

Τηλεπικοινωνιακά Συστήματα Ι

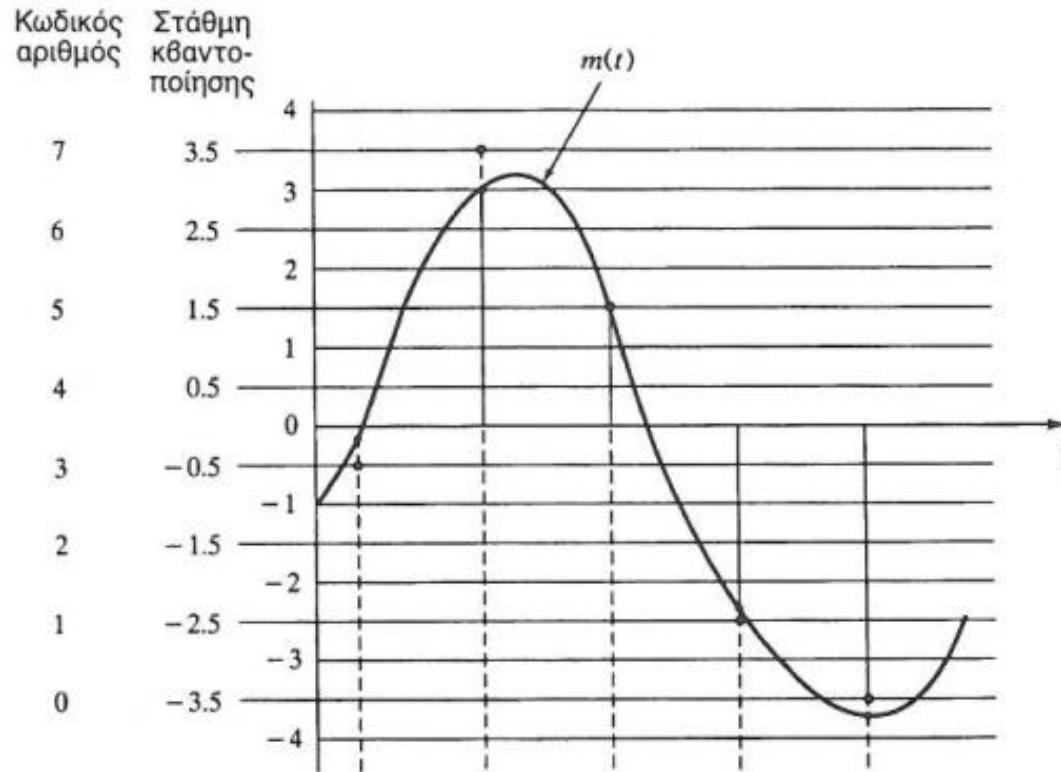
Διάλεξη 10: Παλμοκωδική Διαμόρφωση,
Διαμόρφωση Δέλτα και Πολύπλεξη Διαίρεσης Χρόνου

Δρ. Μιχάλης Παρασκευάς
Επίκουρος Καθηγητής

Παλμοκωδική Διαμόρφωση (PCM)

- Παλμοκωδική Διαμόρφωση (PCM)
- Διαμόρφωση Δέλτα (DM)
- Πολύπλεξη διαίρεσης χρόνου (TDM)

Παλμοκωδική Κωδικοποίηση (PCM)



Τιμή δείγματος	-0.25	3.1	1.5	-2.4	-3.7
Κβαντοποιημένη τιμή	-0.5	3.5	1.5	-2.5	-3.5
Κωδικός αριθμός	3	7	5	1	0
Διαδικός κώδικας	011	111	101	001	000

Ρυθμός μετάδοσης πληροφορίας:

$$R = f_s \log_2 L = f_s B \text{ (bits/s),}$$

Όπου:

L πλήθος σταθμών κβάντισης

B πλήθος bits ανά σύμβολο

f_s συχνότητα δειγματοληψίας

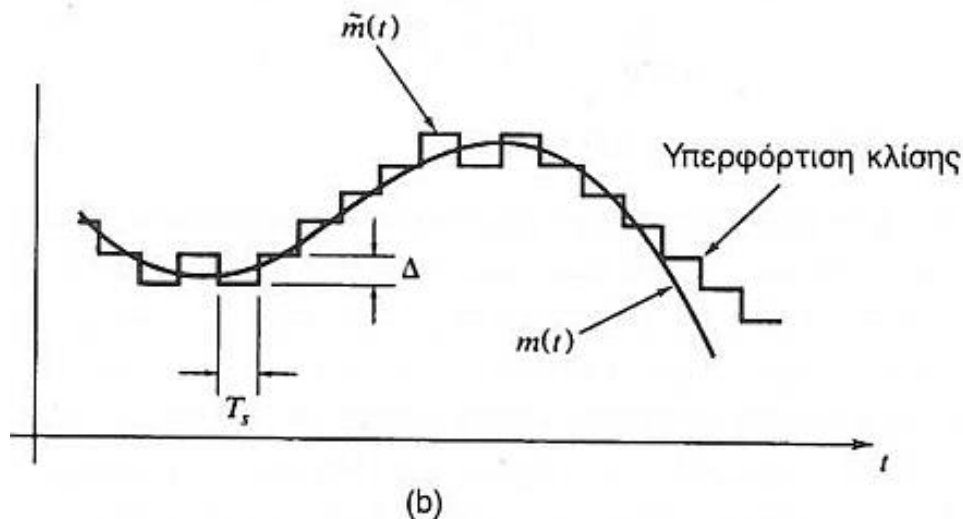
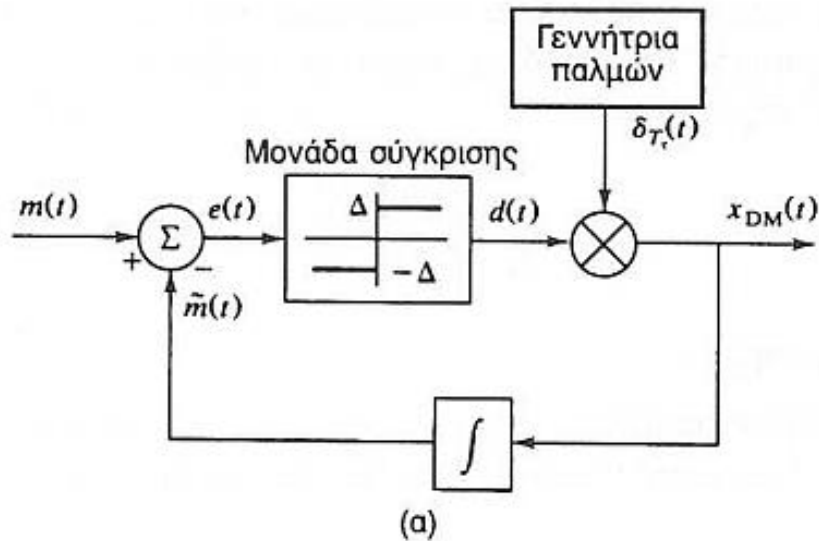
Θεωρώντας το PCM ως βαθυπερατό σήμα με εύρος ζώνης f_{PCM} τότε ο ελάχιστος ρυθμός δειγματοληψίας είναι $2f_{PCM}$. Άρα ισχύει:

$$2 f_{PCM} = f_s B \Rightarrow$$

$$f_{PCM} = f_s \frac{B}{2} \geq B f_{max}$$

Άρα το ελάχιστο απαιτούμενο εύρος ζώνης για PCM είναι ανάλογο του εύρους ζώνης συχνοτήτων του σήματος και του πλήθους των bits ανά σύμβολο.

