

# Ηλεκτρικά Κυκλώματα II

## Διάλεξη 10

Α. Δροσόπουλος

25-05-2023

- 1 Laplace**
- 2 Εισαγωγή στις Ηλεκτρικές Μετρήσεις
- 3 Μετρήσεις Ηλεκτρικών Μεγεθών

$$F(s) = \frac{10s}{s^2 + 2s + 5} = \frac{K_1}{s+1-j2} + \frac{K_1^*}{s+1+j2}$$

$$K_1 = \left. \frac{10s}{s+1+j2} \right|_{s=-1+j2} = \frac{10(-1+j2)}{-1+j2+1+j2} = 5.59 \angle 26.57^\circ$$

$$\therefore F(s) = \frac{5.59 \angle 26.57^\circ}{s+1-j2} + \frac{5.59 \angle -26.57^\circ}{s+1+j2}$$

$$\Rightarrow f(t) = 5.59 e^{j26.57^\circ} e^{-(1-j2)t} + 5.59 e^{-j26.57^\circ} e^{-(1+j2)t}$$

$$= 5.59 e^{-t} e^{j(2t+26.57^\circ)} + 5.59 e^{-t} e^{-j(2t+26.57^\circ)}$$

$$= 5.59 e^{-t} [\cos(2t+26.57^\circ) + j \sin(2t+26.57^\circ)]$$

$$+ 5.59 e^{-t} [\cos(2t+26.57^\circ) - j \sin(2t+26.57^\circ)]$$

$$= 2(5.59) e^{-t} \cos(2t+26.57^\circ)$$

**Σχήμα:** Παράδειγμα μερικών κλασμάτων με συζυγείς μιγαδικές ρίζες.

$$F(s) = \frac{5.59 \angle 26.57^\circ}{s + 1 - j2} + \frac{5.59 \angle -26.57^\circ}{s + 1 + j2}$$

$$f(t) = 2(5.59)e^{-t} \cos(2t + 26.57^\circ)$$

**Σχήμα:** Σημαντικό. Χρησιμοποιούμε τον όρο με αρνητικό φανταστικό μέρος.

$$F(s) = \frac{|K| \angle \theta}{s + a - jb} + \frac{|K| \angle -\theta}{s + a + jb}$$
$$\mathcal{L}^{-1}\{F(s)\} = f(t) = 2|K|e^{-at} \cos(bt + \theta)$$

**Σχήμα:** Και η γενική σχέση.

- Επιπλέον ασκήσεις. Laplace n1 ασκ 6.2-6.5.

$$\textcircled{F} \quad I_0 = \frac{13-2s^2}{(s+2)(2s^2+2s+3)} = \frac{A}{s+2} + \frac{K}{s+\frac{1}{2}-j\frac{\sqrt{5}}{2}} + \frac{K^*}{s+\frac{1}{2}+j\frac{\sqrt{5}}{2}}$$

$$s_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4-4 \cdot 2 \cdot 3}}{4} = \frac{-2 \pm \sqrt{-20}}{4} = -\frac{1}{2} \pm j \sqrt{\frac{20}{16}} = -\frac{1}{2} \pm j \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$A = \frac{13-2s^2}{2s^2+2s+3} \Big|_{s=-2} = 0,7143 \quad \frac{\sqrt{5}}{2} = 1,118$$

$$K = \frac{13-2s^2}{2(s+2)(s-s_2)} \Big|_{s=s_1} = \frac{3,625 \angle -118,2^\circ}{2} = 1,8125 \angle -118,2^\circ$$

$$i_0(t) = 0,7143 e^{-2t} + \frac{3,625}{2} e^{-t/2} \cos(1,118t - 118,2^\circ)$$

für Addition der Systeme

$$\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$$

$$\begin{aligned} \cos(1,118t - 118,2^\circ) &= \cos(1,118t) \cdot \cos(118,2^\circ) + \sin(1,118t) \sin(118,2^\circ) \\ &= -0,4726 \cos(1,118t) + 0,8813 \sin(1,118t) \end{aligned}$$

oder

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \cdot 7,251 \left[ -0,4726 \cos(1,118t) + 0,8813 \sin(1,118t) \right] &= \\ = \frac{-3,426}{2} \cos(1,118t) + \frac{6,390}{2} \sin(1,118t) &= \\ = -1,713 \cos(1,118t) + 3,195 \sin(1,118t) &= \end{aligned}$$

(II)

$$I_{b1} = \frac{2s}{(s+1)(s^2+1)} \quad I_{b2} = \frac{4}{s(s^2+1)}$$

$$I_b = \frac{2(2+2s+s^2)}{s(s+1)(s^2+1)} = \frac{2(2+2s+s^2)}{s(s+1)(s-j)(s+j)}$$

$$= \frac{A}{s} + \frac{B}{s+1} + \frac{K}{s-j} + \frac{K^*}{s+j}$$

$$A = \frac{2(2+2s+s^2)}{(s+1)(s^2+1)} \Big|_{s=0} = 4$$

$$B = \frac{2(2+2s+s^2)}{s(s^2+1)} \Big|_{s=-1} = -1$$

$$K = \frac{2(2+2s+s^2)}{s(s+1)(s+j)} \Big|_{s=j} = -1.5 - j0.5 = 1.581 \angle -161.6^\circ$$

$$i_o(t) = 4 - e^{-t} + 3.162 \cos(t - 161.6^\circ)$$

$$\cos t \cdot \cos(161.6^\circ) + \sin t \cdot \sin(161.6^\circ) =$$

$$= -0.949 \cos t + 0.316 \sin t$$

$$\underline{t710} \quad i_o(t) = 4 - e^{-t} - 3 \cos t + 0.998 \sin t$$

(0.998) is opposite



III

$$V = \frac{2(96 + 25s + 6s^2 + s^3)}{(s+3)^2(s^2+4^2)} = \frac{2(96 + 25s + 6s^2 + s^3)}{(s+3)^2(s+j4)(s-j4)}$$

$$= \frac{A}{s+3} + \frac{B}{(s+3)^2} + \frac{K}{s-j4} + \frac{K^*}{s+j4}$$

$$B = \frac{2(96 + 25s + 6s^2 + s^3)}{(s^2+4^2)} \Big|_{s=-3} = 3.84$$

$$A = \frac{d}{ds} \left[ \frac{2(96 + 25s + 6s^2 + s^3)}{(s^2+4^2)} \right]_{s=-3} = 2.2016$$

$$K = \frac{2(96 + 25s + 6s^2 + s^3)}{(s+3)^2(s+j4)} \Big|_{s=j4} = 0.36 \angle -106.26^\circ$$

$$v(t) = 2.2 e^{-3t} + 3.84 t e^{-3t} + 0.72 \cos(4t - 106.26^\circ)$$

$$0.72 \cos(4t - 106.26^\circ) = 0.72 [\cos 4t \cos(106.26^\circ) + \sin 4t \sin(106.26^\circ)]$$

$$= -0.2 \cos 4t + 0.691 \sin 4t$$

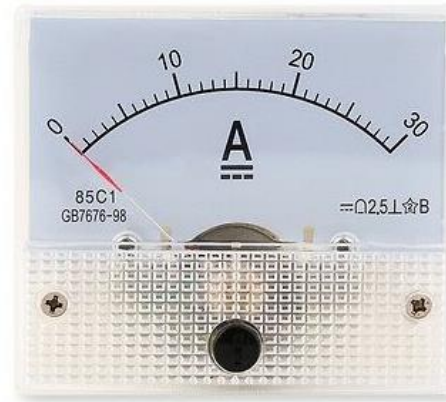
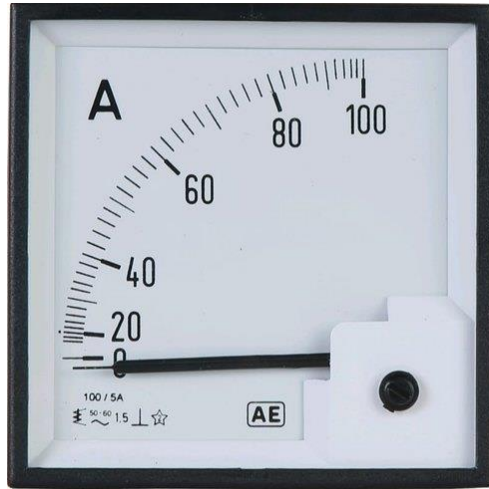
- 1 Laplace
- 2 Εισαγωγή στις Ηλεκτρικές Μετρήσεις**
- 3 Μετρήσεις Ηλεκτρικών Μεγεθών

# Εισαγωγή

- Μέτρηση ονομάζουμε την σύγκριση ενός μεγέθους (μήκους, ρεύματος κλπ.) με ένα άλλο ομοειδές μέγεθος, το οποίο κατά σύμβαση έχει οριστεί ως μονάδα. Για κάθε μέγεθος υπάρχει και η αντίστοιχη μονάδα μέτρησης.

