόκλιση της τιμής που δίνει το όργανο μέτρησης από την πραγματική τιμή του μετρούμενου μεγέθους (η οποία βέβαια δεν είναι γνωστή).
    - Η τιμή της ορίζεται ως ποσοστό του μέγιστου εύρους της κλίμακας.
    - Ουσιαστικά αποτελεί μέτρο του μέγιστου εύρους των σφαλμάτων στις ενδείξεις ενός οργάνου.
- Πιστότητα (precision): Η δυνατότητα ενός οργάνου να παραμένει ανεπηρέαστο από τυχαία σφάλματα.
    - Αν ληφθεί μεγάλος αριθμός μετρήσεων του ίδιου μεγέθους με όργανο μεγάλης πιστότητας η διασπορά των τιμών θα είναι πολύ μικρή.
    - Ένα όργανο μεγάλης πιστότητας δεν σημαίνει απαραίτητα ότι είναι υψηλής ακρίβειας. Συνήθως ένα όργανο υψηλής πιστότητας παρουσιάζει χαμηλή ακρίβεια λόγω εισαγωγής συστηματικού σφάλματος.

Σφάλματα μετρήσεων

- Κανένα όργανο δεν είναι απολύτως ακριβές. Είναι σημαντικό να γνωρίζει κανείς πώς προκύπτουν τα σφάλματα και πώς συνδυάζονται για να δημιουργήσουν ακόμη μεγαλύτερα σφάλματα.
- Σφάλμα μιας μέτρησης καλείται η περιοχή γύρω από την μετρούμενη τιμή μέσα στην οποία βρίσκεται η πραγματική τιμή της ποσότητας. Η καλύτερη και ακριβέστερη μέθοδος θα μας δώσει μικρότερο σφάλμα. Όταν ένα βολτόμετρο με σφάλμα $\pm 1\%$ δείχνει $100\ \mathrm{V}$ τότε η πραγματική τιμή της μετρούμενης τάσης είναι μεταξύ $99\ \mathrm{V} - 101\ \mathrm{V}$.
- Αιτίες σφαλμάτων:
  - Ατέλειες οργάνων.
  - Εσωτερικές αντιστάσεις οργάνων μέτρησης.
  - Επιδράσεις περιβάλλοντος.
  - Ανθρώπινα σφάλματα.

  κλπ

Σφάλματα μετρήσεων

- Συστηματικά σφάλματα είναι αυτά που οφείλονται σε ατέλειες του οργάνου ή της μεθόδου που χρησιμοποιήθηκε για τη μέτρηση.
- Τα συστηματικά σφάλματα είναι δύσκολο να ανιχνευτούν και συχνά είναι τα σημαντικότερα σφάλματα. Ο πιο κοινός τρόπος ανίχνευσης είναι η σύγκριση των οργάνων ή και ολόκληρου του συστήματος μέτρησης με άλλα που έχουν μεγαλύτερη ακρίβεια.
- Τυχαία ή στατιστικά σφάλματα είναι αυτά που οφείλονται σε πολλούς απρόβλεπτους παράγοντες, μεταβάλλονται με ακανόνιστο τρόπο από μέτρηση σε μέτρηση. Είναι εξίσου πιθανό να είναι θετικά ή αρνητικά.
- Είναι δυνατός ο περιορισμός της αβεβαιότητας στον προσδιορισμό ενός μεγέθους με την επανάληψη της μέτρησης πολλές φορές, ώστε κατά μέσον όρο τα τυχαία σφάλματα να αλληλοαναιρούνται σε κάποιο βαθμό.
- Στην πράξη είναι δύσκολο να γίνει διαχωρισμός των συστηματικών σφαλμάτων από τα τυχαία.

Σφάλματα μετρήσεων

- Συχνά προκύπτουν ανθρώπινα σφάλματα λόγω απροσεξίας. Συχνό φαινόμενο η λανθασμένη ανάγνωση μιας ένδειξης.
- Για παράδειγμα σε ένα όργανο όπως το παρακάτω μπορεί κανείς να διαβάζει είτε σε λάθος κλίμακα είτε σε σωστή κλίμακα αλλά με λάθος συντελεστή πολλαπλασιασμού.

Σφάλματα μετρήσεων

- Σε αναλογικά όργανα προκύπτουν σφάλματα παράλλαξης όταν ο παρατηρητής δεν έχει σωστή θέση κατά την ανάγνωση μιας ένδειξης.

- Σε αναλογικά όργανα προκύπτουν σφάλματα αν ο δείκτης δεν ήταν στο μηδέν πριν τη χρήση. Αυτό ρυθμίζεται μηχανικά πριν από τη μέτρηση. Τέτοια σφάλματα μπορούν να κατηγοριοποιηθούν ως ανθρώπινα σφάλματα γιατί μπορούν να αποφευχθούν με φροντίδα του υπεύθυνου για τη μέτρηση. Μπορούν όμως να θεωρηθούν και συστηματικά γιατί είναι αποτέλεσμα του συστήματος μέτρησης.

Σφάλματα μετρήσεων

- Άλλα συστηματικά σφάλματα προκύπτουν επειδή το σύστημα μέτρησης επηρεάζει τη μετρούμενη ποσότητα. Για παράδειγμα όταν συνδέουμε ένα βολτόμετρο για να μετρήσουμε τάση μεταξύ δύο ακροδεκτών ενός κυκλώματος η αντίσταση του βολτομέτρου τροποποιεί την τάση αυτή. Το ίδιο συμβαίνει με το ρεύμα λόγω του αμπερομέτρου που συνδέουμε για να το μετρήσουμε.
- Συστηματικά είναι επίσης τα σφάλματα λόγω έλλειψης ακρίβειας των οργάνων. Όταν χρησιμοποιούνται περισσότερα του ενός όργανα σε μία μέτρηση αυτά τα σφάλματα δρουν αθροιστικά.

Σφάλματα μετρήσεων

- Ορίζεται το απόλυτο σφάλμα Δx ως εξής:

$$\Delta X = X_{\mu} - X_{\pi}$$

  όπου X_{μ} η μετρούμενη τιμή και X_{π} η πραγματική.

- Ορίζεται το σχετικό σφάλμα ΣΦ ως εξής:

$$\Sigma\Phi = \frac{\Delta X}{X_{\pi}} \times 100\%$$

- Το σχετικό σφάλμα αποτελεί ένα ασφαλές κριτήριο σχετικά με την σοβαρότητα του σφάλματος μιας μέτρησης.
- Η πραγματική τιμή όμως X_{π} δεν είναι γνωστή. Στον παρονομαστή του σχετικού σφάλματος μπορεί να αντικατασταθεί από τη X_{μ}.
- Μπορεί να βρεθεί το μέγιστο απόλυτο σφάλμα μιας μέτρησης που προκύπτει από δεδομένα του οργάνου και συγκεκριμένα το μέγιστο της κλίμακας και την κλάση του και να χρησιμοποιηθεί αυτό αντί για το ΔX στον παραπάνω τύπο.

Κλάση οργάνων μέτρησης

- Η κλάση G (%) ενός οργάνου μέτρησης είναι το μέγιστο σχετικό σφάλμα που είναι δυνατό να παρουσιάσει ένα όργανο σύμφωνα με τον κατασκευαστή του στους $20°\mathrm{C}$ ως προς το μέγιστο της κλίμακάς του X_{max}, δηλαδή

$$G = \frac{\Delta X_{max}}{X_{max}} \times 100$$

- Η ποσότητα ΔX_{max} είναι το ζητούμενο μέγιστο απόλυτο σφάλμα και X_{max} η μέγιστη τιμή της κλίμακας του οργάνου.
- Η κλάση ενός οργάνου καθορίζεται από τον κατασκευαστή του στο εργαστήριο και προκύπτει από σύγκριση των τιμών που λαμβάνονται από αυτό με τις τιμές προτύπων οργάνων υψηλής ακρίβειας.
- Η κλάση μπορεί να έχει μία από τις παρακάτω τυποποιημένες τιμές:

  0.05 και 0.1: πρότυπα όργανα

  0.2: φορητά όργανα μεγάλης ακρίβειας για ειδικές εργαστηριακές μετρήσεις

  0.3 και 0.5: φορητά όργανα ακριβείας για εργαστηριακές μετρήσεις

Κλάση οργάνων μέτρησης

1.0: φορητά όργανα ελέγχου λειτουργίας ηλεκτρικών εγκαταστάσεων

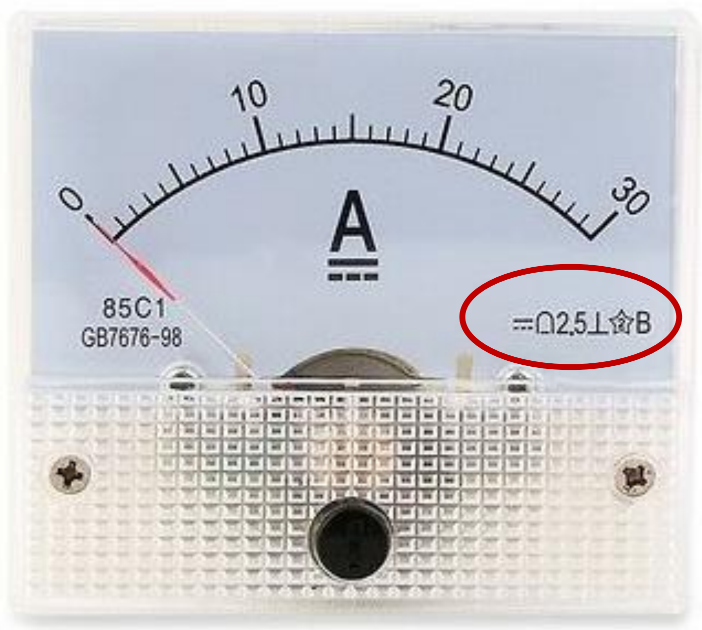
1.5: όργανα ακριβείας ηλεκτρικών πινάκων και κανονικά φορητά όργανα

2.5 και 5: κανονικά όργανα ηλεκτρικών πινάκων

- Το σφάλμα που υπολογίζεται με την βοήθεια της κλάσης ονομάζεται σφάλμα πλήρους κλίμακας.

