

7^η ενότητα
ΤΕΛΕΣΤΙΚΟΣ ΕΝΙΣΧΥΤΗΣ

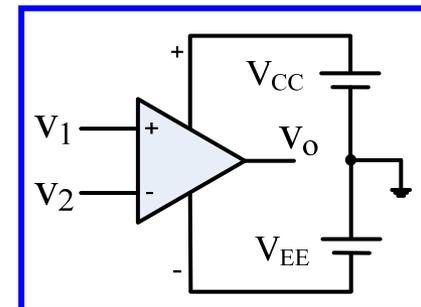
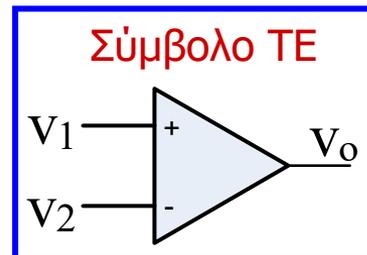


Περιεχόμενα 7^{ης} ενότητας

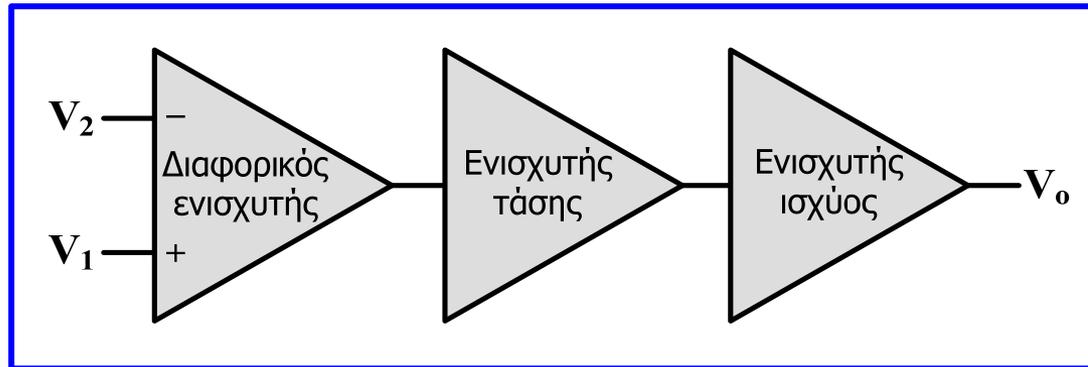
- Στην έβδομη ενότητα, θα μελετήσουμε τον **τελεστικό ενισχυτή, ΤΕ, (operational amplifier, op-amp)** που αποτελεί το πιο χρήσιμο αναλογικό κύκλωμα.
- Εισαγωγή στον τελεστικό ενισχυτή.
- Δομή του τελεστικού ενισχυτή.
- Ιδανικός τελεστικός ενισχυτής και εφαρμογές τελεστικού ενισχυτή.
- Ενισχυτής θετικής ενίσχυσης (μη αναστρέφων), αρνητικής ενίσχυσης (αντιστροφέας).
- Ανάλυση κυκλωμάτων με τελεστικούς ενισχυτές.
- Ενισχυτής διαφοράς και κυκλώματα αθροιστών με τελεστικό ενισχυτή.
- Κυκλώματα ολοκληρωτή και διαφοριστή.
- Ενισχυτής διαφορικής εισόδου και ενισχυτής διαφορικής εισόδου και εξόδου.
- Ενισχυτές οργανολογίας.
- Μετατροπέας ρεύματος σε τάση, μετατροπέας τάσης σε ρεύμα, ανορθωτές, συγκριτής τάσεων, λογαριθμικός ενισχυτής, ενισχυτής τετραγωνικής ρίζας.
- Απόκριση συχνότητας τελεστικών ενισχυτών.
- Συμπεράσματα και ασκήσεις.

Εισαγωγή στον τελεστικό ενισχυτή (ΤΕ)

- Οι ΤΕ κατασκευάζονται ως ολοκληρωμένα κυκλώματα (integrated circuits) με όλα τα στοιχεία τους στην ίδια ψηφίδα (chip) και βρίσκουν πλήθος εφαρμογών.
- Ο ΤΕ διαθέτει 5 βασικούς ακροδέκτες: δύο εισόδους, μία έξοδο και δύο τροφοδοσίες (οι οποίες όμως δεν διακρίνονται στο σύμβολο αφού συνήθως ενδιαφερόμαστε για τη συμπεριφορά των ενισχυτών στο εναλλασσόμενο).
- Διαφορική είσοδος στον ΤΕ: **ακροδέκτης αντιστροφής (-)** και **ακροδέκτης μη αντιστροφής (+)**. Η έξοδος είναι σε φάση (ίδιο πρόσημο) με v_1 και σε διαφορά φάσης 180° με v_2 .
- Ο ΤΕ είναι ένας ενισχυτής τάσης πολλαπλών βαθμίδων απευθείας σύζευξης που είναι κατασκευασμένος για να **ανιχνεύει τη διαφορά των σημάτων τάσης που εφαρμόζονται στους ακροδέκτες εισόδου ($v_1 - v_2$)**, να **πολλαπλασιάζει** τη διαφορά αυτή με A_o (**ενίσχυση τάσης ανοικτού βρόχου**) και να προκαλεί την εμφάνιση του αποτελέσματος $A_o (v_1 - v_2)$ στον **ακροδέκτη εξόδου**.
- Η διαφορική **ενίσχυση τάσης ανοικτού βρόχου A_o** (χωρίς ανατροφοδότηση) του ΤΕ είναι πολύ **υψηλή** ($\geq 5 \cdot 10^4$), η **αντίσταση εισόδου** είναι **υψηλή** ($\geq 0.5 \text{ M}\Omega$) και η **αντίσταση εξόδου χαμηλή** ($\leq 100 \Omega$).



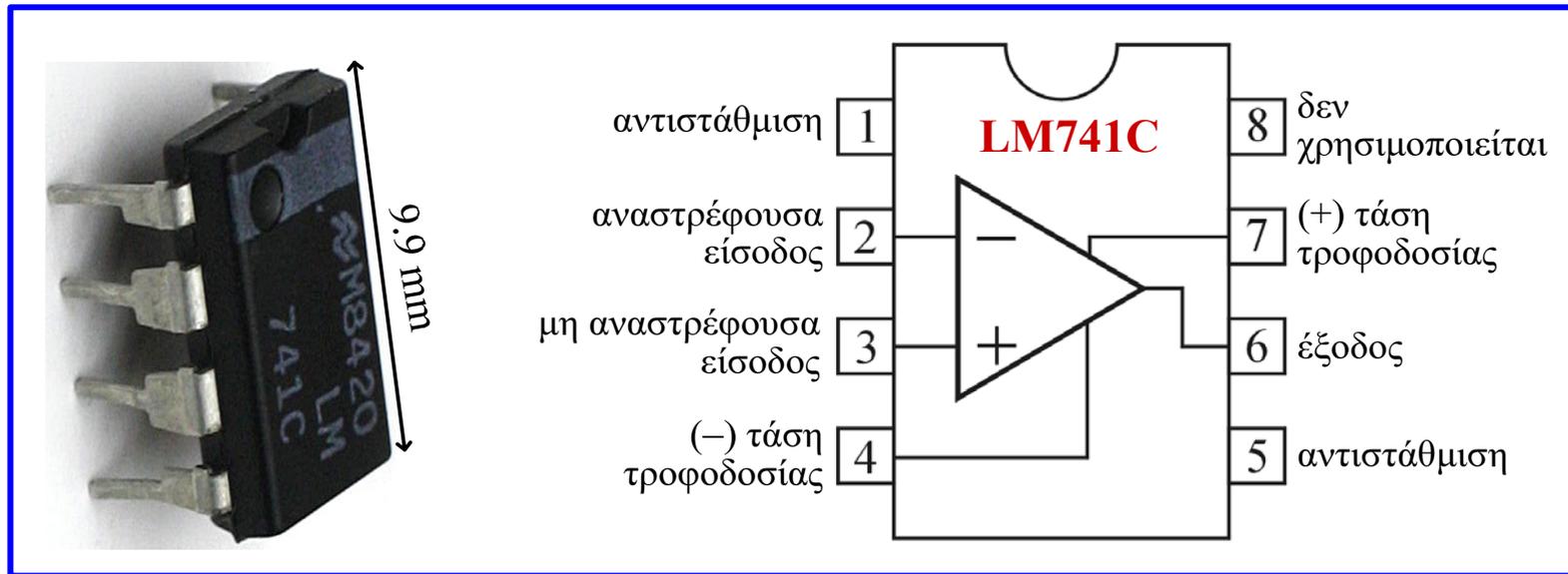
Δομή του τελεστικού ενισχυτή



Ένας τυπικός τελεστικός ενισχυτής αποτελείται από τρεις βασικές λειτουργικές βαθμίδες:

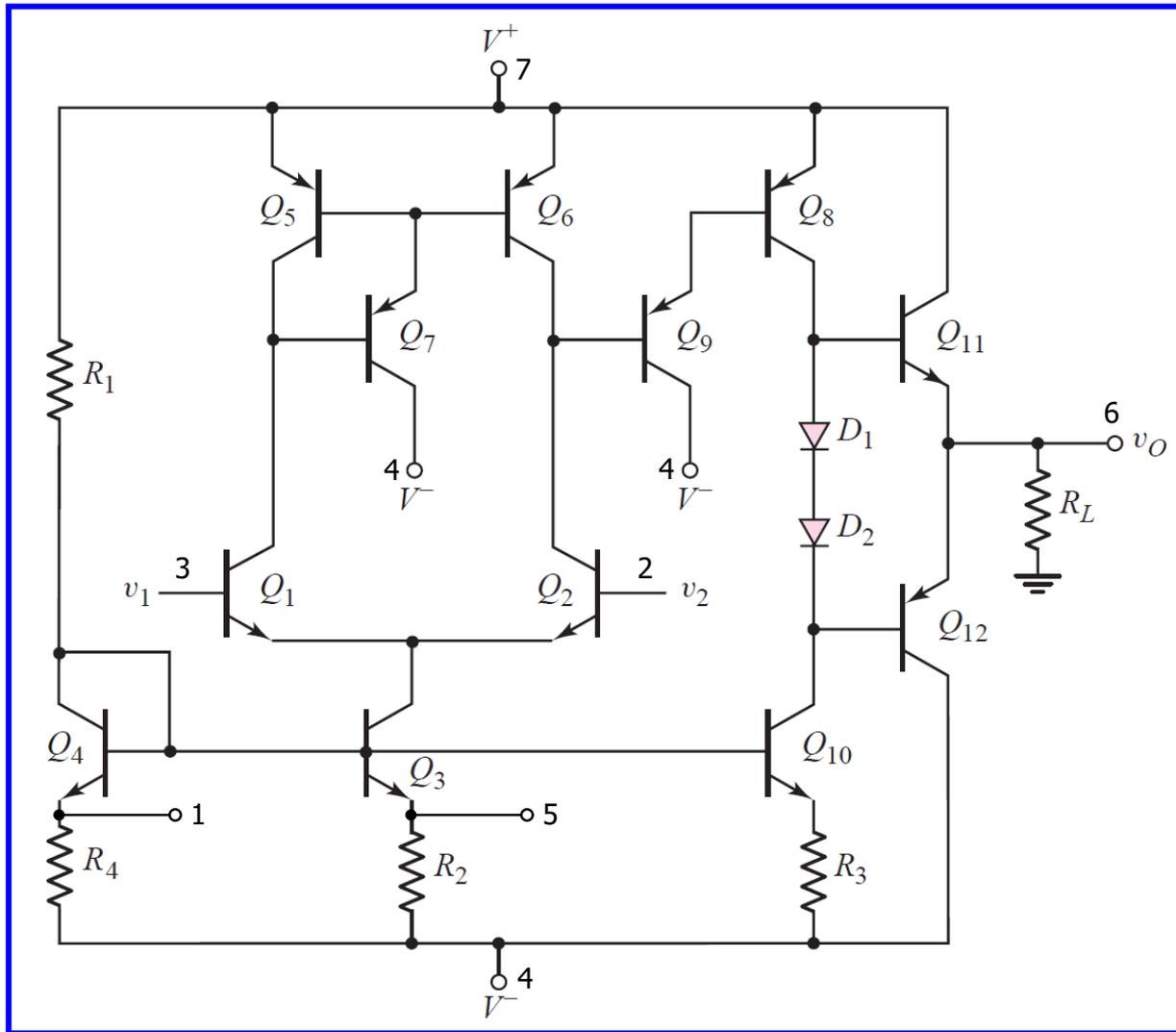
- Η **βαθμίδα εισόδου** είναι ένας **διαφορικός ενισχυτής**, ο οποίος δίνει τη δυνατότητα ύπαρξης της αναστρέφουσας και της μη αναστρέφουσας εισόδου και προσφέρει τα απαιτούμενα χαρακτηριστικά για ένα ποιοτικό τελεστικό ενισχυτή, όπως: υψηλή αντίσταση εισόδου και υψηλό λόγο απόρριψης κοινού σήματος.
- Η **ενδιάμεση βαθμίδα ενισχυτή τάσης**, προσδίδει, σε συνδυασμό με τη βαθμίδα εισόδου, την απαιτούμενη υψηλή ενίσχυση τάσης.
- Η **βαθμίδα εξόδου** παρουσιάζει χαμηλή αντίσταση εξόδου και προσφέρει απομόνωση του τελεστικού ενισχυτή από την επίδραση του φορτίου, καθώς και την αναγκαία **ενίσχυση ισχύος** που απαιτείται για να **οδηγηθεί το φορτίο**.

Δομή του τελεστικού ενισχυτή



- **Λόγω ασυμμετρίας στη διαφορική βαθμίδα εισόδου** των ΤΕ, εμφανίζεται διαφορά δυναμικού μεταξύ των 2 εισόδων, η οποία προστίθεται στο σήμα εισόδου, με αποτέλεσμα για μηδενικό σήμα εισόδου να εμφανίζεται σήμα μερικών mV στην έξοδο.
- Για να μηδενιστεί το σφάλμα, εισάγεται μια **αντισταθμιστική τάση** (offset voltage), μέσω μιας μεταβλητής αντίστασης (nulling potentiometer) που συνδέεται μεταξύ των ακροδεκτών 1 και 5 του ΤΕ και ρυθμίζεται έτσι ώστε για μηδενικό σήμα εισόδου να λαμβάνεται μηδενικό σήμα εξόδου.

Δομή του τελεστικού ενισχυτή



Δομή του τελεστικού ενισχυτή

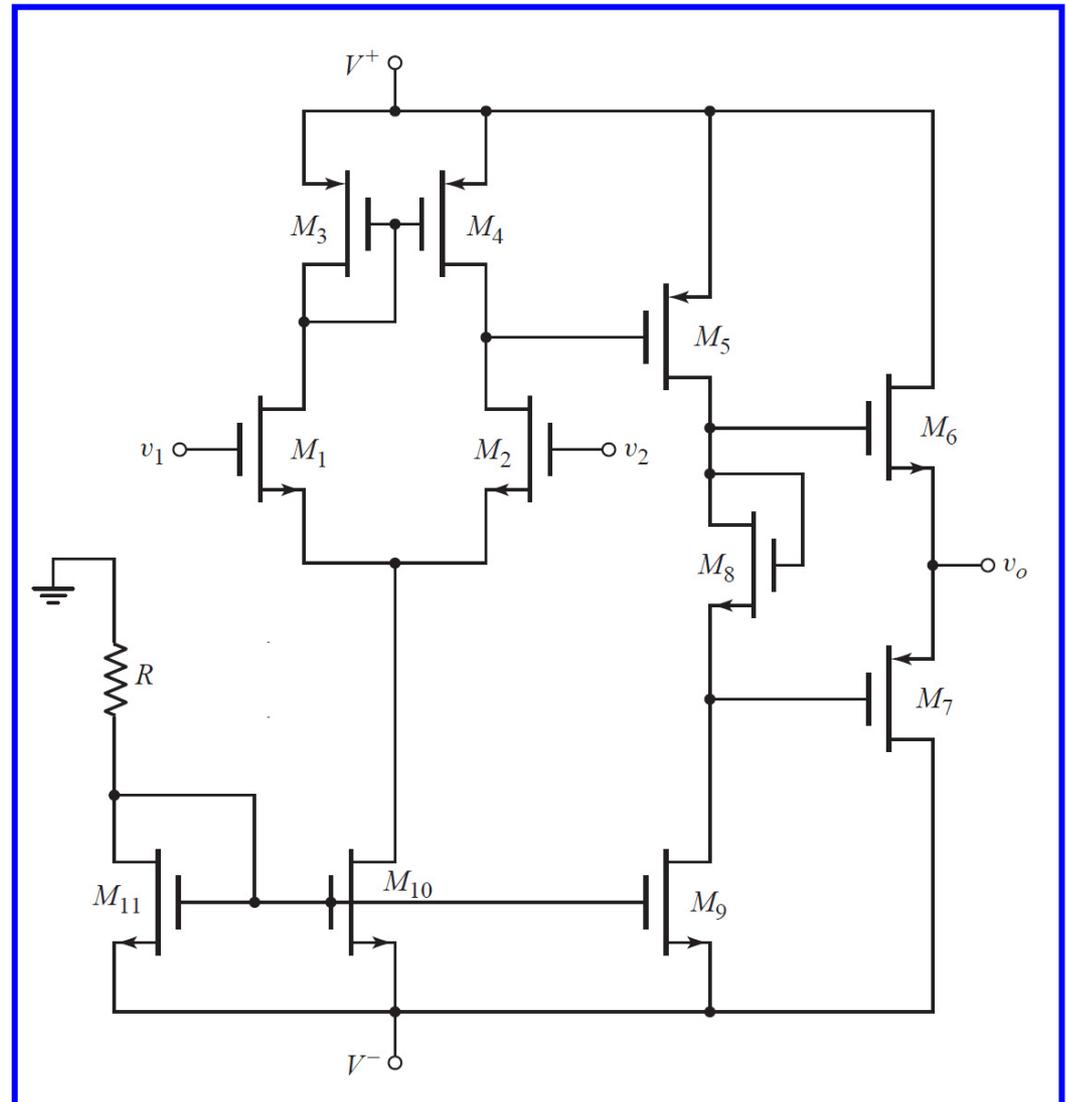
- Τα τρανζίστορ Q_1, Q_2 συνιστούν το **διαφορικό ζεύγος της πρώτης βαθμίδας** του ΤΕ.
- Τα τρανζίστορ Q_1, Q_2 **πολώνονται μέσω της πηγής ρεύματος** στην οποία συμμετέχουν τα τρανζίστορ Q_3, Q_4 και οι αντιστάσεις R_2, R_4 .
- Οι ακροδέκτες 1 και 5 χρησιμοποιούνται έτσι ώστε για μηδενικά σήματα εισόδου να λαμβάνεται μηδενικό σήμα εξόδου.
- Αυτό επιτυγχάνεται με σύνδεση μιας μεταβλητής αντίστασης στους ακροδέκτες αυτούς. Όταν αλλάζει τιμή η αντίσταση αυτή εισάγεται στο κύκλωμα μια **αντισταθμιστική τάση (offset voltage)**, ώστε να αρθεί πιθανή ασυμμετρία.
- Τα τρανζίστορ Q_5, Q_6, Q_7 συνιστούν το **ενεργό φορτίο της διαφορικής βαθμίδας**.
- Το **ζεύγος Darlington** που αποτελείται από τα τρανζίστορ Q_8, Q_9 συνιστά την **δεύτερη βαθμίδα** που προσδίδει υψηλή ενίσχυση τάσης.
- Τα τρανζίστορ Q_8, Q_9 **πολώνονται μέσω της πηγής ρεύματος** στην οποία συμμετέχουν τα τρανζίστορ Q_4, Q_{10} και η αντίσταση R_3 .
- Η **βαθμίδα εξόδου** αποτελείται από δύο **συμπληρωματικά τρανζίστορ** Q_{11} (npn), Q_{12} (pnp) και αναφέρεται ως **ενισχυτής ισχύος push-pull**.

