

Ηλεκτρικά Κυκλώματα II - Ομάδα Β - Λύσεις

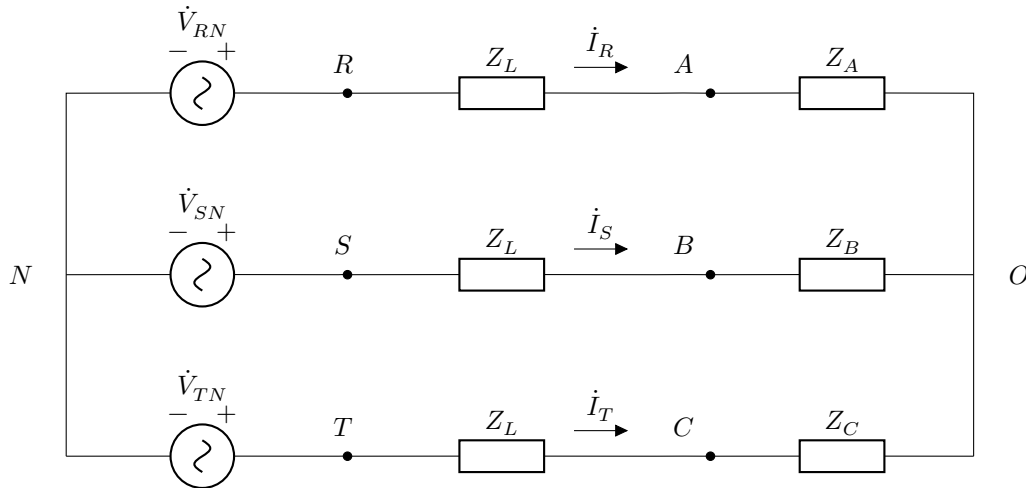
Διδάσκων: Δροσόπουλος Αναστάσιος

23/09/2025

1 Θέμα (4 μον)

Στο παρακάτω κύκλωμα έχουμε αρνητική ακολουθία φάσεων με $\dot{V}_{TN} = 550/\underline{24^\circ}$ V, εμπέδηση γραμμών $Z_L = j35 \Omega$ και τριφασικό φορτίο $Z_A = 50 \Omega$, $Z_B = 92/\underline{46^\circ} \Omega$, $Z_C = 45/\underline{-32^\circ} \Omega$.

Υπολογίστε τα ρεύματα γραμμής $\dot{I}_R, \dot{I}_S, \dot{I}_T$ καθώς και την συνολική ενεργό και άεργο ισχύ που καταναλώνεται στο τριφασικό φορτίο. Ποιος είναι ο συντελεστής ισχύος για αυτό το φορτίο;



Λύση

Εφόσον έχουμε αρνητική ακολουθία φάσεων:

$$\dot{V}_{RN} = \dot{V}_{TN}/\underline{120^\circ} = 550/\underline{144^\circ} \text{ V} \quad \dot{V}_{SN} = \dot{V}_{TN}/\underline{-120^\circ} = 550/\underline{-96^\circ} \text{ V} \quad \dot{V}_{TN} = 550/\underline{24^\circ} \text{ V}$$

Το κύκλωμα είναι ασύμμετρο 3 αγωγών που σημαίνει $V_{ON} \neq 0$ και επομένως:

$$\frac{\dot{V}_{ON} - \dot{V}_{RN}}{Z_L + Z_A} + \frac{\dot{V}_{ON} - \dot{V}_{SN}}{Z_L + Z_B} + \frac{\dot{V}_{ON} - \dot{V}_{TN}}{Z_L + Z_C} = 0 \Rightarrow \dot{V}_{ON} = 221.5/\underline{80.6^\circ} \text{ V}$$

$$\dot{I}_R = \frac{\dot{V}_{RN} - \dot{V}_{ON}}{Z_A + Z_L} = 8.06/\underline{132.7^\circ} \text{ A} \quad \dot{I}_S = \frac{\dot{V}_{SN} - \dot{V}_{ON}}{Z_B + Z_L} = 6.44/\underline{-154.7^\circ} \text{ A} \quad \dot{I}_T = \frac{\dot{V}_{TN} - \dot{V}_{ON}}{Z_C + Z_L} = 11.7/\underline{-15.7^\circ} \text{ A}$$