Κλάση οργάνων μέτρησης

- Το παρακάτω αναλογικό αμπερόμετρο είναι δυνατό να παρουσιάζει μέγιστο απόλυτο σφάλμα $\pm 2.5\%$ του μεγίστου της κλίμακας, δηλαδή $\pm 30 \cdot \frac{2.5}{100} = \pm\, 0.75\ \text{A}$. Άρα αν η ένδειξη είναι $20\ \text{A}$ τότε η μετρούμενη ποσότητα είναι από $19.25\ \text{A}$ έως $20.75\ \text{A}$.



Παράδειγμα 4

- Ένα βολτόμετρο κλάσης 1.5 έχει κλίμακα $0 - 400$ V. Με αυτό μετράμε τάση 228 V. Να βρεθεί το σχετικό σφάλμα της μέτρησης.

Απάντηση:

- Το σχετικό σφάλμα της μέτρησης είναι

$$\Sigma\Phi = \frac{\Delta U}{U_\mu} \times 100$$

- Το μέγιστο απόλυτο σφάλμα είναι

$$G = \frac{\Delta U_{max}}{U_{max}} \times 100 \Rightarrow \Delta U_{max} = \frac{G \cdot U_{max}}{100} = 6 \text{ V}$$

- Άρα

$$\Sigma\Phi = \frac{6}{228} \times 100 = 2.63\%$$

Σφάλματα μετρήσεων

- Ένα αναλογικό βολτόμετρο κλάσης 2.5 με μέγιστο κλίμακας $100\ \mathrm{V}$ μπορεί να δείχνει $100 \times 0.025 = 2.5\ \mathrm{V}$ παρακάτω ή παραπάνω από την πραγματική τιμή (μέγιστο απόλυτο σφάλμα). Αν η μετρούμενη τάση είναι $90\ \mathrm{V}$ τότε το βολτόμετρο μπορεί να δείχνει από $87.5\ \mathrm{V}$ έως $92.5\ \mathrm{V}$. Το σχετικό σφάλμα είναι τότε 2.8% της μέτρησης. Ωστόσο αν μετρήσουμε $10\ \mathrm{V}$ στην ίδια κλίμακα, τότε μπορεί να δείχνει μεταξύ $7.5\ \mathrm{V}$ και $12.5\ \mathrm{V}$ δηλαδή 25% της μέτρησης.
- Για να διατηρούμε κάποια σχετική ακρίβεια πρέπει να επιλέγουμε την κλίμακα του αναλογικού οργάνου έτσι ώστε ο δείκτης κατά τη μέτρηση να βρίσκεται μετά τα 2/3 της πλήρους κλίμακας.
- Για τα ψηφιακά όργανα συχνά δίνεται το σταθερό σφάλμα ανάγνωσης ως ποσοστό της ένδειξης του οργάνου. Έτσι δίνεται μία τιμή πχ $\pm 0.2\%$ της ένδειξης. Αν ένα βολτόμετρο δείξει $8.135\ \mathrm{V} \pm 0.2\%$ δηλαδή $8.135\ \mathrm{V} \pm 0.016\ \mathrm{V}$ τότε η τάση θα είναι μεταξύ $8.119\ \mathrm{V}$ και $8.151\ \mathrm{V}$.
- Μπορεί όμως επίσης να δίνεται η ακρίβεια ως ποσοστό της ένδειξης σε συνδυασμό με κάποιο σφάλμα στην ένδειξη του τελευταίου ψηφίου.

Σφάλματα μετρήσεων

- Έστω ότι ένα ψηφιακό πολύμετρο μετράει μια τάση $1.2\ \mathrm{V}$. Ο κατασκευαστής του δηλώνει την ακρίβεια στη μορφή $\pm(0.5\% + 3)$.
- Αρχικά θέτουμε το διακόπτη στην κλίμακα $200\ \mathrm{V}$. Η οθόνη θα δείξει τη μετρούμενη τάση στη μορφή XX.X. Η ακρίβεια είναι $1.2 \cdot \frac{0.5}{100} = 0.006\ \mathrm{V}$, που δεν μπορεί καν να φανεί στην οθόνη αφού φαίνεται μόνο ένα ψηφίο μετά την υποδιαστολή.
- Ωστόσο δίνεται επίσης ότι το τελευταίο ψηφίο στην οθόνη μπορεί να διαφέρει κατά ± 3 τιμές. Δηλαδή το όργανο μπορεί να δείχνει τιμή $1.2 \pm 0.3\ \mathrm{V}$ δηλαδή από $0.9\ \mathrm{V}$ έως $1.5\ \mathrm{V}$. Δηλαδή $\pm 25\%$ πιθανό σφάλμα.

Σφάλματα μετρήσεων

- Αν θέσουμε το διακόπτη στην κλίμακα 20 V το όργανο θα δείχνει X.XX. Η ακρίβεια υπολογίζεται ως εξής: $\pm\left(1.20 \cdot \frac{0.5}{100} + 0.03\right) = \pm 0.036 \text{ V}$. Δηλαδή μπορεί να δείχνει από 1.16 V έως 1.23 V. Το πιθανό σφάλμα είναι τώρα $\pm 3\%$.
- Τέλος αν θέσουμε το διακόπτη στην κλίμακα 2 V το όργανο θα δείχνει X.XXX. Το ποσοστό της ένδειξης και πάλι δεν αλλάζει αλλά το τρίτο λιγότερο σημαντικό ψηφίο είναι μικρότερος παράγοντας. Η συνολική ακρίβεια ορίζεται ως $\pm\left(1.200 \cdot \frac{0.5}{100} + 0.003\right) = \pm 0.009 \text{ V}$. Δηλαδή μπορεί να δείχνει από 1.191 V έως 1.209 V.

Παράδειγμα 5

- Το αμπερόμετρο του εργαστηρίου είναι κλάσης 1.5 και διαθέτει 5 κλίμακες: $10\ \mathrm{A}, 5\ \mathrm{A}, 1\ \mathrm{A}, 0.5\ \mathrm{A}, 0.1\ \mathrm{A}$. Έστω ότι η μετρούμενη τιμή είναι $0.45\ \mathrm{A}$. Να βρεθεί σε ποια κλίμακα η μέτρηση αυτή θα παρουσιάζει το μεγαλύτερο σχετικό σφάλμα και σε ποια το μικρότερο.

Απάντηση:

- Το σχετικό σφάλμα της μέτρησης είναι

$$\Sigma\Phi = \frac{\Delta X}{X_\mu} \times 100$$

- Το μέγιστο απόλυτο σφάλμα για τις κλίμακες του αμπερομέτρου και το αντίστοιχο σχετικό σφάλμα είναι

$$10\ \mathrm{A}:\ \ \Delta X_{max} = \frac{G \cdot X_{max}}{100} = 0.15\ \mathrm{A}\ \rightarrow \Sigma\Phi = \frac{0.15}{0.45} \times 100 = 33.3\%$$

$$5\ \mathrm{A}:\ \ \Delta X_{max} = \frac{G \cdot X_{max}}{100} = 0.075\ \mathrm{A}\ \rightarrow \Sigma\Phi = \frac{0.075}{0.45} \times 100 = 16.7\%$$

Παράδειγμα 5

$$1\ \text{A}:\quad \Delta X_{max} = \frac{G \cdot X_{max}}{100} = 0.015\ \text{A} \rightarrow \Sigma\Phi = \frac{0.015}{0.45} \times 100 = 3.3\%$$

$$0.5\ \text{A}:\quad \Delta X_{max} = \frac{G \cdot X_{max}}{100} = 0.0075\ \text{A} \rightarrow \Sigma\Phi = \frac{0.075}{0.45} \times 100 = 1.7\%$$

- Την κλίμακα $0.1\ \text{A}$ δεν την εξετάζουμε.

Παράδειγμα 6

- Θέλουμε να μετρήσουμε τάση περίπου $380\ \mathrm{V}$ με βολτόμετρο κλάσης 1.5. Ποια πρέπει να είναι η μέγιστη τιμή της κλίμακας του βολτομέτρου ώστε το σχετικό σφάλμα να είναι μικρότερο από 2%;

Απάντηση:

- Πρέπει

$$\Sigma\Phi = \frac{G \cdot U_{max}}{U_{\mu}} \leq 2 \Rightarrow U_{max} \leq 507\ \mathrm{V}$$

- Άρα ένα βολτόμετρο με κλίμακα $500\ \mathrm{V}$ είναι κατάλληλο.

