

Ηλεκτρικά Κυκλώματα ΙΙ - Λύσεις

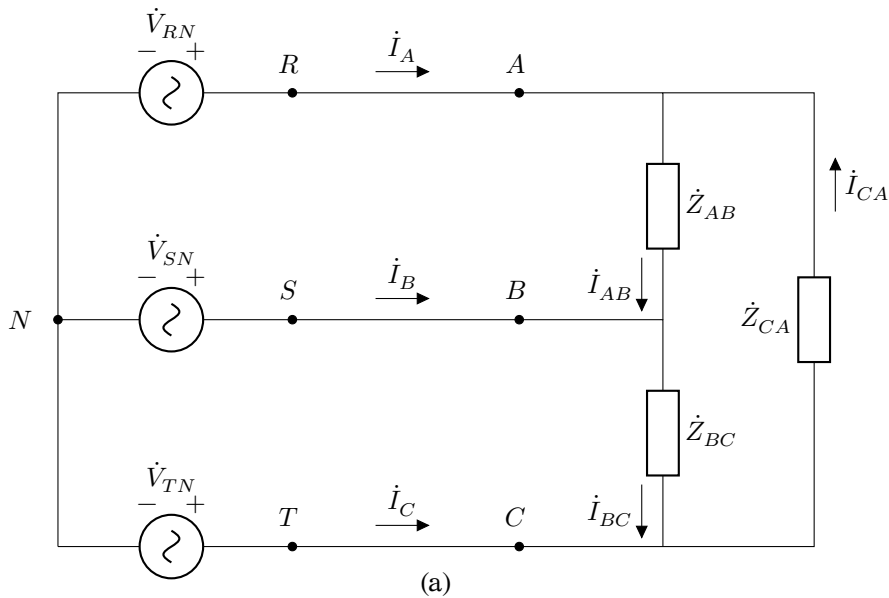
Διδάσκων: Δροσόπουλος Αναστάσιος

2024-09-24

1 Θέμα (4 μον.)

Στο κύκλωμα (a) έχουμε αρνητική ακολουθία φάσεων με $\dot{V}_{SN} = 546 \angle 38^\circ \text{ V}$, $Z_{AB} = j222 \ \Omega$, $Z_{BC} = -j185 \ \Omega$, $Z_{CA} = 795 \ \Omega$. Υπολογίστε τα ρεύματα γραμμής \dot{I}_A , \dot{I}_B , \dot{I}_C , τα ρεύματα κλάδων \dot{I}_{AB} , \dot{I}_{BC} , \dot{I}_{CA} καθώς και την συνολική ενεργό και άεργο ισχύ που καταναλώνεται στο τριφασικό φορτίο. Ποιος είναι ο συντελεστής ισχύος για αυτό το φορτίο;

Σχεδιάστε στο κύκλωμα την εγκατάσταση βαττομέτρων για εφαρμογή μεθόδου Aron. Ποιες οι ενδείξεις των βαττομέτρων καθώς και η ολική ενεργός ισχύς που καταναλώνεται στο τριφασικό φορτίο σύμφωνα με την μέθοδο αυτή;



Λύση

Ο πιο απλός τρόπος είναι να μετατρέψουμε την πηγή από αστέρα σε τρίγωνο. Έχουμε:

$$\dot{V}_{RN} = \dot{V}_{SN} \angle -120^\circ = 546 \angle -82^\circ \text{ V} \quad \dot{V}_{SN} = 546 \angle 38^\circ \text{ V} \quad \dot{V}_{TN} = \dot{V}_{SN} \angle 120^\circ = 546 \angle 158^\circ \text{ V}$$

$$\dot{V}_{RS} = \sqrt{3} \dot{V}_{RN} \angle -30^\circ = 945.7 \angle -112^\circ \text{ V} \quad \dot{V}_{ST} = \dot{V}_{RS} \angle 120^\circ = 945.7 \angle 8^\circ \text{ V} \quad \dot{V}_{TR} = \dot{V}_{RS} \angle -120^\circ = 945.7 \angle 128^\circ \text{ V}$$

