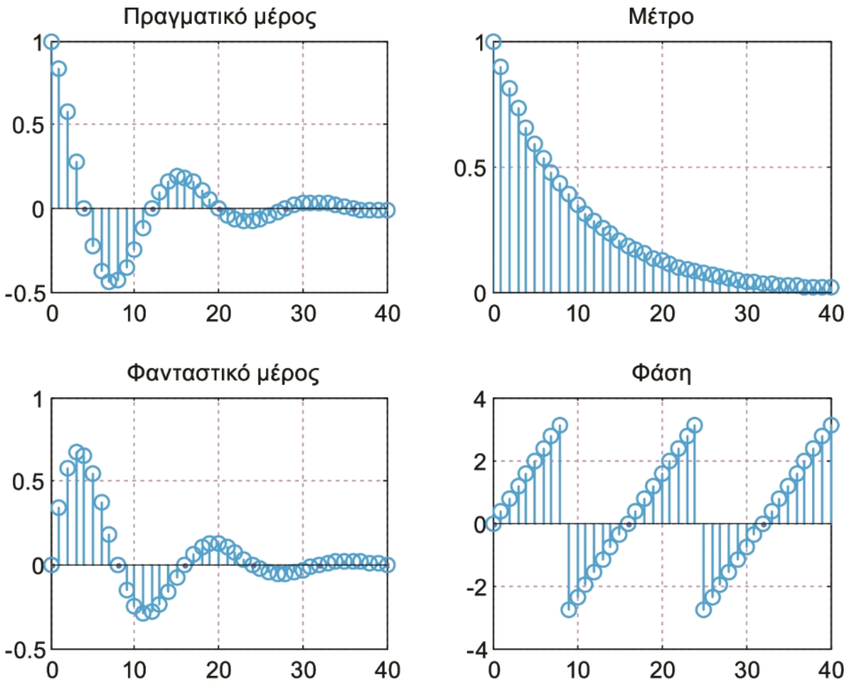
Πανεπιστήμιο Πελοποννήσου
Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών
και Μηχανικών Υπολογιστών

ΨΗΦΙΑΚΗ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΩΝ

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΟΣ ΟΔΗΓΟΣ

Εργαστηριακή Άσκηση 2
«Σήματα Διακριτού Χρόνου»



Παρασκευάς Μιχάλης
Καθηγητής

Φεβρουάριος 2024

Έκδοση: 5.0

Πίνακας περιεχομένων

ΜΕΡΟΣ Α' – Εισαγωγή στα Σήματα Διακριτού Χρόνου

1. Σκοπός της Άσκησης

Σκοπός αυτής της εργαστηριακής άσκησης είναι η εξοικείωση των φοιτητών με το σχεδιασμό βασικών σημάτων διακριτού χρόνου στο MATLAB.

2. Προαπαιτούμενα

Για την επιτυχή υλοποίηση της άσκησης είναι απαραίτητη η μελέτη της ενότητας 2 της θεωρίας.

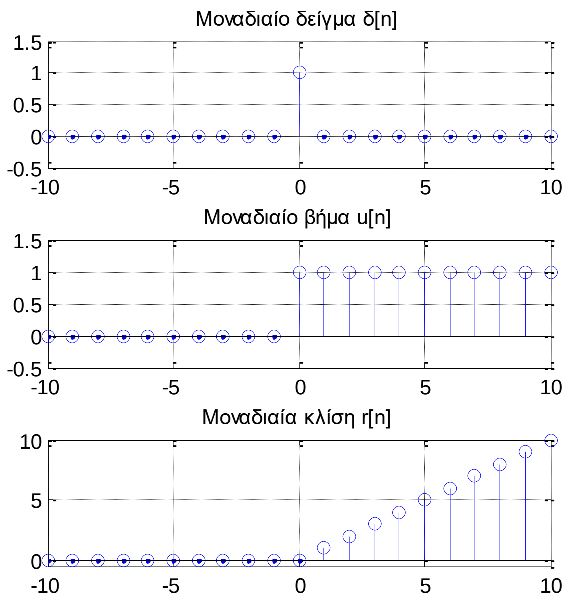
3. Θεμελιώδη Σήματα Διακριτού Χρόνου στο Matlab

Παράδειγμα 1 – Δημιουργία ακολουθιών δ[n], u[n], r[n]

Να δημιουργήσετε στο Matlab και να σχεδιάσετε τις ακολουθίες $\delta[n]$, $u[n]$ και $r[n]$ στο χρονικό διάστημα $-10 < n < 10$.