# Διάκριση οργάνων μέτρησης

- Όργανα για AC ή DC ή και τα δύο



- Πίνακα ή φορητά



# Διάκριση οργάνων μέτρησης

- Διάκριση με βάση τον τρόπο που παρουσιάζεται η τιμή
  - Ενδεικτικά



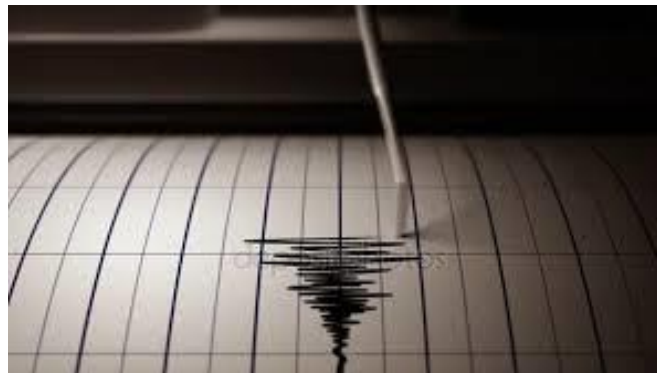


# Διάκριση οργάνων μέτρησης

➤ Αθροιστικά

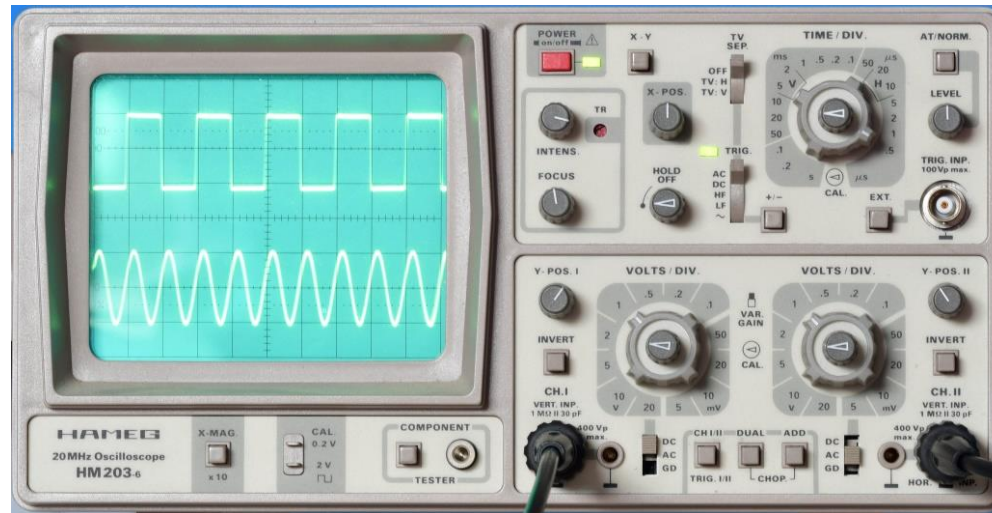


➤ Καταγραφικά



# Διάκριση οργάνων μέτρησης

## ➤ Παλμογράφος





# Εισαγωγή

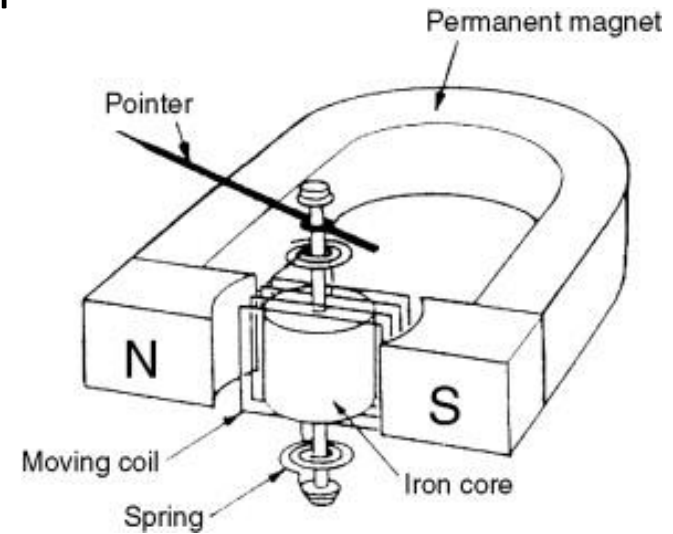
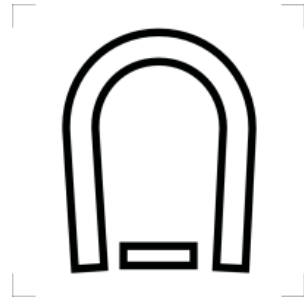
- Ψηφιακά – Αναλογικά:
  - Τα ψηφιακά όργανα διαθέτουν αισθητήρες και μετατρέπουν το μετρούμενο μέγεθος σε ηλεκτρικό σήμα, το οποίο ενεργοποιεί τη μονάδα απεικόνισης. Δεν έχουν κινούμενα μέρη και επομένως δεν υφίστανται σημαντικές φθορές. Παρουσιάζουν την τιμή με άμεσο τρόπο χωρίς να χρειάζεται κάποιου είδους υπολογισμός. Δείχνουν θετικές να αρνητικές τιμές. Συχνά παρέχουν τη δυνατότητα αυτόματης επιλογής κλίμακας. Παρέχουν δυνατότητες τηλεεποπτείας και σύνδεσης με Η/Υ. Παρέχουν ταχύτητα στη μέτρηση και αποφεύγονται υποκειμενικά σφάλματα όπως τα σφάλματα παράλλαξης.
  - Τα αναλογικά όργανα είναι συχνά πιο κατάλληλα για περιβάλλοντα με αντίξοες συνθήκες όπως στη βιομηχανία. Δίνουν τη δυνατότητα παρακολούθησης της μεταβολής μιας μετρούμενης τιμής και διευκολύνουν στην εκτίμηση της απόστασης μιας τιμής από το μέγιστο της κλίμακας του οργάνου ή από κάποιο προκαθορισμένο όριο (αυτές τις δυνατότητες πλέον τις παρέχουν και κάποια ψηφιακά).

