Άσκηση 1

Να υπολογιστεί συναρτήσει των Q, l, d το ηλεκτρικό δυναμικό μιας ομοιόμορφα φορτισμένης ράβδου Σ μήκους l σε φορτίο Q:

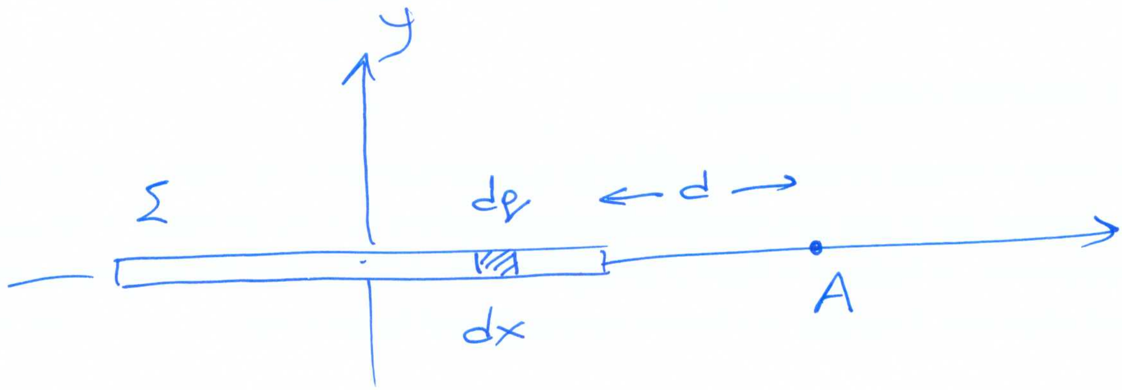
(α) Σε ένα σημείο A στην προέκτασή της, σε απόσταση d από το πλησιέστερο άκρο της

(β) Σε ένα σημείο B της μεσοκαθέτου της σε απόσταση d από το μέσο της.

(α) Θεωρούμε άξονα x τον άξονα της ράβδου κ' αρχή το μέσο της. Τη χωρίζουμε σε στοιχειώδη τμήματα μήκους dx σε φορτίο

$$dq = \lambda \cdot dx$$

όπου λ η σταθερή γραμμική πυκνότητα φορτίου

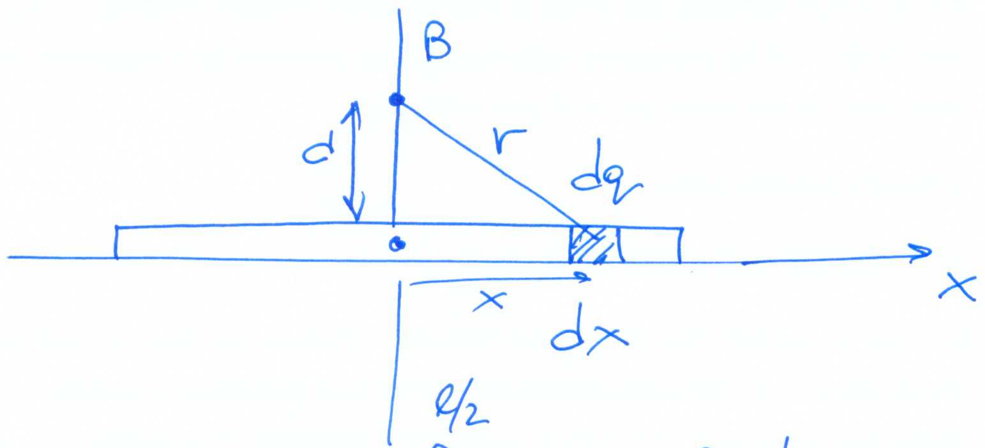


$$V_A = \int \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r} = \int_d^{d+\ell} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda\, dx}{x} =$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\lambda \ln x \Big|_d^{d+\ell} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\left[\ln(d+\ell) - \ln d\right]$$

$$= \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0} \ln \frac{d+\ell}{\ell}$$

(β) Ομοίως



$$V_B = \int \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r} = \int_{-\ell/2}^{\ell/2} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda . dx}{(x^2+d^2)^{1/2}} =$$

$$= \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\int_{-\ell/2}^{\ell/2} \frac{dx}{(x^2+d^2)^{1/2}} \quad (1)$$

Δίνεται ότι: $\displaystyle \int \frac{dx}{\sqrt{x^2+a^2}} = \ln\left(x+\sqrt{x^2+a^2}\right)$

$$(1) \Rightarrow V_B = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0} \ln\left(x+\sqrt{x^2+d^2}\right)\Big|_{-l/2}^{+l/2} =$$

$$= \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\left[\ln\left(\frac{l}{2}+\sqrt{\frac{l^2}{4}+d^2}\right) - \ln\left(-\frac{l}{2}+\sqrt{\frac{l^2}{4}+d^2}\right)\right]$$

$$= \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0} \ln \frac{\frac{l}{2}+\sqrt{\frac{l^2}{4}+d^2}}{-\frac{l}{2}+\sqrt{\frac{l^2}{4}+d^2}}$$

Άσκηση 2: Σε ένα πυκνωτή που έχει φορτίο Q εισάγουμε διηλεκτρικό σχετικής διηλεκτρικής σταθεράς $K = 8.2$. Να υπολογισθεί το ποσοστό μεταβολής:

(α) της διαφοράς δυναμικού μεταξύ των οπλισμών του

(β) της ενέργειάς του.