Απάντηση: Ακολουθεί η επίλυση σε Matlab:

```
n = -10:10;                        % Ορισμός κλίμακας χρόνου
d = zeros(size(n)); d(n==0) = 1;   % Δημιουργία δ[n]
u = zeros(size(n)); u(n>=0) = 1;   % Δημιουργία u[n]
r = zeros(size(n)); r = n.*(n>=0); % Δημιουργία r[n]
subplot(311); stem(n, d);          % Σχεδίαση δ[n]
axis([-10 10 -0.5 1.5]); title('Μοναδιαίο δείγμα δ[n]')
subplot(312); stem(n, u);          % Σχεδίαση u[n]
axis([-10 10 -0.5 1.5]); title('Μοναδιαίο βήμα u[n]')
subplot(313); stem(n, r);          % Σχεδίαση r[n]
axis([-10 10 -0.5 10]); title('Μοναδιαία κλίση r[n]')
```



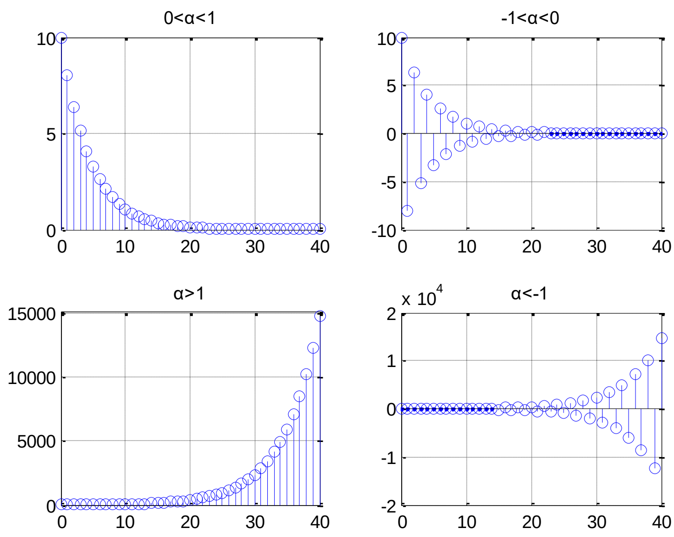
Εναλλακτικά, για τη δημιουργία των ακολουθιών $\delta[n]$ και $u[n]$ μπορούμε να ορίσουμε κατάλληλες συναρτήσεις Matlab[1]. Συγκεκριμένα:

```
% Δημιουργία x[n] = δ[n-n0]; n1<=n<n2
function [x,n] = impseq(n0, n1, n2)
n = [n1:n2]; x = [(n-n0) == 0];

% Δημιουργία x[n] = u[n-n0]; n1<=n<n2
function [x,n] = stepseq(n0, n1, n2)
n = [n1:n2]; X = [(n-n0) >= 0];
```

Παράδειγμα 2 – Δημιουργία πραγματικής εκθετικής ακολουθίας διακριτού χρόνου

Να υπολογιστεί και να σχεδιαστεί το πραγματικό σήμα $x[n] = Aa^n$ στο χρονικό διάστημα $0 \le n \le 40$ για τιμές του $\alpha = 0.8, -0.8, 1.2, -1.2$.

```
n = 0:40;           % Ορισμός διαστήματος χρόνου
A = 10;             % Ορισμός παραμέτρου A
% Δημιουργία πραγματικού εκθετικού
% σήματος για διάφορες τιμές του α
a1 = 0.8;  x1 = A * a1.^n;
a2 = 1.2;  x2 = A * a2.^n;
a3 = -0.8; x3 = A * a3.^n;
a4 = -1.2; x4 = A * a4.^n;

% Σχεδίαση πραγματικού εκθετικού σήματος
subplot(221); stem(n,x1); grid on; title('0<α<1');
subplot(223); stem(n,x2); grid on; title('α>1');
subplot(222); stem(n,x3); grid on; title('-1<α<0');
subplot(224); stem(n,x4); grid on; title('α<-1');
```



Πραγματική εκθετική ακολουθία για διαφορετικές τιμές της παραμέτρου (α)

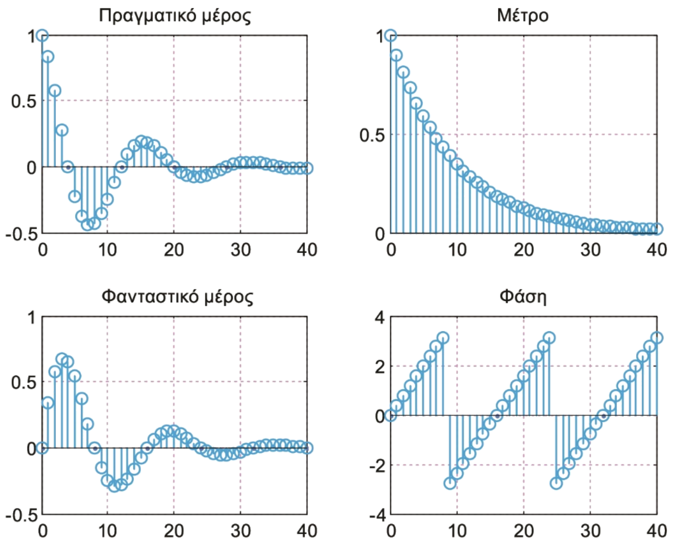
[1] Ingle V.K, Proakis J.G., «Digital Signal Processing using MATLAB», Brooks Cole, 2000.