# Διάκριση οργάνων μέτρησης

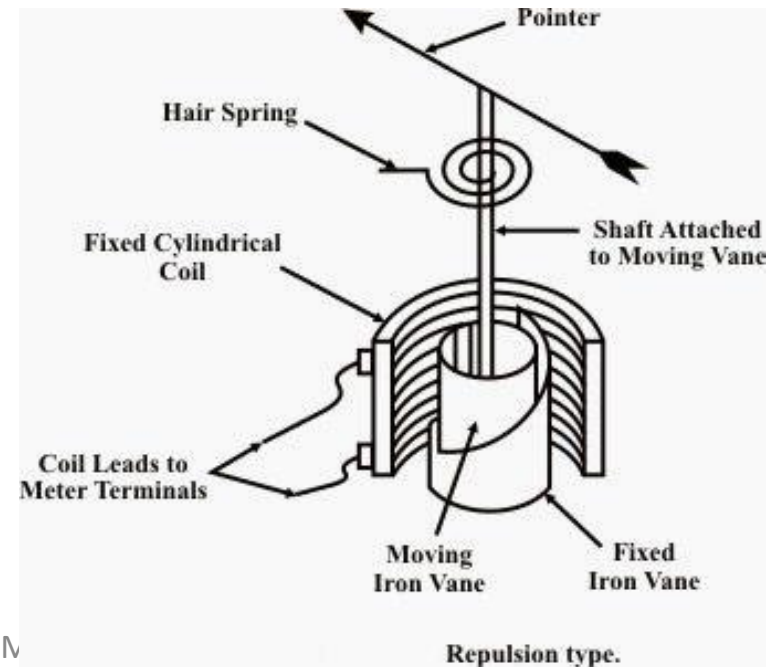
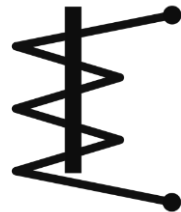
- Διάκριση ως προς την αρχή λειτουργίας
  - Ηλεκτρομαγνητικά
  - Ηλεκτροστατικά
  - Θερμικά
  - Ηλεκτροχημικά
  - Ηλεκτρονικά

# Ηλεκτρομαγνητικά όργανα μέτρησης

- Όργανα κινητού πηνίου-σταθερού μαγνήτη:



- Όργανα κινητού σιδήρου:

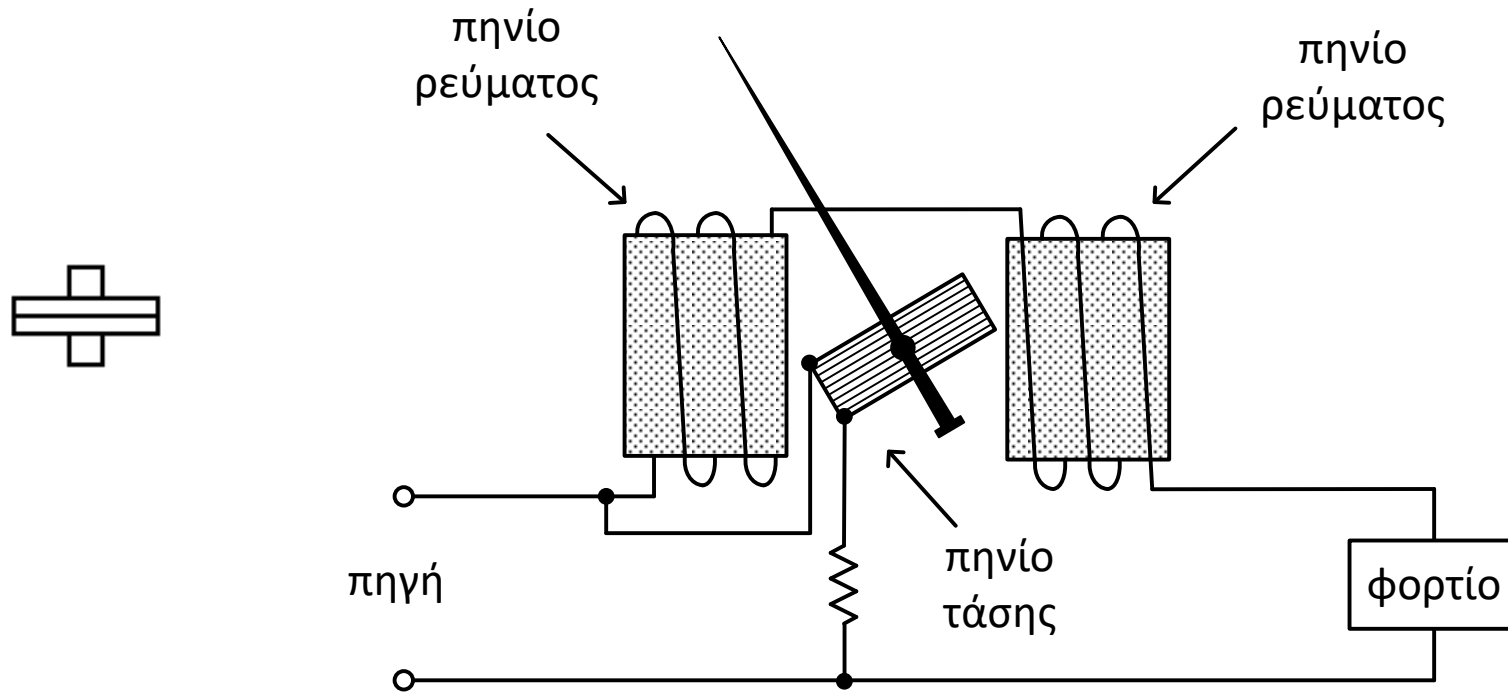


# Ηλεκτρομαγνητικά όργανα μέτρησης

- Τα όργανα μόνιμου μαγνήτη-κινητού πηνίου βασίζονται στη δύναμη που ασκείται σε πηνίο όταν αυτό διαρρέεται από ρεύμα ενώ βρίσκεται εντός του πεδίου μόνιμου μαγνήτη. Η βελόνα που συνδέεται με το πηνίο αποκλίνει επάνω στην κλίμακα ανάλογα με το επίπεδο του ρεύματος στο πηνίο. Πρόκειται για dc αμπερόμετρα τα οποία με κατάλληλες αντιστάσεις σε σειρά με το πηνίο μπορεί να λειτουργήσουν και ως βολτόμετρα. Για τη δημιουργία ac αμπερομέτρων και βολτομέτρων μπορούν να χρησιμοποιηθούν ανορθωτικές διατάξεις.
- Το όργανο κινητού σιδήρου γενικά χρησιμοποιούνται για τη μέτρηση ac τάσεων και ρευμάτων. Σε αυτά η κίνηση οφείλεται στη δύναμη που ασκείται στον πυρήνα μαλακού σιδήρου λόγω του μαγνητικού πεδίου που δημιουργείται από το ρεύμα που διαρρέει το πηνίο. Αν πρόκειται για βολτόμετρο πρέπει το πηνίο που διαρρέεται από το ρεύμα να έχει μεγάλη αντίσταση άρα πολλές σπείρες ενώ αν πρόκειται για αμπερόμετρο πολύ μικρή αντίσταση άρα λίγες σπείρες.

# Ηλεκτρομαγνητικά όργανα μέτρησης

- Ηλεκτροδυναμικά όργανα:



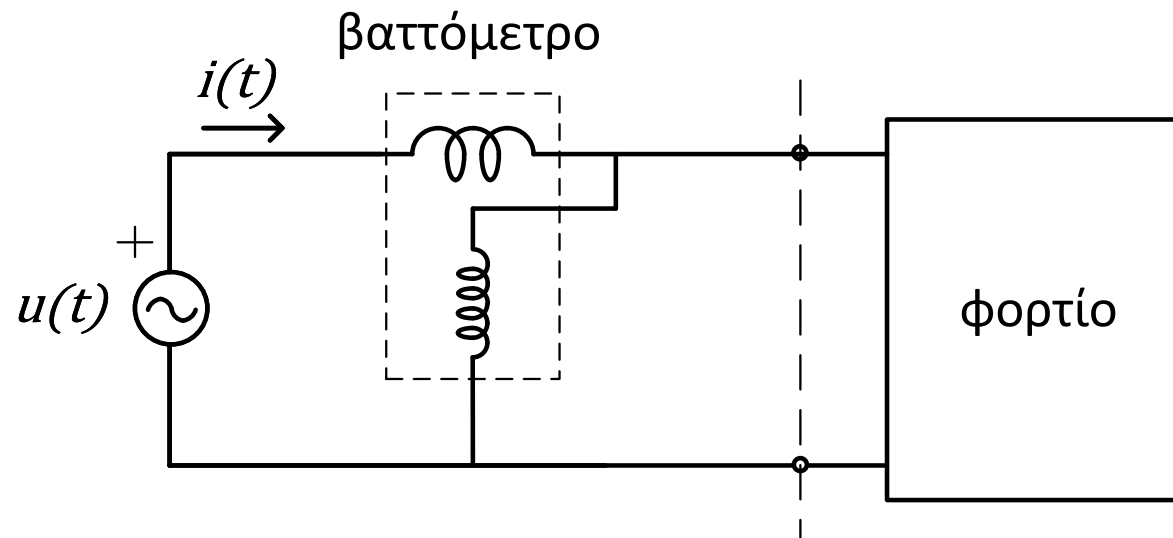
- Η αρχή λειτουργίας τους είναι παρόμοια μόνο που βασίζεται σε σταθερά πηνία αντί για μόνιμο μαγνήτη και έχουν πηνίο έντασης και τάσης. Η βασική τους χρήση είναι ως βαττόμετρα.

