ΨΗΦΙΑΚΗ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΩΝ

Λυμένα Παραδείγματα

Διδάσκων: Μ. Παρασκευάς

ΣΕΤ #10 - Ψηφιακά φίλτρα FIR

- Εισαγωγή
- Μέθοδος Παραθύρων
- Μέθοδος Δειγματοληψίας στη Συχνότητα

1. Εισαγωγή στο σχεδιασμό ψηφιακών φίλτρων

Παράδειγμα 1

Έστω $h[n]$ η κρουστική απόκριση ενός ιδανικού βαθυπερατού φίλτρου με συχνότητα αποκοπής ω_c. Ποιος τύπος ιδανικού φίλτρου έχει κρουστική απόκριση $g[n] = (-1)^n h[n]$;

Απάντηση: Η απόκριση συχνότητας $G(e^{j\omega})$ είναι:

$$G(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} g[n]e^{-jn\omega} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^n h[n]e^{-jn\omega}$$
$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} h[n]e^{-jn(\omega-\pi)} = H\left(e^{j(\omega-\pi)}\right)$$

Επομένως, η συνάρτηση $G(e^{j\omega})$ σχηματίζεται μετατοπίζοντας την $H(e^{j\omega})$ στη συχνότητα κατά π. Έτσι, αν η ζώνη διέλευσης του ιδανικού βαθυπερατού φίλτρου είναι $|\omega| \leq |\omega_c|$, τότε η ζώνη διέλευσης του φίλτρου με απόκριση συχνότητας $G(e^{j\omega})$ θα είναι $\pi - \omega_c < |\omega| \leq \pi$. Επομένως, το φίλτρο με κρουστική απόκριση $g(n)$ είναι ένα υψιπερατό φίλτρο.

2. Μέθοδος Παραθύρων

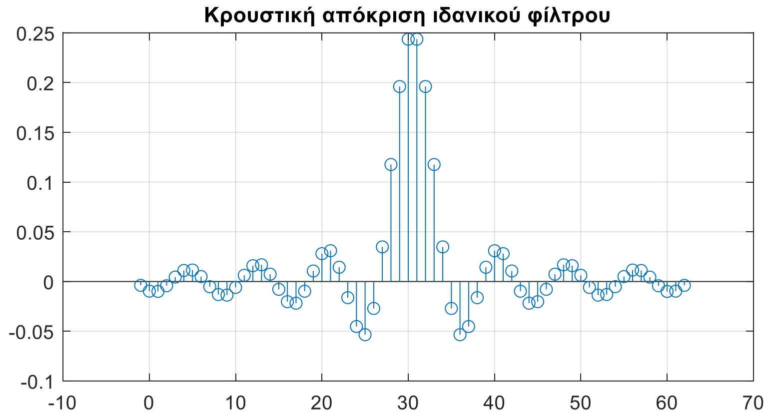
Παράδειγμα 2

Να σχεδιαστεί ένα βαθυπερατό φίλτρο με συχνότητα αποκοπής $\omega_c = 0.25\pi$ και μήκος $N = 64$ συντελεστές, για όλα τα είδη των παραπάνω παραθύρων.