Παράδειγμα 3 – Δημιουργία μιγαδικής εκθετικής ακολουθίας διακριτού χρόνου

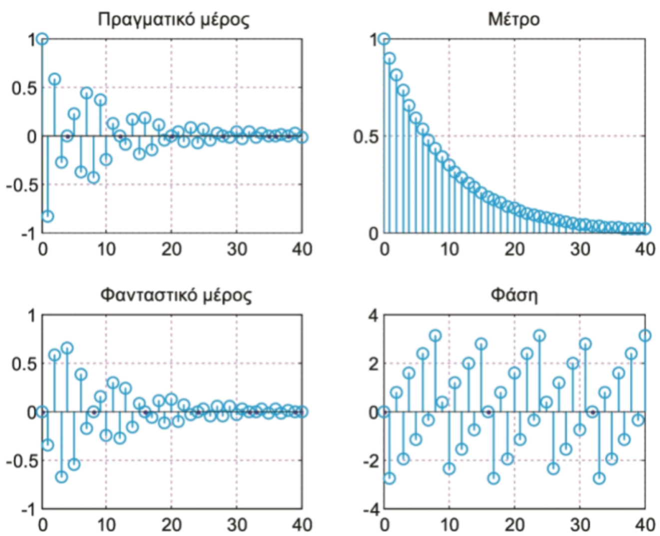
Να υπολογιστεί το μιγαδικό σήμα $x[n] = a^n e^{j\omega_0 n}$, με $\omega_0 = \pi/8$ στο χρονικό διάστημα $0 \leq n \leq 40$ και να σχεδιαστούν τα διαγράμματα πραγματικού – φανταστικού μέρους και μέτρου - φάσης για τιμές του $\alpha = 0.9, -0.9, 1.2, -1.2$.

Απάντηση: Για $\alpha = 0.9$ το δοθέν σήμα γράφεται: $x[n] = a^n e^{j\omega_0 n} = 0.9^n\, e^{j\pi n/8} = 0.9^n[\cos(\pi n/8) + j\sin(\pi n/8)]$. Επομένως το μέτρο είναι $r^n = (0.9)^n$ και η φάση είναι $\varphi(n) = \pi n/8$. Ακολουθεί υλοποίηση της επίλυσης στο Matlab για όλες τις τιμές του α.

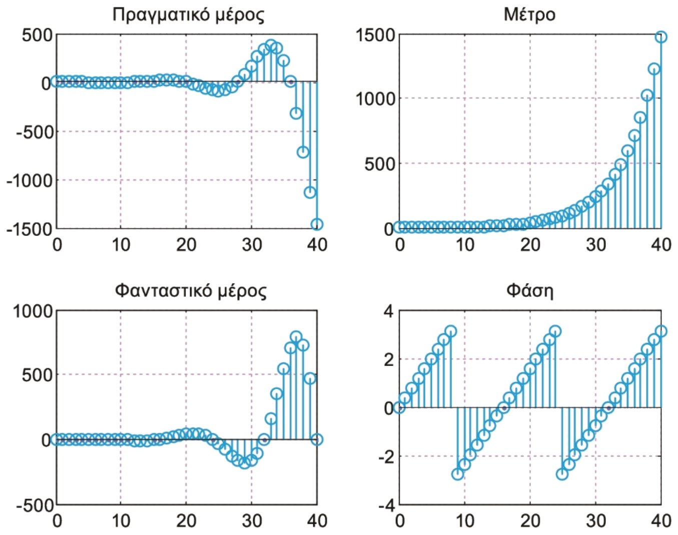
```
n = 0:40;                      % Ορισμός διαστήματος χρόνου
a = 0.9; w0 = pi/8             % Ορισμός παραμέτρων α και ω0
x = a.^n .* exp(j*n*w0)        % Δημιουργία εκθετικού σήματος
% Σχεδίαση μιγαδικού σήματος σε καρτεσιανή μορφή και πολική μορφή
subplot(221); stem(n, real(x)); title('Πραγματικό μέρος');
subplot(223); stem(n, imag(x)); title('Φανταστικό μέρος');
subplot(222); stem(n, abs(x)); title('Μέτρο');
subplot(224); stem(n, angle(x)); title('Φάση');
```



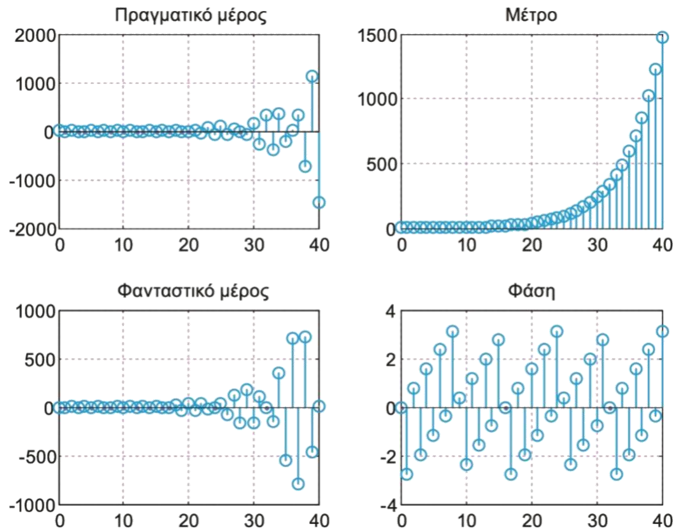
Γραφική παράσταση μιγαδικής εκθετικής ακολουθίας για $\alpha = 0.9$



