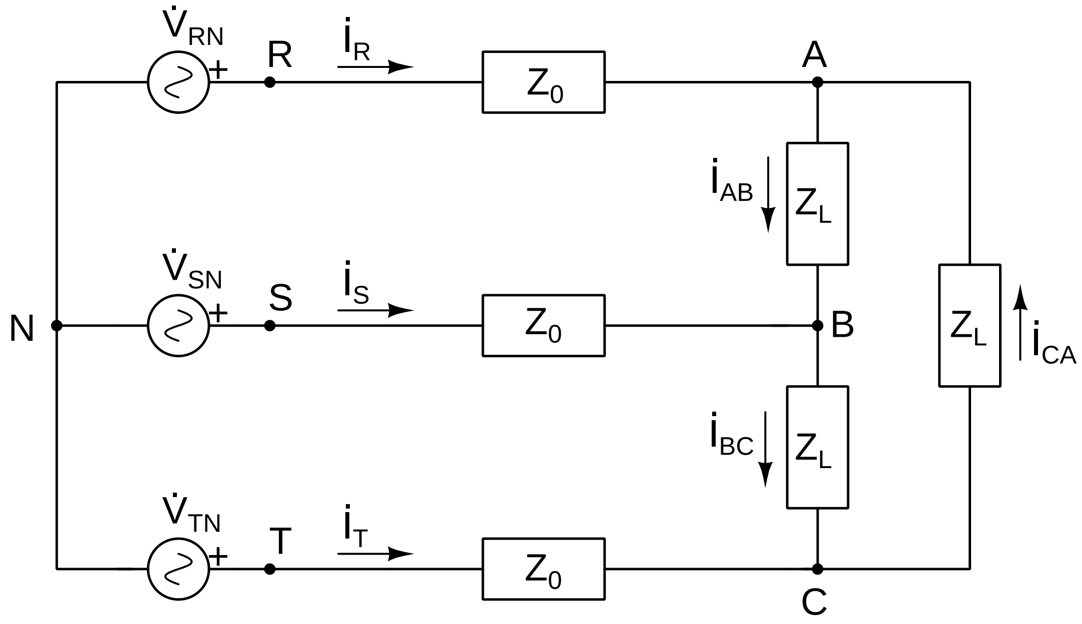
Ηλεκτρικά Κυκλώματα ΙΙ - Λύσεις

Διδάσκων: Δροσόπουλος Αναστάσιος

2024-07-04

1 Θέμα (4 μον.)

Στο παρακάτω κύκλωμα έχουμε αρνητική ακολουθία φάσεων με $\dot{V}_{SN} = 430\underline{/62^\circ}$ V, $Z_L = 36+j18\ \Omega$, $Z_0 = 2+j4\ \Omega$.



Να βρεθούν:

1. Ρεύματα γραμμής, κλαδικά ρεύματα και τάσεις στο φορτίο.
2. Μιγαδική, ενεργός και άεργος ισχύς στο φορτίο.
3. Τοποθετείστε βαττόμετρα (μέθοδος Aron) στο κύκλωμα για μέτρηση ενεργού ισχύος στο φορτίο και υπολογίστε ενδείξεις βαττομέτρων καθώς και την ενεργό ισχύ.
4. Συντελεστής ισχύος φορτίου.

Λύση

Εφόσον έχουμε αρνητική ακολουθία φάσεων

$$\dot{V}_{RN} = \dot{V}_{SN}\underline{/-120^\circ} = 430\underline{/-58^\circ}\ \text{V} \qquad \dot{V}_{SN} = 430\underline{/62^\circ}\ \text{V} \qquad \dot{V}_{TN} = \dot{V}_{SN}\underline{/120^\circ} = 430\underline{/-178^\circ}\ \text{V}$$

$$\dot{V}_{RS} = \dot{V}_{RN}\sqrt{3}\underline{/-30^\circ} = 774.8\underline{/-88^\circ}\ \text{V} \qquad \dot{V}_{ST} = \dot{V}_{RS}\underline{/120^\circ} = 774.8\underline{/32^\circ}\ \text{V} \qquad \dot{V}_{TR} = \dot{V}_{RS}\underline{/-120^\circ} = 774.8\underline{/152^\circ}\ \text{V}$$