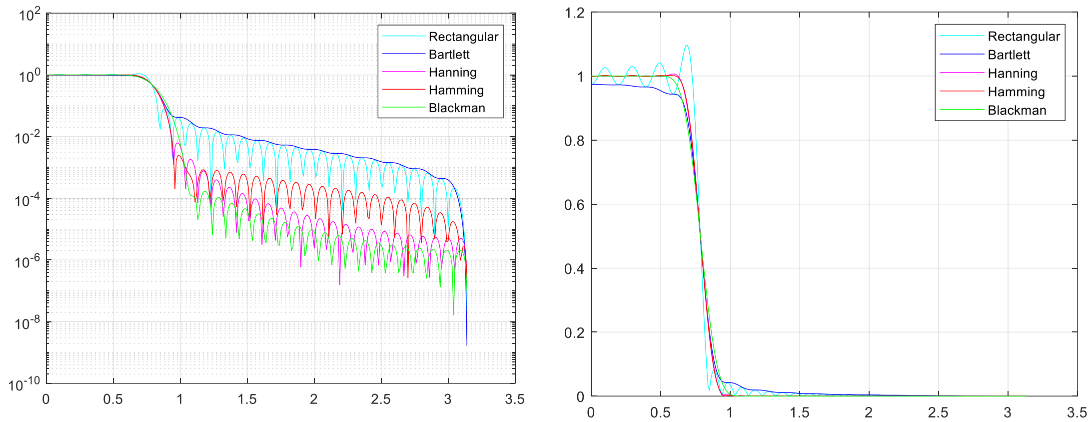
Απάντηση: Αρχικά θα υπολογίσουμε την κρουστική απόκριση του ιδανικού βαθυπερατού φίλτρου (LPF), εφαρμόζοντας αντίστροφο DTFT στην απόκριση συχνότητας $H_d(e^{j\omega})$, η οποία για την περίπτωση του ιδανικού βαθυπερατού φίλτρου δίνεται από τη σχέση (13.17). Λαμβάνουμε το αποτέλεσμα:

$$h_d[n] = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} H_d(e^{j\omega})\, e^{j\omega n}\, \mathrm{d}\omega = \frac{1}{2\pi}\int_{-\omega_c}^{\omega_c} e^{j\omega n}\, d\omega = \frac{sin(\omega_c n)}{\pi n}$$

Η κρουστική απόκριση του ιδανικού βαθυπερατού φίλτρου είναι:



Κρουστική απόκριση ιδανικού βαθυπερατού φίλτρου (N=64)



Απόκριση συχνότητας φίλτρων ($N = 64$):
(α) σε ημιλογαριθμική κλίμακα, (β) σε γραμμική κλίμακα.

3. Μέθοδος Δειγματοληψίας στη Συχνότητα

📖 Παράδειγμα 3

Να σχεδιαστεί ένα βαθυπερατό φίλτρο (LPF) με γραμμική φάση, συχνότητα αποκοπής $\omega_c = 0.4\pi$ και μήκος $N = 10$ συντελεστές.

Απάντηση: Διαιρούμε την περιοχή συχνοτήτων [0, 2π] σε N=10 ισομεγέθη τμήματα με βάση τη σχέση $\omega_k = (2\pi/10)k = 0.2\pi k, k = 0,1,\ldots,9$. Η δειγματοληπτημένη απόκριση συχνότητας $H[k]$ δείχνεται στο σχήμα 13.11 (α).