Γραφική παράσταση μιγαδικής εκθετικής ακολουθίας για $\alpha = -0.9$



Γραφική παράσταση μιγαδικής εκθετικής ακολουθίας για $\alpha = 1.2$



Γραφική παράσταση μιγαδικής εκθετικής ακολουθίας για $\alpha = -1.2$

Παράδειγμα 4 – Δημιουργία ημιτονοειδούς ακολουθίας διακριτού χρόνου

Θεωρήστε τις ημιτονοειδείς ακολουθίες: $x_1[n] = sin(0.1\pi n)$, $x_2[n] = sin(0.2\pi n)$, $x_3[n] = sin(0.6\pi n)$ και $x_4[n] = sin(0.7\pi n)$ για $-\infty < n < \infty$. Να ευρεθεί αν είναι περιοδικές ή όχι. Να σχεδιάσετε τις ακολουθίες με το Matlab στην περιοχή χρόνου $n = 0, \ldots 40$. Σχολιάστε αν αυτές οι ακολουθίες μπορούν να είναι δειγματοληπτημένες εκδοχές των αντίστοιχων συναρτήσεων συνεχούς χρόνου.

Απάντηση: Οι δοθείσες ακολουθίες γράφονται:

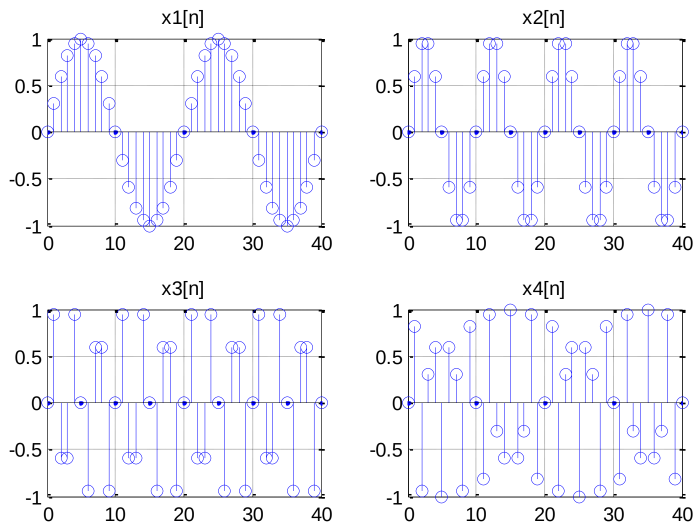
$$x_1[n] = sin(0.1\pi n) = \sin\left(\frac{2\pi}{20} n\right) \qquad x_2[n] = sin(0.2\pi n) = \sin\left(\frac{2\pi}{20} 2n\right)$$

$$x_3[n] = sin(0.6\pi n) = \sin\left(\frac{2\pi}{20} 6n\right) \qquad x_4[n] = sin(0.7\pi n) = \sin\left(\frac{2\pi}{20} 7n\right)$$

Επομένως, οι ακολουθίες είναι περιοδικές και αρμονικά συνδεδεμένες μεταξύ τους.

Ακολουθεί το πρόγραμμα Matlab για τον υπολογισμό και τη σχεδίαση των ακολουθιών:

```
n = 0:40;                          % Ορισμός κλίμακας χρόνου
A = 1; theta = 0; w0 = 2*pi/20;    % Ορισμός παραμέτρων A, ω0, θ
% Δημιουργία εκθετικού σήματος
x1 = A*sin(w0*n + theta);    x2 = A*sin(w0*2*n + theta)
x3 = A*sin(w0*6*n + theta); x4 = A*sin(w0*7*n + theta)
% Σχεδίαση ημιτονοειδούς ακολουθίας
subplot(221); stem(n, x1); title('x1[n]'); grid on
subplot(222); stem(n, x2); title('x2[n]'); grid on
subplot(223); stem(n, x3); title('x3[n]'); grid on
subplot(224); stem(n, x4); title('x4[n]'); grid on
```



Ημιτονοειδής ακολουθία για διαφορετικές τιμές συχνότητας f_0

Από το σχήμα παρατηρούμε ότι οι ακολουθίες $x_1[n]$ και $x_2[n]$ είναι οι δειγματοληπτημένες εκδοχές των αντίστοιχων συναρτήσεων συνεχούς χρόνου. Αυτό όμως δεν ισχύει για τις ακολουθίες $x_3[n]$ και $x_4[n]$. Θα ήταν λάθος να υποθέσουμε ότι αυτό συμβαίνει εξαιτίας παραβίασης του κανόνα Nyquist, δηλαδή λόγω λανθασμένης συχνότητας δειγματοληψίας.