# Ηλεκτρομαγνητικά όργανα μέτρησης

- Η λειτουργία του οργάνου βασίζεται στην αλληλεπίδραση των ηλεκτρομαγνητικών πεδίων των δύο πηνίων όταν αυτά διαρρέονται από ρεύμα. Εφόσον το σταθερό πηνίο συνδέεται σε σειρά με το φορτίο, το πεδίο που δημιουργείται όταν διαρρέεται από ρεύμα είναι ανάλογο του ρεύματος του φορτίου. Το κινητό μέρος συνδέεται παράλληλα με το φορτίο και λόγω της μεγάλης ωμικής αντίστασης που παρουσιάζει το ρεύμα του είναι σχεδόν συμφασικό με την τάση του φορτίου. Όταν λοιπόν τροφοδοτείται από την τάση του φορτίου το πεδίο που δημιουργείται είναι ανάλογο με την τάση αυτή. Λόγω αλληλεπίδρασης μεταξύ των δύο πεδίων όταν τα πηνία διαρρέονται από ρεύμα το κινητό μέρος που φέρει τη βελόνα υφίσταται ροπή στρέψης που είναι ανάλογη του γινομένου των ρευμάτων των πηνίων και επομένως του γινομένου  $u(t)i(t)$ . Δηλαδή το κινητό μέρος τείνει να στραφεί κατά μία γωνία ανάλογη της στιγμιαίας ισχύος. Λόγω αδράνειας των κινουμένων μερών τελικά η απόκλιση της βελόνας είναι ανάλογη της μέσης τιμής του γινομένου  $u(t)i(t)$ , δηλαδή της ενεργού ισχύος.

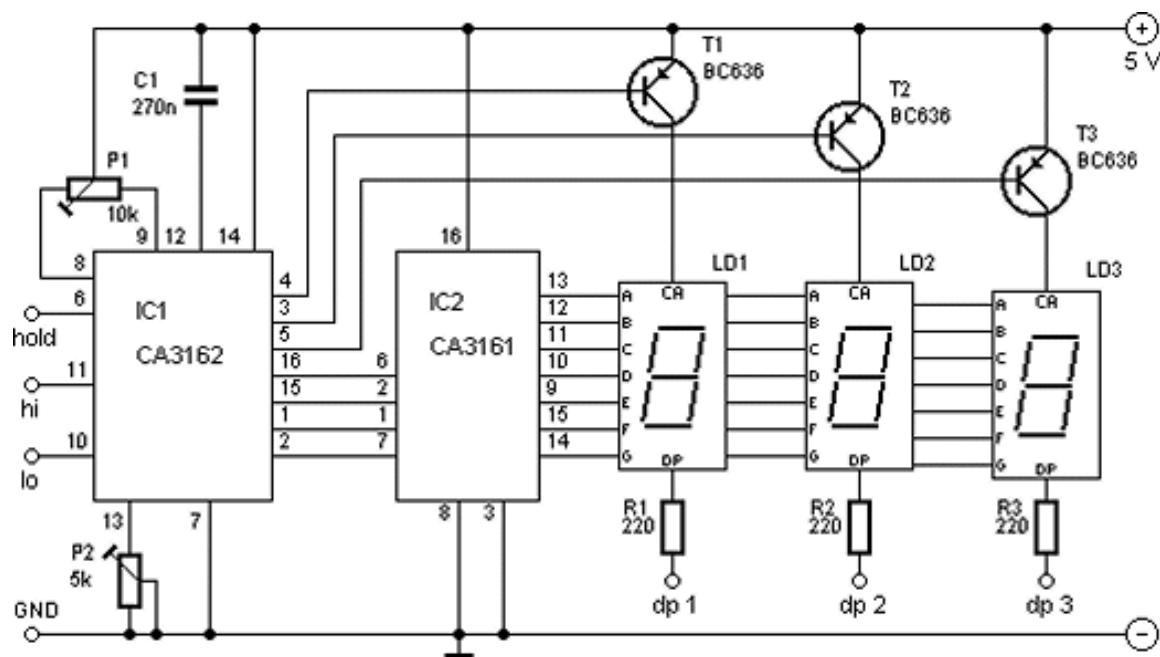
# Ηλεκτρομαγνητικά όργανα μέτρησης

- Όπως προκύπτει από τα παραπάνω, το βαττόμετρο θα πρέπει να διαθέτει δύο ζεύγη ακροδεκτών, ένα για το πηνίο τάσης και ένα για το πηνίο έντασης.
- Συνδέεται στο κύκλωμα όπως φαίνεται παρακάτω.



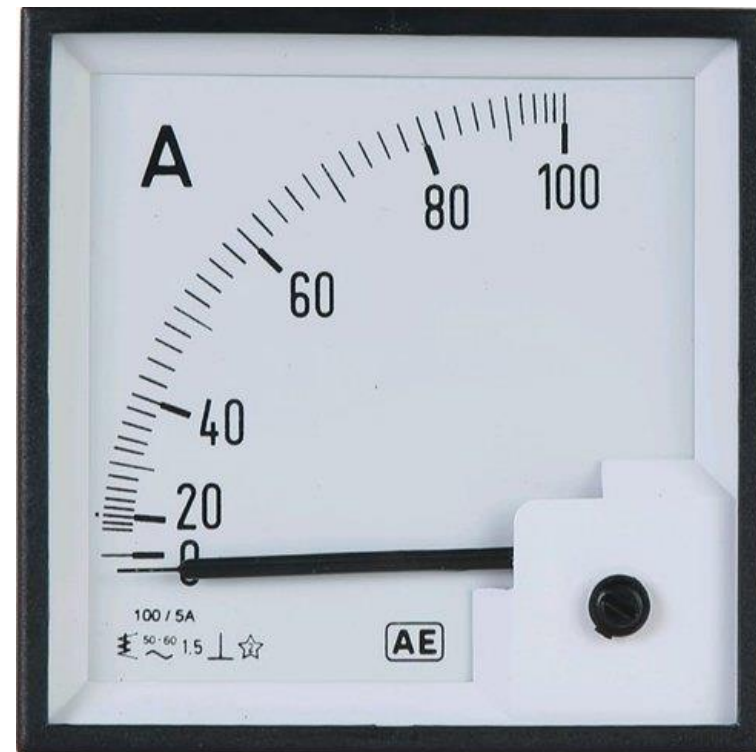
- Επειδή ένας ακροδέκτης από κάθε πηνίο συνδέεται στο ίδιο σημείο είναι δυνατό το βαττόμετρο να διαθέτει μόνο τρεις ακροδέκτες και το κοινό σημείο σύνδεσης των δύο πηνίων να υπάρχει στο εσωτερικό του οργάνου.