$$k = 0, \omega_0 = 0, H[0] = 1$$

$$k = 1, \omega_1 = 0.2\pi, H[1] = 1$$

$$k = 2, \omega_2 = 0.4\pi, H[2] = 1$$

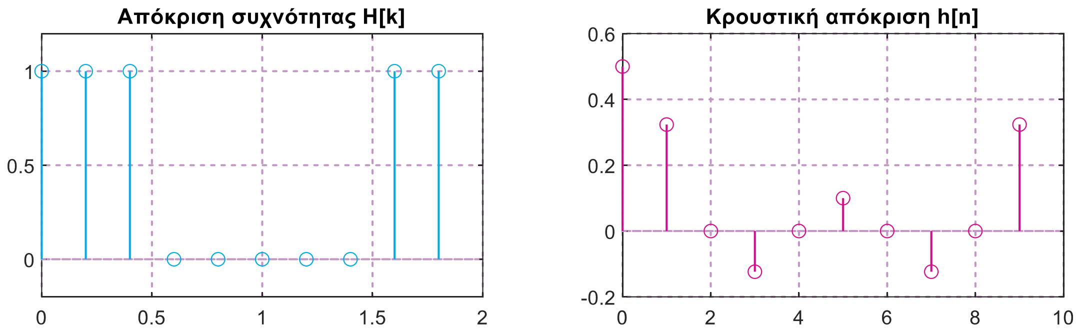
$$k = 3, \omega_3 = 0.6\pi, H[3] = 0$$

$$k = 4, \omega_4 = 0.8\pi, H[4] = 0$$

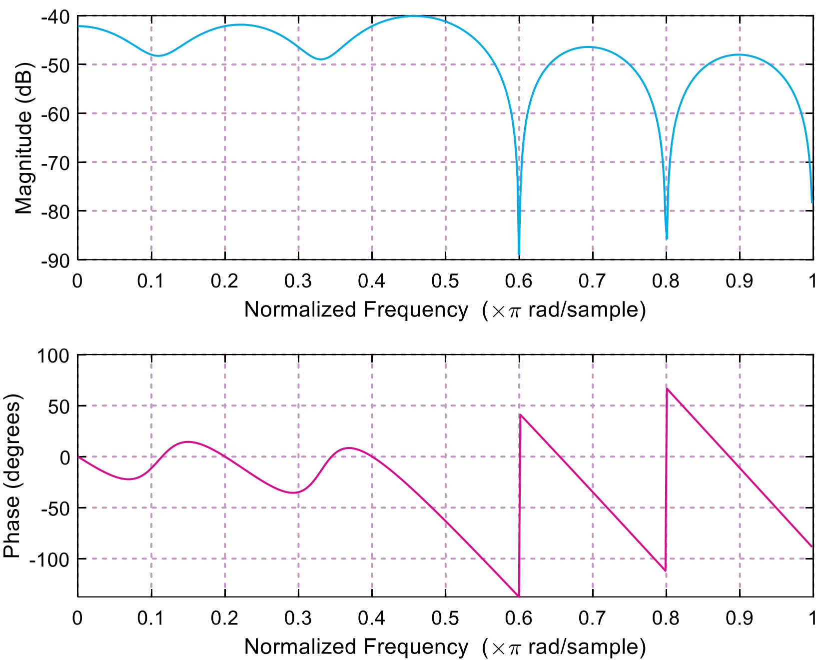
$$k = 5, \omega_5 = \pi, H[5] = 0$$
$$k = 6, \omega_6 = 1.2\pi, H[6] = 0$$
$$k = 7, \omega_7 = 1.4\pi, H[7] = 0$$
$$k = 8, \omega_8 = 1.6\pi, H[8] = 1$$
$$k = 9, \omega_9 = 1.8\pi, H[9] = 1$$

Μπορούμε να υπολογίσουμε την κρουστική απόκριση $h[n]$ του προσεγγιστικού φίλτρου από τις σχέσεις (13.36) ή (13.37). Επιλέγουμε την (13.36) και για τιμές χρόνου $0 \leq n < 9$ έχουμε:

$$h[n] = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} H[k]\, e^{j2\pi nk/N} = \frac{1}{10}\sum_{k=0}^{9} H[k]\, e^{j2\pi nk/10}$$
$$= \frac{1}{10}\left(1e^{0} + 1e^{j2\pi n/10} + 1e^{j4\pi n/10} + 1e^{j16\pi n/10} + 1e^{j18\pi n/10}\right)$$



(α) Δειγματοληπτημένη απόκριση συχνότητας (διάστημα [0,2π]) και (β) Κρουστική απόκριση προσεγγιστικού φίλτρου



Απόκριση συχνότητας $H(e^{j\omega})$ προσεγγιστικού φίλτρου

Η απόκριση συχνότητας του προσεγγιστικού φίλτρου FIR φαίνεται στο σχήμα. Παρατηρούμε την φτωχή απόδοση της σχεδίασης, καθώς εμφανίζεται σημαντική κυμάτωση στη ζώνη διέλευσης ενώ η εξασθένιση στη ζώνη αποκοπής είναι μόλις ~10 dB. Μπορούμε να βελτιώσουμε την απόδοση της μεθόδου αυξάνοντας την τάξη του φίλτρου, ωστόσο και για μεγάλες τιμές της τάξης εξακολουθεί να παραμένει κυμάτωση στη ζώνη διέλευσης και μικρή εξασθένιση στη ζώνη αποκοπής. Μια βελτίωση της μεθόδου βασίζεται στην προσθήκη δειγμάτων στη ζώνη μετάβασης.