οπότε

$$\dot{I}_{AB} = \frac{\dot{V}_{RS}}{Z_{AB}} = 4.26 \angle 158^\circ \text{ A} \quad \dot{I}_{BC} = \frac{\dot{V}_{ST}}{Z_{BC}} = 5.11 \angle 98^\circ \text{ A} \quad \dot{I}_{CA} = \frac{\dot{V}_{TR}}{Z_{CA}} = 1.19 \angle 128^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{CA} = 3.28 \angle 168.4^\circ \text{ A} \quad \dot{I}_B = \dot{I}_{BC} - \dot{I}_{AB} = 4.74 \angle 46.9^\circ \text{ A} \quad \dot{I}_C = \dot{I}_{CA} - \dot{I}_{BC} = 4.12 \angle -90.3^\circ \text{ A}$$

Η συνολική ενεργός ισχύς που καταναλώνεται στο φορτίο είναι:

$$P = |\dot{I}_{CA}|^2 Z_{CA} = 1125 \text{ W}$$

Η άεργος ισχύς είναι:

$$Q = |\dot{I}_{AB}|^2 \Im\{Z_{AB}\} + |\dot{I}_{BC}|^2 \Im\{Z_{BC}\} = -805.7 \text{ VAR}$$

Η μιγαδική ισχύς για το ολικό φορτίο είναι:

$$\dot{S} = P + jQ = 1125 - j805.7 = 1383.7 \angle -35.6^\circ \text{ VA}$$

άρα ο συντελεστής ισχύος είναι:

$$\cos(-35.6^\circ) = 0.813 \text{ χωρητικός}$$

Με μέθοδο Aron

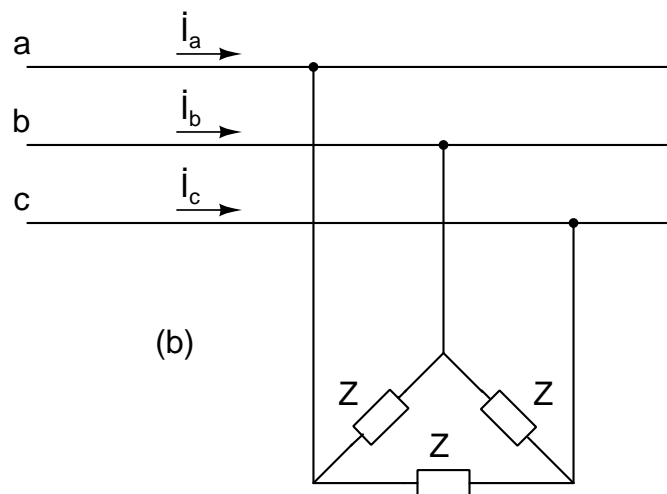
$$w_1 = \Re\{\dot{V}_{RS}\dot{I}_A^*\} = 562.48 \text{ W} \quad w_2 = \Re\{-\dot{V}_{ST}\dot{I}_C^*\} = 562.48 \text{ W} \quad w = w_1 + w_2 = 1125 \text{ W}$$

ίδια τιμή με αυτή που υπολογίσαμε προηγουμένως.

2 Θέμα (4 μον.)

Συμμετρικό τριφασικό φορτίο σε δομή Δ συνδέεται σε δίκτυο θετικής διαδοχής φάσεων με πολική τάση μέτρου 380 V και συχνότητα 50 Hz. Η ολική πραγματική ισχύς που απορροφά το φορτίο είναι 1500 W και η γωνία του συντελεστού ισχύος είναι 30° σε υστέρηση (επαγωγικό φορτίο). Ποια είναι τα ρεύματα γραμμής (φάσορες) και η ανα φάση εμπέδηση του φορτίου Z; Με ποια πραγματικά στοιχεία μπορεί να υλοποιηθεί το φορτίο;

Υπόδειξη: Θεωρείστε $\dot{V}_{ab} = 380/\underline{0^\circ}$ V.



Λύση

Πραγματική ισχύ που καταναλώνει κάθε Z είναι $P = 1500/3 = 500$ W. Οπότε

$$P = V_{ab}I_{ab} \cos \phi \Rightarrow I_{ab} = 1.519 \text{ A}$$

$$Q = V_{ab}I_{ab} \sin \phi = 288.675 \text{ VAR}$$

$$\dot{S} = P + jQ = 577.35/\underline{30^\circ} \text{ VA}$$

$$\dot{S} = \dot{V}_{ab}\dot{I}_{ab}^* \Rightarrow \dot{I}_{ab} = \left(\frac{\dot{S}}{\dot{V}_{ab}}\right)^* = 1.519/\underline{-30^\circ} \text{ A} \quad \dot{I}_{bc} = \dot{I}_{ab}/\underline{-120^\circ} = 1.519/\underline{-150^\circ} \text{ A} \quad \dot{I}_{ca} = \dot{I}_{ab}/\underline{120^\circ} = 1.519/\underline{90^\circ} \text{ A}$$