Ας εξηγήσουμε γιατί συμβαίνει αυτό: Για να λάβουμε τη διακριτή ακολουθία $sin(\omega_0 n)$ πρέπει από τη συνάρτηση συνεχούς χρόνου $sin(\Omega_0 t)$ να πάρουμε δείγματα με περίοδο δειγματοληψίας $T_s = 1$ σύμφωνα με τη συνθήκη Nyquist:

$$T_s = 1 \leq \frac{\pi}{\Omega_0}$$

όπου π/Ω_0 είναι η μέγιστη επιτρεπόμενη τιμή της περιόδου δειγματοληψίας για την οποία δεν εμφανίζεται το φαινόμενο της αλλοίωσης. Για την ακολουθία $x_3[n] = sin(0.6\pi n) = sin(0.6\pi t)|_{t=nT_s=n}$ όταν $T_s = 1$, ισχύει:

$$T_s = 1 \leq \frac{\pi}{0.6\,\pi} \approx 1{,}66$$

Αντίθετα, στην περίπτωση της ακολουθίας $x_2[n]$ έχουμε: $x_2[n] = sin(0.2\pi n) = sin(0.2\pi t)|_{t=nT_s=n}$ όταν $T_s = 1$, οπότε έχουμε:

$$T_s = 1 \leq \frac{\pi}{0.2\,\pi} = 5$$

Επομένως, η δημιουργία της ακολουθίας $x_2[n]$ γίνεται λαμβάνοντας μεγαλύτερο πλήθος δειγμάτων από τη συνάρτηση $sin(0.2\pi t)$, σε σχέση με τη δημιουργία της ακολουθίας $x_3[n]$ από τη συνάρτηση $sin(0.6\pi t)$, χρησιμοποιώντας και στις δύο περιπτώσεις την ίδια περίοδο δειγματοληψίας. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα, η ακολουθία $x_2[n]$ να μοιάζει περισσότερο με αναλογικό ημίτονο από ότι η $x_3[n]$, ωστόσο και στις δύο περιπτώσεις δεν προκύπτει φαινόμενο αλλοίωσης.

Προσοχή ! Η αναλογική συχνότητα Ω μεταβάλλεται στην περιοχή $[0, \infty)$, ενώ οι διακριτές (ψηφιακές) συχνότητες ω είναι ακτινικές και μεταβάλλονται στην περιοχή $[0, \pi]$. Αρνητικές συχνότητες χρειάζονται στην ανάλυση πραγματικών (real-valued) σημάτων και έτσι καταλήγουμε σε περιοχές συχνοτήτων: (α) για τα σήματα συνεχούς χρόνου: $-\infty < \Omega < \infty$ και (β) για τα σήματα διακριτού χρόνου: $-\pi < \omega \leq \pi$.

4. Άλυτες Ασκήσεις

1. Να δημιουργήσετε και να σχεδιάστε στο Matlab τις παρακάτω ακολουθίες στη χρονική κλίμακα $-10 \leq n \leq 10$:

   (α) $x_1[n] = \delta[n + 2] + 2\delta[n] - \delta[n-1] + 2\delta[n-3]$

   (β) $x_2[n] = u[n] - u[n-1] + u[n-3] - u[n-4]$

   (γ) $x_3[n] = e^{-n}\big[u[n+3] - u[n-5]\big]$

2. Να δημιουργήσετε και να σχεδιάστε στο Matlab τις παρακάτω ακολουθίες:

   (α) $x_1[n] = cos[\pi n/3] - sin[\pi n/12], \quad -10 \leq n \leq 10$

   (β) $x_2[n] = e^{-n/5}\, cos[\pi n/3], \qquad -10 \leq n \leq 10$

   (γ) $x_3[n] = e^{-n/5} \cos[\pi n/3]\, u[n] \quad -10 \leq n \leq 10$

3. Να δημιουργήσετε στο Matlab τις παρακάτω μιγαδικές ακολουθίες και να σχεδιάσετε το πραγματικό και το φανταστικό μέρος κάθε μίας από αυτές. Θεωρήστε $\omega_0 = \pi/6$.

   (α) $x_1[n] = e^{-j\omega_0 n}$

   (β) $x_2[n] = e^{-j\omega_0 n}\big[u[n] - u[n-10]\big]$

   (γ) $x_3[n] = e^{-j\omega_0 n}\, cos[\pi n/3]\, \big[u[n] - u[n-10]\big]$

ΜΕΡΟΣ Β' - Μετασχηματισμοί και Παράμετροι Σημάτων Διακριτού Χρόνου

1. Σκοπός της Άσκησης

Σκοπός αυτής της εργαστηριακής άσκησης είναι η εξοικείωση με τους μετασχηματισμούς της ανεξάρτητης μεταβλητής σημάτων διακριτού χρόνου καθώς και με τον υπολογισμό της ενέργειας και της ισχύος των σημάτων διακριτού χρόνου.

2. Προαπαιτούμενα

Για την επιτυχή υλοποίηση της άσκησης είναι απαραίτητη η μελέτη της διάλεξης 2 της θεωρίας.

3. Μετασχηματισμοί της ανεξάρτητης μεταβλητής και υπολογισμός παραμέτρων σημάτων διακριτού χρόνου στο Matlab

Παράδειγμα 1 – Δημιουργία και σχεδιασμός περιοδικών σημάτων

Διερευνήστε αν οι παρακάτω ακολουθίες είναι περιοδικές και σε θετική περίπτωση να υπολογίσετε τη θεμελιώδη περίοδό τους. Να σχεδιάσετε στο Matlab τις ακολουθίες για $n = 0, \ldots, 60$.