(α) Η διαφορά δυναμικού των οπλισμών του πυκνωτή χωρίς το διηλεκτρικό είναι:

$$V_0 = \frac{Q}{C_0}$$ ενώ μετά την εισαγωγή του διηλεκτρικού γίνεται: $$V = \frac{Q}{C} = \frac{Q}{KC_0}$$

η μεταβολή της τάσης θα είναι:

$$\Delta V = V - V_0 = \frac{Q}{KC_0} - \frac{Q}{C_0} = \frac{-Q}{C_0}\left(1 - \frac{1}{K}\right)$$

$$= -V_0\left(1 - \frac{1}{K}\right)$$ δηλ. μειώνεται

κατά $$-\Delta V = V_0\left(1 - \frac{1}{K}\right)$$

το ποσοστό μείωσης της τάσης είναι:

$$-\frac{\Delta V}{V_0}100\% = \left(1-\frac{1}{k}\right)100\% = \left(1-\frac{1}{8.2}\right)100\%$$

$$= 87.8\%$$

(β) Η ενέργεια του πυκνωτή με το διηλεκ-
-τρικό είναι:

$$U = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{Q^2}{2kC_0} = \frac{1}{k}\,\frac{Q^2}{2C_0} =$$

$$= \frac{1}{k}U_0$$

όπου U_0 η ενέργεια του χωρίς το διηλεκτρικό

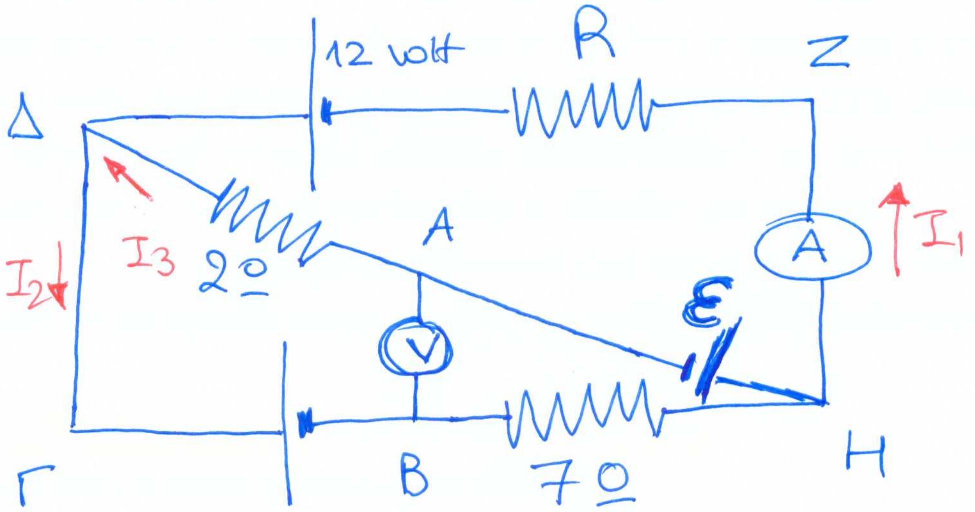
το ποσοστό μεταβολής της ενέργειας του πυκνωτή είναι:

$$\frac{\Delta U}{U_0}100\% = \frac{\frac{U_0}{k}-U_0}{U_0}100\% = -\left(1-\frac{1}{k}\right)100\%$$

$$= -\left(1-\frac{1}{8.2}\right)100\% = -87.8\%$$

δηλ η ενέργεια του πυκνωτή μειώνεται κατά 87.8%

Άσκηση 3: Στο κύκλωμα του σχήματος η αντίσταση R είναι 5Ω κ΄ η πηγή $\mathcal{E}=20$ volt. Να βρεθούν οι ενδείξεις του αμπερομέτρου κ΄ του βολτομέτρου. Υποθέστε ότι τα όργανα είναι ιδανικά.



$$-RI_1+12-8-7I_2=0 \Rightarrow 5I_1+7I_2=4 \quad (1)$$

Επίσης

$$-5I_1+12+2I_3+20=0 \Rightarrow$$

$$5I_1-2I_3=32 \quad (2)$$

κ΄ $I_1+I_3=I_2$

$$(1) \overset{(3)}{\Longrightarrow} \quad 5I_1 + 7I_1 + 7I_3 = 4 \Rightarrow$$

$$I_3 = \frac{4 - 5I_1 - 7I_1}{7} = \frac{4 - 12I_1}{7}$$

κ' τελικά

$$(2) \Longrightarrow \quad 5I_1 - 2\left(\frac{4 - 12I_1}{7}\right) = 32 \Rightarrow$$

$$I_1 = 3.9\ A \quad = I_{αμπερομέτρου}$$

$$(1) \Rightarrow \quad I_2 = -2.2\ A$$

$$V_{AB} - 7I_2 - \mathcal{E} = 0 \Rightarrow$$

$$V_{AB} = 7I_2 + \mathcal{E} = 7(-2.2) + 20$$

$$= 20 - 15.4 = 4.6\ \text{volt} =$$

$$= V_{ΒΟΛΤΟΜΕΤΡΟΥ}$$