Διαμόρφωση Δέλτα



- Είσοδος στη μονάδα σύγκρισης:

$$e(t) = m(t) - \tilde{m}(t)$$

$m(t)$ πληροφοριακό σήμα

$\tilde{m}(t)$ σήμα αναφοράς

$$\tilde{m}(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} \Delta \operatorname{sgn}[e(nT_s)]$$

- Έξοδος μονάδας σύγκρισης:

$$d(t) = \Delta \operatorname{sgn}[e(nT_s)] = \begin{cases} \Delta & e(t) > 0 \\ -\Delta & e(t) < 0 \end{cases}$$

- Έξοδος διαμορφωτή Δέλτα

$$x_{DM}(t) = \Delta \sum_{-\infty}^{\infty} \operatorname{sgn}[e(nT_s)] \delta(t - nT_s)$$

Άσκηση 1

Δυαδικό κανάλι με ρυθμό δεδομένων bit $R_b = 36.000 \text{ bit/s}$ διατίθεται για μετάδοση PCM φωνής. Να βρεθούν κατάλληλες τιμές του ρυθμού δειγματοληψίας f_s , η στάθμη κβαντοποίησης L , και τα δυαδικά ψηφία n , αν θεωρήσουμε ότι $f_{max} = 3,2 \text{ kHz}$.

Απάντηση: Επειδή θέλουμε:

$$f_s \geq 2f_{max} = 6.400 \quad \text{και} \quad n f_s \leq R_b = 36.000$$

Τότε θα είναι
$$n \leq \frac{R_b}{f_s} \leq \frac{36.000}{6.400} = 5,6$$

Έτσι έχουμε $n = 5, L = 2^5 = 32$, και

$$f_s = \frac{36.000}{5} = 7.200 \text{ Hz} = 7,2 \text{ KHz}$$

Άσκηση 2

Αναλογικό σήμα κβαντίζεται και μεταδίδεται με χρήση συστήματος PCM. Αν κάθε δείγμα στο δέκτη του συστήματος πρέπει να είναι γνωστό με ακρίβεια $\pm 0.5\%$ της τιμής κορυφής προς κορυφή με πόσα δυαδικά ψηφία θα πρέπει να παρίσταται κάθε δείγμα;

Απάντηση:

Έστω ότι η τιμή κορυφής προς κορυφή του σήματος είναι $2m_p$. Τότε το μέγιστο σφάλμα είναι $0,005 (2m_p) = 0,01 m_p$, και το σφάλμα κορυφής είναι $2(0,01m_p) = 0,02 m_p$ (το μέγιστο μέγεθος βήματος Δ).

Ο απαιτούμενος αριθμός σταθμών κβαντοποίησης είναι:

$$L = \frac{2m_p}{\Delta} = \frac{2 m_p}{0,02 m_p} = 100 \leq 2^n$$

Κατά συνέπεια, ο αριθμός των δυαδικών ψηφίων που χρειάζονται για κάθε δείγμα είναι $n = 7$.

Άσκηση 3

Λαμβάνονται δείγματα αναλογικού σήματος με ρυθμό Nyquist f_s και κβαντίζονται σε L στάθμες. Να βρεθεί η χρονική διάρκεια τ του 1 bit του σήματος που είναι κωδικοποιημένο σε δυαδικό.

Απάντηση:

Έστω ότι n είναι ο αριθμός των bit ανά δείγμα. Τότε, ισχύει:

$$n = \lceil \log_2 L \rceil$$

Όπου $\lceil \log_2 L \rceil$ δείχνει τον αμέσως μεγαλύτερο ακέραιο που θα ληφθεί αν το $\log_2 L$ δεν έχει ακέραια τιμή.

Πρέπει να μεταδίδονται nf_s δυαδικοί παλμοί ανά sec. Έτσι θα έχουμε

$$\tau = \frac{1}{nf_s} = \frac{T_s}{n} = \frac{T_s}{\lceil \log_2 L \rceil}$$

όπου T_s είναι το διάστημα Nyquist.