(α) $x_1[n] = cos(0.25\pi n)$

(β) $x_2[n] = sin(\pi + 0.5n)$

(γ) $x_3[n] = e^{j\pi n/8} cos(\pi n/11)$

Απάντηση: (α) Επειδή $0.25\,\pi = \pi/4$ και ισχύει $cos(\pi n/4) = cos(\pi(n+8)/4)$, προκύπτει ότι το $x_1[n]$ είναι περιοδικό με θεμελιώδη περίοδο $N_1 = 8$.

(β) Για να είναι περιοδικό το $x_2[n]$ πρέπει να βρεθεί μία τιμή N, τέτοια ώστε να ικανοποιείται η σχέση $sin(\pi + 0.5n) = sin(\pi + 0.5(n+N))$. Η συνάρτηση sin( ) είναι περιοδική με περίοδο 2π. Η ποσότητα $0.5N$ πρέπει να είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του 2π. Επειδή το π είναι άρρητος αριθμός, δεν υπάρχει καμία ακέραια τιμή του N ώστε να επαληθεύεται η ισότητα. Άρα, το $x_2[n]$ είναι μη-περιοδικό.

(γ) Το σήμα $x_3[n]$ είναι γινόμενο των ακολουθιών $e^{j\pi n/8}$ και $cos(\pi n/11)$. Και οι δύο ακολουθίες είναι περιοδικές, με περιόδους $N_1 = 16$ και $N_2 = 22$, αντίστοιχα. Άρα και το γινόμενο $x_3[n]$ είναι περιοδικό με περίοδο N_3 :

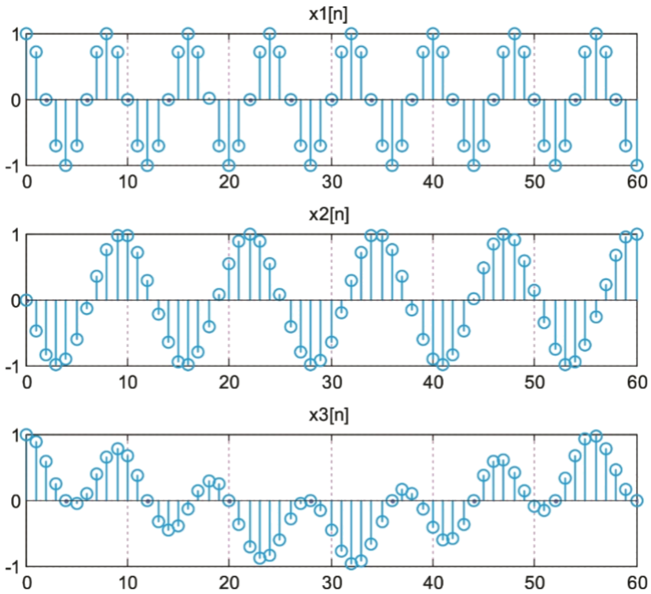
$$N_3 = \frac{16\,.\,22}{\text{ΜΚΔ}(16,\ 22)} = \frac{352}{2} = 176$$

Ακολουθεί επίλυση στο Matlab:

```
n = 0:60; % Ορισμός κλίμακας χρόνου
% Δημιουργία σημάτων
x1 = cos(0.25*pi*n);
x2 = sin(pi+0.5*n);
x3 = exp(j*pi*n/8) .* cos(pi*n/11);
```

```
% Σχεδίαση σημάτων
subplot(311); stem(n,x1); grid on; title('x1[n]')
subplot(312); stem(n,x2); grid on; title('x2[n]')
subplot(313); stem(n,x3); grid on; title('x3[n]')
```

Λαμβάνουμε τα αποτελέσματα:



(α) $x_1[n] = cos(0.25\pi n)$, (β) $x_2[n] = sin(\pi + 0.5n)$, (γ)$x_3[n] = e^{j\pi n/8}\, cos(\pi n/11)$

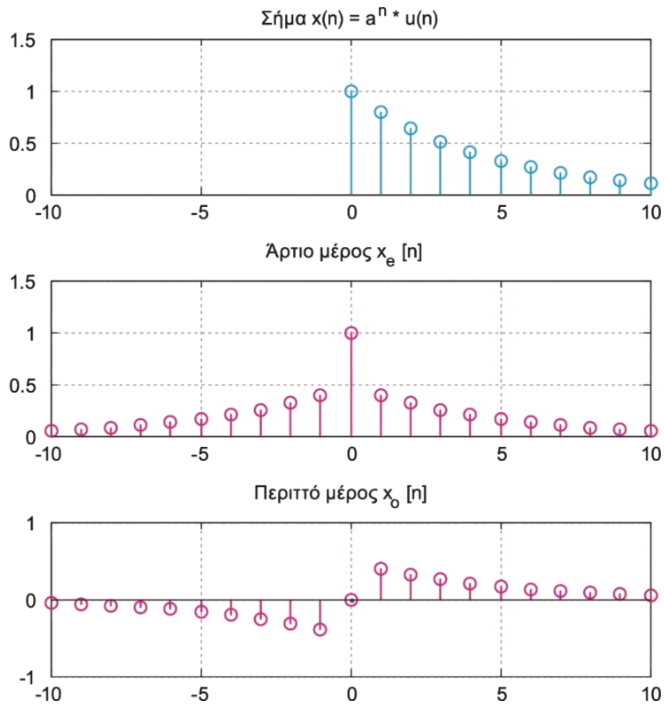
Παράδειγμα 2 – Υπολογισμός άρτιου και περιττού μέρους

Να βρείτε και να σχεδιάσετε το άρτιο και το περιττό μέρος του σήματος διακριτού χρόνου $x[n] = a^n\, u[n]$.