Σφάλματα μετρήσεων

- Όταν μια ποσότητα υπολογίζεται από μετρήσεις που γίνονται μέσω δύο ή περισσοτέρων οργάνων τότε πρέπει να υποθέσουμε ότι τα σφάλματα συνδυάζονται με το χειρότερο δυνατό τρόπο. Το τελικό σφάλμα είναι μεγαλύτερο από το σφάλμα σε κάθε ένα από τα όργανα ξεχωριστά.
- Όταν η ποσότητα προκύπτει ως άθροισμα δύο μετρήσεων τότε το συνολικό σφάλμα είναι το άθροισμα των απολύτων σφαλμάτων

$$E = (X_1 \pm \Delta X_1) + (X_2 \pm \Delta X_2) = (X_1 + X_2) \pm (\Delta X_1 + \Delta X_2)$$

- Αν οι ποσότητες πρέπει να αφαιρεθούν:

$$E = (X_1 \pm \Delta X_1) - (X_2 \pm \Delta X_2) = (X_1 - X_2) \pm (\Delta X_1 + \Delta X_2)$$

- Όταν μια ποσότητα προκύπτει ως γινόμενο δύο άλλων:

$$E = (X_1 \pm \Delta X_1)(X_2 \pm \Delta X_2) = X_1 X_2 \pm X_1 \Delta X_2 \pm X_2\, \Delta X_1 \pm \Delta X_1 \Delta X_2$$

➢ Η ποσότητα $\Delta X_1 \Delta X_2$ θα είναι πολύ μικρή επομένως

$$E \approx X_1 X_2 \pm (X_1 \Delta X_2 + X_2\, \Delta X_1)$$

Σφάλματα μετρήσεων

- Τελικά το ποσοστιαίο σφάλμα ΣΦ% θα είναι:

$$\Sigma\Phi\% = \frac{X_1 \Delta X_2 + X_2\, \Delta X_1}{X_1 X_2} 100\% = \left(\frac{\Delta X_2}{X_2} + \frac{\Delta X_1}{X_1}\right) 100\% = \Sigma\Phi_1\% + \Sigma\Phi_2\%$$

- Αν για παράδειγμα θέλουμε να μετρήσουμε ισχύ και

$$U = 100\ \mathrm{V} \pm 2\% = 100\ \mathrm{V} \pm 2\ \mathrm{V}$$

$$I = 5\ \mathrm{A} \pm 3\% = 5\ \mathrm{A} \pm 0.15\ \mathrm{A}$$

- Τότε για την ισχύ προκύπτει σφάλμα

$$P = 500\ \mathrm{W} \pm 5\%$$

- Το ίδιο ακριβώς αποδεικνύεται ότι ισχύει για το ποσοστιαίο σφάλμα και στην περίπτωση που έχουμε πηλίκο δύο ποσοτήτων.

Μετρήσεις τάσης και ρεύματος

Βολτόμετρο:

- Συνδέεται παράλληλα στο κύκλωμα του οποίου την τάση θέλουμε να μετρήσουμε. Με τη λέξη «κύκλωμα» μπορεί να περιγράφεται μεμονωμένο στοιχείο, συνδεσμολογία περισσοτέρων στοιχείων ή ολόκληρη εγκατάσταση.
- Η σύνδεση του οργάνου αλλάζει το ρεύμα στο κύκλωμα. Όσο μεγαλύτερη είναι η αντίστασή του τόσο μικρότερη είναι η επίδρασή του.

Αμπερόμετρο:

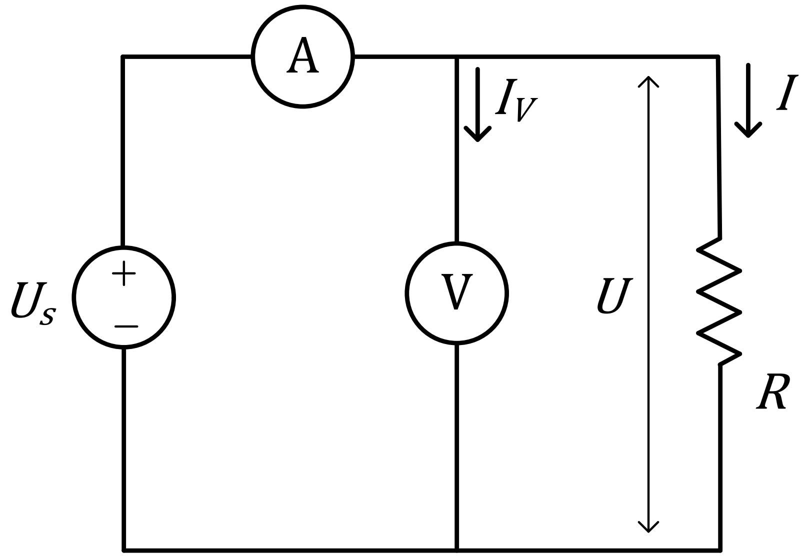
- Συνδέεται σε σειρά με το στοιχείο του οποίου το ρεύμα θέλουμε να μετρήσουμε.
- Η σύνδεση του οργάνου προκαλεί μικρή πτώση τάσης στο κύκλωμα. Όσο μικρότερη είναι η αντίστασή του τόσο μικρότερη είναι αυτή η πτώση τάσης.

Μέτρηση αντίστασης με ωμόμετρο

- Ωμόμετρο

Μέτρηση αντίστασης με βολτόμετρο και αμπερόμετρο

- $1^{ος}$ τρόπος:



- Αν R_V είναι η εσωτερική αντίσταση του βολτομέτρου

$$R_\mu = \frac{U}{I + I_V} = \frac{U}{I + \frac{U}{R_V}}$$

- Η πραγματική τιμή όμως της αντίστασης είναι

$$R_\pi = \frac{U}{I}$$

Μέτρηση αντίστασης με βολτόμετρο και αμπερόμετρο

- Άρα μπορούμε να γράψουμε ότι

$$R_\mu = \frac{R_\pi \cdot R_V}{R_\pi + R_V}$$

- Μπορούμε να υπολογίσουμε το σχετικό σφάλμα της μέτρησης ως εξής:

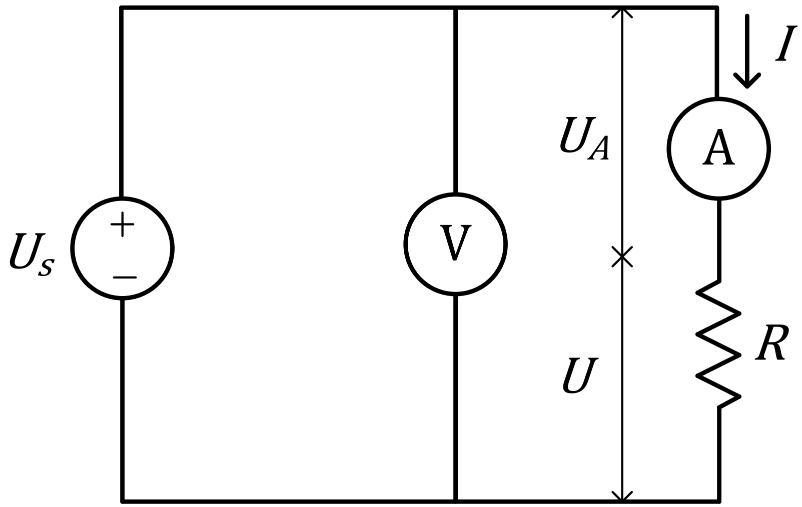
$$\Sigma\Phi_R = \frac{R_\pi - R_\mu}{R_\pi} 100\% = \frac{R_\pi - \dfrac{R_\pi \cdot R_V}{R_\pi + R_V}}{R_\pi} 100\% = \left(1 - \frac{R_V}{R_\pi + R_V}\right) 100\%$$

$$= \frac{R_\pi}{R_\pi + R_V} 100\%$$

- Όσο πιο μεγάλη είναι η αντίσταση του βολτομέτρου τόσο πιο μικρή είναι η τιμή του σφάλματος.

Μέτρηση αντίστασης με βολτόμετρο και αμπερόμετρο

- 2ος τρόπος:



- Στην περίπτωση αυτή:

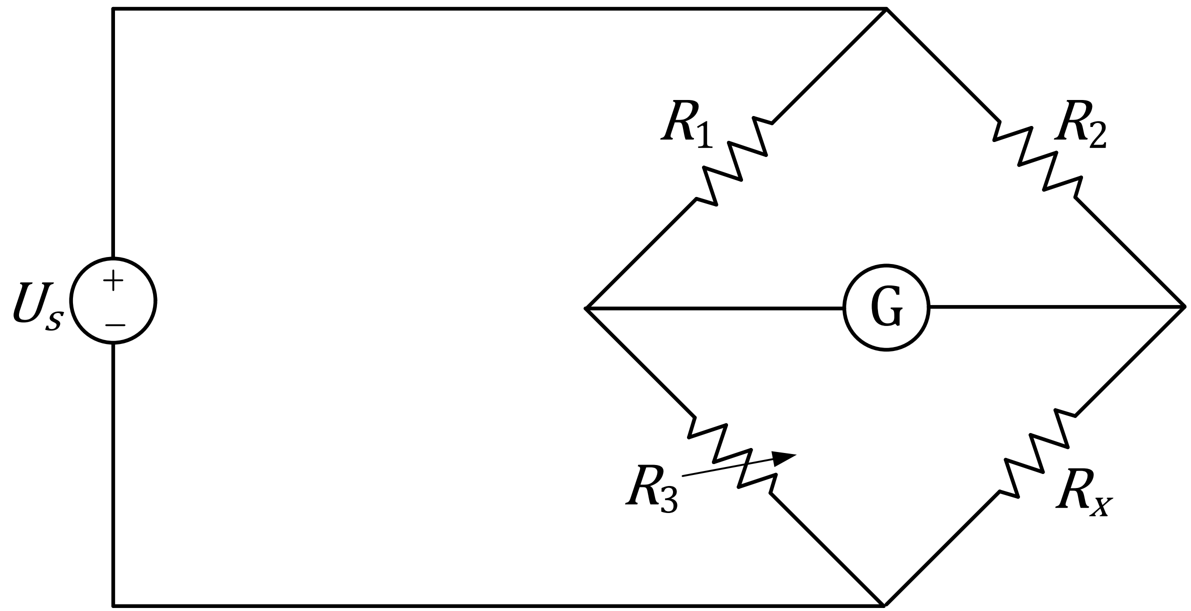
$$R_\mu = \frac{U + U_A}{I} = \frac{U}{I} + \frac{U_A}{I} = R_\pi + R_A$$

$$\Sigma\Phi_R = \frac{R_\pi - R_\mu}{R_\pi}100\% = \frac{R_\pi - R_\pi - R_A}{R_\pi}100\% = \frac{-R_A}{R_\pi}100\%$$

- Όσο πιο μεγάλη είναι η εσωτερική αντίσταση του αμπερομέτρου τόσο πιο μεγάλο είναι το σχετικό σφάλμα.