Δομή του τελεστικού ενισχυτή

- Τα τρανζίστορ της βαθμίδας εξόδου είναι σε σύνδεση κοινού συλλέκτη, εξασφαλίζοντας **χαμηλή αντίσταση εξόδου**, έτσι ώστε η βαθμίδα να οδηγεί το φορτίο χωρίς να επηρεάζεται από αυτό.
- Η βαθμίδα εξόδου σχεδιάζεται έτσι ώστε να αποδίδει σημαντική ισχύ στο φορτίο.
- Τα συμπληρωματικά τρανζίστορ που έχουν παρόμοια χαρακτηριστικά, πολώνονται με μικρό ρεύμα συλλέκτη (κοντά στην αποκοπή).
- Κατά την θετική ημιπερίοδο της τάσης εισόδου της βαθμίδας άγει το τρανζίστορ n_{pn} , ενώ κατά την αρνητική ημιπερίοδο της τάσης εισόδου άγει το τρανζίστορ pnp .
- Στο φορτίο ρέει ρεύμα σε όλη την περίοδο της τάσης εισόδου με το τρανζίστορ n_{pn} να «σπρώχνει» (**push**) ρεύμα προς το φορτίο όταν η τάση εισόδου είναι θετική και το τρανζίστορ pnp να «τραβάει» (**pull**) ρεύμα όταν η τάση εισόδου είναι αρνητική.
- Για το λόγο αυτό, η βαθμίδα εξόδου αναφέρεται ως **βαθμίδα push-pull**.
- Οι δύο δίοδοι (που μπορούν να υλοποιηθούν με κατάλληλα συνδεδεμένα τρανζίστορ) χρησιμοποιούνται για να εξασφαλιστεί η επιθυμητή πόλωση των τρανζίστορ n_{pn} και pnp .

Δομή του τελεστικού ενισχυτή

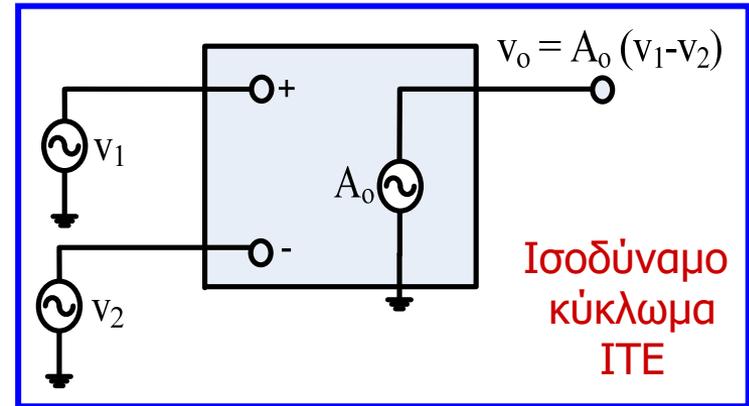
Με παρόμοιο τρόπο
υλοποιούνται οι τελεστικοί
ενισχυτές που αποτελούνται
από **MOSFET**



Ιδανικός τελεστικός ενισχυτής (ΙΤΕ)

- Στον ΙΤΕ, η **ενίσχυση τάσης ανοικτού βρόχου** (ή ενίσχυση στο συνεχές) θεωρείται ότι έχει **άπειρη τιμή** και ανεξάρτητη της συχνότητας (**άπειρο εύρος ζώνης**), αλλά ο ΙΤΕ δεν χρησιμοποιείται χωρίς ανατροφοδότηση, οπότε στις εφαρμογές του η ενίσχυση εξαρτάται από το κύκλωμα ανατροφοδότησης.

$$v_o = A_o (v_1 - v_2) \quad (A_o = \infty)$$
$$(v_1 - v_2) = \frac{1}{A_o} \cdot v_o \Rightarrow v_1 = v_2$$



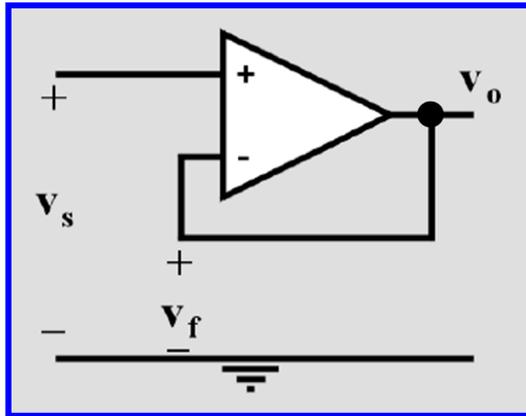
Στον ΙΤΕ, η διαφορά δυναμικού στους ακροδέκτες εισόδου είναι μηδενική, οπότε οι τάσεις στους ακροδέκτες εισόδου είναι ίσες (**ιδιότητα αντιγραφής τάσεων**).

- Ο ΙΤΕ δεν «τραβάει» ρεύμα από τις εισόδους του ($i_1 = i_2 = 0$), δηλ. ο ΙΤΕ δεν φορτώνει τα κυκλώματα προς τα οποία συνδέεται, συνεπώς η **αντίσταση εισόδου** θεωρείται **άπειρη**.
- Η έξοδος του ΙΤΕ δρα ως ακροδέκτης **ιδανικής πηγής τάσης ελεγχόμενης από τάση**, δηλ. η τάση εξόδου δεν επηρεάζεται από το φορτίο στο οποίο συνδέεται, συνεπώς η **αντίσταση εξόδου** θεωρείται **μηδενική**.

Εφαρμογές τελεστικού ενισχυτή

- Ο ΤΕ χρησιμοποιείται σε πολλές εφαρμογές που εντάσσονται κυρίως στην κατηγορία της επεξεργασίας αναλογικών σημάτων.
- Κυκλώματα ΤΕ με ανατροφοδότηση χρησιμοποιούνται για την εκτέλεση αρκετών λειτουργιών, όπως:
 - ✓ πολλαπλασιασμός σήματος με θετική σταθερά (ενισχυτής θετικής ενίσχυσης ή μη αναστρέφων ενισχυτής),
 - ✓ πολλαπλασιασμός σήματος με αρνητική σταθερά (ενισχυτής αρνητικής ενίσχυσης ή αντιστροφέας),
 - ✓ πρόσθεση και αφαίρεση σημάτων,
 - ✓ μετατροπή ρεύματος σε τάση και τάσης σε ρεύμα,
 - ✓ ολοκλήρωση και διαφορίση σήματος,
 - ✓ ανόρθωση σήματος, σύγκριση σημάτων, λογαρίθμιση και τετραγωνική ρίζα σήματος.
- Τα κυκλώματα ΤΕ που εκτελούν τις λειτουργίες αυτές μπορούν να συνδυαστούν για την υλοποίηση πιο σύνθετων λειτουργιών.

Ακολουθητής τάσης



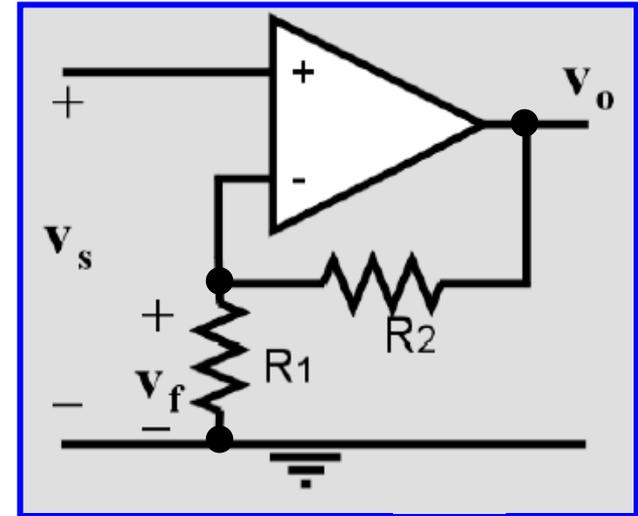
$$v_+ = v_- = v_o \Rightarrow v_s = v_o \Rightarrow A_v = \frac{v_o}{v_s} = 1$$

- Εφαρμόζεται ολική ανατροφοδότηση ($\beta=1$) και η ενίσχυση του κυκλώματος είναι μοναδιαία, που σημαίνει ότι η τάση εξόδου είναι ίση με την τάση εισόδου.
- Ο ΤΕ είναι κατάλληλος για την εφαρμογή αυτή επειδή έχει πολύ υψηλή αντίσταση εισόδου και πολύ μικρή αντίσταση εξόδου.
- Η αντίσταση εισόδου είναι πολύ υψηλή, συνεπώς δεν επηρεάζει την τάση εξόδου του κυκλώματος στο οποίο συνδέεται, ενώ η αντίσταση εξόδου είναι πολύ μικρή, συνεπώς το κύκλωμα δεν επηρεάζεται από το φορτίο που του συνδέεται.
- Έτσι, ο ακολουθητής τάσης είναι χρήσιμος απομονωτής μεταξύ πηγής και φορτίου (π.χ. μεταξύ ενός αισθητήρα και μίας συσκευής ένδειξης).

Ενισχυτής θετικής ενίσχυσης (μη αναστρέφων)

- Το κύκλωμα ανατροφοδότησης του ενισχυτή αυτού, υλοποιείται με έναν ωμικό διαιρέτη τάσης:

$$v_- = v_f = \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_o \quad \overset{v_- = v_+ = v_s}{\Rightarrow} \quad v_o = \frac{R_1 + R_2}{R_1} v_s$$
$$\Rightarrow A_v = \frac{v_o}{v_s} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$



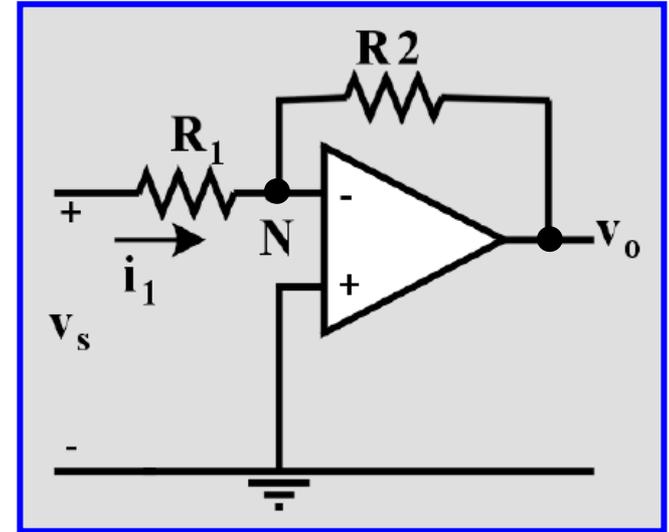
- Συνεπώς, πρόκειται για έναν ενισχυτή τάσης θετικής ενίσχυσης, η οποία καθορίζεται αποκλειστικά από το κύκλωμα ανατροφοδότησης.
- Η ενίσχυση δεν μπορεί να γίνει μικρότερη του 1.
- Στην περίπτωση όπου οι αντιστάσεις του κυκλώματος ανατροφοδότησης αντικατασταθούν από εμπεδήσεις, η ενίσχυση του κυκλώματος παύει να είναι πραγματικός αριθμός και γίνεται συνάρτηση της συχνότητας, η οποία εκφράζει στην ουσία τη συνάρτηση μεταφοράς του κυκλώματος ενίσχυσης με ΙΤΕ:

$$A_v(s) = \frac{V_o}{V_s} = 1 + \frac{Z_2(s)}{Z_1(s)}$$

Ενισχυτής αρνητικής ενίσχυσης (αντιστροφέας)

- Ο ενισχυτής αρνητικής ενίσχυσης έχει παρόμοια τοπολογία με εφαρμογή του σήματος στον ακροδέκτη αντιστροφής και με τον ακροδέκτη μη αντιστροφής γειωμένο.
- Το ρεύμα στις εισόδους του ΙΤΕ είναι μηδενικό:

$$\dot{i}_1 = \dot{i}_{R_2} \Rightarrow \frac{V_s - V_-}{R_1} = \frac{V_- - V_o}{R_2} \Rightarrow$$
$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) V_- = \frac{V_s}{R_1} + \frac{V_o}{R_2}$$



- Λόγω της ιδιότητας αντιγραφής τάσεων του ΙΤΕ, ο ακροδέκτης αντιστροφής συμπεριφέρεται ως εικονική γη (virtual earth):

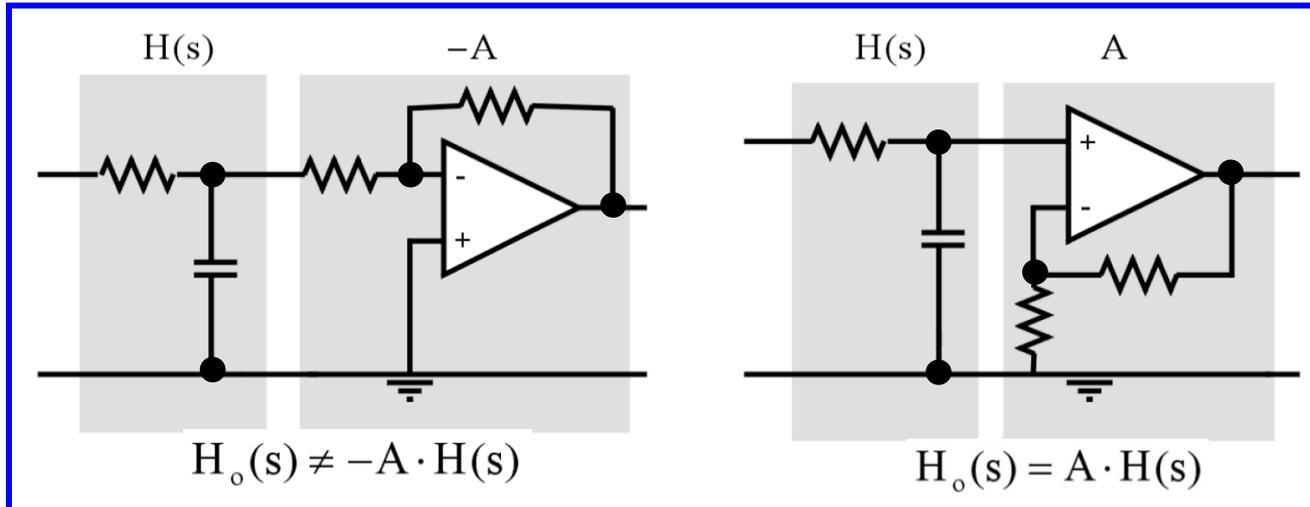
$$V_- = V_+ = 0 \rightarrow A_v = \frac{V_o}{V_s} = -\frac{R_2}{R_1}$$

Συνάρτηση μεταφοράς κυκλώματος:

$$A(s) = \frac{V_o}{V_s} = -\frac{Z_2}{Z_1}$$

Ενισχυτής αρνητικής ενίσχυσης (αντιστροφέας)

- Ο αντιστροφέας έχει πεπερασμένη αντίσταση εισόδου ($R_i = v_s / i_1 = R_1$) σε αντίθεση με τον μη αναστρέφοντα ενισχυτή που έχει άπειρη αντίσταση εισόδου.
- Επομένως, ο αντιστροφέας φορτώνει την έξοδο του κυκλώματος προς στο οποίο συνδέεται.



- Η συνάρτηση μεταφοράς του συνολικού κυκλώματος στην περίπτωση του μη αναστρέφοντα ενισχυτή είναι $H(s) \cdot A$, ενώ στην περίπτωση του αντιστροφέα αυτό δε συμβαίνει αφού ο αντιστροφέας φορτώνει το υποκύκλωμα $H(s)$ αλλοιώνοντας τη συνάρτηση μεταφοράς του.

Παράδειγμα 1^ο: ενισχυτής αρνητικής ενίσχυσης

Για το κύκλωμα με ΙΤΕ του παρακάτω σχήματος θα προσδιορίσουμε μία έκφραση για την ενίσχυση τάσης. Κατόπιν, θα χρησιμοποιήσουμε το κύκλωμα για να σχεδιάσουμε έναν ενισχυτή αρνητικής ενίσχυσης με ενίσχυση -100 και αντίσταση εισόδου $1\text{ M}\Omega$.

Δεν μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε αντιστάσεις μεγαλύτερες από $1\text{ M}\Omega$.

$$V_- = V_+ = 0 \rightarrow V_1 = 0$$

$$i_1 = \frac{V_i - V_1}{R_1} = \frac{V_i - 0}{R_1} = \frac{V_i}{R_1} \quad i_1 = i_2$$

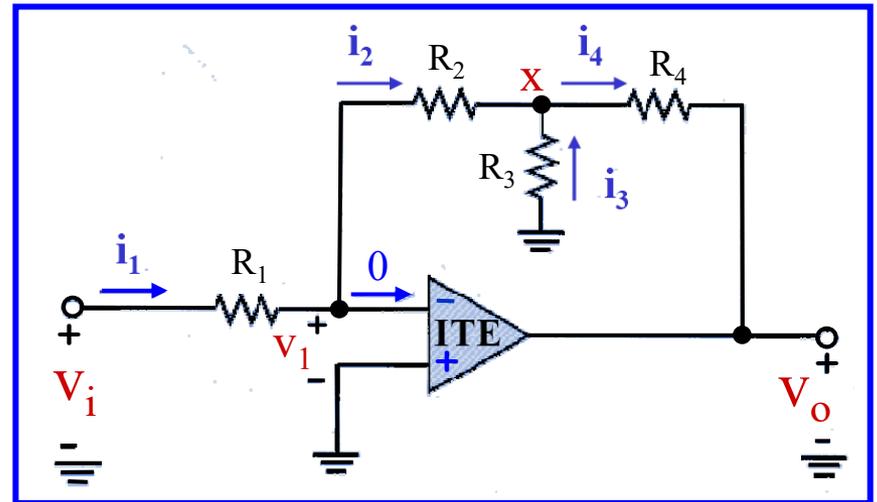
$$V_x = V_1 - i_2 R_2 = 0 - \frac{V_i}{R_1} R_2 = -\frac{R_2}{R_1} V_i$$

$$i_3 = \frac{0 - V_x}{R_3} = \frac{R_2}{R_1 R_3} V_i$$

$$i_4 = i_2 + i_3 = \frac{V_i}{R_1} + \frac{R_2}{R_1 R_3} V_i$$

$$V_o = V_x - i_4 R_4 = -\frac{R_2}{R_1} V_i - \left(\frac{V_i}{R_1} + \frac{R_2}{R_1 R_3} V_i \right) R_4$$

$$A_v = \frac{V_o}{V_i} = - \left[\frac{R_2}{R_1} + \frac{R_4}{R_1} \left(1 + \frac{R_2}{R_3} \right) \right] = - \frac{R_2}{R_1} \left(1 + \frac{R_4}{R_2} + \frac{R_4}{R_3} \right)$$



Παράδειγμα 1^ο: ενισχυτής αρνητικής ενίσχυσης

$$A_v = \frac{v_o}{v_i} = - \left[\frac{R_2}{R_1} + \frac{R_4}{R_1} \left(1 + \frac{R_2}{R_3} \right) \right] = - \frac{R_2}{R_1} \left(1 + \frac{R_4}{R_2} + \frac{R_4}{R_3} \right)$$

Με δεδομένο ότι $R_i = R_1 = 1 \text{ M}\Omega$, εάν επιλέξουμε και $R_2 = 1 \text{ M}\Omega$, τότε θα πρέπει οι τιμές των R_3 και R_4 να είναι τέτοιες ώστε $A_v = -100$. Εάν επιλέξουμε $R_4 = 1 \text{ M}\Omega$:

$$R_3 = - \frac{R_2 R_4}{A_v R_1 + R_2 + R_4} \Rightarrow R_3 = 10.2 \text{ k}\Omega$$

Στην κλασσική τοπολογία του ενισχυτή αρνητικής ενίσχυσης:

$$A_v = \frac{v_o}{v_i} = - \frac{R_2}{R_1}$$

Συνεπώς, με δεδομένο ότι η αντίσταση εισόδου είναι $R_1 = 1 \text{ M}\Omega$, για να πετύχουμε ενίσχυση $A_v = -100$, θα χρειαζόμασταν την πολύ μεγάλη αντίσταση $R_2 = 100 \text{ M}\Omega$ (πρακτικά μη υλοποιήσιμη).