Άσκηση 4

Ο λόγος σήματος προς θόρυβο κβαντοποίησης $(SNR)_o$ εξόδου σε σύστημα PCM ορίζεται σαν ο λόγος της μέσης ισχύος του σήματος προς τη μέση ισχύ του θορύβου κβαντοποίησης στην έξοδο.

Για ημιτονοειδές διαμορφώνον σήμα πλήρους κλίμακας με πλάτος A , ναδειχτεί ότι ισχύει $(SNR)_o = \left(\frac{S}{N_q}\right)_o = \frac{3}{2}L^2$ ή ότι $\left(\frac{S}{N_q}\right)_{o\text{ dB}} = 10 \log \left(\frac{S}{N_q}\right)_o = 1,76 + 20 \log L$ όπου L είναι ο αριθμός των σταθμών κβαντοποίησης.

Απάντηση: Η τιμή κορυφής με κορυφή της εισόδου του κβαντιστή είναι 2^A , οπότε το βήμα κβαντοποίησης είναι:

$$\Delta = \frac{2A}{L}$$

Η μέση ισχύς θορύβου κβαντοποίησης είναι:

$$N_q = \langle q_e^2 \rangle = \frac{\Delta^2}{12} = \frac{A^2}{3L^2}$$

Άσκηση 4 (συνέχεια)

Κατά συνέπεια, ο λόγος σήματος εξόδου προς θόρυβο κβαντοποίησης συστήματος PCM για δοκιμαστικό τόνο πλήρους κλίμακας θα είναι:

$$(SNR)_o = \left(\frac{S}{N_q} \right)_o = \frac{A^2/2}{A^2/(3L^2)} = \frac{3}{2} L^2$$

Αν αυτό εκφραστεί σε decibel (dB), έχουμε:

$$\left(\frac{S}{N_q} \right)_{o \text{ dB}} = 10 \log \left(\frac{S}{N_q} \right)_o = 1,76 + 20 \log L$$

Άσκηση 5

Σε δυαδικό σύστημα PCM, ο λόγος σήματος προς θόρυβο κβαντοποίησης στην έξοδο πρέπει να διατηρηθεί στο ελάχιστο των 40 dB . Να προσδιοριστεί ο αριθμός των απαιτούμενων σταθμών, και να βρεθεί ο αντίστοιχος λόγος σήματος προς θόρυβο κβαντοποίησης εξόδου.

Απάντηση: Σε δυαδικό σύστημα PCM, είναι $L = 2^n$, όπου n είναι το πλήθος των δυαδικών ψηφίων. Με βάση την προηγούμενη άσκηση έχουμε:

$$\left(\frac{S}{N_q}\right)_{0 \text{ dB}} = 1,76 + 20 \log 2^n = 1,76 + 6,02 n \quad (\text{dB})$$

Έχουμε, τώρα:

$$\left(\frac{S}{N_q}\right)_{0 \text{ dB}} = 40 \text{ dB} \rightarrow \left(\frac{S}{N_q}\right)_o = 10.000$$

Άσκηση 5(συνέχεια)

Έτσι, έχουμε:

$$L = \sqrt{\frac{2}{3}} \left(\frac{S}{N_q} \right)_o = \sqrt{\frac{2}{3}} (10.000) = [81,6] = 82$$

και το πλήθος δυαδικών ψηφίων n είναι:

$$n = [\log_2 82] = [6,36] = 7$$

Τότε ο αριθμός των σταθμών που χρειάζεται είναι $L = 2^7 = 128$, και ο αντίστοιχος λόγος σήματος προς θόρυβο κβαντοποίησης εξόδου είναι :

$$\left(\frac{S}{N_q} \right)_{0 \text{ dB}} = 1,76 + 6,02 \times 7 = 43,9 \text{ dB}$$

Άσκηση 6

Σύστημα εγγραφής σε ψηφιακό δίσκο (CD) πραγματοποιεί δειγματοληψία σε δύο στερεοφωνικά σήματα με μετατροπέα αναλογικού σε ψηφιακό (ADC) των 16 bit στα 44,1 kb/sec.