Μέτρηση αντίστασης με γέφυρα Wheatstone

- Το κύκλωμα αποτελείται από την άγνωστη αντίσταση R_x, δύο αντιστάσεις ακριβείας R_1, R_2 και μια μεταβλητή αντίσταση R_3, καθώς και ένα γαλβανόμετρο (αμπερόμετρο υψηλής ευαισθησίας).



- Η τάση τροφοδοσίας προκαλεί ροή ρεύματος μέσω των αντιστάσεων.
- Ρυθμίζουμε την R_3 μέχρι το γαλβανόμετρο να δείχνει μηδέν, οπότε δεν ρέει ρεύμα μέσω αυτού του κλάδου. Τότε λέμε ότι η γέφυρα ισορροπεί και ισχύει ότι η διαφορά δυναμικού στα άκρα του γαλβανομέτρου είναι μηδέν, επομένως

$$U_{R_1} = U_{R_2}$$
$$U_{R_x} = U_{R_3}$$

Μέτρηση αντίστασης με γέφυρα Wheatstone

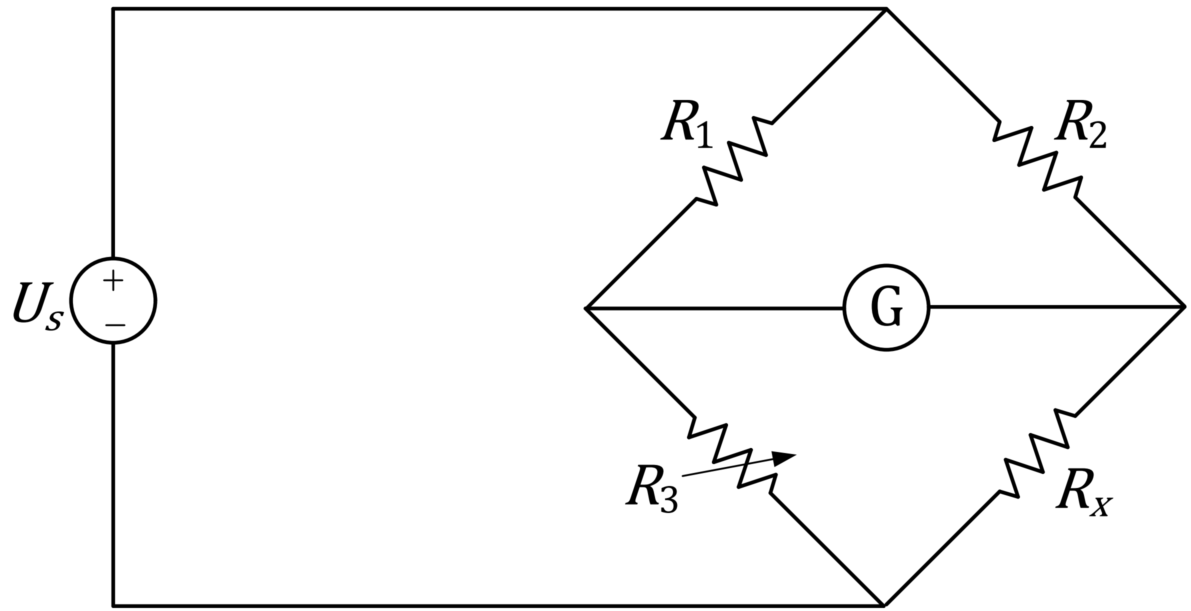
- Επομένως

$$I_1R_1 = I_2R_2$$

$$I_1R_3 = I_2R_x$$

- Τελικά αν διαιρέσουμε κατά μέλη:

$$R_X = \frac{R_2R_3}{R_1}$$

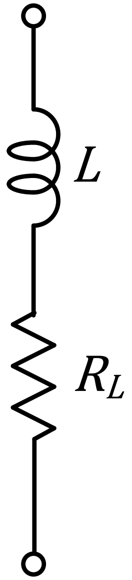


Μέτρηση συντελεστή αυτεπαγωγής και χωρητικότητας

- Το ισοδύναμο ενός πραγματικού πυκνωτή περιέχει έναν ιδανικό πυκνωτή και μία ωμική αντίσταση παράλληλα σε αυτόν.
- Η χωρητικότητα C παριστάνει την χωρητικότητα του πυκνωτή και η ωμική αντίσταση την αντίσταση του διηλεκτρικού ή αντίσταση διαρροής.
- Πυκνωτές με μεγάλο ρεύμα διαρροής όπως οι ηλεκτρολυτικοί πυκνωτές έχουν σχετικά μικρή αντίσταση ενώ πυκνωτές όπως οι πλαστικής μεμβράνης πολύ μικρό ρεύμα διαρροής και μεγάλη αντίσταση.
- Γενικά η επίδραση της αντίστασης στην περίπτωση του πυκνωτή και ανάλογα με την κατασκευή του μπορεί να είναι αμελητέα, σε αντίθεση με αυτή του πηνίου.

Μέτρηση συντελεστή αυτεπαγωγής και χωρητικότητας

- Ένα πραγματικό πηνίο έχει ισοδύναμο της μορφής:



όπου L η τιμή της αυτεπαγωγής του και R_L η αντίσταση του σύρματος, η οποία δεν είναι καθόλου αμελητέα. Ιδανικά θα ήταν μηδενική όμως στην πράξη εξαρτάται από το μήκος, τη διατομή του σύρματος και την ειδική αντίσταση του υλικού.

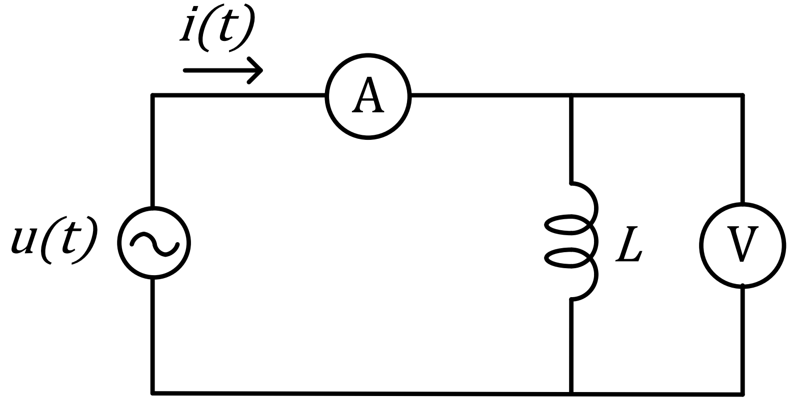
Μέτρηση συντελεστή αυτεπαγωγής και χωρητικότητας

- Μέτρηση L με αμπερόμετρο και βολτόμετρο:

$$Z = \frac{U}{I}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + {X_L}^2}$$

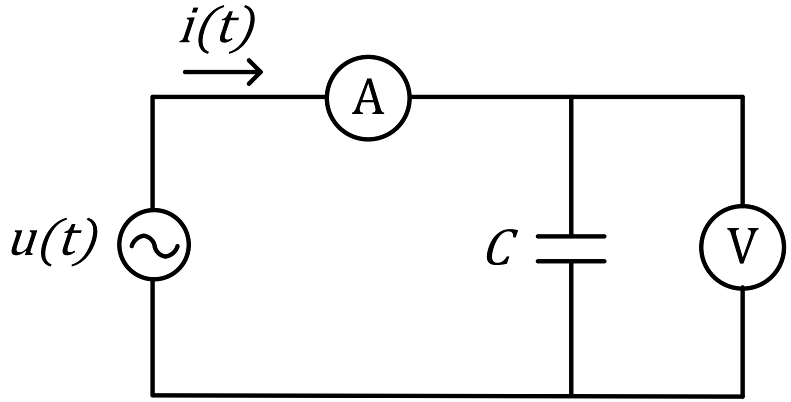
$$X_L = \omega L = 2\pi f L$$



- Την ωμική αντίσταση τη μετράμε με ωμόμετρο.
- Μέτρηση C με αμπερόμετρο και βολτόμετρο:

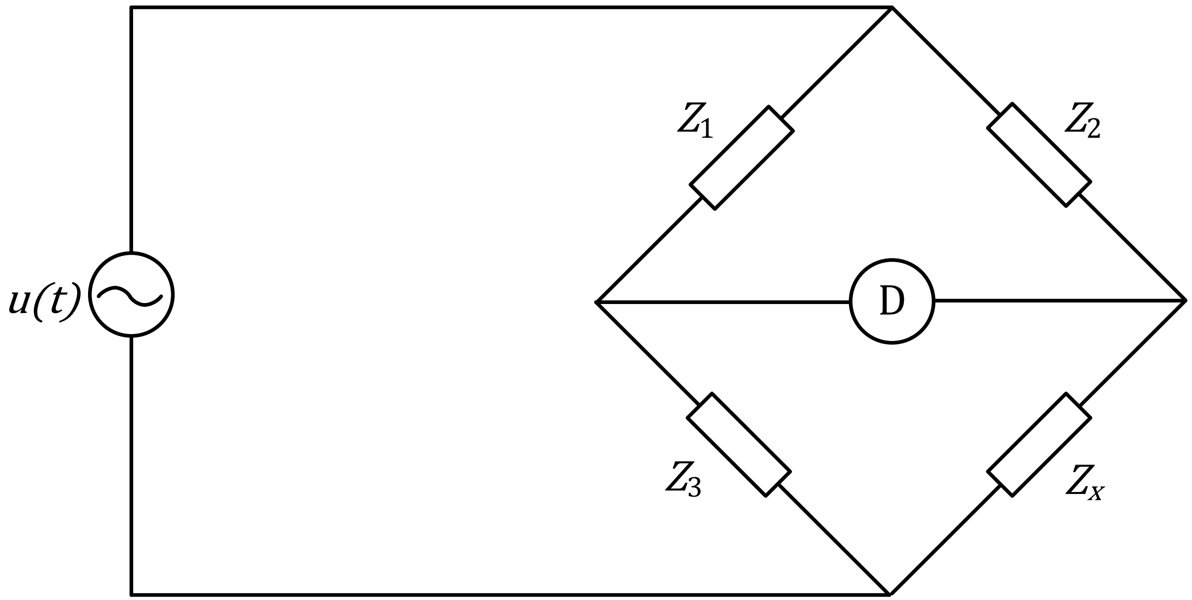
$$X_C = \frac{U}{I}$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}$$



Μέτρηση συντελεστή αυτεπαγωγής και χωρητικότητας

- Μέτρηση με AC γέφυρες:
- Όπως ακριβώς προκύπτει στη γέφυρα Wheatstone έτσι και εδώ όταν ο ανιχνευτής του μηδενός στον κεντρικό κλάδο δείξει μηδέν τότε η γέφυρα ισορροπεί.