Ανάλυση κυκλωμάτων με τελεστικούς ενισχυτές

- Ανάλυση κυκλώματος με τη **μέθοδο ανάλυσης των κόμβων**:
 - ✓ Εφαρμόζουμε τον **1^ο κανόνα Kirchhoff** σε κάθε κόμβο του κυκλώματος εκτός των κόμβων εισόδου και εξόδου ως εξής: το άθροισμα των αγωγιμοτήτων (δηλ. των αντίστροφων αντιστάσεων ή εμπεδησεων) που ξεκινούν από τον κόμβο εφαρμογής πολ/σμένο με την τάση του κόμβου εφαρμογής ισούται με το άθροισμα των γινομένων των αγωγιμοτήτων αυτών με τις τάσεις των κόμβων στους οποίους καταλήγουν.
 - ✓ Χρησιμοποιούμε την **ιδιότητα αντιγραφής τάσεων** στους ακροδέκτες του ΙΤΕ.
 - ✓ Επιλύουμε το **σύστημα των εξισώσεων** που προκύπτει και υπολογίζουμε την **τάση εξόδου** του κυκλώματος.
- Ανάλυση κυκλώματος με την **αρχή της επαλληλίας**:
 - ✓ Σε κυκλώματα στα οποία υπάρχουν πολλά σήματα εισόδου, το **σήμα εξόδου** μπορεί να προκύψει από το **άθροισμα των επιμέρους σημάτων εξόδου** που προκύπτουν εάν κάθε φορά λάβουμε υπόψη **μόνο ένα σήμα εισόδου** και θεωρήσουμε τα **υπόλοιπα μηδενικά**.
 - ✓ Πηγή τάσης με μηδενική τιμή λαμβάνεται ως βραχυκύκλωμα, ενώ πηγή ρεύματος με μηδενική τιμή λαμβάνεται ως ανοικτό κύκλωμα.

Ενισχυτής διαφοράς τάσεων

ΜΕΘΟΔΟΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΚΟΜΒΩΝ

Κόμβος v_3 :

$$(G_1 + G_2)v_3 = G_1v_1 + G_2v_o \Rightarrow$$

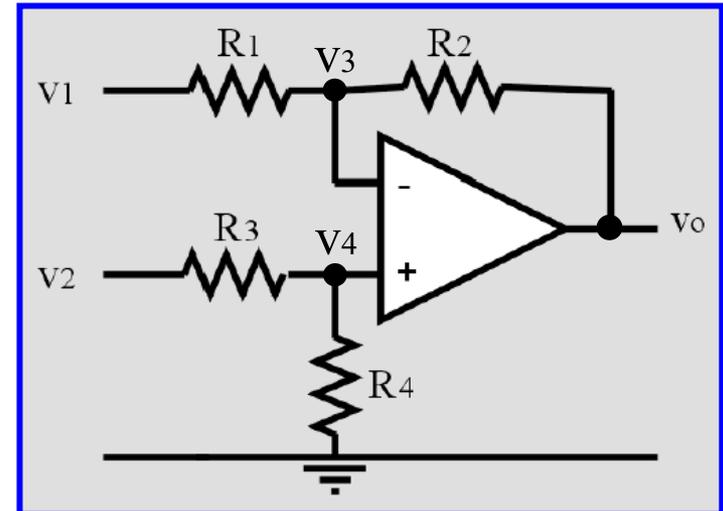
$$v_3 = \frac{G_1}{G_1 + G_2}v_1 + \frac{G_2}{G_1 + G_2}v_o$$

Κόμβος v_4 :

$$(G_3 + G_4)v_4 = G_3v_2 \Rightarrow v_4 = \frac{G_3}{G_3 + G_4}v_2$$

Ιδιότητα αντιγραφής τάσεων εισόδου ΙΤΕ:

$$v_3 = v_4 \Rightarrow v_o = \frac{G_3}{G_2} \left(\frac{G_1 + G_2}{G_3 + G_4} \right) v_2 - \frac{G_1}{G_2} v_1$$



Εάν επιλέξουμε:

$$R_1 = R_3 \text{ και } R_2 = R_4$$

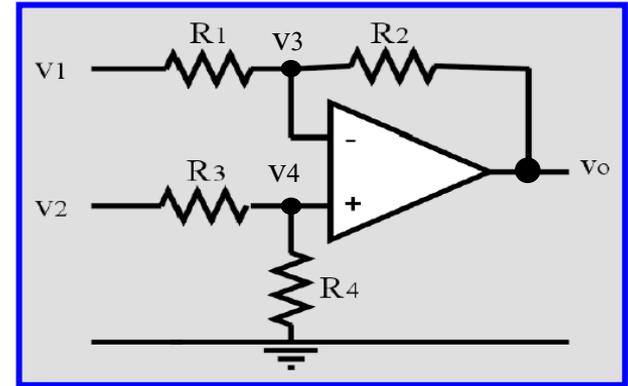
$$v_o = \frac{R_2}{R_1}(v_2 - v_1)$$

Ενισχυτής διαφοράς τάσεων

ΑΡΧΗ ΕΠΑΛΛΗΛΙΑΣ

Μηδενισμός της v_1 :

Το κύκλωμα λειτουργεί ως **ενισχυτής θετικής ενίσχυσης** με κύκλωμα ανατροφοδότησης που αποτελείται από τις R_1 και R_2 , είσοδο v_4 και έξοδο v_o , οπότε:



$$v_o = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)v_4$$

$$v_4 = \frac{R_4}{R_3 + R_4}v_2$$

$$v_o = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)\frac{R_4}{R_3 + R_4}v_2$$

Μηδενισμός της v_2 :

Το κύκλωμα λειτουργεί ως **ενισχυτής αρνητικής ενίσχυσης** με αντίσταση ανατροφοδότησης την R_2 , αντίσταση εισόδου την R_1 , είσοδο v_1 και έξοδο v_o , οπότε:

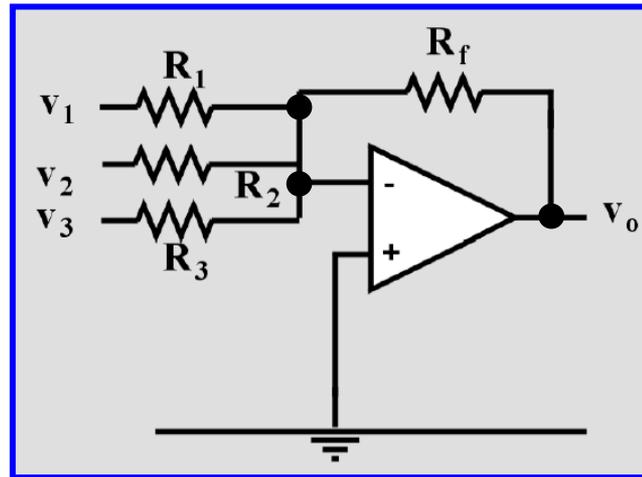
$$v_o = -\frac{R_2}{R_1}v_1$$

$$v_o = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)\frac{R_4}{R_3 + R_4}v_2 - \frac{R_2}{R_1}v_1$$

$$R_1 = R_3 \text{ και } R_2 = R_4$$

$$v_o = \frac{R_2}{R_1}(v_2 - v_1)$$

Αντιστρέφων αθροιστής



- Ο **αντιστρέφων αθροιστής** είναι ένας ενισχυτής αρνητικής ενίσχυσης, στην είσοδο του οποίου συνδέονται περισσότερα από ένα σήματα.
- Με χρήση της αρχής επαλληλίας καταλήγουμε στην πρόσθεση των σημάτων εξόδου που προκύπτουν από ενισχυτές αρνητικής ενίσχυσης:

$$v_o = -\left(\frac{R_f}{R_1}v_1 + \frac{R_f}{R_2}v_2 + \frac{R_f}{R_3}v_3 + \dots\right)$$

- Εξυπακούεται ότι οι αντιστάσεις εισόδου μπορούν να αντικατασταθούν από εμπεδήσεις για την υλοποίηση άθροισης πιο σύνθετων λειτουργιών.

Μη αντιστρέφων αθροιστής

Με χρήση αρχής επαλληλίας, η έξοδος για τον μη αντιστρέφων αθροιστή υπολογίζεται ως εξής:

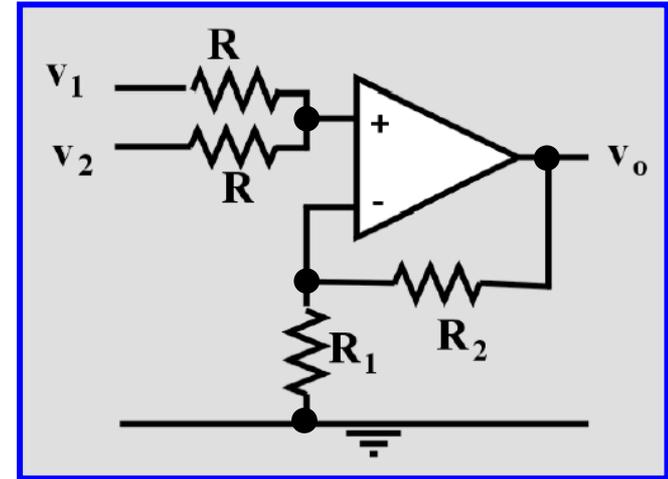
$$v_2 = 0 \Rightarrow v_o = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) v_+$$
$$v_+ = \frac{R}{R + R} v_1 \Rightarrow v_+ = \frac{v_1}{2}$$

$$v_o = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{v_1}{2}$$

$$v_1 = 0 \Rightarrow v_o = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) v_+$$
$$v_+ = \frac{R}{R + R} v_2 \Rightarrow v_+ = \frac{v_2}{2}$$

$$v_o = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{v_2}{2}$$

$$v_o = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \left(\frac{v_1}{2} + \frac{v_2}{2}\right)$$



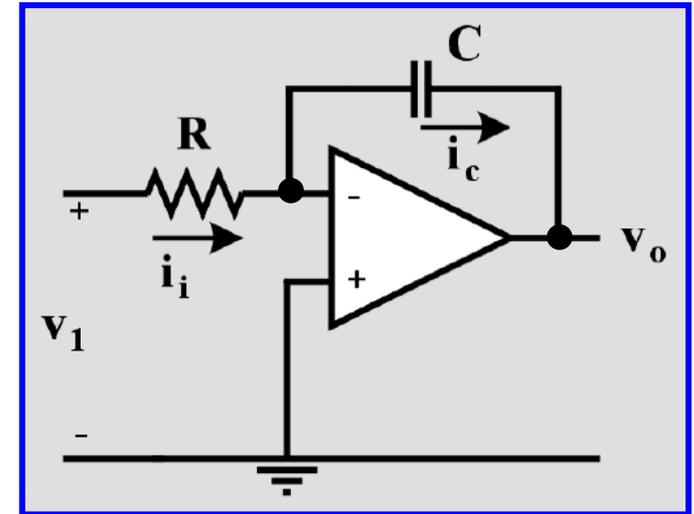
Εάν επιχειρήσουμε να αυξήσουμε τον αριθμό των εισόδων, κάθε νέα είσοδος επηρεάζει το ποσοστό των υπολοίπων.

Ολοκληρωτής

Στην είσοδο του ΙΤΕ το ρεύμα είναι μηδενικό:

$$i_i(t) = i_c(t)$$
$$\frac{v_1(t)}{R} = -C \frac{dv_o(t)}{dt}$$

$$v_o(t) = -\frac{1}{RC} \int_0^t v_1(t) dt \quad (1)$$



Η (1) εκφράζει την έξοδο του κυκλώματος στο **πεδίο του χρόνου**. Η **συνάρτηση μεταφοράς του κυκλώματος (πεδίο συχνότητας)** προσδιορίζεται εάν αναγνωρίσουμε ότι το κύκλωμα είναι ένας αντιστροφέας με χωρητική εμπέδηση στη θέση της αντίστασης ανατροφοδότησης:

$$A(s) = \frac{V_o}{V_1} = -\frac{Z_C}{Z_R} = -\frac{Z_C}{R} = \frac{-1}{RCs} \quad (2)$$

Η (2) μπορεί να προκύψει από την (1) και με μετασχηματισμό Laplace, αφού:

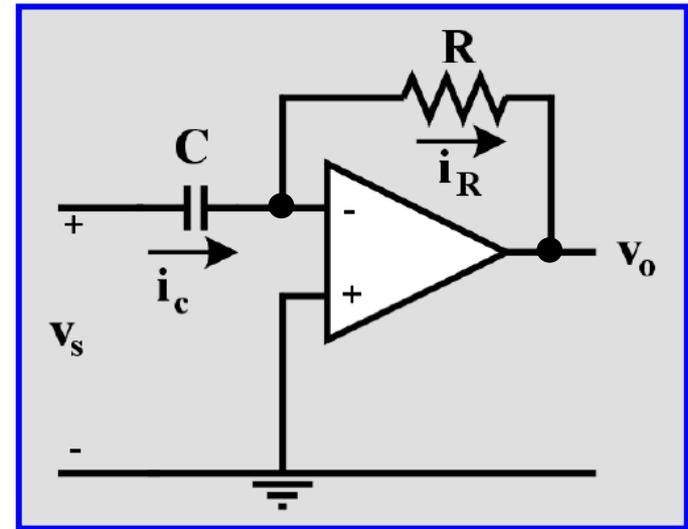
$$L \left\{ \int_0^t x(t) dt \right\} = \frac{1}{s} \cdot X(s)$$

Διαφοριστής

Στην είσοδο του ΙΤΕ το ρεύμα είναι μηδενικό:

$$i_R = i_C \Rightarrow -\frac{V_o}{R} = C \frac{dv_s}{dt}$$

$$V_o = -RC \frac{dv_s}{dt} \quad (1)$$



Η (1) εκφράζει την έξοδο του κυκλώματος στο **πεδίο του χρόνου**. Η **συνάρτηση μεταφοράς του κυκλώματος (πεδίο συχνότητας)** προσδιορίζεται εάν αναγνωρίσουμε ότι το κύκλωμα είναι ένας αντιστροφέας με χωρητική εμπέδηση στην είσοδο:

$$A(s) = \frac{V_o}{V_s} = -\frac{Z_R}{Z_C} = -\frac{R}{Z_C} = -RCs \quad (2)$$

Η (2) μπορεί να προκύψει από την (1) και με μετασχηματισμό Laplace, αφού:

$$L\left\{\frac{dx}{dt}\right\} = s \cdot X(s)$$

Παράδειγμα 2^ο: εφαρμογή αρχής επαλληλίας

Η είσοδος v_1 του κυκλώματος του παρακάτω σχήματος είναι σταθερή τάση -4 Volt, ενώ η είσοδος v_2 είναι σήμα τάσης το οποίο μεταβάλλεται γραμμικά κατά 2 Volt κάθε δευτερόλεπτο. Οι δύο εισοδοί εφαρμόζονται στο κύκλωμα για χρονικό διάστημα 5 sec. Δίνεται ότι: $R = 5$ k Ω και $C = 100$ μ F. Με χρήση της αρχής επαλληλίας, θα προσδιορίσουμε την v_o και θα σχεδιάσουμε τις γραφικές παραστάσεις των v_o , v_1 και v_2 ως προς το χρόνο στους ίδιους άξονες.

Εάν $v_2 = 0$, το κύκλωμα αποτελεί **ενισχυτή αρνητικής ενίσχυσης**:

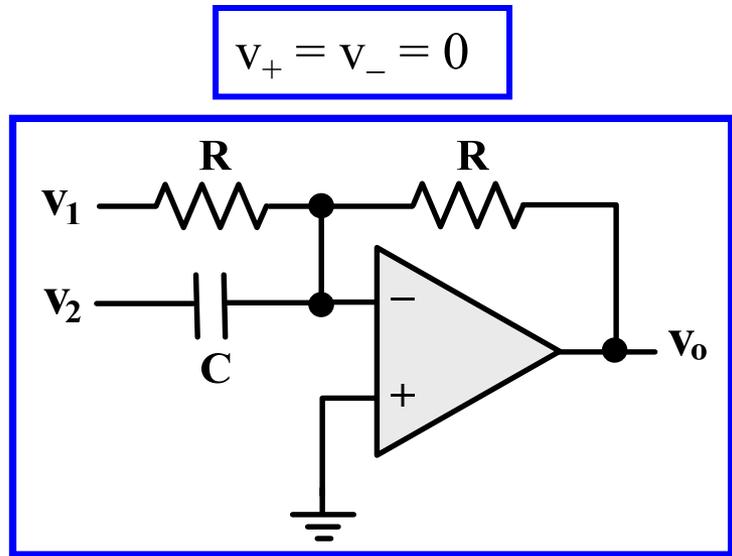
$$v_o = -\frac{R}{R} v_1 = -v_1$$

Εάν $v_1 = 0$, το κύκλωμα αποτελεί **διαφοριστή**:

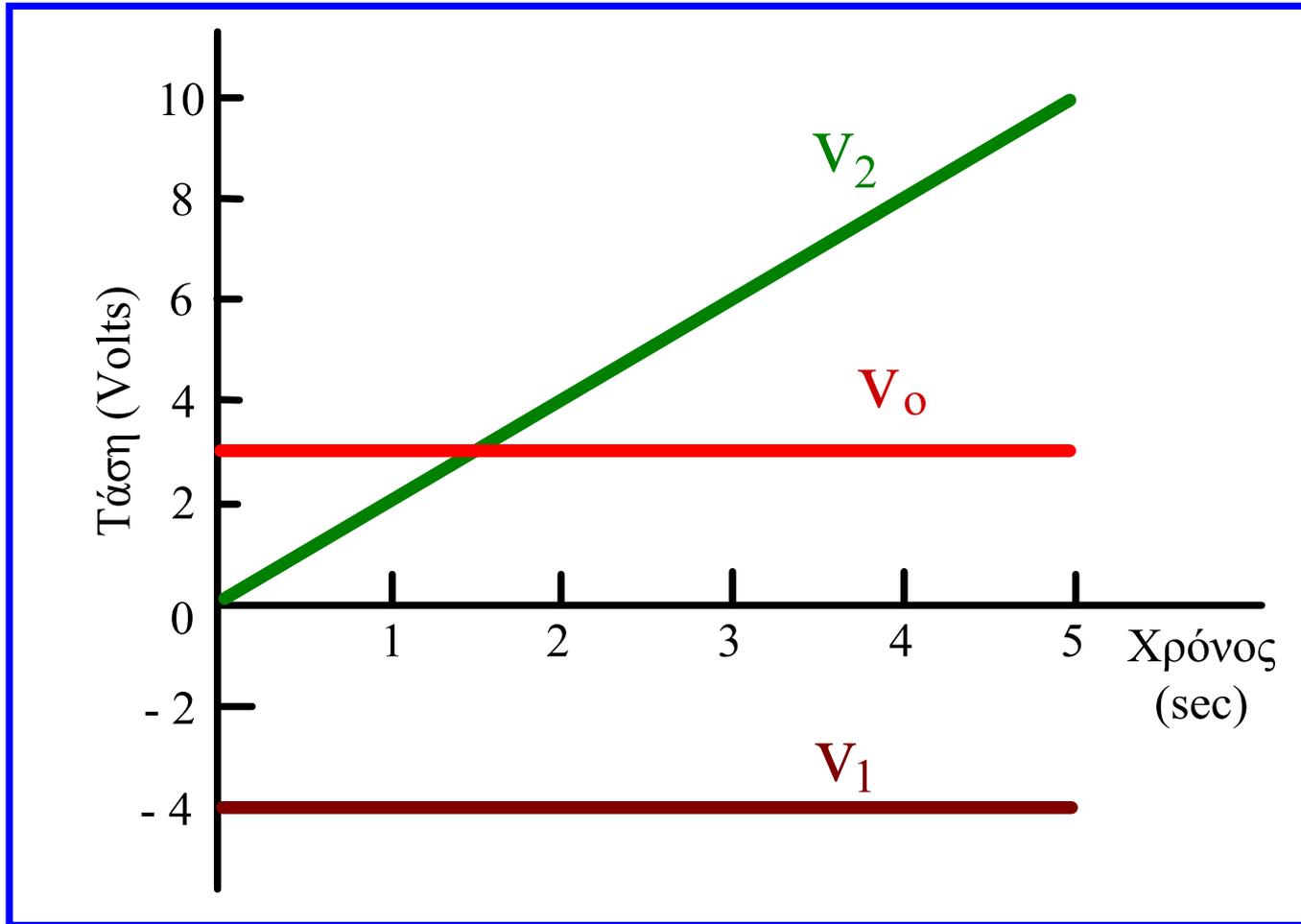
$$v_o = -RC \frac{dv_2}{dt}$$

Με εφαρμογή και των δύο τάσεων εισόδου:

$$v_o = -\left(v_1 + RC \frac{dv_2}{dt} \right) \Rightarrow v_o = -\left(-4 + 5 \cdot 10^3 \cdot 100 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{d(2 \cdot t)}{dt} \right)$$
$$\Rightarrow v_o = -(-4 + 0.5 \cdot 2) \Rightarrow v_o = 3 \text{ V}$$



Παράδειγμα 2ο: εφαρμογή αρχής επαλληλίας

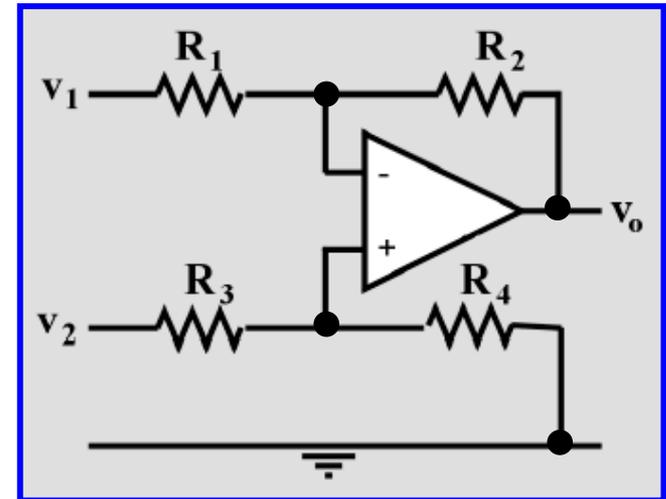


Ενισχυτής διαφορικής εισόδου

Έχουμε ήδη μελετήσει τον ενισχυτή διαφοράς τάσεων όπου προέκυψε ότι:

$$v_o = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{R_4}{R_3 + R_4} v_2 - \frac{R_2}{R_1} v_1$$

$$\begin{matrix} R_1 = R_3 \\ R_2 = R_4 \end{matrix} \rightarrow v_o = \frac{R_2}{R_1} (v_2 - v_1)$$



Ενίσχυση σημάτων κοινού τρόπου:

$$A_{CM} = \left. \frac{v_o}{v_1} \right|_{v_2=v_1} = \frac{R_1 R_4 - R_2 R_3}{R_1 (R_3 + R_4)}$$

$$\begin{matrix} R_1 = R_3 \\ R_2 = R_4 \end{matrix} \rightarrow A_{CM} = 0$$

- Εάν γειώσουμε τη μία από τις δύο εισόδους στον ενισχυτή διαφορικής εισόδου τότε μπορούμε να υλοποιήσουμε ενισχυτή θετικής ή αρνητικής ενίσχυσης.
- Με τον ενισχυτή διαφορικής εισόδου μπορούμε να υλοποιήσουμε διάφορες λειτουργίες με χρήση συνδυασμού ωμικών και χωρητικών εμπεδησεων στις θέσεις των αντιστάσεων του κυκλώματος.

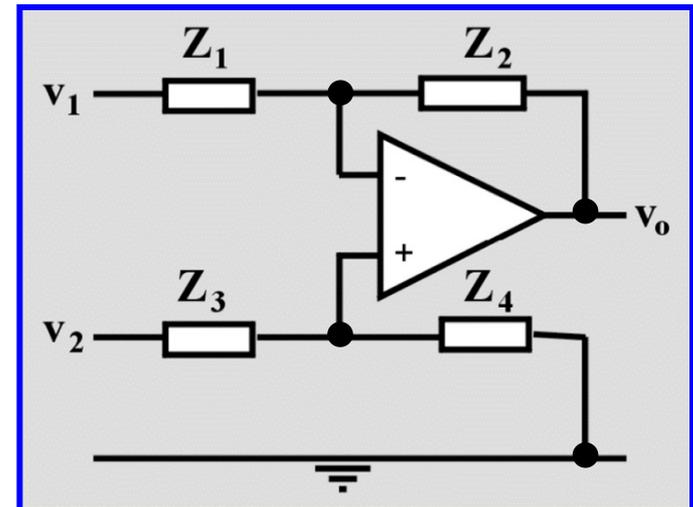
Ενισχυτής διαφορικής εισόδου

$$Z_1 = Z_3 \text{ και } Z_2 = Z_4$$

Z_1, Z_2 : αντιστάσεις

Ενίσχυση
διαφοράς τάσεων:

$$v_o = \frac{R_2}{R_1} (v_2 - v_1)$$



Z_1 αντίσταση, Z_2 πυκνωτής

Ολοκλήρωση διαφοράς τάσεων:

$$v_o = \frac{1}{RC} \int (v_2 - v_1) dt$$

Z_1 πυκνωτής, Z_2 αντίσταση

Παραγωγή διαφοράς τάσεων:

$$v_o = RC \frac{d(v_2 - v_1)}{dt}$$

Ενισχυτής διαφορικής εισόδου και εξόδου

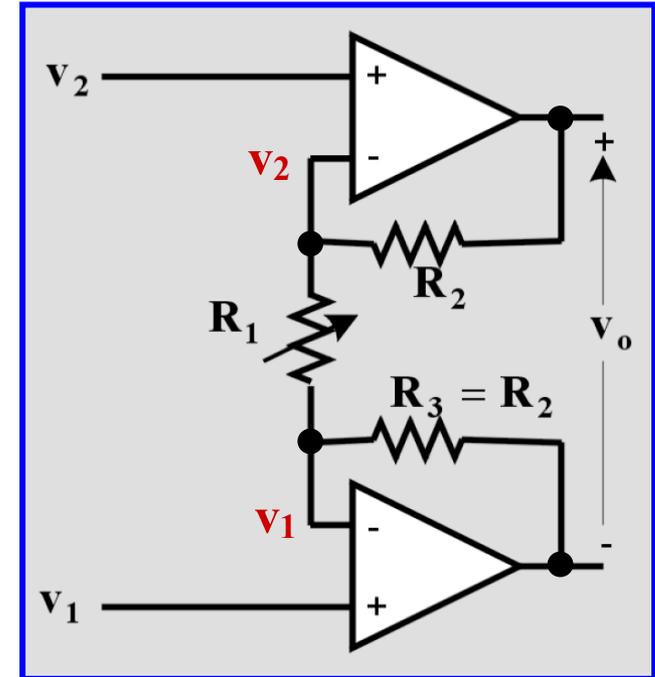
- Ο ενισχυτής διαφορικής εισόδου και διαφορικής εξόδου έχει τη δυνατότητα να ενισχύει διαφορικά σήματα και να παρέχει διαφορική έξοδο.
- Οι τάσεις εισόδου, «αντιγράφονται» στις εισόδους αντιστροφής των ΙΤΕ και τα ρεύματα στις εισόδους των ΙΤΕ είναι μηδενικά, επομένως:

$$i_{R_1} = \frac{V_2 - V_1}{R_1}$$

$$V_o = i_{R_1} \cdot (R_1 + 2 \cdot R_2) = \left(1 + 2 \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot (v_2 - v_1)$$

Διαφορική ενίσχυση (μπορεί να ρυθμιστεί από τη μεταβλητή αντίσταση R_1):

$$A_d = \frac{V_o}{V_2 - V_1} = \left(1 + 2 \frac{R_2}{R_1}\right)$$



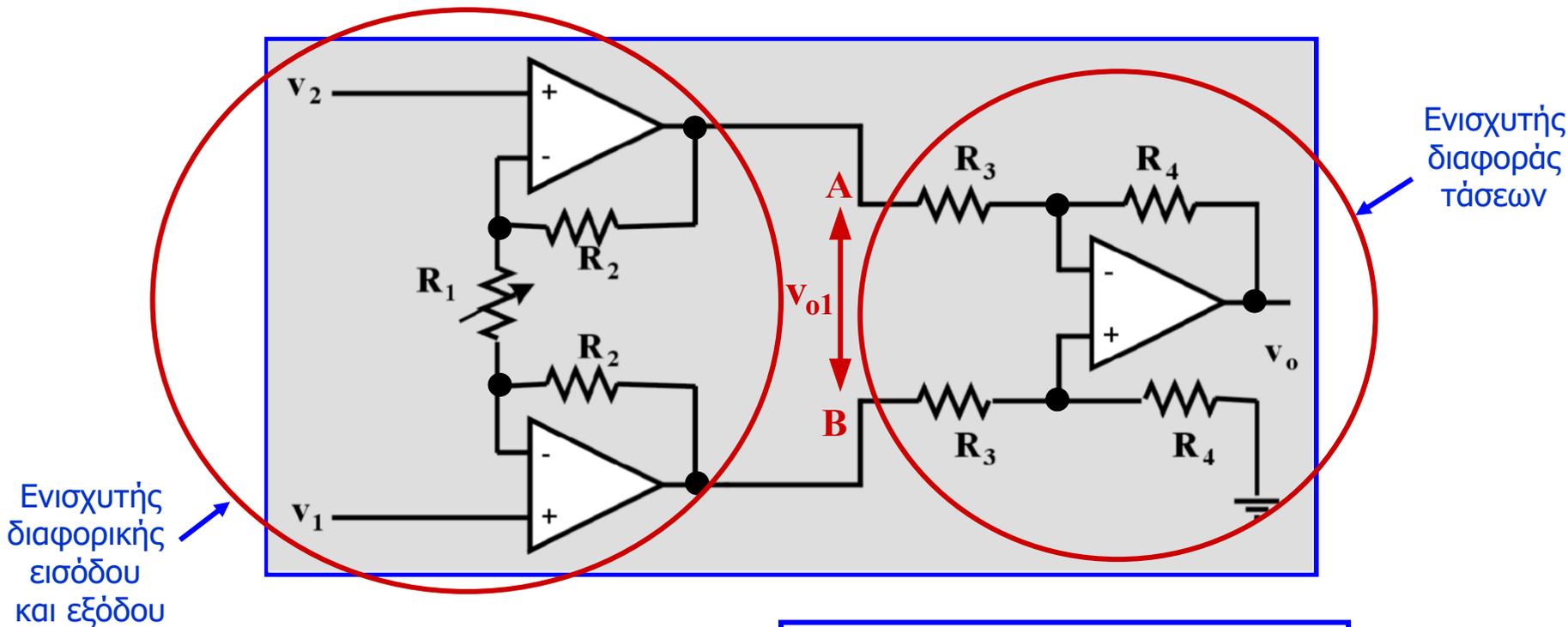
Μηδενική ενίσχυση σημάτων κοινού τρόπου, χωρίς ταίριασμα τιμών των αντιστάσεων (στην πράξη όμως δεν είναι μηδενική):

$$A_{CM} = \left. \frac{V_o}{V_1} \right|_{V_2=V_1} = 0$$

Ενισχυτής οργανολογίας

- Επειδή τα παρεχόμενα σήματα από αισθητήρες συχνά συνοδεύονται από ανεπιθύμητα σήματα παρεμβολών ή θόρυβο, για την ενίσχυσή τους και την προετοιμασία τους ώστε να γίνουν κατάλληλα και να τροφοδοτήσουν μετατροπείς σημάτων (A/D), χρησιμοποιείται ο **ενισχυτής οργανολογίας**.
- Ο ενισχυτής αυτός θα πρέπει να έχει **υψηλή αντίσταση εισόδου**, ώστε να μην «φορτώνει» τους αισθητήρες, **χαμηλή ενίσχυση σημάτων κοινού τρόπου** (επομένως και **υψηλό λόγο απόρριψης σημάτων κοινού τρόπου**) και **σταθερή διαφορική ενίσχυση**.
- Ο ενισχυτής αυτός αποτελείται από έναν **ενισχυτή διαφορικής εισόδου και εξόδου**, ο οποίος ακολουθείται από έναν **ενισχυτή διαφοράς τάσεων**.
- Η **πρώτη βαθμίδα** εξασφαλίζει **υψηλή αντίσταση εισόδου**, **υψηλό λόγο απόρριψης σημάτων κοινού τρόπου** και **δυνατότητα ρύθμισης της διαφορικής ενίσχυσης** μέσω μεταβλητής αντίστασης.
- Η **δεύτερη βαθμίδα** παρέχει τη **δυνατότητα λήψης απλής εξόδου** (δηλ. μη διαφορικής) και συνεισφέρει στην **ενίσχυση τάσης** και στο **λόγο απόρριψης σημάτων κοινού τρόπου**.

Ενισχυτής οργανολογίας



$$v_{o1} = \left(1 + 2 \cdot \frac{R_2}{R_1} \right) \cdot (v_2 - v_1)$$

$$v_o = \frac{R_4}{R_3} \cdot (v_B - v_A) = -\frac{R_4}{R_3} \cdot v_{o1}$$

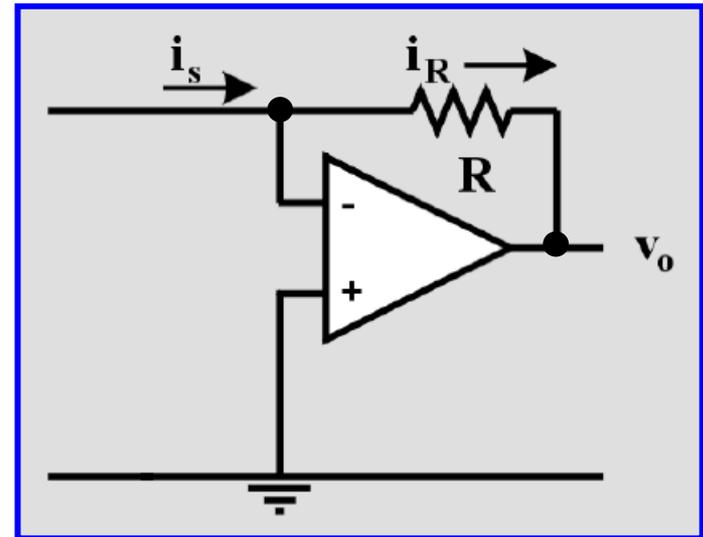
$$v_o = \left(1 + 2 \cdot \frac{R_2}{R_1} \right) \cdot \frac{R_4}{R_3} \cdot (v_1 - v_2)$$

Μετατροπέας ρεύματος σε τάση

- Το κύκλωμα του διπλανού σχήματος **μετατρέπει** μία **πηγή ρεύματος** με μεγάλη αντίσταση σε μία **πηγή τάσης** με μικρή αντίσταση.
- Πρόκειται δηλαδή για **ενισχυτή διεμπέδησης** που λειτουργεί ως **μετατροπέας ρεύματος σε τάση**.
- Τάση εξόδου του κυκλώματος:

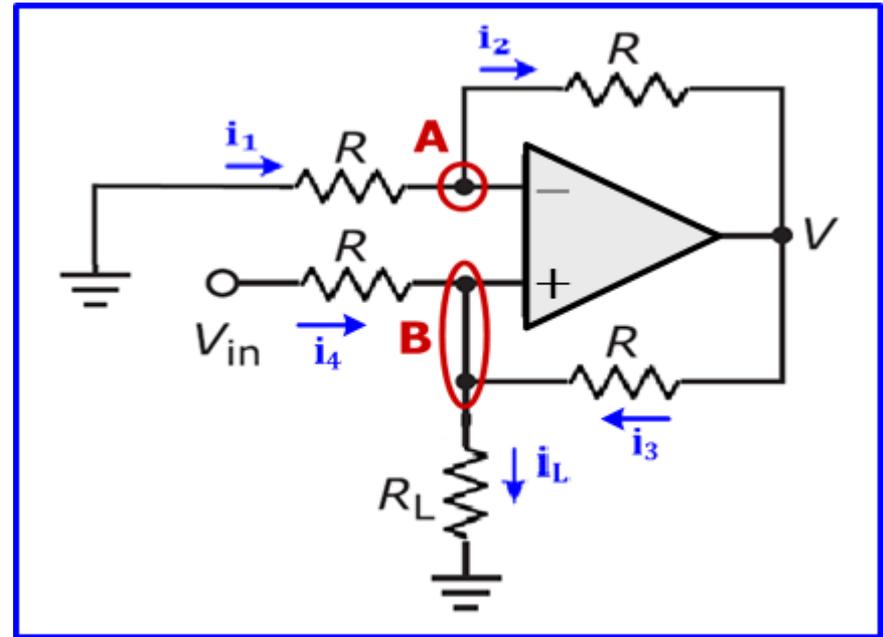
$$i_s = i_R = \frac{V_- - V_o}{R} = -\frac{V_o}{R} \Rightarrow V_o = -i_s \cdot R$$

- Η τάση στην έξοδο του κυκλώματος είναι ανάλογη του ρεύματος στην είσοδο, ενώ η αντίσταση εξόδου είναι πολύ μικρή.