$$\dot{I}_a = \sqrt{3}\dot{I}_{ab}/\underline{-30^\circ} = 2.632/\underline{-60^\circ} \text{ A} \quad \dot{I}_b = \sqrt{3}\dot{I}_{bc}/\underline{-30^\circ} = 2.632/\underline{-180^\circ} \text{ A} \quad \dot{I}_c = \sqrt{3}\dot{I}_{ca}/\underline{-30^\circ} = 2.632/\underline{60^\circ} \text{ A}$$

Εναλλακτικά $\dot{I}_a = \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca}$... με ίδια αποτελέσματα.

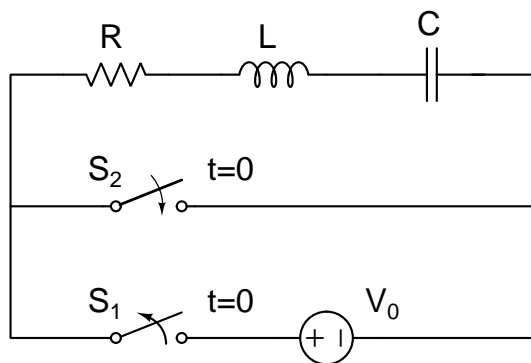
Έχουμε επίσης για κάθε φορτίο Z

$$Z = \frac{\dot{V}_{ab}}{\dot{I}_{ab}} = 216.6 + j125.05 = 250.1/\underline{30^\circ} \Omega$$

που μπορεί να υλοποιηθεί με ωμική αντίσταση $R = 216.6 \Omega$ σε σειρά με επαγωγή $L = 125.05/\omega = 0.398$ H.

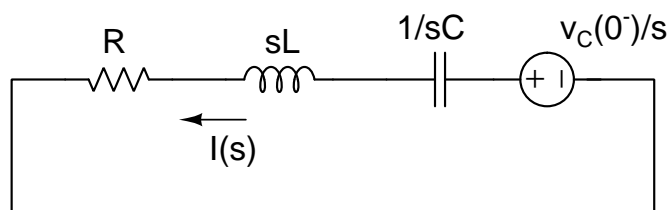
3 Θέμα (3 μον.)

Στο παρακάτω κύκλωμα για μεγάλο χρονικό διάστημα ο διακόπτης S_1 είναι κλειστός και ο διακόπτης S_2 ανοικτός. Την χρονική στιγμή $t = 0$, ο διακόπτης S_1 ανοίγει και ο S_2 κλείνει. Υπολογίστε το ρεύμα που κυκλοφορεί στην R για $t \geq 0$. Δίδονται: $V_0 = 10$ V, $R = 40 \Omega$, $L = 0.8$ H, $C = 0.01$ F, $\mathcal{L}[e^{-at}] = 1/(s+a)$.



Λύση

Το πηνίο στο συνεχές είναι βραχυκύκλωμα και ο πυκνωτής διακόπτης. Άρα $i_L(0^-) = 0$ και $v_C(0^-) = V_0 = 10$ V. Το κύκλωμα για $t \geq 0$ είναι



Επομένως

$$I(s) = \frac{v_C(0^-)/s}{R + sL + 1/(sC)} = \frac{v_C(0^-)}{Rs + s^2L + 1/C} = \frac{v_C(0^-)/L}{s^2 + (R/L)s + 1/(LC)} = \frac{12.5}{s^2 + 50s + 125}$$

Ο παρονομαστής έχει δυο πραγματικές ρίζες, $s_1 = -2.64$ και $s_2 = -47.36$, οπότε,

$$I(s) = \frac{12.5}{(s + 2.64)(s + 47.36)} = \frac{K_1}{s + 2.64} + \frac{K_2}{s + 47.36}$$

$$K_1 = \left. \frac{12.5}{s + 47.36} \right|_{s=s_1} = 0.2795$$

$$K_2 = \left. \frac{12.5}{s + 2.64} \right|_{s=s_2} = -0.2795$$

και για $t \geq 0$

$$I(s) = \frac{0.2795}{s + 2.64} - \frac{0.2795}{s + 47.36} \Rightarrow i(t) = 0.2795 \left[\exp(-2.64t) - \exp(-47.36t) \right] \text{ A}$$