Κύκλωμα συμμετρικό. Μετατρέπουμε φορτίο Δ σε Υ και έχουμε για κύκλωμα Υ-Υ συνολικό φορτίο στη κάθε γραμμή

$$Z = Z_0 + Z_L/3 = 14 + j10 = 17.2\underline{/35.5^\circ}\ \Omega$$

Από το πρώτο μονοφασικό κύκλωμα και τη διαδοχή φάσεων

$$\dot{I}_R = \frac{\dot{V}_{RN}}{Z} = 25\underline{/-93.5^\circ}\ \text{A} \qquad \dot{I}_S = \dot{I}_R\underline{/120^\circ} = 25\underline{/26.5^\circ}\ \text{A} \qquad \dot{I}_T = \dot{I}_R\underline{/-120^\circ} = 25\underline{/146.5^\circ}\ \text{A}$$

Εφόσον το κύκλωμα είναι συμμετρικό και η διαδοχή φάσεων αρνητική, τα κλαδικά ρεύματα στο φορτίο είναι

$$\dot{I}_{AB} = \frac{\dot{I}_R}{\sqrt{3}}\underline{/-30^\circ} = 14.4\underline{/-123.5^\circ}\ \text{A} \qquad \dot{I}_{BC} = \dot{I}_{AB}\underline{/120^\circ} = 14.4\underline{/-3.5^\circ}\ \text{A} \qquad \dot{I}_{CA} = \dot{I}_{AB}\underline{/-120^\circ} = 14.4\underline{/116.5^\circ}\ \text{A}$$

και οι τάσεις στο φορτίο

$$\dot{V}_{AB} = \dot{I}_{AB} Z_L = 580.8\angle{-97^\circ} \text{ V} \qquad \dot{V}_{BC} = \dot{V}_{AB}\angle{120^\circ} = 580.8\angle{23^\circ} \text{ V} \qquad \dot{V}_{CA} = \dot{V}_{AB}\angle{-120^\circ} = 580.8\angle{143^\circ} \text{ V}$$

Εναλλακτικά, από το αρχικό κύκλωμα και τον επάνω αριστερά βρόχο με κανόνα τάσεων Kirchhoff

$$\dot{V}_{AB} = \dot{V}_{RS} - (\dot{I}_R - \dot{I}_S) Z_0 = 580.8\angle{-97^\circ} \text{ V}$$

και από διαδοχή

$$\dot{V}_{BC} = \dot{V}_{AB}\angle{120^\circ} = 580.8\angle{23^\circ} \text{ V} \qquad \dot{V}_{CA} = \dot{V}_{AB}\angle{-120^\circ} = 580.8\angle{143^\circ} \text{ V}$$

Τα κλαδικά ρεύματα στο φορτίο είναι

$$\dot{I}_{AB} = \frac{\dot{V}_{AB}}{Z_L} = 14.4\angle{-123.5^\circ} \text{ A} \qquad \dot{I}_{BC} = \dot{I}_{AB}\angle{120^\circ} = 14.4\angle{-3.5^\circ} \text{ A} \qquad \dot{I}_{CA} = \dot{I}_{AB}\angle{-120^\circ} = 14.4\angle{116.5^\circ} \text{ A}$$

όπως και προηγουμένως.

Η μιγαδική ισχύς φορτίου είναι

$$\dot{S} = 3|\dot{I}_{AB}|^2 Z_L = 22487.8 + j11243.9 = 25142.2\angle{26.6^\circ} \text{ VA}$$

Ενεργός και άεργος φορτίου

$$P = \Re e\{\dot{S}\} = 22487.8 \text{ W} \qquad Q = \Im m\{\dot{S}\} = 11243.9 \text{ VAR}$$

Χρήση 2 βαττομέτρων (μέθοδος Aron) για το φορτίο (μεταξύ 1ης και 2ης και μεταξύ 3ης και 2ης γραμμής)

$$W_1 = \Re e\{\dot{V}_{AB}\dot{I}_R^*\} = 14489.8 \text{ W} \qquad W_2 = -\Re e\{\dot{V}_{BC}\dot{I}_T^*\} = 7998.1 \text{ W}$$