Μετατροπέας τάσης σε ρεύμα

- Η μετατροπή ενός σήματος τάσης σε ρεύμα είναι πολύ χρήσιμη σε συστήματα μέτρησης και συστήματα βιομηχανικού ελέγχου.
- Κατά τη μετάδοση ενός σήματος με τη μορφή ρεύματος σε μεγάλες αποστάσεις, η πτώση τάσης στα καλώδια μεταφοράς δεν επηρεάζει τη μεταδιδόμενη πληροφορία, ενώ η επίδραση του θορύβου είναι μειωμένη σε σχέση με ένα σήμα τάσης.
- Επιπλέον, γίνεται δυνατή η ανίχνευση ανοιχτοκυκλώματος στα καλώδια μεταφοράς.
- Ο μετατροπέας παρέχει ρεύμα που είναι ανάλογο της τάσης εισόδου του (V_{in}) και ανεξάρτητο από την αντίσταση φορτίου (R_L) που τροφοδοτεί με ρεύμα.



$$i_1 = i_2 \Rightarrow \frac{0 - V_A}{R} = \frac{V_A - V}{R} \Rightarrow V_A = \frac{V}{2} \quad (1)$$

$$i_L = i_3 + i_4 \Rightarrow i_L = \frac{V - V_B}{R} + \frac{V_{in} - V_B}{R}$$
$$\stackrel{(1)}{\Rightarrow} i_L = \frac{V_{in}}{R}$$

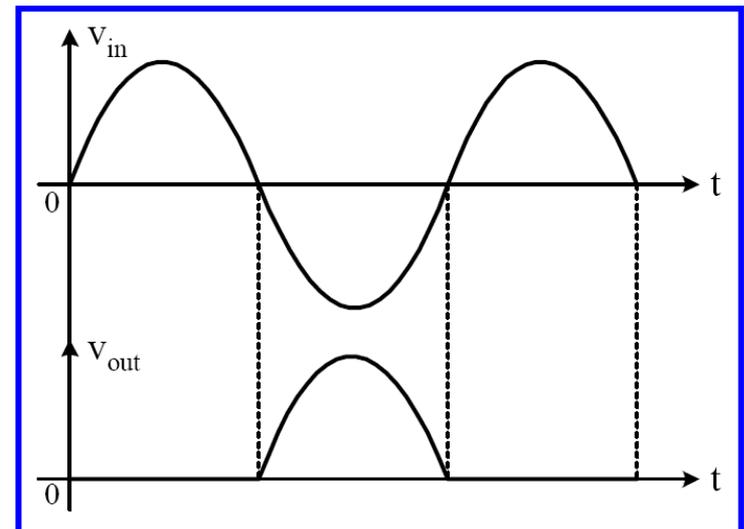
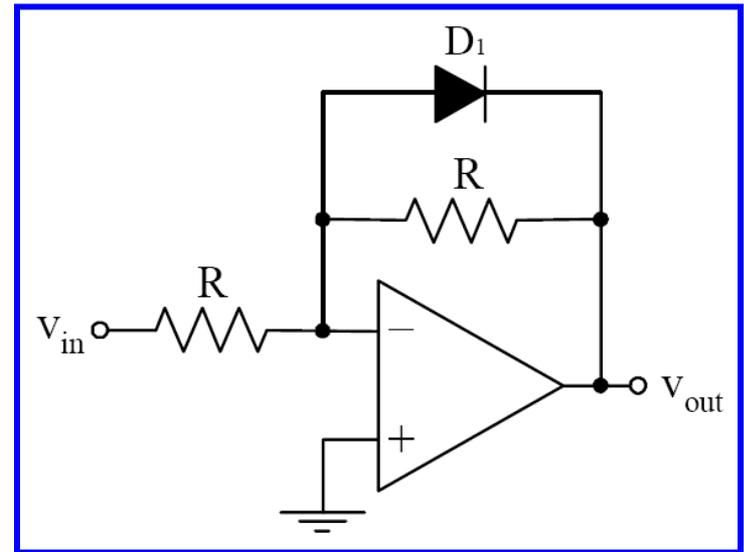
$V_A = V_B$

Κυκλώματα ανορθωτών

- Με **συνδυασμό τελεστικών ενισχυτών** και **διόδων** μπορούμε να επιτύχουμε **ανόρθωση ασθενών σημάτων** (με μικρότερο πλάτος από την τάση αγωγής των διόδων).
- Στο διπλανό κύκλωμα, όταν η τάση εισόδου είναι θετική, η διάδος άγει και η τάση εξόδου είναι μηδενική για ιδανική δίοδο ή λίγο αρνητική (-0.7 V) για πραγματική δίοδο, λόγω της πτώσης τάσης στην αντίσταση αγωγής της διόδου.
- Όταν η τάση εισόδου είναι αρνητική, η διάδος βρίσκεται σε κατάσταση αποκοπής (ανάστροφα πολωμένη), επομένως:

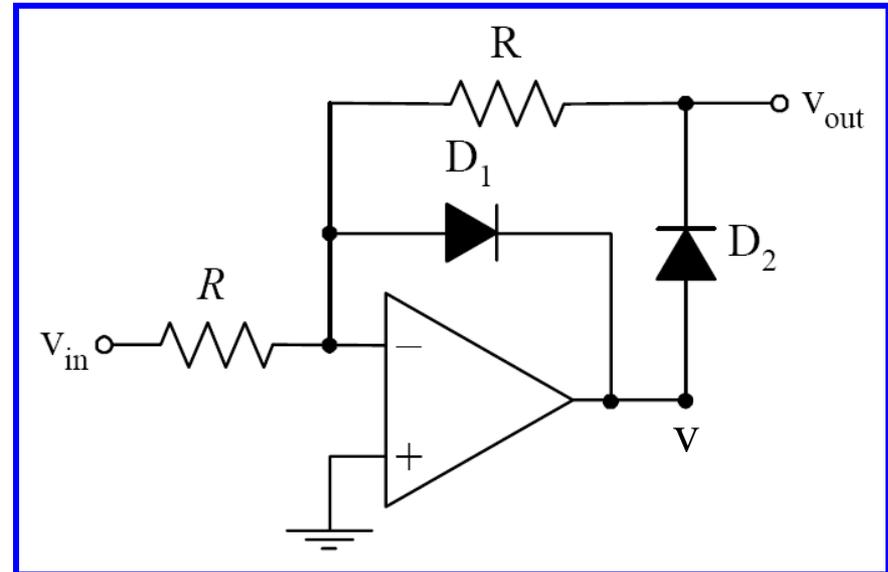
$$V_{\text{out}} = -\frac{R}{R} V_{\text{in}} = -V_{\text{in}}$$

- Το κύκλωμα λειτουργεί ως **ανορθωτής μισού κύματος**.



Κυκλώματα ανορθωτών

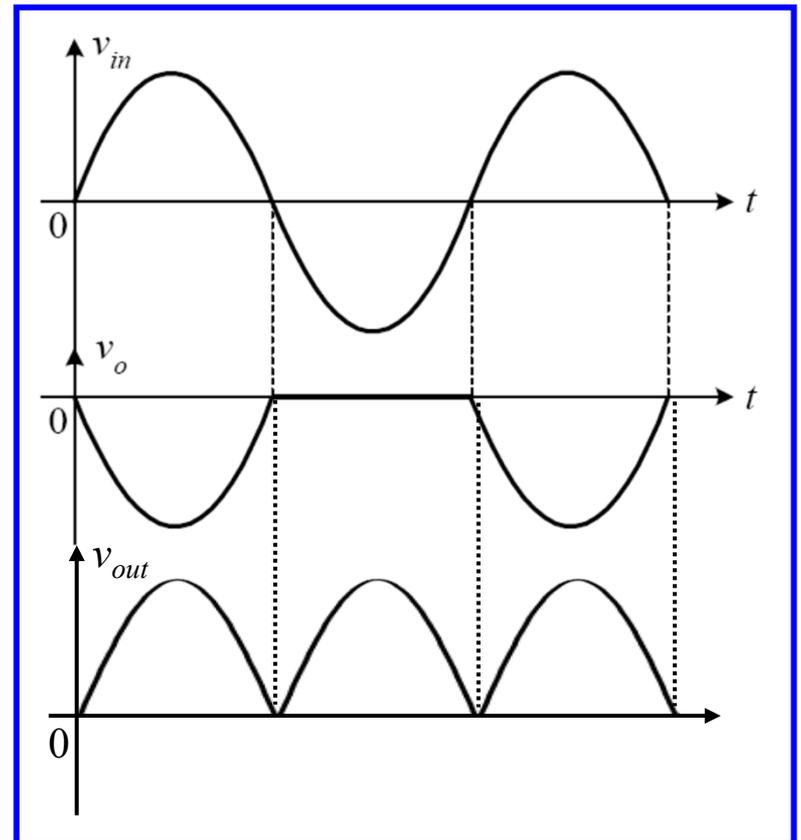
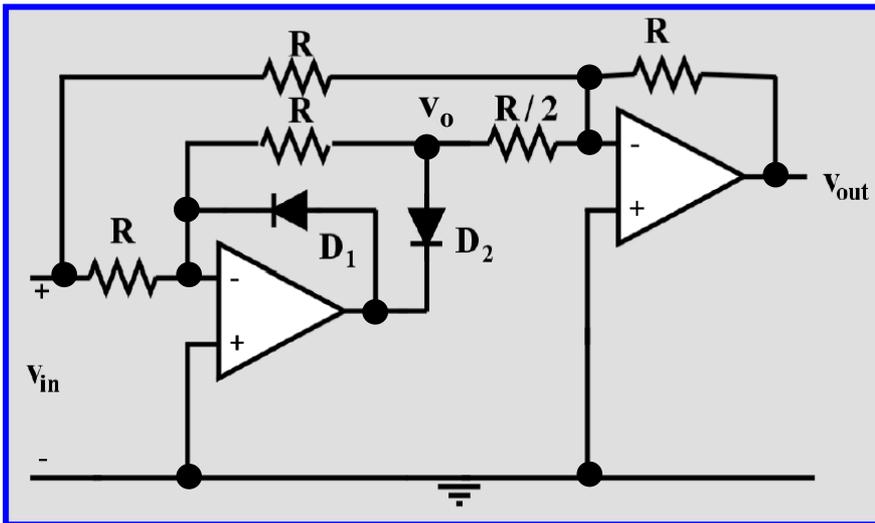
- Στο διπλανό σχήμα (προσθήκη της D_2) όταν η τάση εισόδου είναι θετική η D_1 άγει (ορθά πολωμένη) και η D_2 είναι σε αποκοπή (ανάστροφα πολωμένη).
- Η τάση εξόδου v του τελεστικού ενισχυτή δεν είναι μηδενική, αλλά ελαφρώς αρνητική (-0.7 V), αλλά αφού η διάοδος D_2 είναι ανάστροφα πολωμένη εμποδίζει την αρνητική τάση να «περάσει» στην έξοδο, με αποτέλεσμα η τάση εξόδου να είναι μηδενική.
- Όταν η τάση εισόδου είναι αρνητική, η D_1 αποκόπτεται, η D_2 άγει και το κύκλωμα λειτουργεί ως αντιστροφέας.



Βελτιωμένος ανορθωτής
μισού κύματος

Κυκλώματα ανορθωτών

- Με **συνδυασμό ανορθωτή μισού κύματος** (με αλλαγή της φοράς των διόδων) και **αντιστρέφοντα αθροιστή**, δημιουργούμε **ανορθωτή πλήρους κύματος**.



$$v_{out} = -\left(\frac{R}{R} v_{in} + \frac{R}{R/2} v_o\right) = -v_{in} - 2v_o$$

Συγκριτής τάσεων

- Όταν ένας **TE** λειτουργεί με **ανοικτό βρόχο** (χωρίς ανατροφοδότηση), τότε λόγω της πολύ υψηλής ενίσχυσης που εμφανίζει, η έξοδος του ενισχυτή θα οδηγηθεί σε κατάσταση θετικού ή αρνητικού κόρου, δηλαδή σε θετική ή αρνητική τιμή λίγο μικρότερη από την τάση τροφοδοσίας (ιδανικά ίση με την τάση τροφοδοσίας), ανάλογα με τον αν η διαφορά δυναμικού στους ακροδέκτες εισόδου είναι θετική ή αρνητική.
- Επομένως, οι δύο καταστάσεις εξόδου του TE δίνουν πληροφορία για τη σύγκριση χαμηλών δυναμικών στους δύο ακροδέκτες εισόδου, με αποτέλεσμα ο TE να λειτουργεί ως **συγκριτής τάσης (voltage comparator)**.
- Συνήθως επιδιώκουμε σύγκριση μεταξύ μίας τάσης μεταβλητού μεγέθους και μίας τάσης σταθερού μεγέθους.
- Οπότε σε έναν συγκριτή τάσης, εάν γειώσουμε τον έναν ακροδέκτη ή εάν τον συνδέσουμε σε δυναμικό σταθερής στάθμης, τότε η σύγκριση του δυναμικού του άλλου ακροδέκτη γίνεται ως προς το 0 ή ως προς τη σταθερή στάθμη.
- Μπορούμε λοιπόν να αναφερόμαστε σε **κυκλώματα ανιχνευτών μηδενός** ή σε **κυκλώματα ανιχνευτών στάθμης**.
- Ο **TE** όταν λειτουργεί ως **συγκριτής**, ισοδυναμεί με **διακοπτική βαθμίδα (on-off)**.

Συγκριτής τάσεων

$$v_o = A_o \cdot (v_1 - v_2)$$

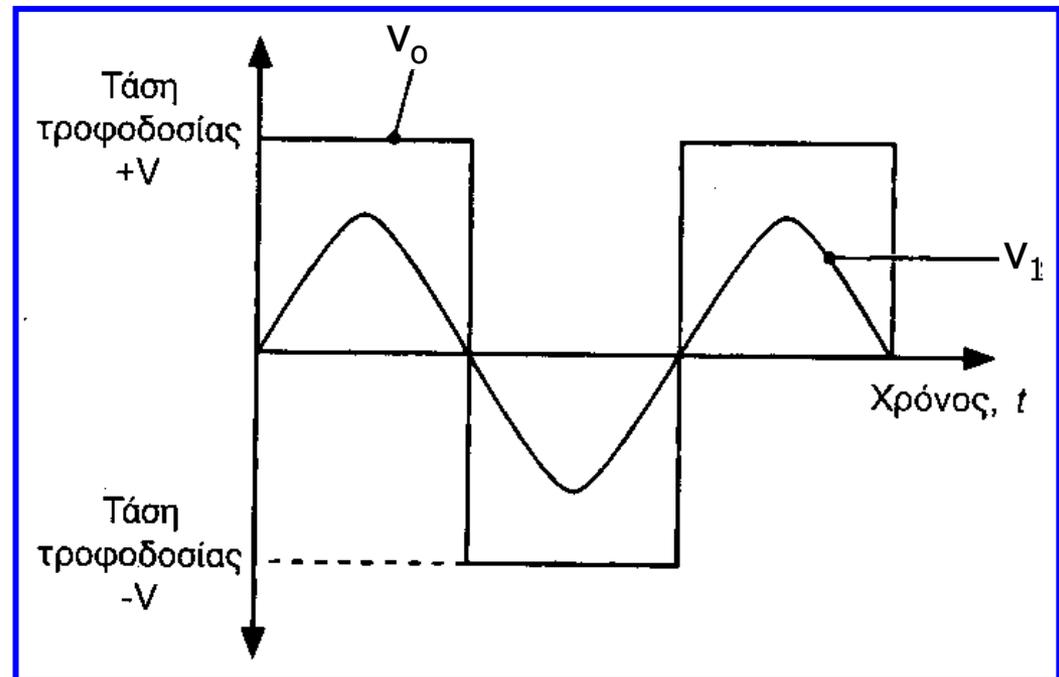
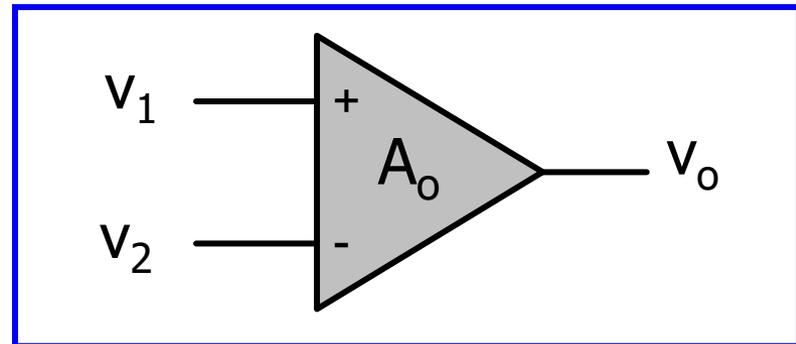
$$v_1 < v_2 \Rightarrow v_o < 0$$

$$v_1 > v_2 \Rightarrow v_o > 0$$

$$v_1 = v_2 \Rightarrow v_o = 0$$

Παράδειγμα:

Εάν εφαρμοστεί ένα ημιτονικό σήμα στην είσοδο v_1 και η είσοδος v_2 γειωθεί, τότε η τάση εξόδου θα αλλάζει κάθε φορά που το ημιτονικό σήμα περνάει από την τιμή 0, οπότε η κυματομορφή της τάσης εξόδου θα είναι τετραγωνικό σήμα.



Λογαριθμικός ενισχυτής

- Για διπολικό τρανζίστορ με άπειρη αντίσταση εξόδου, ισχύει ότι:

$$I_B = \frac{I_S}{\beta} \cdot \left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1 \right) \xrightarrow{I_C = \beta \cdot I_B} I_C = I_S \cdot \left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1 \right) \Rightarrow I_S = 10^{-16} - 10^{-12} \text{ A}$$

$$\frac{I_C}{I_S} + 1 = e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} \Rightarrow \frac{V_{BE}}{V_T} = \ln \left(\frac{I_C}{I_S} + 1 \right) \xrightarrow{I_C \gg I_S} V_{BE} = V_T \cdot \ln \frac{I_C}{I_S} \quad V_T = 26 \text{ mV} \quad (\text{θερμική τάση})$$

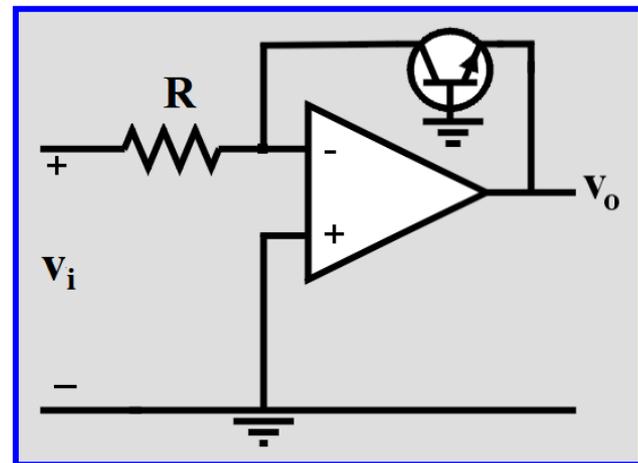
- Στην τοπολογία του ενισχυτή αρνητικής ενίσχυσης αντικαθιστούμε την αντίσταση ανατροφοδότησης με ένα διπολικό τρανζίστορ με γειωμένη την βάση.

$$v_o = -V_{BE} \Rightarrow v_o = -V_T \cdot \ln \left(\frac{I_C}{I_S} \right)$$

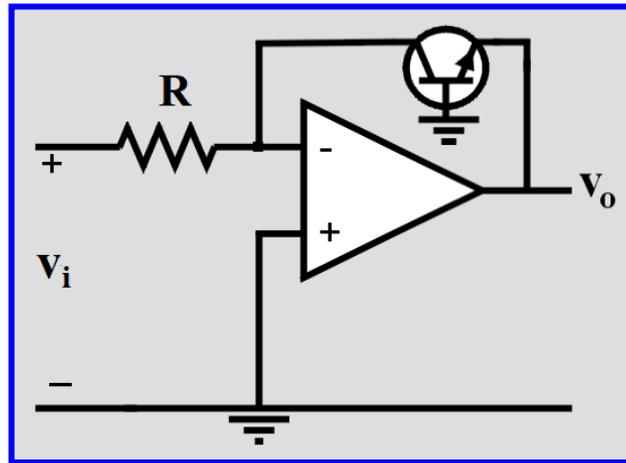
$$\Rightarrow v_o = -V_T \cdot \ln \left(\frac{v_i/R}{I_S} \right) \Rightarrow$$

$$v_o = -V_T \cdot \ln \left(\frac{v_i}{I_S \cdot R} \right) \Rightarrow$$

$$v_o = -V_T \cdot \ln 10 \cdot \log \left(\frac{v_i}{I_S \cdot R} \right)$$



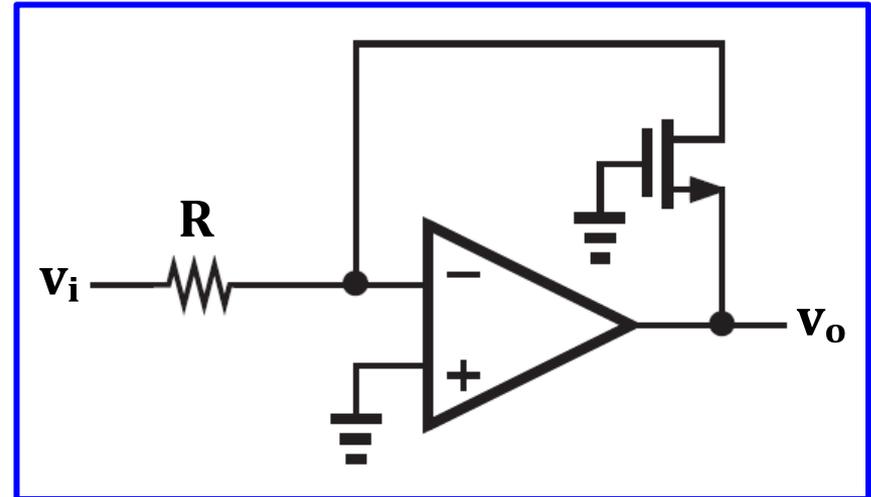
Λογαριθμικός ενισχυτής



- Στον λογαριθμικό ενισχυτή, η τάση εξόδου είναι ανάλογη του λογάριθμου της τάσης εισόδου.
- Η λογαριθμική εξάρτηση μεταξύ εισόδου και εξόδου είναι χρήσιμη σε εφαρμογές στις οποίες το πλάτος του σήματος της τάσης εισόδου μπορεί να μεταβάλλεται σημαντικά και να είναι επιθυμητό να ενισχύσουμε τα ασθενή σήματα ή να εξασθενήσουμε ισχυρά σήματα.
- Αν αλλάξουμε τις θέσεις της αντίστασης και του διπολικού τρανζίστορ, τότε δημιουργείται ένας αντιλογαριθμικός ενισχυτής.