# Ηλεκτρονικά όργανα μέτρησης





# Κλίμακες οργάνων μέτρησης

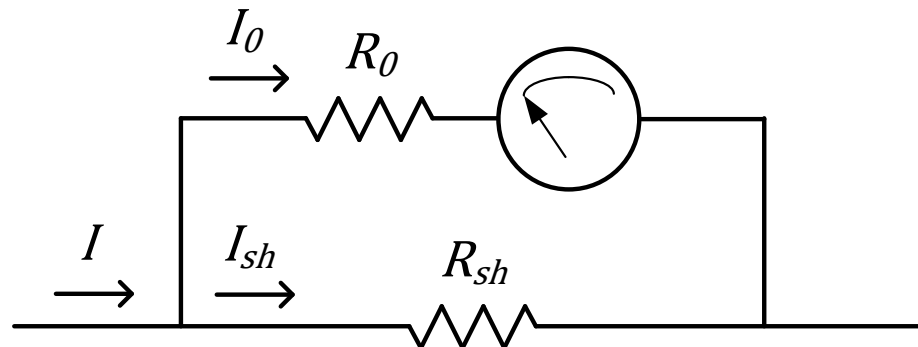


# Κλίμακες οργάνων μέτρησης

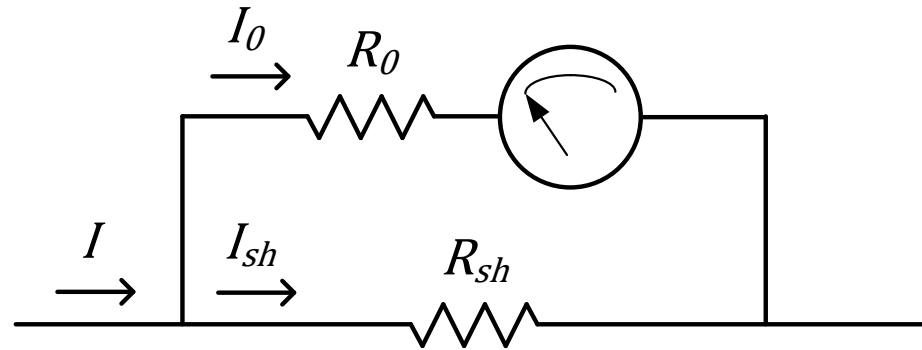


# Επέκταση κλίμακας οργάνου

- Ένα αμπερόμετρο συνδέεται πάντα σε σειρά με ένα στοιχείο του οποίου το ρεύμα θέλουμε να μετρήσουμε. Για να μην επηρεάζει το αμπερόμετρο το ίδιο το ρεύμα που μετράει πρέπει να έχει πολύ χαμηλή αντίσταση.
- Ένα αμπερόμετρο αντέχει συγκεκριμένη τιμή ρεύματος.
- Για μεγαλύτερα ρεύματα πρέπει να τροποποιηθεί έτσι ώστε μέρος του ρεύματος να περνάει από διαφορετική διαδρομή και όχι από το πηνίο του οργάνου.
- Στην ανάλυση που ακολουθεί ονομάζουμε βασικό όργανο το αμπερόμετρο του οποίου την κλίμακα πρέπει να επεκτείνουμε.
- Έστω  $R_0$  η εσωτερική αντίσταση του βασικού οργάνου λόγω της αντίστασης του πηνίου. Συνδέουμε μια αντίσταση πολύ χαμηλής τιμής  $R_{sh}$  παράλληλα στο πηνίο:



# Επέκταση κλίμακας οργάνου



- Έστω ότι το μέγιστο ρεύμα που μπορεί να αντέξει το όργανο είναι  $I_0$  και το ρεύμα  $I$  που θέλουμε να μετρήσει μπορεί να είναι έως και  $\lambda$  φορές το ρεύμα αυτό.
- Για να μην καταστρέψουμε το όργανο η αντίσταση που θα συνδέσουμε παράλληλα πρέπει να διαρρέεται από ρεύμα

$$I - I_0 = \lambda I_0 - I_0 = (\lambda - 1)I_0$$

- Αφού η παράλληλη αντίσταση και το αμπερόμετρο έχουν την ίδια τάση:

$$R_0 I_0 = R_{sh} (\lambda - 1) I_0$$

- Άρα πρέπει η παράλληλη αντίσταση να έχει τιμή

$$R_{sh} = \frac{R_0}{\lambda - 1}$$

# Παράδειγμα 1

- Διαθέτουμε βασικό όργανο με  $I_0 = 100 \mu\text{A}$  και εσωτερική αντίσταση  $10 \Omega$ .  
Να βρεθεί η αντίσταση που πρέπει να συνδεθεί παράλληλα για να μετατραπεί σε αμπερόμετρο με μέγιστο κλίμακας α)  $100 \text{ mA}$ , β)  $1 \text{ A}$ .

Απάντηση:

α)

$$\lambda = \frac{I}{I_0} = \frac{100 \text{ mA}}{100 \mu\text{A}} = 1000$$

$$R_{sh} = \frac{R_0}{\lambda - 1} = \frac{10 \Omega}{999} = 0.01 \Omega$$

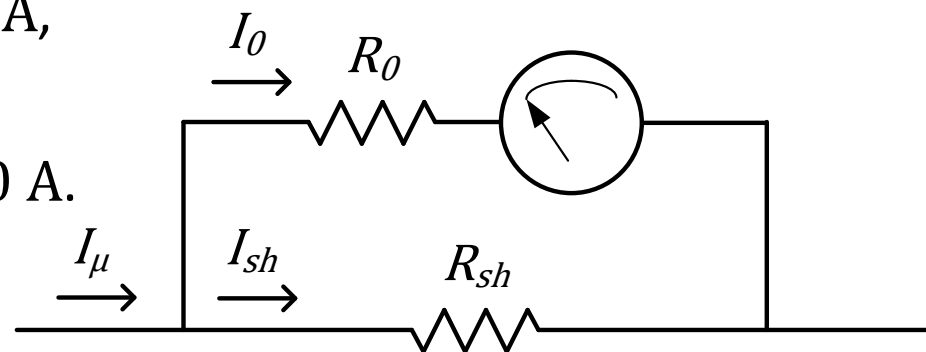
β)

$$\lambda = \frac{I}{I_0} = \frac{1 \text{ A}}{100 \mu\text{A}} = 10000$$

$$R_{sh} = \frac{R_0}{\lambda - 1} = \frac{10 \Omega}{9999} = 0.001 \Omega$$

## Παράδειγμα 2

- Διαθέτουμε βασικό όργανο με  $I_0 = 100 \text{ mA}$ ,  $R_0 = 1.5 \text{ } \Omega$  και θέλουμε να μετρήσουμε ρεύμα το οποίο μπορεί να φθάνει μέχρι  $10 \text{ A}$ . Να βρεθεί η αντίσταση που πρέπει να χρησιμοποιήσουμε.



Απάντηση:

- Πρέπει να συνδεθεί αντίσταση παράλληλα με τιμή μικρότερη από

$$\frac{R_0}{\lambda - 1} = \frac{R_0}{\frac{I_\mu}{I_{0,max}} - 1} = \frac{1.5}{\frac{10}{0.1} - 1} = \frac{1.5}{100 - 1} = 0.015 \text{ } \Omega$$

- Αν επιλέξουμε

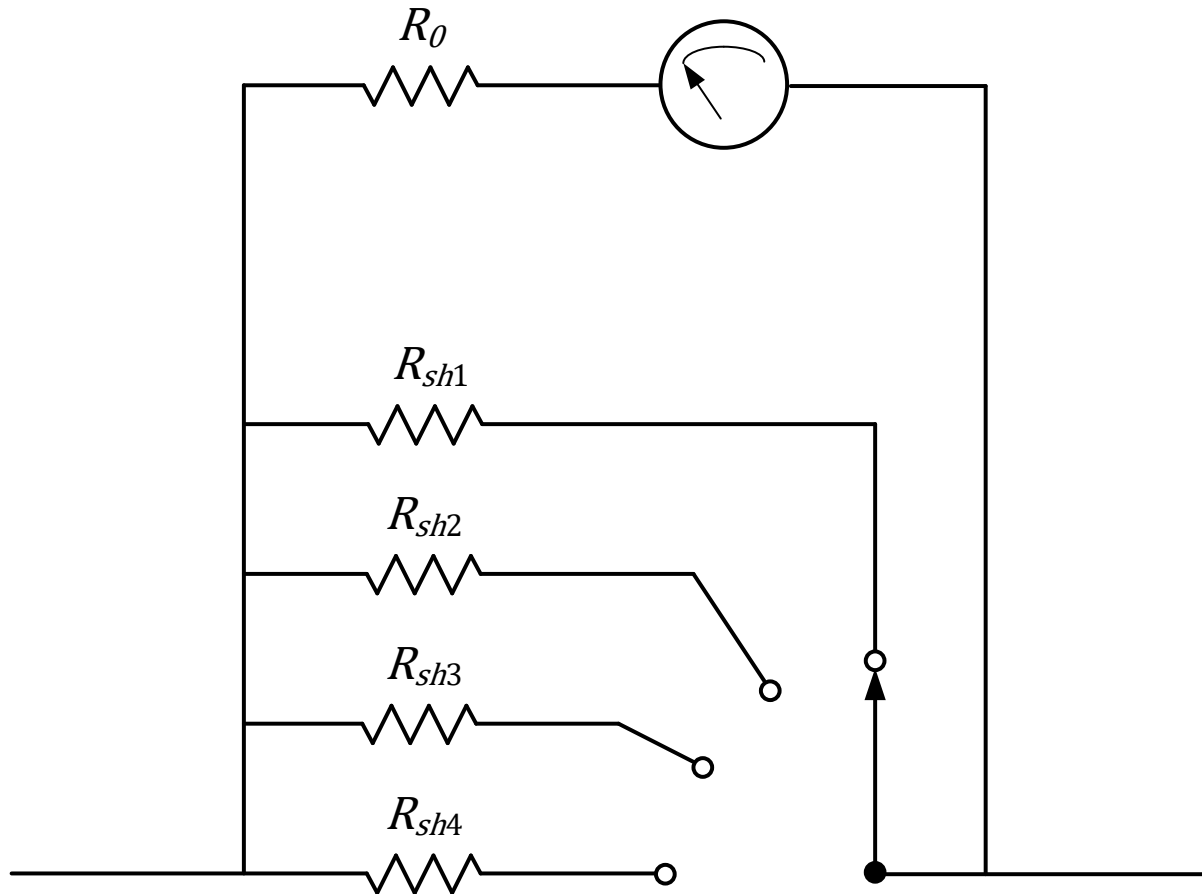
$$R_{sh} = 0.014 < 0.015 \text{ } \Omega$$