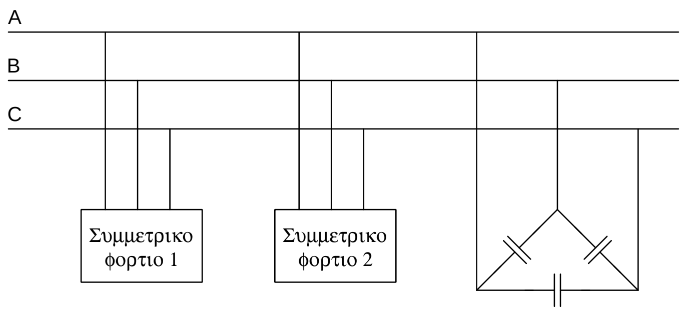
$$W = W_1 + W_2 = 22487.8 \text{ W}$$

Συντελεστής ισχύος φορτίου

$$\text{pf} = \cos\phi = \frac{P}{S} = 0.894$$

2 Θέμα (4 μον.)

Δυο συμμετρικά τριφασικά φορτία συνδέονται σε γραμμή 350 V, 60 Hz όπως φαίνεται στο σχήμα. Το φορτίο 1 απορροφά 14 kW με συντελεστή ισχύος 0.7 επαγωγικό και το φορτίο 2 απορροφά 20 kVAR με συντελεστή ισχύος 0.75 επαγωγικό. Παράλληλα στα φορτία συνδέεται συστοιχία πυκνωτών συνδεδεμένων σε Δ για αύξηση του συνολικού συντελεστή ισχύος σε 0.95 επαγωγικό. Να βρεθούν: το συνολικό ρεύμα γραμμής, η συνολική ενεργός και άεργος ισχύς του συνολικού φορτίου και η τιμή της χωρητικότητας κάθε πυκνωτή της συστοιχίας. Θεωρείστε θετική ακολουθία φάσεων.



Λύση

$V = 350$ V είναι το μέτρο της πολικής τάσης.

Για το φορτίο 1 η διαφορά φάσης μεταξύ τάσης και ρεύματος σε κάθε κλάδο είναι:

$$\phi_1 = \cos^{-1} 0.7 = 45.6^\circ$$

Η φαινομένη ισχύς για το φορτίο 1 (τρίγωνο ισχύος):

$$S_1 = \frac{P_1}{\cos\phi_1} = 20 \text{ kVA}$$

και η μιγαδική, πάλι για το φορτίο 1:

$$\dot{S}_1 = S_1\underline{/\phi_1} = 20\underline{/45.6^\circ} = 14 + j14.3 \text{ kVA}$$

Η $\dot{S}_1$ είναι η ολική μιγαδική ισχύς για το συμμετρικό φορτίο 1, άρα $\dot{S}_1 = 3\dot{V}_\varphi \dot{I}_1^*$ όπου $\dot{V}_\varphi$ η φασική τάση για ένα από τα τρία επιμέρους φορτία του ολικού φορτίου 1 και $\dot{I}_1$ το αντίστοιχο ρεύμα γραμμής. Οπότε η φαινομένη ισχύ για το φορτίο 1 είναι:

$$S_1 = 3V_\phi I_1 = 3\frac{V}{\sqrt{3}}I_1 = \sqrt{3}VI_1$$

Επομένως:

$$I_1 = \frac{S_1}{\sqrt{3}V} = 33 \text{ A} \Rightarrow \dot{I}_1 = I_1\underline{/-\phi_1} = 33\underline{/-45.6^\circ} \text{ A}$$

Το αρνητικό πρόσημο για την φάση ρεύματος βγαίνει από την $\phi_1 = \phi_{1v} - \phi_{1i} = 0 - \phi_{1i}$ αν θεωρήσουμε $\phi_{1v} = 0$.

Για το φορτίο 2:

$$\phi_2 = \cos^{-1} 0.75 = 41.4^\circ$$

$$S_2 = \frac{Q_2}{\sin\phi_2} = 30 \text{ kVA}$$

$$\dot{S}_2 = S_2\underline{/\phi_2} = 30\underline{/41.4^\circ} = 22.7 + j20 \text{ kVA}$$

$$I_2 = \frac{S_2}{\sqrt{3}V} = 49.9 \text{ A} \Rightarrow \dot{I}_2 = I_2\underline{/-\phi_2} = 49.9\underline{/-41.4^\circ} \text{ A}$$

Συνολικό ρεύμα γραμμής και συνολική μιγαδική ισχύς:

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = 82.8\underline{/-43.1^\circ} \text{ A}$$

$$\dot{S} = \dot{S}_1 + \dot{S}_2 = 36.7 + j34.3 = 50.2\underline{/43.1^\circ} \text{ kVA}$$

και η διαφορά φάσης για το συνολικό φορτίο 1 και 2 είναι $\phi = 43.1^\circ$.