Ενισχυτής τετραγωνικής ρίζας

Εάν στον λογαριθμικό ενισχυτή, στην θέση του διπολικού τρανζίστορ συνδέσουμε ένα MOSFET με γειωμένη την πύλη του, τότε δημιουργείται ένας **ενισχυτής τετραγωνικής ρίζας**.



$$I_D = \frac{\beta}{2} \cdot (V_{GS} - V_T)^2 \Rightarrow \frac{v_i}{R} = \frac{\beta}{2} \cdot (V_{GS} - V_T)^2$$

$$V_{GS} = -v_o$$

$$\frac{v_i}{R} = \frac{\beta}{2} \cdot (-v_o - V_T)^2 \Rightarrow v_o = -\sqrt{\frac{2 \cdot v_i}{\beta \cdot R}} - V_T$$

Απόκριση συχνότητας τελεστικών ενισχυτών

- Ο ιδανικός ΤΕ υποθέσαμε ότι διαθέτει άπειρη τιμή ενίσχυσης ανοικτού βρόχου και άπειρο εύρος ζώνης (δηλ. η ενίσχυση που παρέχει είναι σταθερή σε σχέση με τη συχνότητα).
- Ωστόσο, η ενίσχυση ανοικτού βρόχου ενός πραγματικού ΤΕ είναι πεπερασμένη και ελαττώνεται με την αύξηση της συχνότητας.
- Όπως προαναφέρθηκε, εσωτερικά οι ΤΕ αποτελούνται από τρεις βασικές βαθμίδες: μια βαθμίδα διαφορικού ενισχυτή με υψηλή αντίσταση εισόδου, μία ενδιάμεση βαθμίδα ενισχυτή τάσης με μεγάλη ενίσχυση τάσης και μία βαθμίδα ενισχυτή ισχύος εξόδου, η οποία προσδίδει στον ενισχυτή χαμηλή αντίσταση εξόδου και οδηγεί το φορτίο.
- Η διαφορική απόκριση συχνότητας των ΤΕ είναι βαθυπερατή (συνήθως με τρεις πόλους στη συνάρτηση μεταφοράς τους) λόγω της βαθυπερατής συμπεριφοράς των βαθμίδων που τους απαρτίζουν.

Απόκριση συχνότητας τελεστικών ενισχυτών

- Για να εξασφαλιστεί η **ευστάθεια** των ΤΕ, εφαρμόζεται **αντιστάθμιση συχνότητας** (τροποποίηση της απόκρισης) που υλοποιείται με την προσθήκη ενός απλού πυκνωτή ή ενός δικτυώματος R-C που συνδέεται εξωτερικά στους ακροδέκτες του ενισχυτή ή εσωτερικά κατά την κατασκευή του.
- Ο πυκνωτής αντιστάθμισης χρησιμοποιείται για αποφυγή **ταλαντώσεων υψηλής συχνότητας** στην έξοδο των ΤΕ, που οδηγούν σε **αστάθεια**.
- Ο πυκνωτής αντιστάθμισης μειώνει το μέτρο της ενίσχυσης του ΤΕ στις υψηλές συχνότητες, δηλαδή περιορίζει το εύρος ζώνης του.
- Χωρίς πυκνωτή αντιστάθμισης, στις υψηλές συχνότητες θα υπήρχε υψηλή ενίσχυση, έτσι ώστε όταν μέρος του σήματος εξόδου ανατροφοδοτεί θετικά την είσοδο να προκαλούνται ανεπιθύμητες ταλαντώσεις και ο ενισχυτής να μη μπορεί να ελεγχθεί πλέον από το σήμα εισόδου.
- Η προσθήκη πυκνωτή αντιστάθμισης δημιουργεί έναν πόλο στη συνάρτηση μεταφοράς του ενισχυτή, έτσι ώστε ο ενισχυτής να έχει συμπεριφορά βαθυπερατού κυκλώματος με μεγάλη σταθερά χρόνου, η οποία και καθορίζει τη συχνότητα αποκοπής του ενισχυτή.

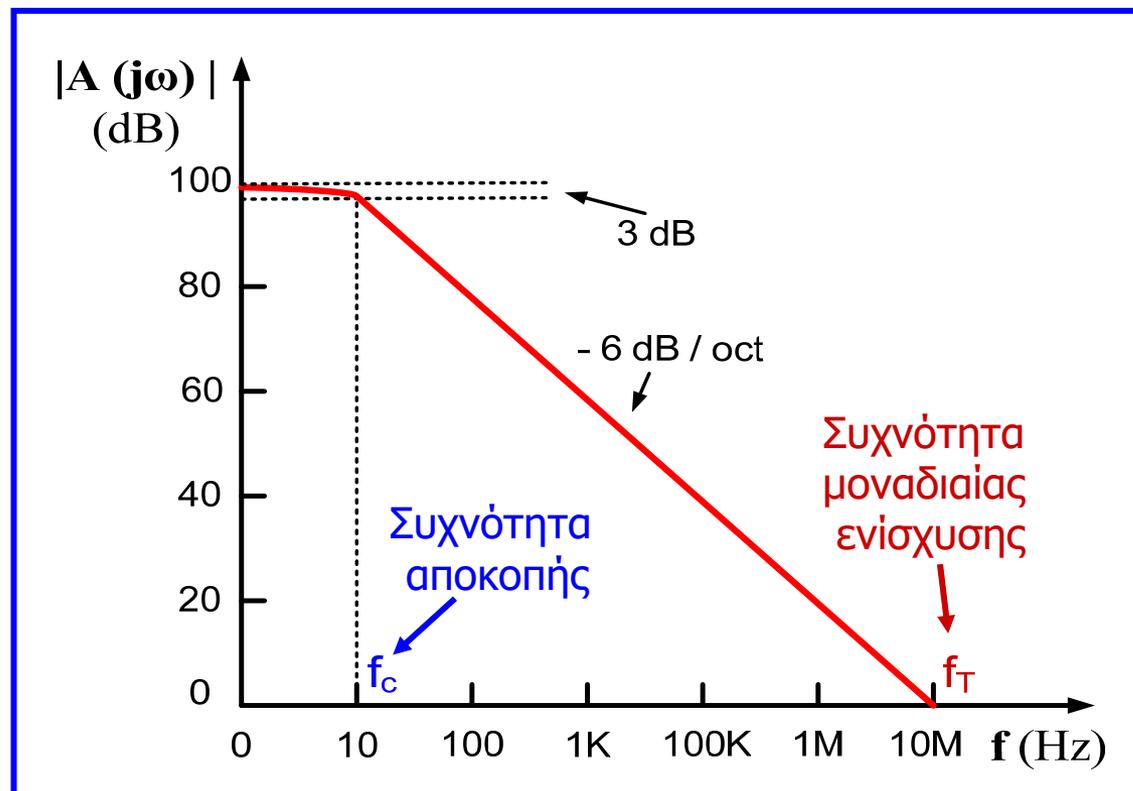
Απόκριση συχνότητας τελεστικών ενισχυτών

Διαφορική ενίσχυση ανοικτού βρόχου (Open Loop)

$$A_{OL}(s) = \frac{V_o}{V_+ - V_-} = \frac{A_o}{\tau_c s + 1}$$

$$\frac{1}{\tau_c} = \omega_c = 2\pi f_c$$

Συχνότητα αποκοπής



Απόκριση
συχνότητας
τυπικού
τελεστικού
ενισχυτή

Απόκριση συχνότητας τελεστικών ενισχυτών

Το γινόμενο του μέτρου ενίσχυσης επί το εύρος ζώνης ενισχυμένων συχνοτήτων είναι σταθερό

$$A_o \cdot \omega_c = 1 \cdot \omega_T \Rightarrow \omega_T = A_o \cdot \omega_c = A_o 2\pi f_c$$

$$f_T = \frac{\omega_T}{2\pi} = \frac{A_o 2\pi f_c}{2\pi} = A_o f_c$$

f_T : συχνότητα μοναδιαίας ενίσχυσης, δηλ. η συχνότητα όπου $|A(j\omega)|=1$ (δηλ. 0 dB) που αποτελεί χαρακτηριστικό μέγεθος για κάθε ενισχυτή.

$$A_{OL}(s) = \frac{A_o}{\tau_c s + 1} = \frac{1}{\frac{\tau_c}{A_o} s + \frac{1}{A_o}} = \frac{1}{\frac{1}{A_o \omega_c} s + \frac{1}{A_o}} = \frac{1}{\frac{1}{\omega_T} s + \frac{1}{A_o}}$$

Συμπεράσματα

- Οι τελεστικοί ενισχυτές (TE) είναι διαθέσιμοι ως ολοκληρωμένα κυκλώματα με την καθιερωμένη ονομασία «op-amp».
- Υπάρχουν πολλές εφαρμογές στις οποίες συναντά κανείς κυκλώματα τελεστικών ενισχυτών.
- Ο TE είναι πολύ χρήσιμο στοιχείο στην επεξεργασία αναλογικών σημάτων, αφού αρκετές μαθηματικές λειτουργίες μπορούν να υλοποιηθούν με εφαρμογή κατάλληλης ανατροφοδότησης σε μία βαθμίδα TE:
 - ✓ Πολλαπλασιασμός σήματος με θετική σταθερά ή αρνητική σταθερά.
 - ✓ Πρόσθεση και αφαίρεση σημάτων.
 - ✓ Ολοκλήρωση και διαφορίση σήματος.
 - ✓ Ανόρθωση και σύγκριση σημάτων, κ.ά.
- Οι TE προσφέρονται συνήθως για λειτουργία στην περιοχή συχνοτήτων έως 10 MHz. Ωστόσο, υπάρχουν στο εμπόριο και TE που λειτουργούν μέχρι 100 MHz.



Ασκήσεις 7^{ης} ενότητας

Άσκηση 1^η

Στο κύκλωμα του παρακάτω σχήματος που περιλαμβάνει ΙΤΕ, η τάση v_s είναι ημιτονική πλάτους 1 V και συχνότητας 1 KHz, ενώ η τάση V_E είναι συνεχής πηγή τάσης 1 V. Χρησιμοποιώντας την αρχή της επαλληλίας, θα προσδιορίσουμε την τάση εξόδου και θα σχεδιάσουμε στους ίδιους άξονες τις κυματομορφές των v_s και v_o .

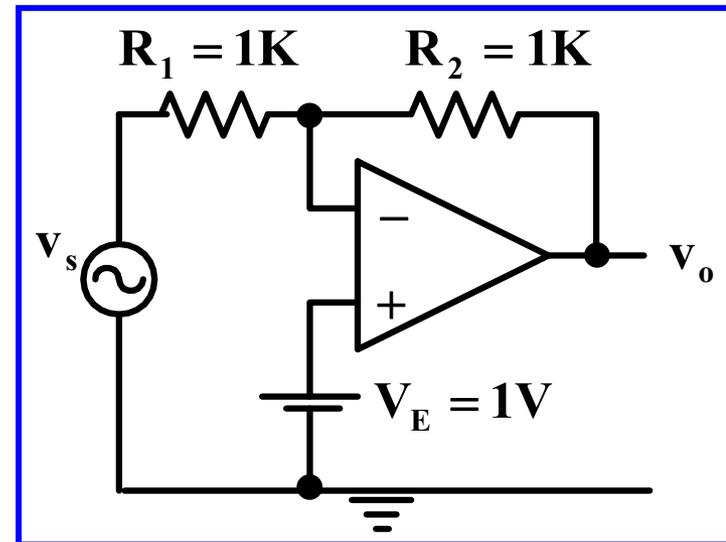
Όταν $V_E = 0$ το κύκλωμα λειτουργεί ως ενισχυτής αρνητικής ενίσχυσης:

$$v_o = -\frac{R_2}{R_1} v_s = -v_s$$

Όταν $v_s = 0$ το κύκλωμα λειτουργεί ως ενισχυτής θετικής ενίσχυσης:

$$v_o = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) V_E = 2V_E = 2V$$

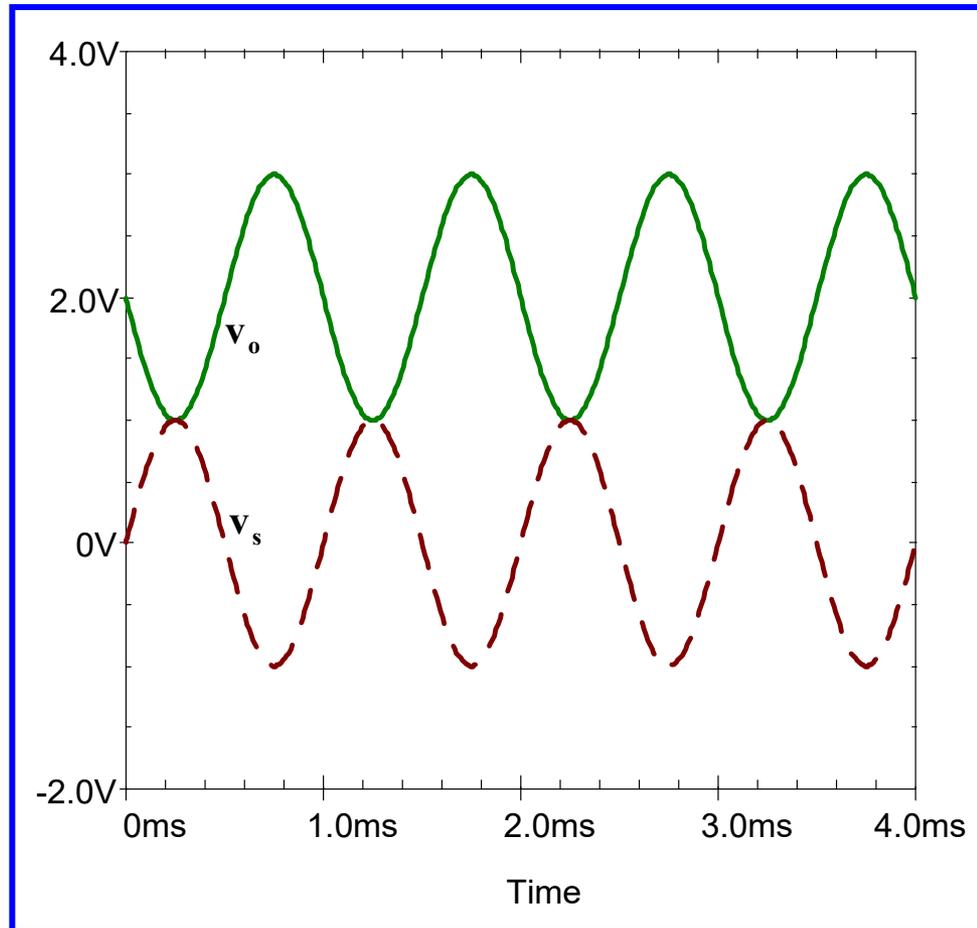
Επομένως:
$$v_o = -v_s + 2$$



Άσκηση 1^η

$$v_o = -v_s + 2$$

$$f = 1 \text{ KHz} \Rightarrow T = 1 \text{ ms}$$



Άσκηση 2^η

Στο κύκλωμα του παρακάτω σχήματος που περιλαμβάνει ΙΤΕ, η τάση v_s είναι ημιτονική πλάτους 1 V και συχνότητας 1 KHz, ενώ η τάση V_E είναι συνεχής πηγή τάσης 2 V. Χρησιμοποιώντας την αρχή της επαλληλίας θα προσδιορίσουμε την τάση εξόδου και θα σχεδιάσουμε στους ίδιους άξονες τις κυματομορφές των v_s και v_o .

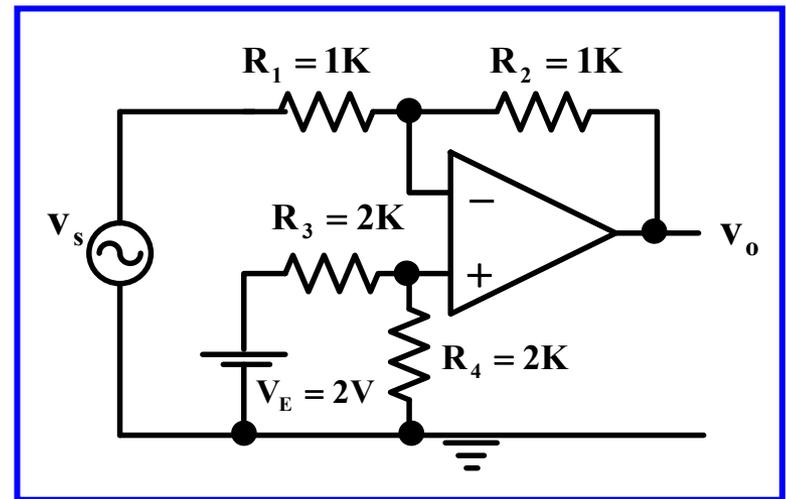
Όταν $V_E = 0$ το κύκλωμα λειτουργεί ως ενισχυτής αρνητικής ενίσχυσης:

$$v_o = -\frac{R_2}{R_1} v_s = -v_s$$

Όταν $v_s = 0$ το κύκλωμα λειτουργεί ως ενισχυτής θετικής ενίσχυσης:

$$v_o = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) v_+ = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \left(\frac{R_4}{R_3 + R_4}\right) V_E = V_E = 2 \text{ V}$$

Επομένως: $v_o = -v_s + 2$



Οι κυματομορφές είναι όμοιες με εκείνες της προηγούμενης άσκησης.