Απάντηση: Ακολουθεί η επίλυση με κώδικα Matlab με τιμή $\alpha = 0.8$:

```
% x(n) = a^n * u(n);
a = 0.8; n = [0:10]; u = [(n-0) >= 0]; x = (a.^n) .* u;
% Αποσύνθεση σήματος σε άρτιο και περιττό μέρος
[xe, xo, m] = evenodd(x, n);
% Σχεδιασμός διαγραμμάτων
subplot(311); stem(n,x); title('Σήμα x(n) = a^n * u(n)');
axis([-10,10,0,1.5]); grid on
subplot(312); stem(m,xe); title('Άρτιο μέρος x_e[n]');
axis([-10,10,0,1.5]); grid on
subplot(313); stem(m,xo); title('Περιττό μέρος x_o[n]');
axis([-10,10,-1,1]); grid on
```

Λαμβάνουμε τα αποτελέσματα:



(α) Ακολουθία $x[n] = a^n\ u[n]$, (β) Άρτιο μέρος $x_e[n]$, (γ) Περιττό μέρος $x_o[n]$

Για την αποσύνθεση του σήματος σε άρτια και περιττή συνιστώσα χρησιμοποιήσαμε τη συνάρτηση **evenodd(x,n)**[2]

```
% Αποσύνθεση πραγματικού σήματος σε άρτιο και περιττό μέρος
function [xe, xo, m] = evenodd(x,n)
if any(imag(x) ~= 0)
      error('x is not a real sequence')
end
m = -fliplr(n);
m1 = min([m,n]); m2 = max([m,n]);
m = m1:m2;
nm = n(1)-m(1);
n1 = 1:length(n);
x1 = zeros(1,length(m));
x1(n1+nm) = x; x = x1;
xe = 0.5*(x + fliplr(x));
xo = 0.5*(x - fliplr(x));
```

Παράδειγμα 3 – Μετασχηματισμοί της ανεξάρτητης μεταβλητής

Δίνεται το σήμα $x[n] = [4-n]\big[u[n] - u[n-4]\big]$. Να σχεδιάσετε τα σήματα:

[2] Ingle V.K, Proakis J.G., «Digital Signal Processing using MATLAB», Brooks Cole, 2000.

(α) $y_1[n] = x[2-n] = x[-n-(-2)]$

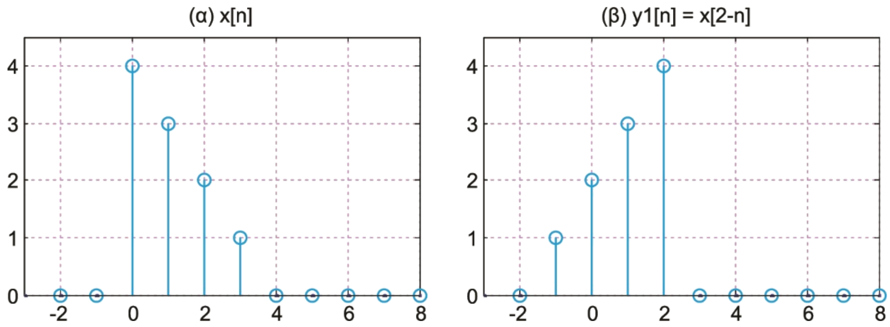
(β) $y_2[n] = x[2n-1]$

(γ) $y_3[n] = x[6-2n]$

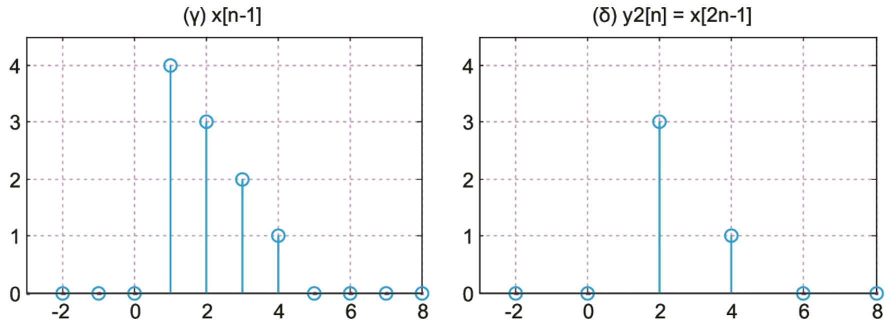
Ακολουθεί επίλυση στο Matlab:

```
n = -11:11;              % Ορισμός κλίμακας χρόνου
A=-3; B=8; C=0; D=4.5;   % Όρια σχεδίασης αξόνων
u = zeros(1,length(n)); u(1,12:16) = 1;  % Δημιουργία παλμού u[n]-u[n-4]
x = (4-n).*u;                            % Δημιουργία x[n]

% Δημιουργία y1[n] = x[2-n]
[y1, n] = sigfold(x, n);
[y1, m1] = sigshift(y1, n, 2);

% Δημιουργία y2[n] = x[2n-1]
[y2a, m2a] = sigshift(x, n, 1);
y2  = downsample(y2a, 2); m2  = downsample(m2a, 2);

% Δημιουργία y3[n] = x[6-2n]
[y3a, m3a] = sigshift(x, n, -6)
[y3b, m3b] = sigfold(y3a, m3a);
y3  = downsample(y3b, 2); m3  = downsample(m3b, 2);

% Σχεδιασμός σχημάτων
figure(1); subplot(121); stem(n, x); grid on;
axis([A B C D]); title('(α) x[n]')
subplot(122); stem(m1, y1); grid on;
axis([A B C D]); title('(β) y1[n] = x[2-n]')
figure(2); subplot(121); stem(m2a, y2a); grid on;
axis([A B C D]); title('(γ) x[n-1]')
subplot(122); stem(m2, y2); grid on;
axis([A B C D]); title('(δ) y2[n] = x[2n-1]')
figure(3); subplot(121); stem(m3b, y3b); grid on;
axis([A B C D]); title ('(ε) x[6-n]')
subplot(122); stem(m3, y3); grid on;
axis([A B C D]); title ('(στ) y3[n] = x[6-2n]')
```