τότε, όταν το ρεύμα που μετρά η διάταξη είναι  $10 \text{ A}$ , μέσω του αμπερομέτρου θα ρέει στην πραγματικότητα ρεύμα:

$$I_0 = I_\mu \frac{R_{sh}}{R_{sh} + R_0} = 92 \text{ mA}$$

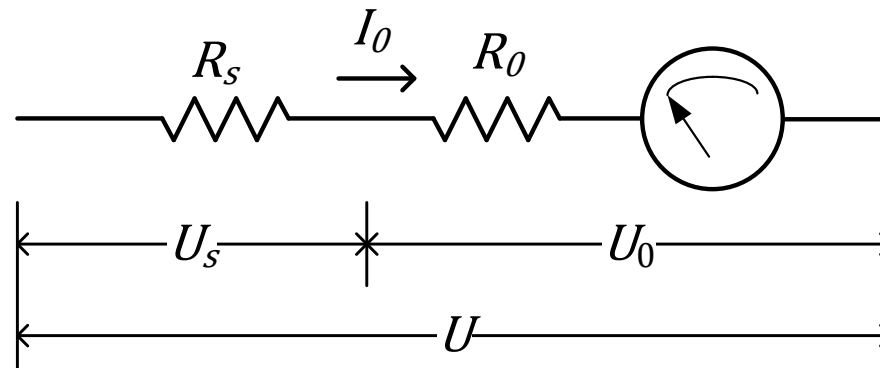
# Επέκταση κλίμακας οργάνου

- Υπάρχει δυνατότητα το αμπερόμετρο να διαθέτει πολλές κλίμακες.



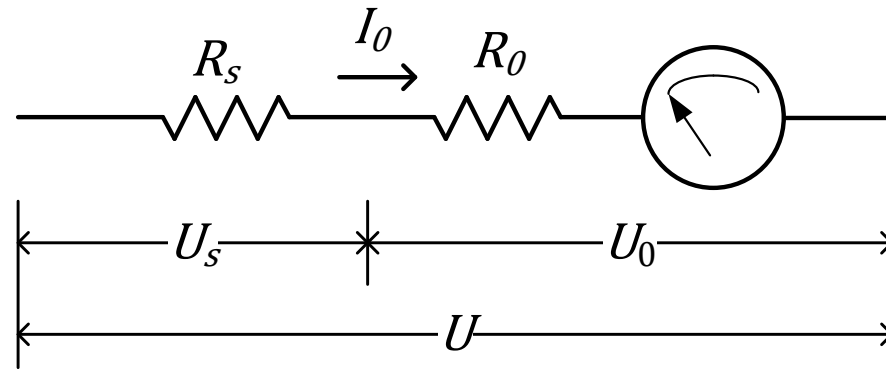
# Επέκταση κλίμακας οργάνου

- Η απόκλιση της βελόνας του οργάνου είναι ανάλογη του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο. Το ρεύμα είναι ανάλογο της τάσης κατά μήκος του πηνίου. Η κλίμακά του επομένως θα μπορούσε να δείχνει τάση.
- Αν  $I_0$  είναι το μέγιστο ρεύμα που αντέχει και  $R_0$  η εσωτερική του αντίσταση τότε η μέγιστη τάση που αντέχει είναι  $U_0 = I_0 R_0$ .
- Χρειάζεται επιπλέον αντίσταση σε σειρά αλλιώς το όργανο θα μετρούσε μόνο πολύ μικρές τάσεις χωρίς να καταστραφεί.





# Επέκταση κλίμακας οργάνου



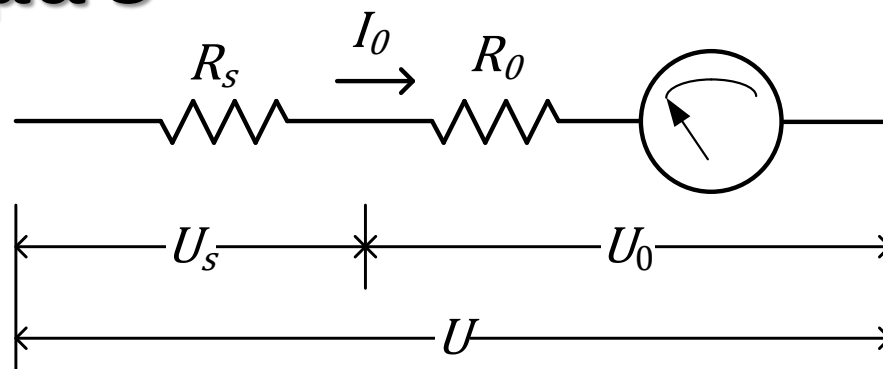
- Έστω ότι η μέγιστη τάση που αντέχει το όργανο είναι  $U_0$  και γνωρίζουμε ότι το μέγιστο της κλίμακας του νέου οργάνου που θέλουμε να κατασκευάσουμε είναι  $U = \lambda U_0$ .
- Υπολογίζουμε την αντίσταση  $R_s$  που απαιτείται να συνδεθεί σε σειρά ως εξής:

$$\frac{U_0}{U} = \frac{R_0}{R_0 + R_s} \Rightarrow \frac{U_0}{\lambda U_0} = \frac{R_0}{R_0 + R_s} \Rightarrow R_0 + R_s = \lambda R_0$$

$$\Rightarrow R_s = (\lambda - 1)R_0$$

# Παράδειγμα 3

- Διαθέτουμε βασικό όργανο με  $I_0 = 80 \text{ mA}$ ,  $R_0 = 1.5 \Omega$  και θέλουμε να μετρήσουμε τάση η οποία μπορεί να είναι μέχρι και  $500 \text{ V}$ . Να βρεθεί η αντίσταση που πρέπει να χρησιμοποιήσουμε.