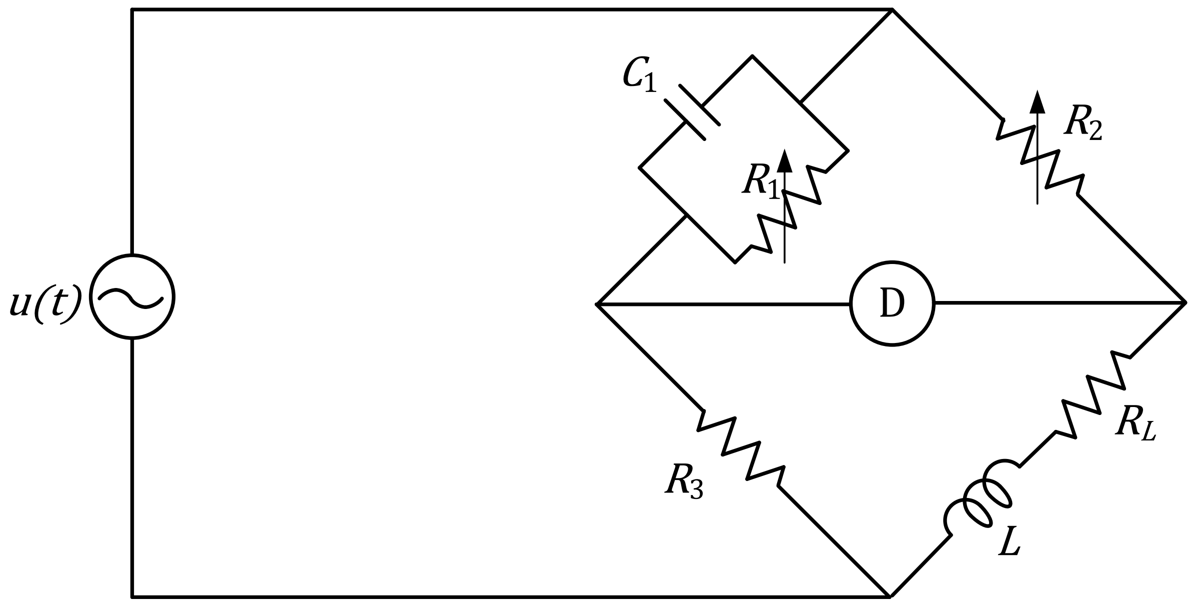


$$\dot{Z}_1\dot{Z}_x = \dot{Z}_2\dot{Z}_3 \Rightarrow \dot{Z}_x = \frac{\dot{Z}_2\dot{Z}_3}{\dot{Z}_1}$$

- Βέβαια εδώ για να είναι μηδέν η τάση αυτή πρέπει τα μεγέθη στα άκρα του να είναι ίσα σε μέτρο και γωνία.
- Η παραπάνω εξίσωση οδηγεί σε δύο εξισώσεις, μία για το πραγματικό και μία για το φανταστικό της μέρος. Και οι άγνωστοι είναι δύο: Η αυτεπαγωγή και η αντίσταση του σύρματος.

Μέτρηση συντελεστή αυτεπαγωγής και χωρητικότητας

- Ένα παράδειγμα: Γέφυρα Maxwell
- Στη γέφυρα αυτή χρησιμοποιείται γνωστός πυκνωτής παράλληλα με ρυθμιζόμενη αντίσταση μαζί με άλλες δύο αντιστάσεις από τις οποίες τουλάχιστον η μία είναι ρυθμιζόμενη.



- Γενικά είναι πιο εύκολη η κατασκευή σχεδόν ιδανικού πυκνωτή.
- Ο τέταρτος κλάδος περιέχει το πηνίο που πρέπει να μετρηθεί το οποίο παριστάνεται με αυτεπαγωγή L σε σειρά με R_L.

Μέτρηση συντελεστή αυτεπαγωγής και χωρητικότητας

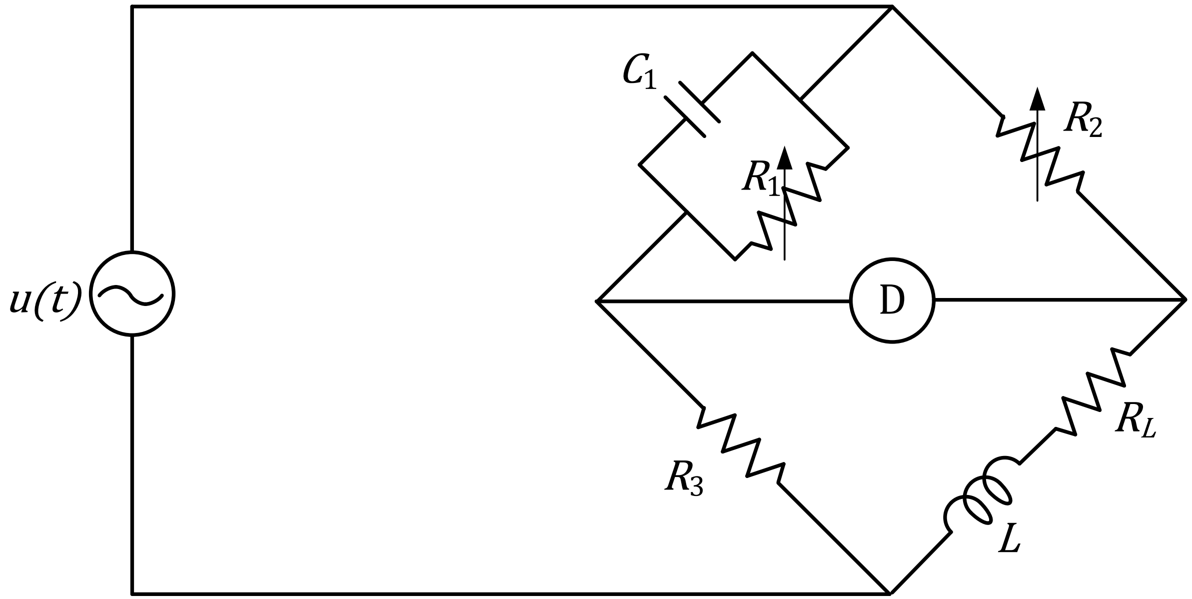
$$\dot{Z}_1\dot{Z}_x = \dot{Z}_2\dot{Z}_3 \Rightarrow \dot{Z}_x = \frac{\dot{Z}_2\dot{Z}_3}{\dot{Z}_1}$$

$$= \dot{Z}_2\dot{Z}_3\dot{Y}_1$$

$$\dot{Y}_1 = \frac{1}{R_1} + j\omega C_1$$

$$\dot{Z}_2 = R_2$$

$$\dot{Z}_3 = R_3$$



$$\dot{Z}_x = R_L + j\omega L$$

$$R_L + j\omega L = R_2R_3\left(\frac{1}{R_1} + j\omega C_1\right) \Rightarrow R_L + j\omega L = \frac{R_2R_3}{R_1} + j\omega R_2R_3C_1$$

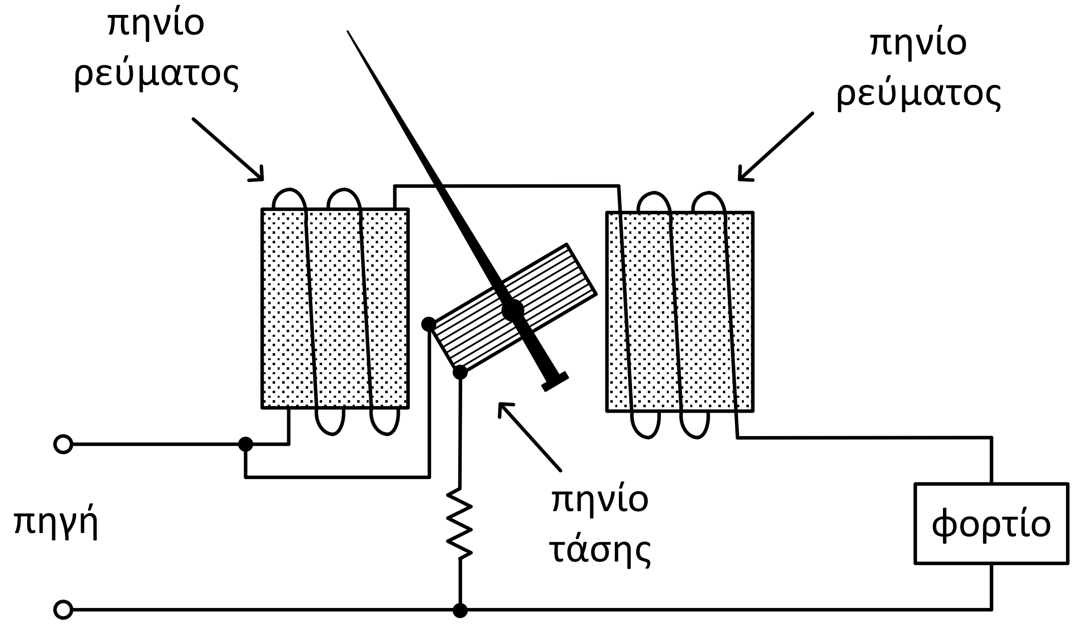
$$\Rightarrow \begin{cases} L = R_2R_3C_1 \\ R_L = \dfrac{R_2R_3}{R_1} \end{cases}$$