Η μιγαδική ισχύς για το τριφασικό φορτίο είναι:

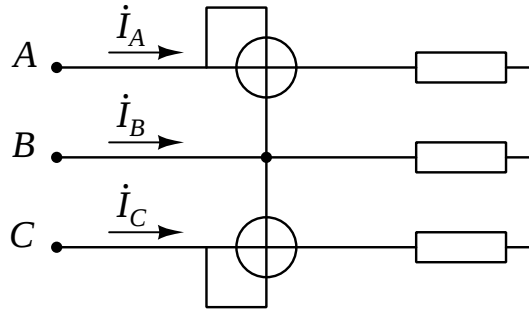
$$\dot{S} = |\dot{I}_R|^2 Z_A + |\dot{I}_S|^2 Z_B + |\dot{I}_T|^2 Z_C = 11160.1 - j534.2 = 11172.9/\underline{-2.74^\circ} \text{ VA}$$

που σημαίνει $P = 11160.1 \text{ W}$ και $Q = 534.2 \text{ VAR}$ και $\text{pf} = P/S = 0.999$ χωρητικός.

2 Θέμα (2 μον)

Σε κύκλωμα συνδεσμολογίας αστέρα 3 αγωγών (αγωγοί ιδανικοί, χωρίς εμπέδηση) πραγματοποιείται μέτρηση της ισχύος φορτίου με τη μέθοδο Aron. Τα πηνία έντασης των βαττομέτρων συνδέονται στις φάσεις A και C. Να υπολογίσετε τις ενδείξεις των δύο βαττομέτρων και τη συνολική ενεργό ισχύ που απορροφά το φορτίο. Δίνονται τα ρεύματα των γραμμών $\dot{I}_A = 32/\underline{70^\circ} \text{ A}$, $\dot{I}_B = 25/\underline{42^\circ} \text{ A}$, $\dot{I}_C = 76/\underline{-87^\circ} \text{ A}$. Οι φασικές τάσεις της πηγής έχουν μέτρο 120 V με θετική ακολουθία φάσεων.

Λύση



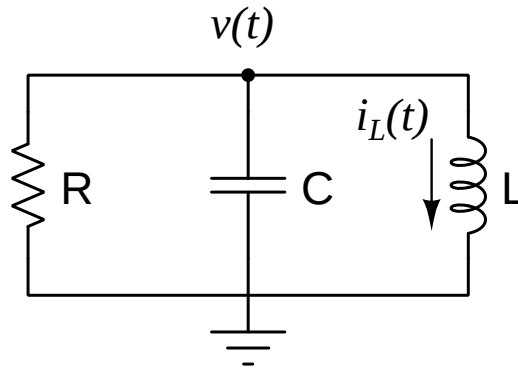
Έχουμε

$$\begin{aligned} \dot{V}_{RN} &= 120/90^\circ \text{ V} & \dot{V}_{SN} &= 120/-30^\circ \text{ V} & \dot{V}_{TN} &= 120/-150^\circ \text{ V} \\ \dot{V}_{AB} &= 207.8/120^\circ \text{ V} & \dot{V}_{BC} &= 207.8 \text{ V} & \dot{V}_{CA} &= 207.8/-120^\circ \text{ V} \\ W_1 &= \Re\{\dot{V}_{AB}\dot{I}_A^*\} = 4275.2 \text{ W} & W_2 &= \Re\{-\dot{V}_{BC}\dot{I}_C^*\} = -826.7 \text{ W} & P &= W_1 + W_2 = 3448.5 \text{ W} \end{aligned}$$

3 Θέμα (4 μον)