Απάντηση:

- Πρέπει να συνδεθεί αντίσταση σε σειρά με τιμή μεγαλύτερη από

$$R_0(\lambda - 1) = R_0 \left( \frac{U_\mu}{U_{0,max}} - 1 \right) = 1.5 \left( \frac{500}{0.08 \cdot 1.5} - 1 \right) = 6248.5 \Omega$$

- Αν επιλέξουμε

$$R_s = 6500 \Omega > 6248.5 \Omega$$

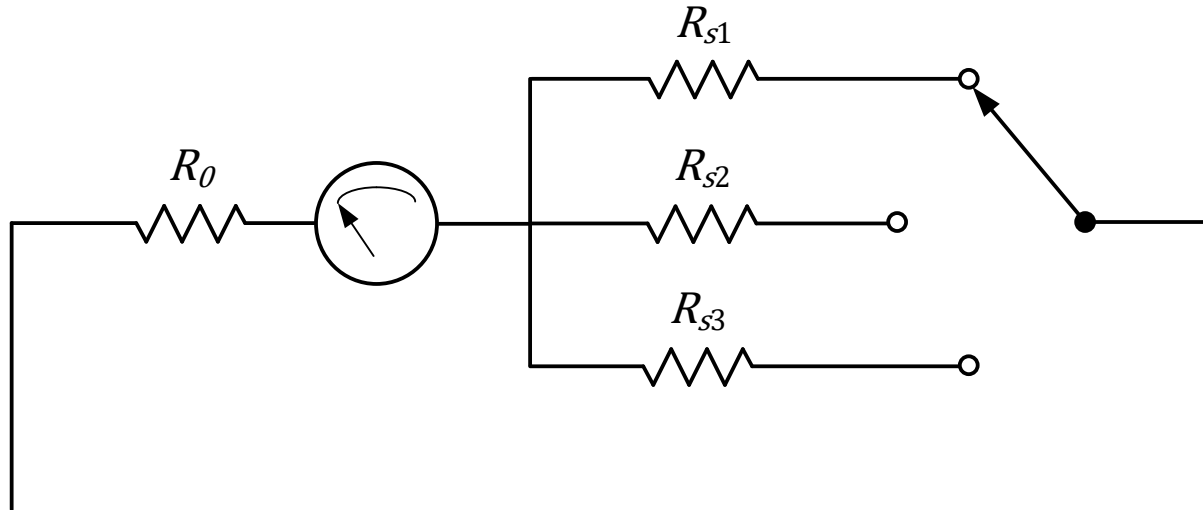
τότε η τάση στο βασικό όργανο θα είναι

$$U_0 = U \frac{R_0}{R_s + R_0} = 0.115 \text{ V} < I_0 R_0 = 0.120 \text{ V}$$

- Δηλαδή μικρότερη από τη μέγιστη που αντέχει.

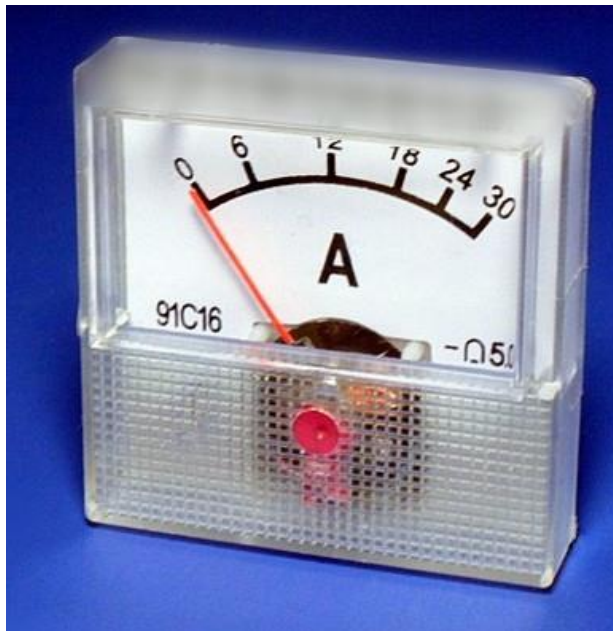
# Επέκταση κλίμακας οργάνου

- Υπάρχει δυνατότητα το βολτόμετρο να διαθέτει πολλές κλίμακες.



# Χαρακτηριστικά οργάνων μέτρησης

- Διακριτική ικανότητα (resolution) είναι η ελάχιστη μείωση ή αύξηση του μετρούμενου μεγέθους που μπορεί να αναγνωρισθεί από το μετρητικό όργανο. Σε αναλογικά όργανα αντιστοιχεί γενικά στην ελάχιστη απόσταση μεταξύ δύο υποδιαίρέσεων της βαθμονομημένης κλίμακας. Στα ψηφιακά όργανα η διακριτική ικανότητα αντιστοιχεί στην μοναδιαία τιμή του τελευταίου ψηφίου.



- Εύρος μέτρησης (range) είναι η διαφορά μεταξύ της μεγαλύτερης και της μικρότερης τιμής που είναι δυνατόν να μετρηθούν με το συγκεκριμένο όργανο.

# Χαρακτηριστικά οργάνων μέτρησης

- Ευαισθησία (sensitivity) είναι ο λόγος της μεταβολής της ένδειξης του οργάνου προς τη μεταβολή του μετρούμενου μεγέθους.
- Ακρίβεια (accuracy): Είναι η απόκλιση της τιμής που δίνει το όργανο μέτρησης από την πραγματική τιμή του μετρούμενου μεγέθους (η οποία βέβαια δεν είναι γνωστή).
  - Η τιμή της ορίζεται ως ποσοστό του μέγιστου εύρους της κλίμακας.
  - Ουσιαστικά αποτελεί μέτρο του μέγιστου εύρους των σφαλμάτων στις ενδείξεις ενός οργάνου.
- Πιστότητα (precision): Η δυνατότητα ενός οργάνου να παραμένει ανεπηρέαστο από τυχαία σφάλματα.
  - Αν ληφθεί μεγάλος αριθμός μετρήσεων του ίδιου μεγέθους με όργανο μεγάλης πιστότητας η διασπορά των τιμών θα είναι πολύ μικρή.
  - Ένα όργανο μεγάλης πιστότητας δεν σημαίνει απαραίτητα ότι είναι υψηλής ακρίβειας. Συνήθως ένα όργανο υψηλής πιστότητας παρουσιάζει χαμηλή ακρίβεια λόγω εισαγωγής συστηματικού σφάλματος.

# Σφάλματα μετρήσεων

- Κανένα όργανο δεν είναι απολύτως ακριβές. Είναι σημαντικό να γνωρίζει κανείς πώς προκύπτουν τα σφάλματα και πώς συνδυάζονται για να δημιουργήσουν ακόμη μεγαλύτερα σφάλματα.
- Σφάλμα μιας μέτρησης καλείται η περιοχή γύρω από την μετρούμενη τιμή μέσα στην οποία βρίσκεται η πραγματική τιμή της ποσότητας. Η καλύτερη και ακριβέστερη μέθοδος θα μας δώσει μικρότερο σφάλμα. Όταν ένα βολτόμετρο με σφάλμα  $\pm 1\%$  δείχνει 100 V τότε η πραγματική τιμή της μετρούμενης τάσης είναι μεταξύ 99 V – 101 V.
- Αιτίες σφαλμάτων:
  - Ατέλειες οργάνων.
  - Εσωτερικές αντιστάσεις οργάνων μέτρησης.
  - Επιδράσεις περιβάλλοντος.
  - Ανθρώπινα σφάλματα.

κλπ

# Σφάλματα μετρήσεων

- Συστηματικά σφάλματα είναι αυτά που οφείλονται σε ατέλειες του οργάνου ή της μεθόδου που χρησιμοποιήθηκε για τη μέτρηση.
- Τα συστηματικά σφάλματα είναι δύσκολο να ανιχνευτούν και συχνά είναι τα σημαντικότερα σφάλματα. Ο πιο κοινός τρόπος ανίχνευσης είναι η σύγκριση των οργάνων ή και ολόκληρου του συστήματος μέτρησης με άλλα που έχουν μεγαλύτερη ακρίβεια.
- Τυχαία ή στατιστικά σφάλματα είναι αυτά που οφείλονται σε πολλούς απρόβλεπτους παράγοντες, μεταβάλλονται με ακανόνιστο τρόπο από μέτρηση σε μέτρηση. Είναι εξίσου πιθανό να είναι θετικά ή αρνητικά.
- Είναι δυνατός ο περιορισμός της αβεβαιότητας στον προσδιορισμό ενός μεγέθους με την επανάληψη της μέτρησης πολλές φορές, ώστε κατά μέσον όρο τα τυχαία σφάλματα να αλληλοαναιρούνται σε κάποιο βαθμό.
- Στην πράξη είναι δύσκολο να γίνει διαχωρισμός των συστηματικών σφαλμάτων από τα τυχαία.