Η συνολική ενεργός ισχύς είναι $P = \Re e\{\dot{S}\} = 36.7$ kW, η συνολική άεργος είναι $Q = \Im m\{\dot{S}\} = 34.3$ kVAR και η τελική γωνία του διορθωμένου συντελεστή ισχύος είναι $\phi' = \cos^{-1}(0.95) = 18.2^\circ$. Οπότε οι πυκνωτές πρέπει να παράγουν άεργο ισχύ

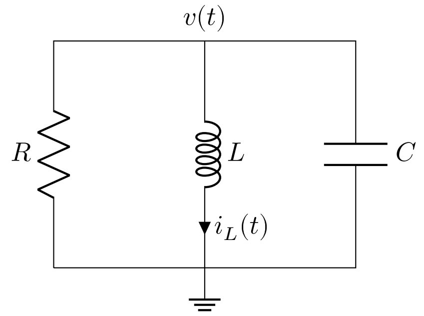
$$Q_c = P(\tan\phi - \tan\phi') = 22.2 \text{ kVAR}$$

Ο κάθε πυκνωτής παράγει $Q_{c1} = Q_c/3 = 7.4$ kVAR και η χωρητικότητά του είναι:

$$C = \frac{Q_{c1}}{\omega V^2} = 160.4 \text{ μF}$$

3 Θέμα (3 μον.)

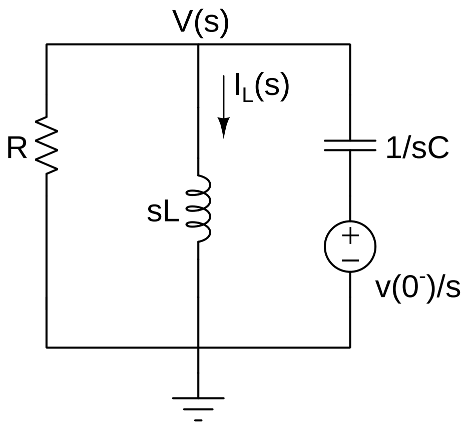
Στο παρακάτω κύκλωμα έχουμε $R = 3/8\ \Omega$, $L = 9.375$ mH, $C = 1/60$ F και αρχικές συνθήκες $v(0^-) = 25$ V, $i_L(0^-) = 0$ A. Να υπολογιστεί η τάση $v(t)$ για $t \geq 0$. Δίδονται: $\mathcal{L}[e^{-at}] = \dfrac{1}{s+a}$, $\mathcal{L}[te^{-at}] = \dfrac{1}{(s+a)^2}$.



Λύση

Με κομβική ανάλυση και λαμβάνοντας υπόψη τις αρχικές συνθήκες:

$$\frac{V}{R} + \frac{V}{sL} + \frac{V - v(0^-)/s}{1/sC} = 0 \Rightarrow V\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{sL} + sC\right) = Cv(0^-) \Rightarrow$$



$$V(s) = \frac{RL[v(0^-)Cs]}{RLCs^2 + Ls + R} = \frac{v(0^-)s}{s^2 + \dfrac{1}{RC}s + \dfrac{1}{LC}} = \frac{25s}{s^2 + 160s + 6400}$$

Το τριώνυμο του παρονομαστή έχει διπλή ρίζα $\rho = -80$. Οπότε

$$V(s) = \frac{25s}{(s+80)^2} = \frac{A}{(s+80)} + \frac{B}{(s+80)^2}$$

και

$$B = \Big(25s\Big)\Big|_{s=\rho} = -2000$$

$$A = \frac{d}{ds}\Big(25s\Big)\Big|_{s=\rho} = 25$$

$$v(t) = \exp(-80t)\Big[25 - 2000t\Big] \text{ V} \quad \text{για } t \geq 0$$