Μέτρηση συντελεστή αυτεπαγωγής και χωρητικότητας

- Μετρητής LCR: Άμεση μέτρηση

Μέτρηση ισχύος - Βαττόμετρο

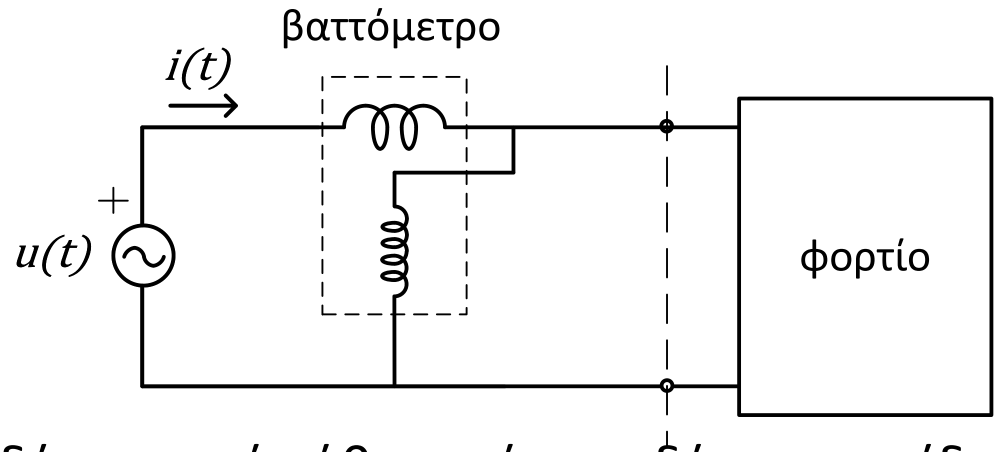
- Το αναλογικό βαττόμετρο ανήκει στην κατηγορία των ηλεκτροδυναμικών οργάνων (βλ. μάθημα 9).



- Το πηνίο έντασης διαθέτει λίγες και μεγάλης διατομής σπείρες ενώ το πηνίο τάσης πολλές και μικρής διατομής.

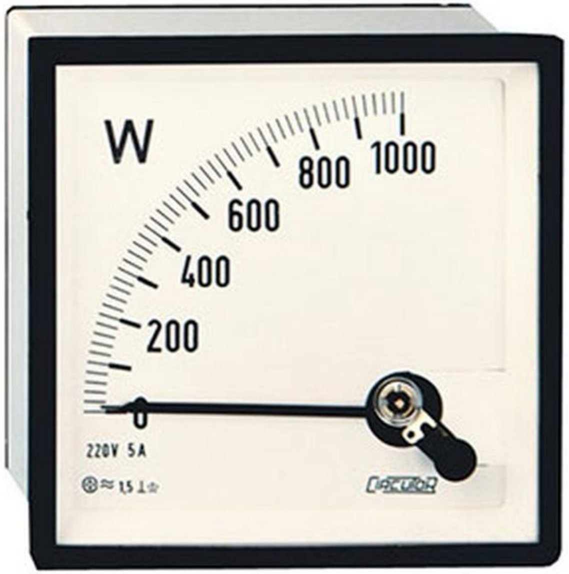
Μέτρηση ισχύος - Βαττόμετρο

- Το πηνίο έντασης του βαττομέτρου έχει επομένως πολύ μικρή αντίσταση, με αποτέλεσμα η πτώση τάσης στα άκρα του να είναι αμελητέα και να μην επηρεάζει την τάση στα άκρα του φορτίου. Το πηνίο τάσης έχει πολύ μεγάλη αντίσταση με αποτέλεσμα να διαρρέεται από αμελητέο ρεύμα και να μην επηρεάζει το ρεύμα του φορτίου.
- Το βαττόμετρο διαθέτει δύο ζεύγη ακροδεκτών, ένα για το πηνίο τάσης και ένα για το πηνίο έντασης.



- Επειδή ένας ακροδέκτης από κάθε πηνίο συνδέεται στο ίδιο σημείο είναι δυνατό το βαττόμετρο να διαθέτει μόνο τρεις ακροδέκτες και το κοινό σημείο σύνδεσης των δύο πηνίων να υπάρχει στο εσωτερικό του οργάνου.

Μέτρηση ισχύος - Βαττόμετρο



Μέτρηση συντελεστή ισχύος

- Η μέτρηση μπορεί να γίνει άμεσα με το συνημιτονόμετρο.

- Επίσης μπορεί να γίνει έμμεση μέτρηση με χρήση βαττομέτρου, αμπερομέτρου, βολτομέτρου και εφαρμογή του τύπου:

$$\cos\varphi = \frac{P}{UI}$$

Μέτρηση τριφασικής ισχύος

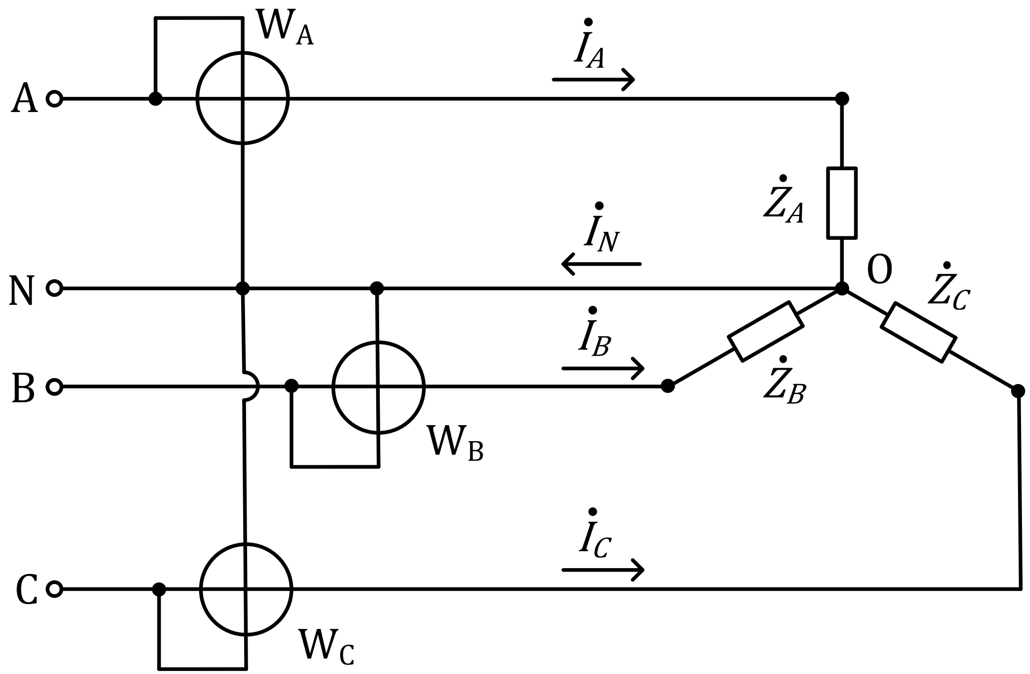
- Η μέτρηση μπορεί να γίνει με τριφασικό βαττόμετρο

- Μπορεί επίσης να γίνει με χρήση 2 ή 3 μονοφασικών βαττομέτρων.
- Εδώ θα εξετάσουμε μόνο μέτρηση μέσω μονοφασικών βαττομέτρων.

Μέτρηση ισχύος σε τριφασικά κυκλώματα

- Η ενεργός ισχύς φορτίου σε συνδεσμολογία Y 4 αγωγών είναι

$$P = P_A + P_B + P_C$$
$$= U_{AN} I_A \cos\varphi_A + U_{BN} I_B \cos\varphi_B$$
$$+ U_{CN} I_C \cos\varphi_C$$



- Αρκεί λοιπόν να συνδέσουμε 3 μονοφασικά βαττόμετρα όπως φαίνεται στο κύκλωμα.