- a) Να προσδιοριστεί ο λόγος σήματος προς θόρυβο κβαντοποίησης στην έξοδο για ημιτονοειδές σήμα πλήρους κλίμακας.
- b) Ο συρμός των bit των ψηφιοποιημένων δεδομένων ενισχύεται με την προσθήκη bit διόρθωσης σφαλμάτων, bit απόσπασης παλμών χρονισμού, και bit πεδίων απεικόνισης και ελέγχου. Αυτά τα επιπλέον bit αντιπροσωπεύουν επιβάρυνση 100%. Να προσδιοριστεί ο ρυθμός των bit στην έξοδο του συστήματος εγγραφής CD.
- c) Το CD μπορεί να εγγράψει μουσική διάρκειας μίας ώρας. Να προσδιοριστεί ο αριθμός των bit που εγγράφονται σε ένα CD.
- d) Για σύγκριση, ένα καλό λεξικό μπορεί να περιέχει κατά μέσο όρο 1500 σελίδες, με 2 στήλες ανά σελίδα, 100 γραμμές ανά στήλη, 8 λέξεις ανά γραμμή, 6 γράμματα ανά λέξη, και 7 bit ανά γράμμα. Να προσδιοριστεί ο αριθμός των bit που χρειάζονται για να περιγραφεί το λεξικό, και να υπολογιστεί ο αριθμός ανάλογων βιβλίων που μπορούν να αποθηκευθούν σε CD.

Άσκηση 6(συνέχεια)

Απάντηση:

(α) Έχουμε

$$\left(\frac{S}{N_q}\right)_{0\text{ dB}} = 1,76 + 6,02 \times 16 = 98,08\text{ dB}$$

Ο πολύ μεγάλος SNR του CD έχει αποτέλεσμα την αύξηση της δυναμικής περιοχής της εγγραφής, με αποτέλεσμα την εξαιρετική διαύγεια ήχου από CD.

(b) Ο ρυθμός των bit εισόδου είναι:

$$2(44,1)(10^3)(16) = 1,411(10^6)\text{ b/s} = 1,411\text{ Mb/s}$$

Με την επιπλέον επιβάρυνση κατά 100%, ο ρυθμός των bit εξόδου θα είναι:

$$2(1,411)(10^6)\text{ b/s} = 2,822\text{ Mb/s}$$

Άσκηση 6 (συνέχεια)

(c) Ο αριθμός των bit που εγγράφονται σε CD είναι:

$$2,822 (10^6) (3.600) = 10,16 (10^9)b = 10,16 \text{ gigabits (GB)}$$

Ο αριθμός των bit που χρειάζονται για την περιγραφή του λεξικού είναι:

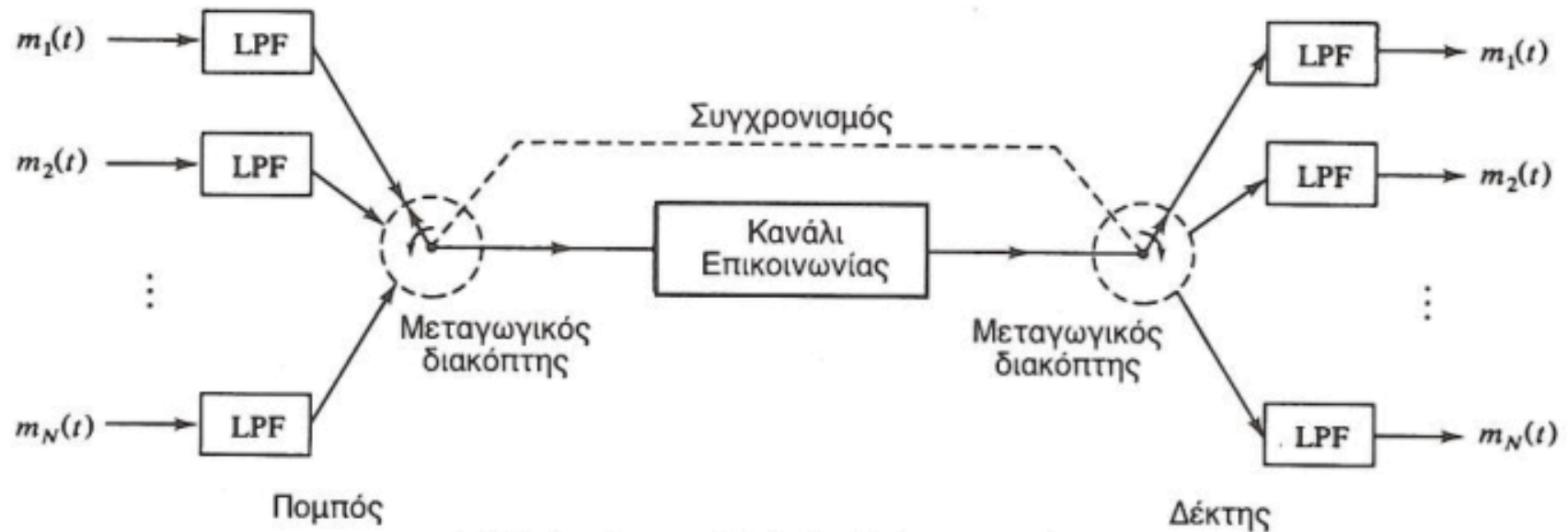
$$1.500 (2) (100) (8)(6)(7) = 100,8 (10^6)b = 100,8 \text{ Mb}$$

Αν συμπεριλάβουμε την επιπλέον επιβάρυνση κατά 100%, θα είναι:

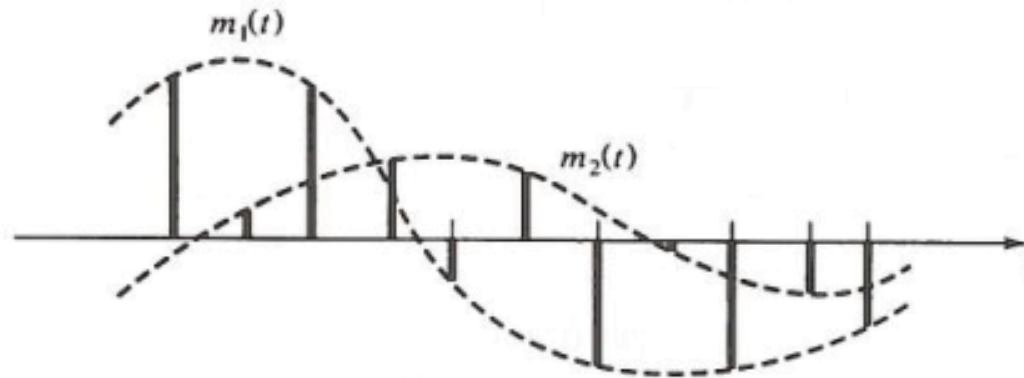
$$\frac{10,16 (10^9)}{2(100,8)(10^6)} = 50,4$$

Έτσι ένα CD περιέχει το ισοδύναμο χωρητικότητας περίπου 50 ανάλογων βιβλίων.

Πολύπλεξη Διαίρεσης Χρόνου



(α) Επιλογή σε πολύπλεξη διαίρεσης χρόνου



(β) Πολύπλεξη διαίρεσης χρόνου δύο σημάτων

Άσκηση 7

Σήμα $m_1(t)$ είναι οριοθετημένο σε ζώνη 3,6 kHz, και τρία άλλα σήματα $m_2(t)$, $m_3(t)$, $m_4(t)$ είναι το καθένα οριοθετημένο σε ζώνη 1,2 kHz. Αυτά τα σήματα πρόκειται να μεταδοθούν με πολύπλεξη διαίρεσης χρόνου.