Άσκηση 3^η

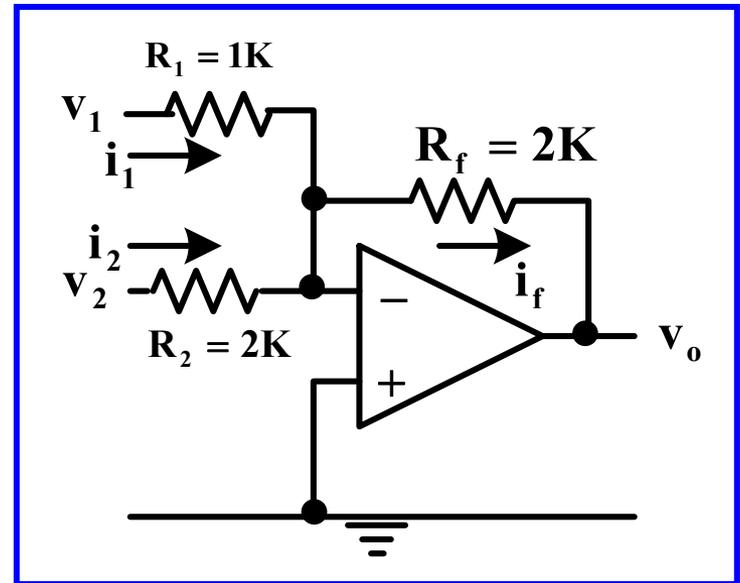
Στο κύκλωμα του παρακάτω σχήματος που περιλαμβάνει ΙΤΕ, η τάση v_1 είναι ημιτονική πλάτους 1 V και συχνότητας 1 KHz, ενώ η τάση v_2 είναι συνεχής πηγή τάσης -2 V. Θα προσδιορίσουμε την τάση εξόδου και θα σχεδιάσουμε στους ίδιους άξονες τις κυματομορφές της τάσης v_1 και της τάσης εξόδου.

$$\dot{i}_f = \dot{i}_1 + \dot{i}_2$$

$$\dot{i}_f = \frac{v_1}{R_1} + \frac{v_2}{R_2}$$

$$v_o = -R_f \dot{i}_f = -\left(\frac{R_f}{R_1} v_1 + \frac{R_f}{R_2} v_2 \right)$$

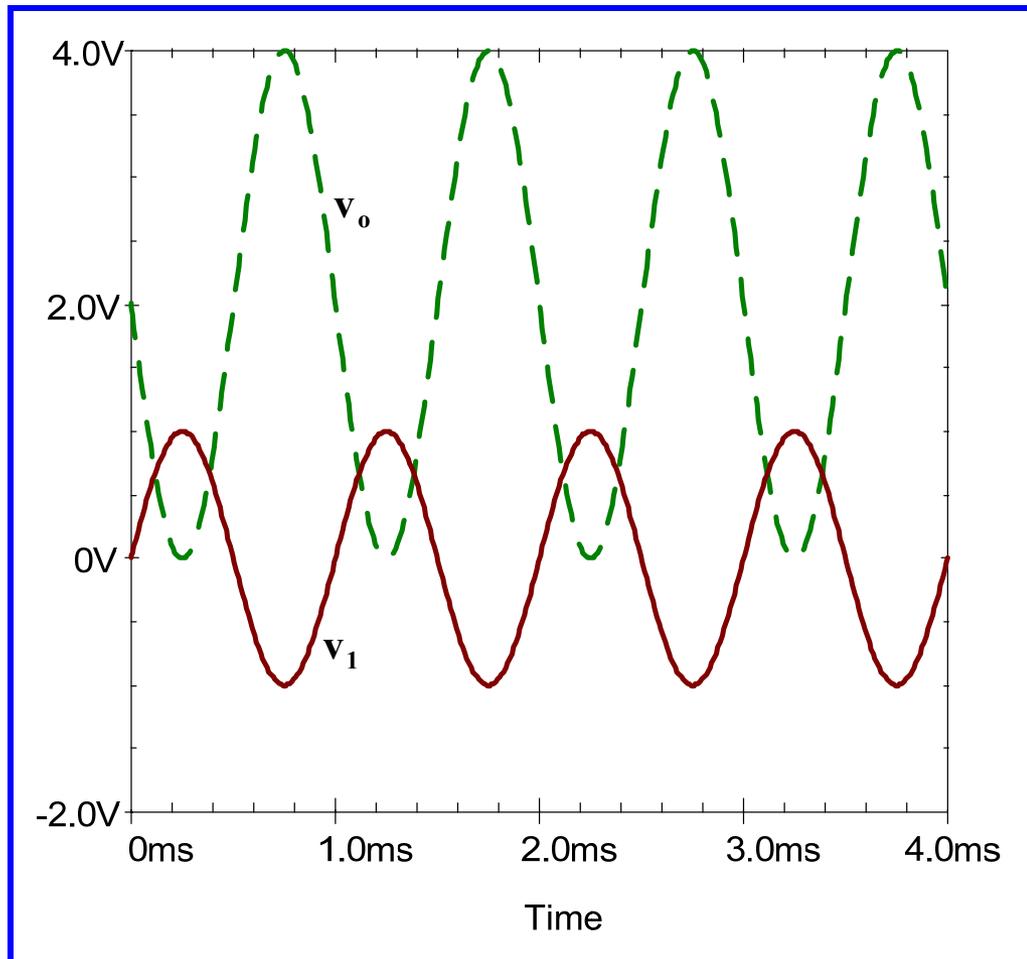
$$v_o = -(2v_1 + v_2) = -2v_1 + 2$$



Το κύκλωμα αποτελεί
αντιστρέφων αθροιστή

Άσκηση 3^η

$$v_o = -(2v_1 + v_2) = -2v_1 + 2$$



Άσκηση 4^η

Για το κύκλωμα του παρακάτω σχήματος που περιλαμβάνει ΙΤΕ, θα προσδιορίσουμε την τάση εξόδου συναρτήσει των τάσεων v_1 , v_2 και v_3 εφαρμόζοντας την αρχή της επαλληλίας.

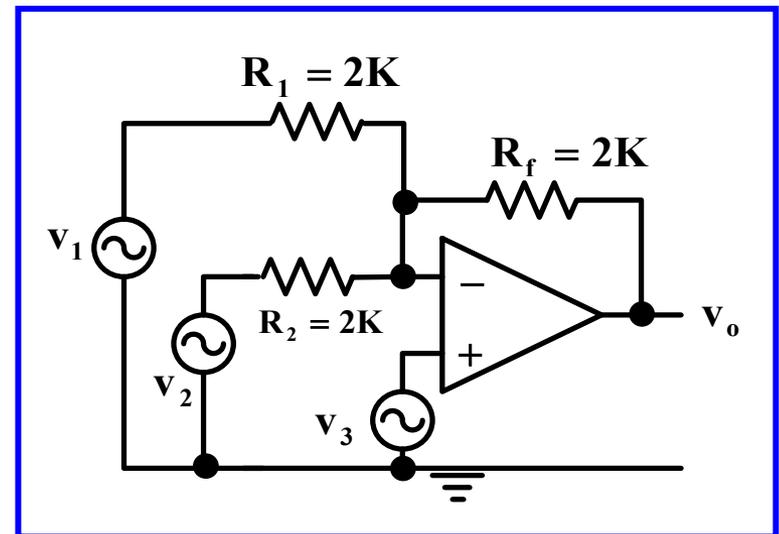
Όταν $v_3 = 0$ το κύκλωμα λειτουργεί ως αντιστρέφων αθροιστής:

$$v_o = -\left(\frac{R_f}{R_1} v_1 + \frac{R_f}{R_2} v_2\right) = -(v_1 + v_2)$$

Όταν $v_1 = 0$ και $v_2 = 0$ το κύκλωμα λειτουργεί ως ενισχυτής θετικής ενίσχυσης:

$$v_o = \left(1 + \frac{R_f}{(R_1 \parallel R_2)}\right) v_3 = (1 + 2)v_3 = 3v_3$$

Επομένως:
$$v_o = 3v_3 - v_1 - v_2$$



Άσκηση 5^η

Στο κύκλωμα του παρακάτω σχήματος που περιλαμβάνει ΙΤΕ, θα προσδιορίσουμε την τάση εξόδου συναρτήσει των τάσεων v_1 και v_2 εφαρμόζοντας την αρχή της επαλληλίας.

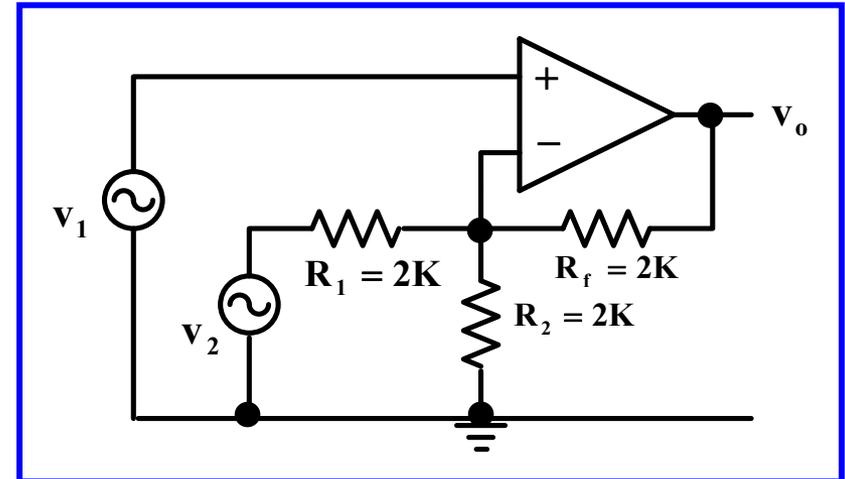
Όταν $v_2 = 0$ το κύκλωμα λειτουργεί ως ενισχυτής θετικής ενίσχυσης:

$$v_o = \left(1 + \frac{R_f}{(R_1 \parallel R_2)} \right) v_3 = (1 + 2)v_3 = 3v_3$$

Όταν $v_1 = 0$ το κύκλωμα λειτουργεί ως ενισχυτής αρνητικής ενίσχυσης:

$$v_o = -\frac{R_f}{R_1} v_2 = -v_2$$

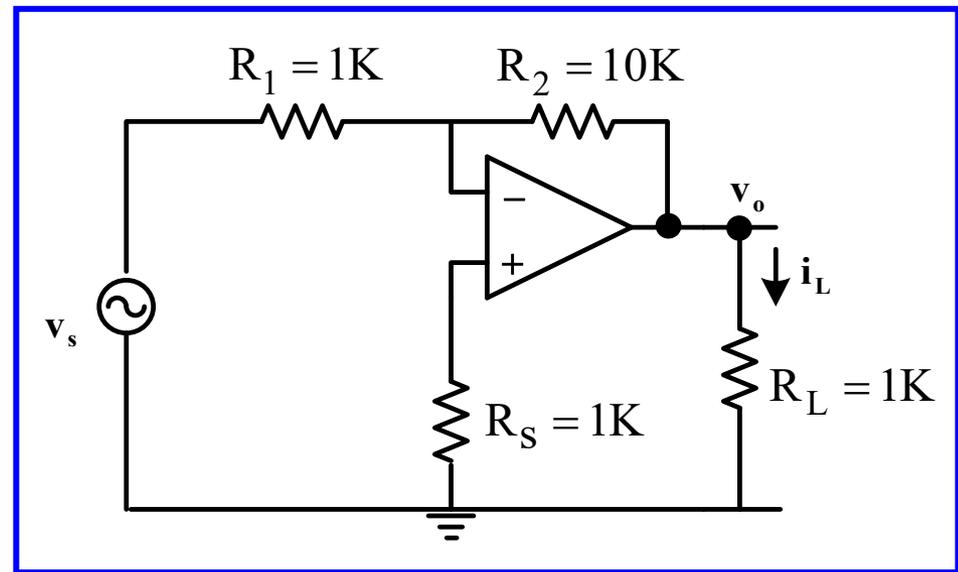
Επομένως:
$$v_o = 3v_1 - v_2$$



Άσκηση 6^η

Στο κύκλωμα του παρακάτω σχήματος που περιλαμβάνει ΙΤΕ, η τάση v_s είναι ημιτονική πλάτους 1 V και συχνότητας 1 KHz. Θα προσδιορίσουμε το ρεύμα i_L και θα σχεδιάσουμε τις κυματομορφές της τάσης v_s και του ρεύματος i_L .

Πρόκειται για ενισχυτή αρνητικής ενίσχυσης που συνδέεται με αντίσταση φορτίου R_L . Η αντίσταση R_S δεν έχει καμία επίδραση στη λειτουργία του κυκλώματος, αφού το ρεύμα στον μη αναστρέφων ακροδέκτη (+) του ενισχυτή είναι μηδενικό. Επίσης, ο αντιστάτης R_L δεν επηρεάζει την ενίσχυση του ενισχυτή, αφού η έξοδος του κυκλώματος (ΙΤΕ) έχει συμπεριφορά ιδανικής πηγής τάσης.

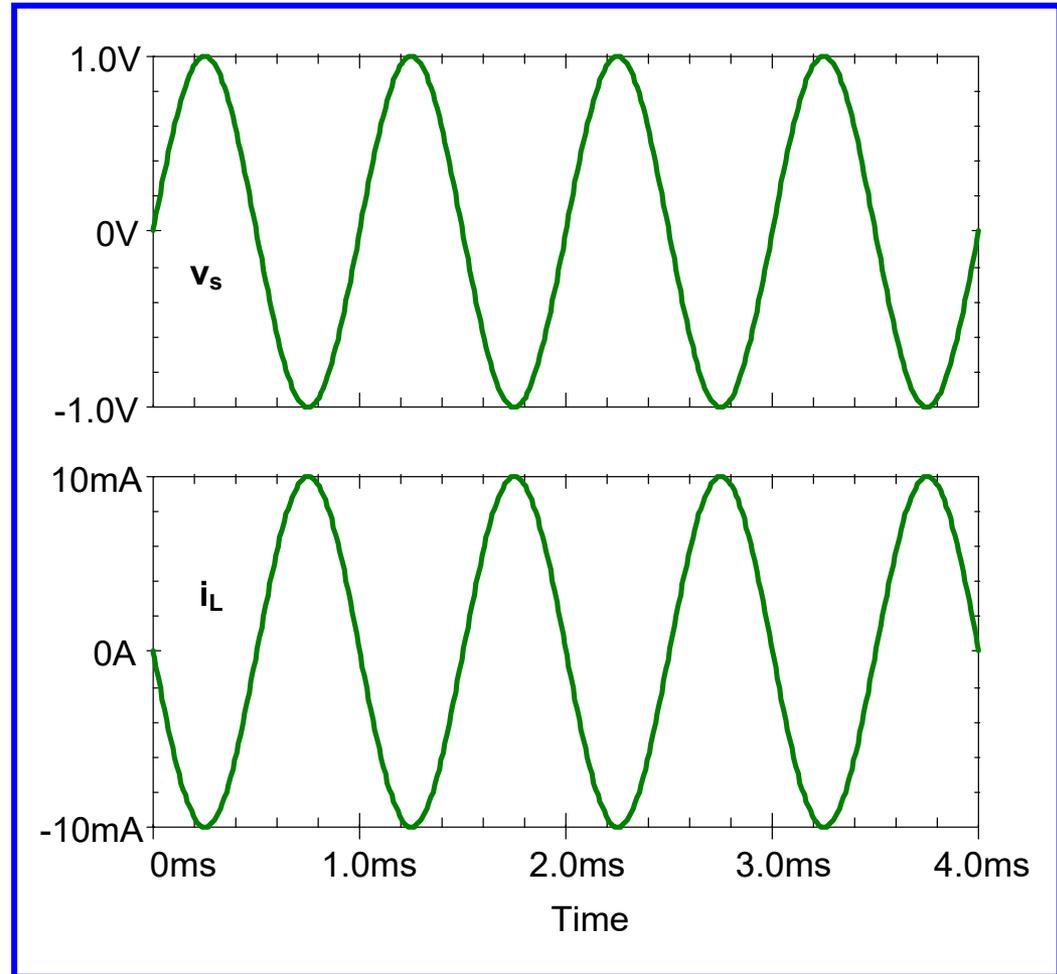


$$v_o = -\frac{R_2}{R_1} v_s = -10 v_s$$

$$i_L = \frac{v_o}{R_L} = -\frac{10 v_s}{R_L}$$

Άσκηση 6^η

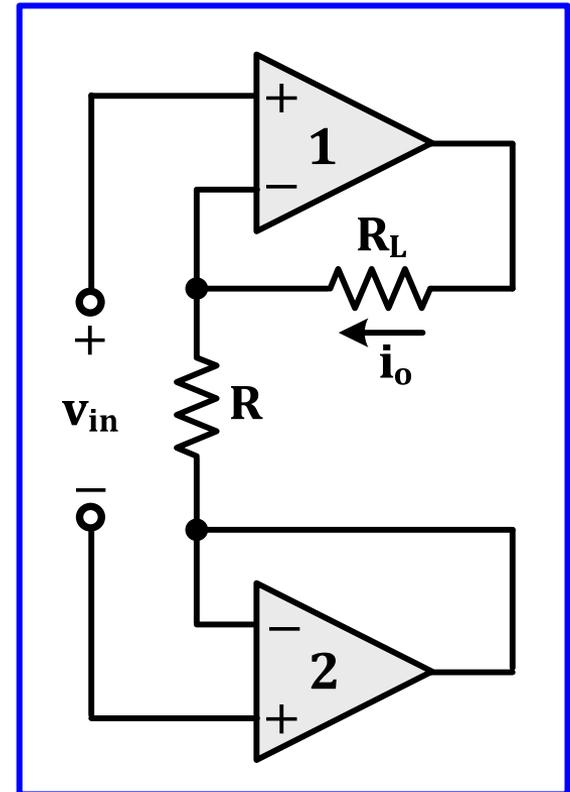
$$i_L = \frac{v_o}{R_L} = -\frac{10 v_s}{R_L}$$



Άσκηση 7^η

Η μετατροπή ενός σήματος τάσης σε ανάλογο ρεύμα είναι πολύ χρήσιμη σε συστήματα μέτρησης και βιομηχανικού ελέγχου, κυρίως διότι κατά τη μετάδοση ενός σήματος με τη μορφή ρεύματος σε μεγάλες αποστάσεις, η πτώση τάσης στα καλώδια μεταφοράς δεν επηρεάζει τη μεταδιδόμενη πληροφορία.

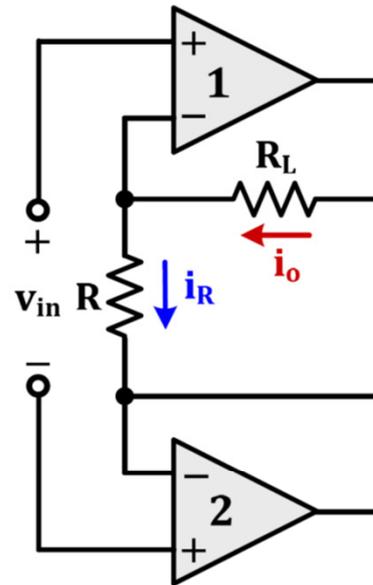
Το κύκλωμα του διπλανού σχήματος, το οποίο περιλαμβάνει δύο ιδανικούς τελεστικούς και αντιστάσεις, λειτουργεί ως μετατροπέας τάσης σε ανάλογο ρεύμα, δηλαδή τροφοδοτεί την αντίσταση φορτίου R_L με ρεύμα ανάλογο της τάσης v_{in} και ανεξάρτητο της αντίστασης φορτίου R_L . Να αποδείξετε ότι αυτό συμβαίνει, προσδιορίζοντας το ρεύμα i_o συναρτήσει της τάσης v_{in} και της αντίστασης R .