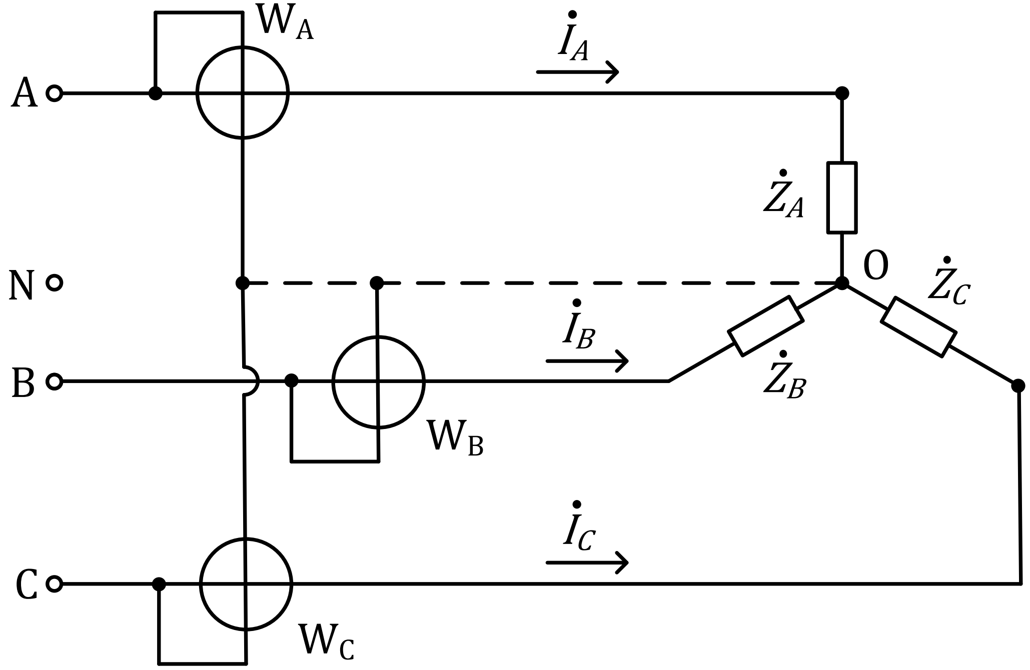
- Οι ενδείξεις τους θα είναι

$$\mathrm{W}_A = U_{AN} I_A \cos\varphi_A$$
$$\mathrm{W}_B = U_{BN} I_B \cos\varphi_B$$
$$\mathrm{W}_C = U_{CN} I_C \cos\varphi_C$$

- Άρα

$$P = \mathrm{W}_A + \mathrm{W}_B + \mathrm{W}_C$$

Μέτρηση ισχύος σε τριφασικά κυκλώματα



- Η ενεργός ισχύς φορτίου σε συνδεσμολογία Υ 3 αγωγών είναι

$$P = P_A + P_B + P_C$$
$$= U_{AO} I_A \cos\varphi_A + U_{BO} I_B \cos\varphi_B + U_{CO} I_C \cos\varphi_C$$

- Αρκεί λοιπόν να συνδέσουμε 3 μονοφασικά βαττόμετρα όπως φαίνεται στο κύκλωμα. Δημιουργούμε έτσι εικονικό ουδέτερο.

- Οι ενδείξεις των βαττομέτρων θα είναι

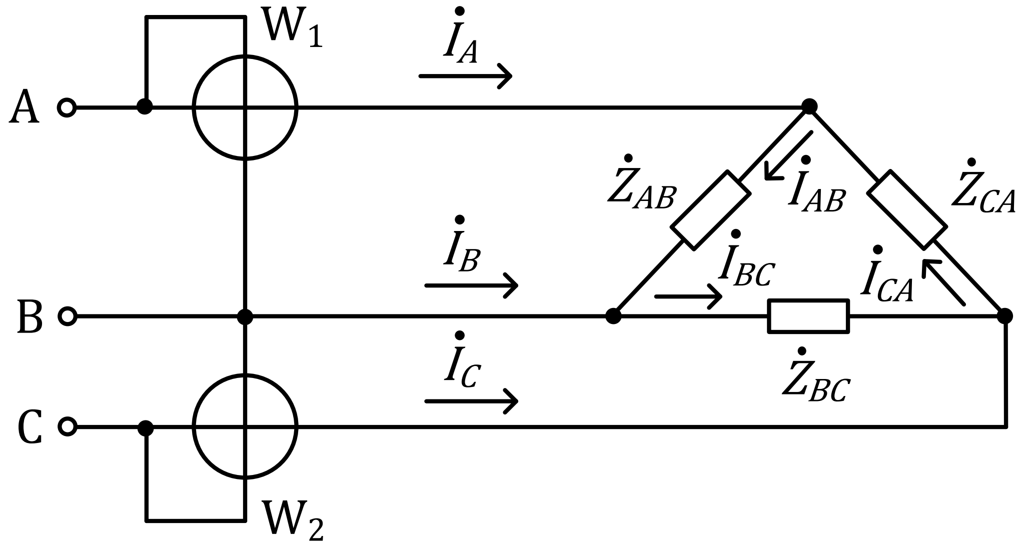
$$\mathrm{W}_A = U_{AO} I_A \cos\varphi_A$$
$$\mathrm{W}_B = U_{BO} I_B \cos\varphi_B$$
$$\mathrm{W}_C = U_{CO} I_C \cos\varphi_C$$

- Άρα

$$P = \mathrm{W}_A + \mathrm{W}_B + \mathrm{W}_C$$

Μέθοδος 2 βαττομέτρων

- Υπάρχει όμως περίπτωση να μην έχουμε πρόσβαση στον ουδέτερο ή να μην υπάρχει ουδέτερος όπως συμβαίνει στην περίπτωση Δ.
- Δύο βαττόμετρα συνδεδεμένα σε οποιεσδήποτε δύο γραμμές ενός τριφασικού συστήματος 3 αγωγών, συμμετρικού ή ασύμμετρου, δίνουν τη συνολική τριφασική ισχύ αν αθροίσουμε τις ενδείξεις τους W_1 και W_2. Παράδειγμα:



- Στο κύκλωμα αυτό η συνολική ενεργός ισχύς είναι

$$P = P_{AB} + P_{CA} + P_{BC}$$

- Αποδεικνύεται ότι η συνολική ενεργός ισχύς που απορροφά το φορτίο θα είναι

$$P = \mathrm{W}_1 + \mathrm{W}_2$$

Μέθοδος 2 βαττομέτρων

- Πράγματι, οι ενδείξεις των βαττομέτρων στο παραπάνω κύκλωμα θα είναι

$$\mathrm{W}_1 = \mathrm{Re}\left(\dot{U}_{AB}\dot{I}_A{}^*\right)$$

$$\mathrm{W}_2 = \mathrm{Re}\left(\dot{U}_{CB}\dot{I}_C{}^*\right)$$

- Όμως

$$\dot{U}_{AB}\dot{I}_A{}^* = \dot{U}_{AB}(\dot{I}_{AB} - \dot{I}_{CA})^* = \dot{U}_{AB}\dot{I}_{AB}{}^* - \dot{U}_{AB}\dot{I}_{CA}{}^*$$

$$\dot{U}_{CB}\dot{I}_C{}^* = \dot{U}_{CB}(\dot{I}_{CA} - \dot{I}_{BC})^* = \dot{U}_{CB}\dot{I}_{CA}{}^* - \dot{U}_{CB}\dot{I}_{BC}{}^* = -\dot{U}_{BC}\dot{I}_{CA}{}^* + \dot{U}_{BC}\dot{I}_{BC}{}^*$$

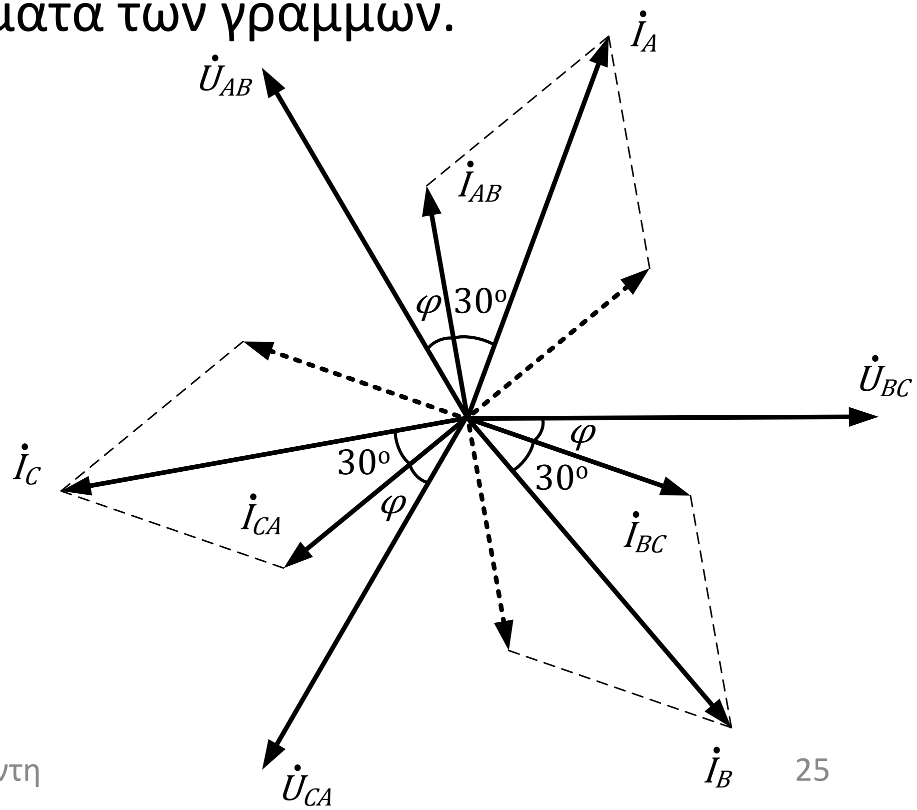
- Άρα

$$\begin{aligned}
\mathrm{W}_1 + \mathrm{W}_2 &= \mathrm{Re}\left(\dot{U}_{AB}\dot{I}_{AB}{}^*\right) - \mathrm{Re}\left(\dot{U}_{AB}\dot{I}_{CA}{}^*\right) - \mathrm{Re}\left(\dot{U}_{BC}\dot{I}_{CA}{}^*\right) + \mathrm{Re}\left(\dot{U}_{BC}\dot{I}_{BC}{}^*\right) \\
&= P_{AB} + \mathrm{Re}\left[\left(-\dot{U}_{AB} - \dot{U}_{BC}\right)\dot{I}_{CA}{}^*\right] + P_{BC} \\
&= P_{AB} + \mathrm{Re}\left[\left(-\dot{U}_A + \dot{U}_B - \dot{U}_B + \dot{U}_C\right)\dot{I}_{CA}{}^*\right] + P_{BC} \\
&= P_{AB} + \mathrm{Re}\left[\dot{U}_{CA}\dot{I}_{CA}{}^*\right] + P_{BC} = P_{AB} + P_{CA} + P_{BC}
\end{aligned}$$

- Με παρόμοιο τρόπο αποδεικνύεται η σχέση για φορτίο σε Υ 3 αγωγών.