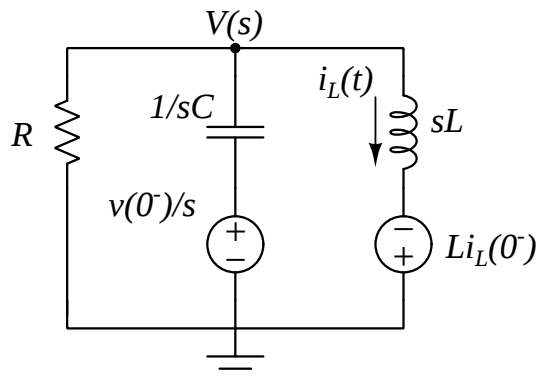
Στο παρακάτω κύκλωμα υπολογίστε την $v(t)$ για $t \geq 0$, καθώς και την τιμή της τάσης για $t = 0.3 \text{ s}$.

Δίδονται: $v(0^-) = 20 \text{ V}$, $i_L(0^-) = 7 \text{ A}$, $R = 0.425 \Omega$, $L = 1/8 \text{ H}$, $C = 1/4.25 \text{ F}$, $\mathcal{L}[e^{-at}] = 1/(s+a)$, $e^{j\theta} = \cos\theta + j\sin\theta$.



Λύση

Μετασχηματίζουμε στο χώρο Laplace με τις αρχικές συνθήκες και έχουμε το παρακάτω κύκλωμα:



Με κομβική ανάλυση

$$\begin{aligned} \frac{V}{R} + \frac{V + Li_L(0^-)}{sL} + \frac{V - \frac{v(0^-)}{s}}{\frac{1}{sC}} &= 0 = \frac{V}{R} + \frac{V + Li_L(0^-)}{sL} + sCV - Cv(0^-) \Rightarrow \\ V \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{sL} + sC \right) &= -\frac{i_L(0^-)}{s} + Cv(0^-) \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
V(s) &= \frac{-\frac{i_L(0^-)}{s} + Cv(0^-)}{\frac{1}{R} + \frac{1}{sL} + sC} = \frac{\frac{-i_L(0^-) + Csv(0^-)}{s}}{\frac{sL + R + s^2RLC}{sRL}} = \frac{RL[-i_L(0^-) + Csv(0^-)]}{s^2RLC + sL + R} = \\
&= \frac{RL[-i_L(0^-) + Csv(0^-)]}{RLC[s^2 + \frac{1}{RC}s + \frac{1}{LC}]} = \frac{-\frac{i_L(0^-)}{C} + sv(0^-)}{s^2 + \frac{1}{RC}s + \frac{1}{LC}}
\end{aligned}$$

Αντικαθιστώντας τις δοθείσες τιμές, έχουμε

$$V(s) = \frac{20s - 29.75}{s^2 + 10s + 34}$$

Ο παρονομαστής έχει δυο συζυγείς μιγαδικές ρίζες, $s_1 = -5 + j3$ και $s_2 = -5 - j3$, οπότε,

$$V(s) = \frac{20s - 29.75}{s^2 + 10s + 34} = \frac{A}{s - s_1} + \frac{A^*}{s - s_2}$$

$$A = \lim_{s \rightarrow s_1} \left[(s - s_1) \frac{20s - 29.75}{(s - s_1)(s - s_2)} \right] = \frac{20s_1 - 29.75}{s_1 - s_2} = 10 + j21.625$$

$$\begin{aligned}
v(t) &= A \exp(s_1 t) + A^* \exp(s_2 t) = \\
&= A \exp[(-5 + j3)t] + A^* \exp[(-5 - j3)t] = \\
&= (10 + j21.625)e^{-5t}(\cos 3t + j \sin 3t) + (10 - j21.625)e^{-5t}(\cos 3t - j \sin 3t) = \\
&= e^{-5t} [20 \cos 3t - 43.25 \sin 3t] \text{ V}
\end{aligned}$$

Για $t = 0.3$ s, έχουμε $v(t) = -4.785$ V.