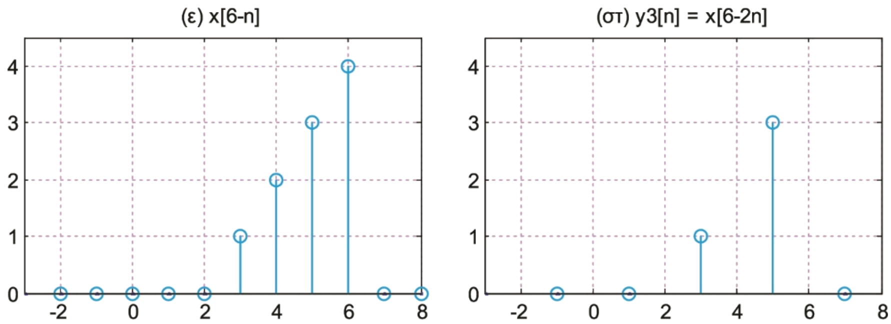
Λαμβάνουμε τα αποτελέσματα:



(α) $x[n]$, (β) $x[2-n]$



(γ) $x[n-1]$, (δ) $x[2n-1]$



(ε) $x[6-n]$, (στ) $x[6-2n]$

Χρησιμοποιήθηκαν οι συναρτήσεις **sigfold()** και **sigshift()**[3].

```
function [y,n] = sigfold(x,n)
% y(n) = x(-n)
% [y,n] = sigfold(x,n)
y = fliplr(x); n = -fliplr(n);

function [y,n] = sigshift(x,m,n0)
% y(n) = x(n-n0)
% [y,n] = sigshift(x,m,n0)
n = m+n0; y = x;
```

[3] Ingle V.K, Proakis J.G., «Digital Signal Processing using MATLAB», Brooks Cole, 2000.

Παράδειγμα 4 – Υπολογισμός μέσης ισχύος

Να προσδιορίσετε τη μέση ισχύ του περιοδικού σήματος διακριτού χρόνου:

$$x[n] = \cos(\pi n/10 + \pi/3)$$

Απάντηση: Επειδή το δοθέν σήμα είναι περιοδικό αρκεί να υπολογίσουμε την μέση ισχύ σε μία περίοδο. Γράφουμε τον ακόλουθο κώδικα Matlab:

```
n = 0:100000; N = length(n);
x = cos(pi*n/10 + pi/3);      % Περιοδικό σήμα x[n]
Px = sum(x.^2) / N            % Μέση ισχύς (σε μεγάλη διάρκεια)
P = sum(x(1:20).^2) / (20)    % Μέση ισχύς (σε μία περίοδο)
```

Αποτελέσματα:

```
Px =
    0.5000

P =
    0.5000
```

4. Άλυτες ασκήσεις

1. Αν $x[n] = \{-1, 2, \hat{1}, 3, 4, -2, 3\}$ να δημιουργήσετε και να σχεδιάσετε στο Matlab την ακολουθία $y[n] = x[1-n] - 2x[n] - x[n+3]$.
2. Να υλοποιηθεί στο Matlab υποδειγματοληψία με συντελεστή 4 στις παρακάτω ακολουθίες:

   (α) $x_1[n] = \{-\hat{1}, 1, -2, 3, -4, 0, 2, -1, 2, 1, 0, -2\}$

   (β) $x_2[n] = \cos[0.25\,\pi n], \quad -40 \le n \le 40$

   Σε κάθε περίπτωση να σχεδιαστεί η αρχική ακολουθία και αυτή που προκύπτει από την υποδειγματοληψία.
3. Να προσδιορίσετε τη μέση ισχύ των ακόλουθων σημάτων διακριτού χρόνου:

   $$x_1[n] = 2\sin(0.1\,\pi\,n + \pi/6)$$

   $$x_2[n] = 2\cos(0.1\;3.2\;n + \pi/6)$$

   Να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις των σημάτων για χρόνο $0 \le n \le 40$.