Μέθοδος 2 βαττομέτρων

- Αν η διαφορά φάσης μεταξύ τάσης και ρεύματος σε ένα από τα βαττόμετρα είναι πάνω από $90°$ τότε η βελόνα του βαττομέτρου τείνει να στραφεί προς αρνητικές τιμές. Τότε αρκεί να αντιστρέψουμε τη σύνδεση του πηνίου ρεύματος, οπότε η βελόνα θα δείξει θετική τιμή, την οποία πρέπει να λάβουμε υπόψη με αρνητικό πρόσημο κατά την άθροιση των τιμών.
- Στην περίπτωση συμμετρικού φορτίου συνδεσμολογίας Δ τα ρεύματα των κλάδων σχηματίζουν γωνίες $30°$ με τα ρεύματα των γραμμών.
- Από το διάγραμμα προκύπτει ότι στην περίπτωση αυτή η τάση $\dot{U}_{AB}$ παρουσιάζει διαφορά φάσης με το $\dot{I}_A$ ίση με $\varphi + 30°$ ενώ η $\dot{U}_{CB}$ παρουσιάζει διαφορά φάσης με το $\dot{I}_C$ ίση με $180° - (-\varphi - 120° - 30°) = \varphi - 30°$.



Μέθοδος 2 βαττομέτρων

- Επομένως

$$\mathrm{W}_1 = U_{AB} I_A \cos(\varphi + 30°)$$
$$\mathrm{W}_2 = U_{CB} I_C \cos(\varphi - 30°)$$

- Γενικότερα για τις ενδείξεις των δύο βαττομέτρων προκύπτει σε κάθε περίπτωση συμμετρικού φορτίου (και σε Y) ότι

$$\mathrm{W}_1 = UI \cos(\varphi + 30°)$$
$$\mathrm{W}_2 = UI \cos(\varphi - 30°)$$

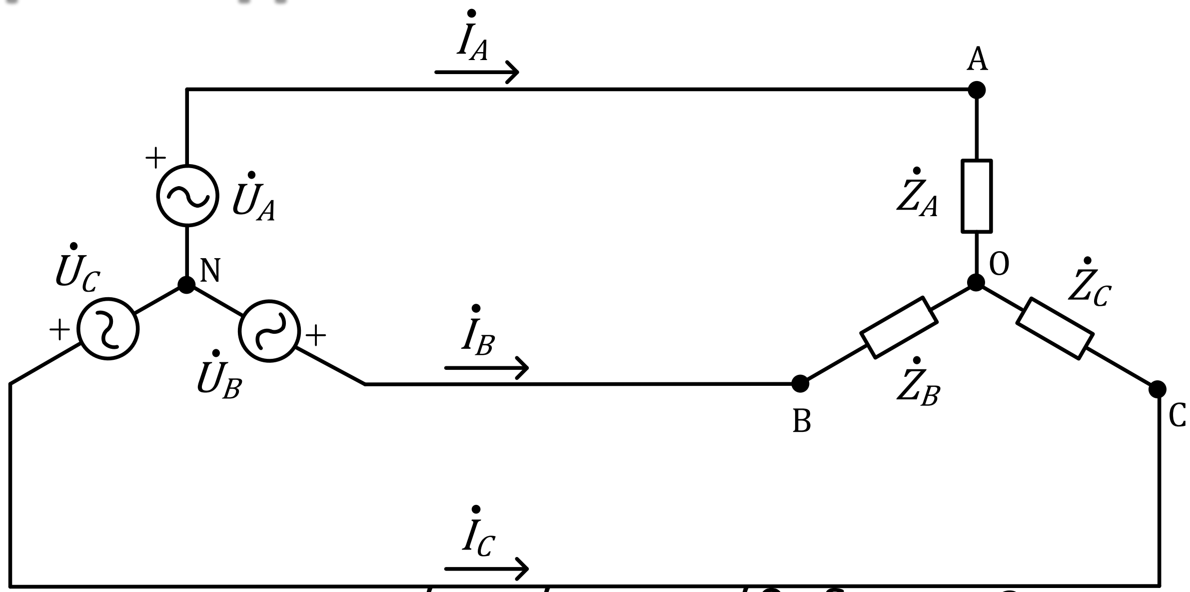
- Προκύπτει έτσι ότι

$$\tan\varphi = \sqrt{3}\left(\frac{\mathrm{W}_2 - \mathrm{W}_1}{\mathrm{W}_2 + \mathrm{W}_1}\right)$$

- Από τη σχέση αυτή μπορεί να προκύψει η απόλυτη τιμή της γωνίας φ. Το πρόσημο που προκύπτει δεν έχει νόημα γιατί οι σειρά των μετρήσεων είναι τυχαία.

Παράδειγμα 7

- Στο κύκλωμα του σχήματος είναι $U_{\varphi} = 230\ \mathrm{V}$, $\dot{Z}_A = 20 + j15\ \Omega$, $\dot{Z}_B = 15 + j10\ \Omega$, $\dot{Z}_C = 10 - j18\ \Omega$.
- Θεωρούμε θετική ακολουθία φάσεων.



- Αν χρησιμοποιήσουμε για τη μέτρηση της ενεργού ισχύος τη μέθοδο των 3 βαττομέτρων να βρεθούν οι ενδείξεις των οργάνων και η συνολική ενεργός ισχύς.
- Αν χρησιμοποιήσουμε τη μέθοδο των δύο βαττομέτρων και συνδέσουμε τα πηνία έντασης των δύο βαττομέτρων στις φάσεις A και B να βρεθούν οι ενδείξεις των βαττομέτρων και η συνολική ενεργός ισχύς του φορτίου

Απάντηση:

- Τα ρεύματα και οι τάσεις στο φορτίο έχουν υπολογιστεί (παράδειγμα 1 μαθήματος 8).

Παράδειγμα 7

- Οι τιμές τους είναι

$$\dot{I}_A = 10.032\angle 86.6°\ \mathrm{A}$$
$$\dot{I}_B = 8.252\angle(-99.5°)\ \mathrm{A}$$
$$\dot{I}_C = 2.02\angle(-68.1°)\ \mathrm{A}$$
$$\dot{U}_{AO} = \dot{I}_A \dot{Z}_A = 250.8\angle 123.4°\ \mathrm{V}$$
$$\dot{U}_{BO} = \dot{I}_B \dot{Z}_B = 148.8\angle(-65.8°)\ \mathrm{V}$$
$$\dot{U}_{CO} = \dot{I}_C \dot{Z}_C = 363.6\angle(-158.1°)\ \mathrm{V}$$

- Έστω ότι χρησιμοποιούμε 3 βαττόμετρα. Οι ενδείξεις τους θα είναι

$$\mathrm{W}_A = U_{AO} I_A \cos(\varphi_{U_{AO}} - \varphi_{i_A}) = 250.8 \cdot 10.032 \cdot \cos(123.4° - 86.6°)$$
$$= 2012.9\ \mathrm{W}$$
$$\mathrm{W}_B = U_{BO} I_B \cos(\varphi_{U_{BO}} - \varphi_{i_B}) = 148.8 \cdot 8.252 \cdot \cos(-65.8° + 99.5°)$$
$$= 1021.5\ \mathrm{W}$$
$$\mathrm{W}_C = U_{CO} I_C \cos(\varphi_{U_{CO}} - \varphi_{i_C}) = 363.6 \cdot 2.02 \cos(-158.1° + 68.1°) = 0$$

- Η συνολική ενεργός ισχύς θα είναι

$$P = \mathrm{W}_A + \mathrm{W}_B + \mathrm{W}_C = 3034\ \mathrm{W}$$

Παράδειγμα 7

- Έστω τώρα ότι χρησιμοποιούμε δύο βαττόμετρα και τα συνδέουμε στις φάσεις A, B.
- Οι πολικές τάσεις στο φορτίο είναι

$$\dot{U}_{AB} = 230\sqrt{3}\angle 120° \text{ V}$$
$$\dot{U}_{BC} = 230\sqrt{3}\angle 0° \text{ V}$$
$$\dot{U}_{CA} = 230\sqrt{3}\angle(-120°) \text{ V}$$

- Η ένδειξη του ενός βαττομέτρου θα είναι

$$\mathrm{W}_1 = \mathrm{Re}\left(\dot{U}_{AC}\dot{I}_A{}^*\right) = U_{AC}I_A\cos(\varphi_{u_{AC}} - \varphi_{i_A})$$

- Η τάση που χρειάζεται είναι η $\dot{U}_{AC}$, δηλαδή η αντίθετη της $\dot{U}_{CA}$. Το διάνυσμα της τάσης αυτής έχει ίδιο μέτρο με τη $\dot{U}_{CA}$ αλλά αντίθετη φορά. Επομένως η γωνία της θα είναι

$$\varphi_{u_{AC}} = \varphi_{u_{CA}} + 180° = -120° + 180° = 60°$$

- Άρα

$$\mathrm{W}_1 = 230\sqrt{3} \cdot 10.032\cos(60° - 86.6°) = 3575 \text{ W}$$

Παράδειγμα 7

- Επίσης

$$\mathrm{W}_2 = \mathrm{Re}\left(\dot{U}_{BC}\dot{I}_B{}^*\right) = U_{BC}I_B\cos(\varphi_{u_{BC}} - \varphi_{i_B})$$
$$= 230\sqrt{3}\cdot 8.252\cos(0° + 99.5°) = -\,540.6\ \mathrm{W}$$

- Η συνολική ενεργός ισχύς είναι

$$P = \mathrm{W}_1 + \mathrm{W}_2 = 3034\ \mathrm{W}$$