- a) Να δημιουργηθεί ένας τρόπος για να πετύχουμε αυτή την απαίτηση πολύπλεξης, όπου η δειγματοληψία κάθε σήματος πραγματοποιείται με το ρυθμό του Nyquist.
- b) Ποια θα πρέπει να είναι η ταχύτητα του μεταγωγού (σε δείγματα ανά sec);
- c) Αν η έξοδος του μεταγωγού κβαντοποιείται με $L=1024$ και το αποτέλεσμα έχει δυαδική κωδικοποίηση, ποιος θα είναι ο ρυθμός εξόδου των bit;
- d) Να προσδιοριστεί το ελάχιστο εύρος ζώνης συχνοτήτων μετάδοσης του καναλιού;

Άσκηση 7

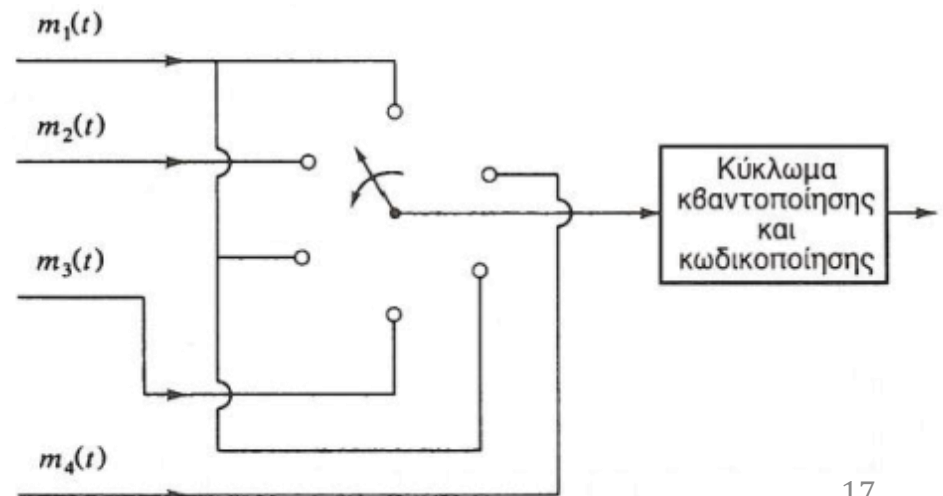
Απάντηση:

(α)

Μήνυμα	Εύρος ζώνης συχνοτήτων	Ταχύτητα Nyquist
$m_1(t)$	3,6 kHz	7,2 kHz
$m_2(t)$	1,2 kHz	2,4 kHz
$m_3(t)$	1,2 kHz	2,4 kHz
$m_4(t)$	1,2 kHz	2,4 kHz

Αν ο μεταγωγέας δειγματοληψίας περιστρέφεται με ταχύτητα 2.400 περιστροφών ανά sec, τότε σε μια περιστροφή λαμβάνουμε ένα δείγμα από το καθένα από τα $m_2(t)$, $m_3(t)$, $m_4(t)$ και τρία δείγματα από το $m_1(t)$.

Αυτό σημαίνει ότι ο μεταγωγέας πρέπει να έχει τουλάχιστο έξι πόλους συνδεδεμένους με τα σήματα, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Άσκηση 7 (συνέχεια)

(b) Το $m_1(t)$ έχει 7.200 δείγματα/sec. Και τα $m_2(t), m_3(t), m_4(t)$ έχουν το καθένα 2.400 δείγματα/sec. Κατά συνέπεια, υπάρχουν συνολικά 14.400 δείγματα/sec.

(c) $L = 1.024 = 2^{10} = 2^n$

Έτσι, η ταχύτητα των bit εξόδου είναι $10 \cdot (14.400) = 144 \text{ kbit/sec}$.

(d) Το ελάχιστο εύρος ζώνης συχνοτήτων του καναλιού είναι:

$$f_B = \frac{1}{2} (7,2 + 2,4 + 2,4 + 2,4) = 7,2 \text{ kHz}$$