# Σφάλματα μετρήσεων

- Συχνά προκύπτουν ανθρώπινα σφάλματα λόγω απροσεξίας. Συχνό φαινόμενο η λανθασμένη ανάγνωση μιας ένδειξης.
- Για παράδειγμα σε ένα όργανο όπως το παρακάτω μπορεί κανείς να διαβάσει είτε σε λάθος κλίμακα είτε σε σωστή κλίμακα αλλά με λάθος συντελεστή πολλαπλασιασμού.





# Σφάλματα μετρήσεων

- Σε αναλογικά όργανα προκύπτουν σφάλματα παράλλαξης όταν ο παρατηρητής δεν έχει σωστή θέση κατά την ανάγνωση μιας ένδειξης.



- Σε αναλογικά όργανα προκύπτουν σφάλματα αν ο δείκτης δεν ήταν στο μηδέν πριν τη χρήση. Αυτό ρυθμίζεται μηχανικά πριν από τη μέτρηση. Τέτοια σφάλματα μπορούν να κατηγοριοποιηθούν ως ανθρώπινα σφάλματα γιατί μπορούν να αποφευχθούν με φροντίδα του υπεύθυνου για τη μέτρηση. Μπορούν όμως να θεωρηθούν και συστηματικά γιατί είναι αποτέλεσμα του συστήματος μέτρησης.

# Σφάλματα μετρήσεων

- Άλλα συστηματικά σφάλματα προκύπτουν επειδή το σύστημα μέτρησης επηρεάζει τη μετρούμενη ποσότητα. Για παράδειγμα όταν συνδέουμε ένα βολτόμετρο για να μετρήσουμε τάση μεταξύ δύο ακροδεκτών ενός κυκλώματος η αντίσταση του βολτομέτρου τροποποιεί την τάση αυτή. Το ίδιο συμβαίνει με το ρεύμα λόγω του αμπερομέτρου που συνδέουμε για να το μετρήσουμε.
- Συστηματικά είναι επίσης τα σφάλματα λόγω έλλειψης ακρίβειας των οργάνων. Όταν χρησιμοποιούνται περισσότερα του ενός όργανα σε μία μέτρηση αυτά τα σφάλματα δρουν αθροιστικά.

# Σφάλματα μετρήσεων

- Ορίζεται το απόλυτο σφάλμα  $\Delta x$  ως εξής:

$$\Delta X = X_{\mu} - X_{\pi}$$

όπου  $X_{\mu}$  η μετρούμενη τιμή και  $X_{\pi}$  η πραγματική.

- Ορίζεται το σχετικό σφάλμα  $\Sigma\Phi$  ως εξής:

$$\Sigma\Phi = \frac{\Delta X}{X_{\pi}} \times 100\%$$

- Το σχετικό σφάλμα αποτελεί ένα ασφαλές κριτήριο σχετικά με την σοβαρότητα του σφάλματος μιας μέτρησης.
- Η πραγματική τιμή όμως  $X_{\pi}$  δεν είναι γνωστή. Στον παρονομαστή του σχετικού σφάλματος μπορεί να αντικατασταθεί από τη  $X_{\mu}$ .
- Μπορεί να βρεθεί το μέγιστο απόλυτο σφάλμα μιας μέτρησης που προκύπτει από δεδομένα του οργάνου και συγκεκριμένα το μέγιστο της κλίμακας και την κλάση του και να χρησιμοποιηθεί αυτό αντί για το  $\Delta X$  στον παραπάνω τύπο.

# Κλάση οργάνων μέτρησης

- Η κλάση  $G$  (%) ενός οργάνου μέτρησης είναι το μέγιστο σχετικό σφάλμα που είναι δυνατό να παρουσιάσει ένα όργανο σύμφωνα με τον κατασκευαστή του στους  $20^{\circ}\text{C}$  ως προς το μέγιστο της κλίμακάς του  $X_{max}$ , δηλαδή

$$G = \frac{\Delta X_{max}}{X_{max}} \times 100$$

- Η ποσότητα  $\Delta X_{max}$  είναι το ζητούμενο μέγιστο απόλυτο σφάλμα και  $X_{max}$  η μέγιστη τιμή της κλίμακας του οργάνου.
- Η κλάση ενός οργάνου καθορίζεται από τον κατασκευαστή του στο εργαστήριο και προκύπτει από σύγκριση των τιμών που λαμβάνονται από αυτό με τις τιμές προτύπων οργάνων υψηλής ακρίβειας.
- Η κλάση μπορεί να έχει μία από τις παρακάτω τυποποιημένες τιμές:  
0.05 και 0.1: πρότυπα όργανα  
0.2: φορητά όργανα μεγάλης ακρίβειας για ειδικές εργαστηριακές μετρήσεις  
0.3 και 0.5: φορητά όργανα ακριβείας για εργαστηριακές μετρήσεις

# Κλάση οργάνων μέτρησης

1.0: φορητά όργανα ελέγχου λειτουργίας ηλεκτρικών εγκαταστάσεων

1.5: όργανα ακριβείας ηλεκτρικών πινάκων και κανονικά φορητά όργανα

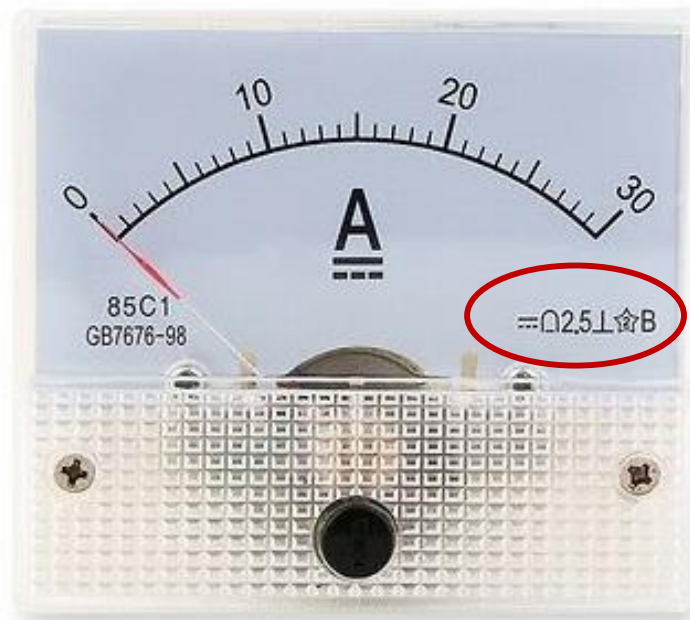
2.5 και 5: κανονικά όργανα ηλεκτρικών πινάκων

- Το σφάλμα που υπολογίζεται με την βοήθεια της κλάσης ονομάζεται σφάλμα πλήρους κλίμακας.



# Κλάση οργάνων μέτρησης

- Το παρακάτω αναλογικό αμπερόμετρο είναι δυνατό να παρουσιάζει μέγιστο απόλυτο σφάλμα  $\pm 2.5\%$  του μεγίστου της κλίμακας, δηλαδή  $\pm 30 \cdot \frac{2.5}{100} = \pm 0.75$  A. Άρα αν η ένδειξη είναι 20 A τότε η μετρούμενη ποσότητα είναι από 19.25 A έως 20.75 A.



# Παράδειγμα 4

- Ένα βολτόμετρο κλάσης 1.5 έχει κλίμακα 0 – 400 V. Με αυτό μετράμε τάση 228 V. Να βρεθεί το σχετικό σφάλμα της μέτρησης.

Απάντηση:

- Το σχετικό σφάλμα της μέτρησης είναι

$$\Sigma\Phi = \frac{\Delta U}{U_{\mu}} \times 100$$

- Το μέγιστο απόλυτο σφάλμα είναι

$$G = \frac{\Delta U_{max}}{U_{max}} \times 100 \Rightarrow \Delta U_{max} = \frac{G \cdot U_{max}}{100} = 6 \text{ V}$$

- Άρα

$$\Sigma\Phi = \frac{6}{228} \times 100 = 2.63\%$$