Άσκηση 7^η

Στο κύκλωμα, παρατηρούμε ότι η τάση στο άνω άκρο της αντίστασης R ισούται με την τάση του ακροδέκτη αντιστροφής του ιδανικού τελεστικού ενισχυτή 1, ενώ η τάση στο κάτω άκρο της αντίστασης R ισούται με την τάση του ακροδέκτη αντιστροφής του ιδανικού τελεστικού ενισχυτή 2. Λόγω της ιδιότητας αντιγραφής των τάσεων στους ακροδέκτες κάθε ιδανικού τελεστικού ενισχυτή, προκύπτει ότι:

$$V_R = V_{-1} - V_{-2} \Rightarrow V_R = V_{+1} - V_{+2} \Rightarrow V_R = V_{in+} - V_{in-} \Rightarrow V_R = V_{in}.$$



Έτσι, το ρεύμα που διαρρέει την αντίσταση R , δίνεται από την σχέση: $i_R = v_{in} / R$. Λόγω της άπειρης αντίστασης εισόδου των ιδανικών τελεστικών ενισχυτών, το ρεύμα που εισέρχεται στους ακροδέκτες των εισόδων τους είναι μηδενικό, με αποτέλεσμα το ρεύμα i_o να ισούται με το ρεύμα i_R . Επομένως, $i_o = v_{in} / R$ και έτσι αποδείχτηκε το ζητούμενο για το πρώτο κύκλωμα, δηλαδή αποδείχτηκε ότι η αντίσταση φορτίου R_L τροφοδοτείται με ρεύμα ανάλογο της τάσης v_{in} και ανεξάρτητο της R_L .

Άσκηση 8^η

Έχουμε στη διάθεσή μας ένα ιδανικό τελεστικό ενισχυτή και αντιστάσεις. Θα προτείνουμε κυκλώματα, που να πραγματοποιούν τις αριθμητικές πράξεις:

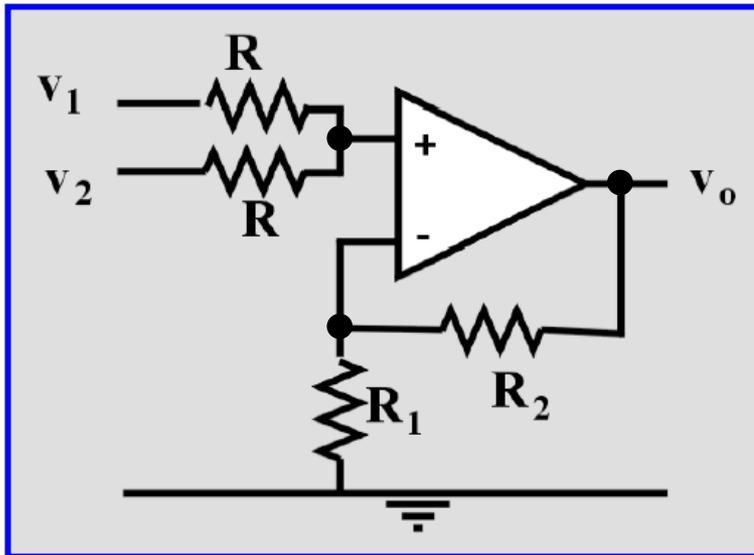
$$v_o = v_1 + v_2$$

$$v_o = v_1 - v_2$$

$$v_o = 2v_1 - v_2$$

όπου v_o η τάση εξόδου του ενισχυτή και v_1, v_2 ιδανικές πηγές τάσεων.

$$v_o = v_1 + v_2$$



Η πρώτη πράξη πραγματοποιείται εάν χρησιμοποιήσουμε το κύκλωμα του μη αντιστρέφοντος αθροιστή, στο οποίο θα πρέπει οι τιμές των αντιστάσεων R_1 και R_2 να είναι ίδιες.

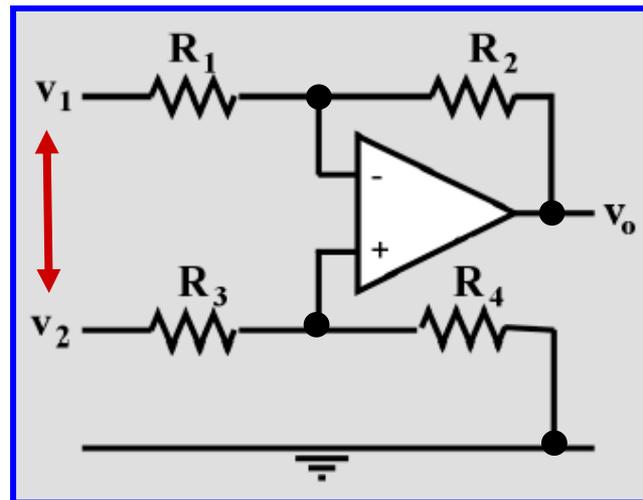
$$v_o = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \left(\frac{v_1}{2} + \frac{v_2}{2}\right)$$

Άσκηση 8^η

$$V_o = V_1 - V_2$$

$$v_o = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{R_4}{R_3 + R_4} v_2 - \frac{R_2}{R_1} v_1$$

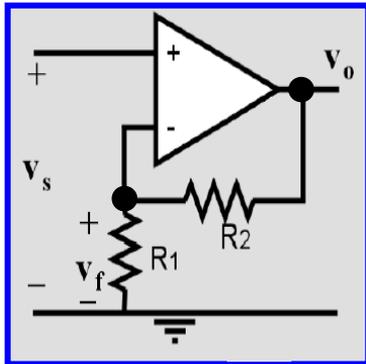
Η δεύτερη πράξη πραγματοποιείται εάν χρησιμοποιήσουμε το κύκλωμα του ενισχυτή διαφοράς τάσεων, στο οποίο θα πρέπει οι τιμές όλων των αντιστάσεων να είναι ίδιες και οι θέσεις των πηγών εισόδου να αλλάξουν



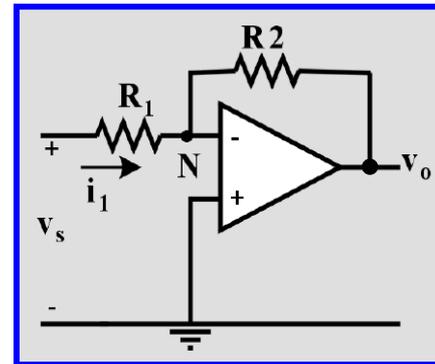
Άσκηση 8^η

$$V_o = 2V_1 - V_2$$

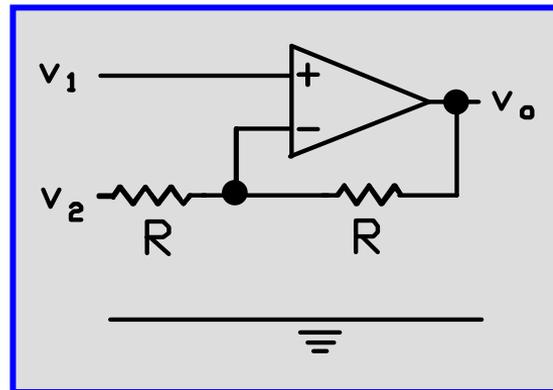
Για να παράγουμε την ποσότητα $2V_1$ απαιτείται ένας ενισχυτής θετικής ενίσχυσης με όμοιες αντιστάσεις, ενώ για να παράγουμε το $-V_2$ αρκεί ένας ενισχυτής αρνητικής ενίσχυσης με όμοιες αντιστάσεις. Με βάση την αρχή της επαλληλίας προκύπτει το απλό κύκλωμα του τελευταίου σχήματος.



$$V_o = \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) V_1$$



$$V_o = -\frac{R_2}{R_1} V_2$$



Άσκηση 9^η

Για το κύκλωμα του παρακάτω σχήματος που περιλαμβάνει ΙΤΕ, θα προσδιορίσουμε την τάση εξόδου συναρτήσει των τάσεων εισόδου v_1 και v_2 .

Ακολουθώντας την αρχή της επαλληλίας, όταν $v_2 = 0$, $E = 0$ το κύκλωμα λειτουργεί ως ενισχυτής αρνητικής ενίσχυσης:

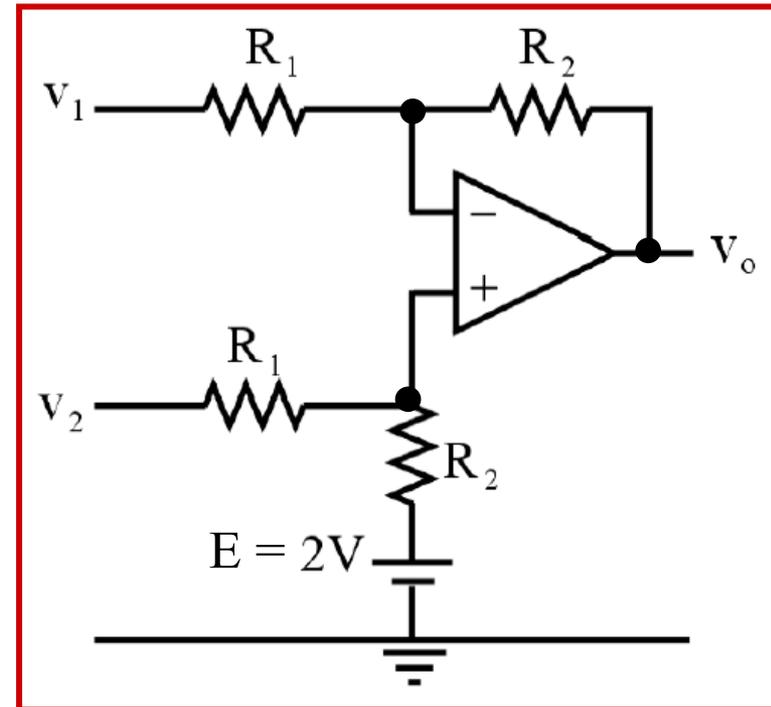
$$v_o = -\frac{R_2}{R_1} v_1$$

Όταν $v_1 = 0$, $E = 0$ εφαρμόζουμε τον 1ο κανόνα Kirchhoff στους δύο εσωτερικούς κόμβους:

$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) v_- = \frac{1}{R_2} v_o$$
$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) v_+ = \frac{1}{R_1} v_2$$

$v_+ = v_-$

$$v_o = \frac{R_2}{R_1} v_2$$



Άσκηση 9η

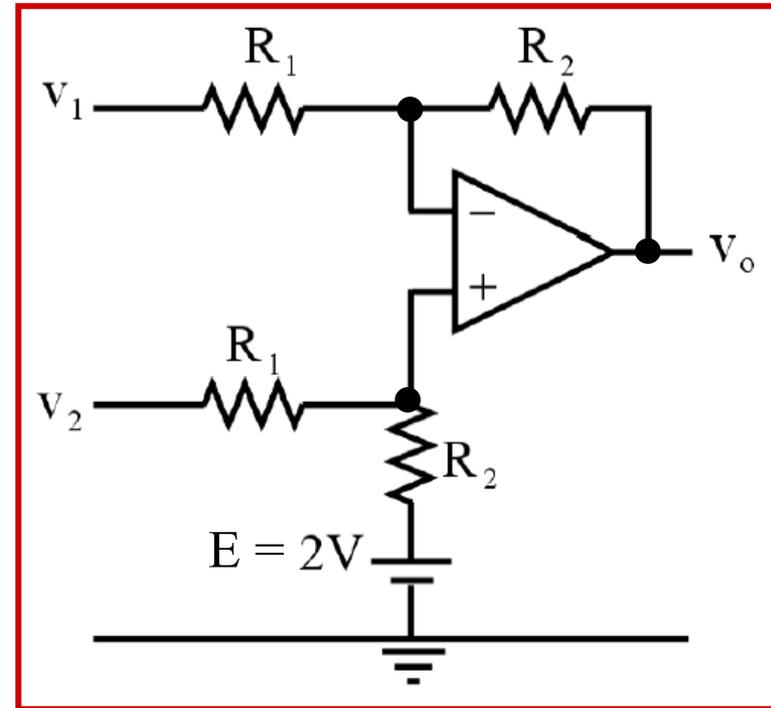
Όταν $v_1 = 0$, $v_2 = 0$ εφαρμόζουμε τον 1ο κανόνα Kirchhoff στους δύο εσωτερικούς κόμβους:

$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) v_- = \frac{1}{R_2} v_o$$
$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) v_+ = \frac{1}{R_2} E$$

$v_+ = v_-$ \Rightarrow $v_o = E$

Προσθέτοντας τις τρεις επιμέρους τάσεις εξόδου καταλήγουμε στην παρακάτω έκφραση:

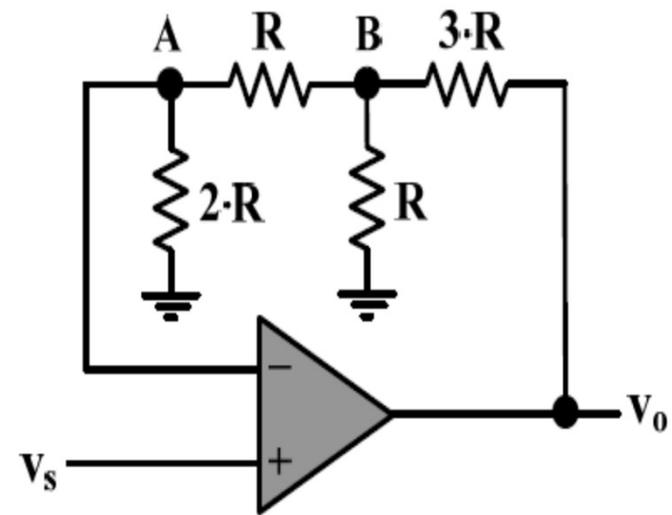
$$v_o = \frac{R_2}{R_1} (v_2 - v_1) + E \Rightarrow v_o = \frac{R_2}{R_1} (v_2 - v_1) + 2V$$



Άσκηση 10η

Το κύκλωμα του παρακάτω σχήματος, περιλαμβάνει ιδανικό τελεστικό ενισχυτή και 4 αντιστάσεις.

- (α) Να προσδιορίσετε την τάση εξόδου v_o συναρτήσει της τάσης εισόδου v_s του κυκλώματος.
- (β) Εάν η είσοδος v_s είναι ημιτονικό σήμα τάσης με συχνότητα 25 kHz και πλάτος 400 mV, να σχεδιάσετε στους ίδιους άξονες την κυματομορφή της τάσης εξόδου του κυκλώματος και την κυματομορφή της τάσης του κόμβου B, για χρονικό διάστημα μιας περιόδου. Πόση είναι η διαφορά φάσης μεταξύ του σήματος της τάσης εισόδου του κυκλώματος και των δύο σημάτων που σχεδιάσατε;



Άσκηση 10η

- (α) Χρησιμοποιούμε τη μέθοδο ανάλυσης των κόμβων, δηλαδή εφαρμόζουμε τον 1^ο κανόνα Kirchhoff στους εσωτερικούς κόμβους του κυκλώματος (A και B). Θα πρέπει σε καθένα από τους κόμβους A και B, να εξισώσουμε το άθροισμα των αγωγιμοτήτων (δηλ. των αντίστροφων αντιστάσεων) που ξεκινούν από τον καθένα από τους κόμβους αυτούς, πολλαπλασιασμένο με την τάση τους, με το άθροισμα των γινομένων των αγωγιμοτήτων αυτών με τις τάσεις των κόμβων στους οποίους καταλήγουν.

Έτσι στον κόμβο A του κυκλώματος, έχουμε:

$$\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{2R}\right) \cdot V_A = \frac{1}{R} \cdot V_B + \frac{1}{2R} \cdot 0$$

Χρησιμοποιούμε την ιδιότητα αντιγραφής τάσεων στους ακροδέκτες του ιδανικού τελεστικού ενισχυτή: $V_A = v_- = v_+ = v_s$ και καταλήγουμε στην παρακάτω σχέση:

$$\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{2R}\right) \cdot v_s = \frac{1}{R} \cdot V_B \Rightarrow \frac{3}{2} \cdot v_s = V_B \quad (1)$$

Άσκηση 10η

Στον κόμβο Β του κυκλώματος, έχουμε:

$$\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{3R}\right) \cdot V_B = \frac{1}{R} \cdot V_A + \frac{1}{R} \cdot 0 + \frac{1}{3R} v_o \Rightarrow \frac{7}{3} \cdot V_B = v_s + \frac{1}{3} \cdot v_o \stackrel{(1)}{\Rightarrow}$$

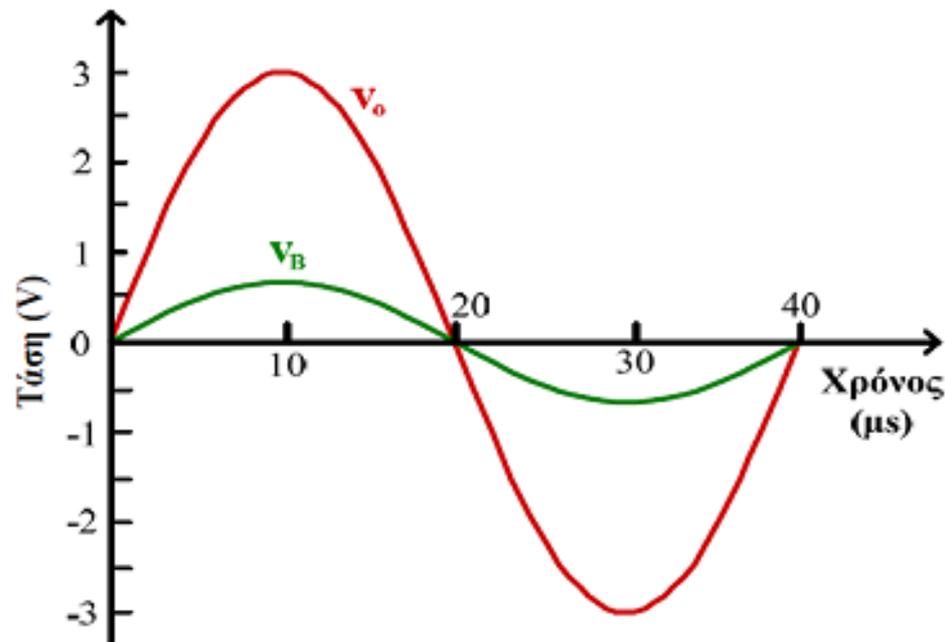
$$\frac{7}{3} \cdot \frac{3}{2} \cdot v_s = v_s + \frac{1}{3} \cdot v_o \Rightarrow \frac{21}{6} \cdot v_s - v_s = \frac{1}{3} \cdot v_o \Rightarrow \frac{15}{6} \cdot v_s = \frac{1}{3} \cdot v_o \Rightarrow v_o = \frac{45}{6} \cdot v_s \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_o = 7.5 \cdot v_i$$

Άσκηση 10η

(β) Με βάση τα δεδομένα, η τάση εισόδου v_s έχει πλάτος (δηλ. μέγιστη τιμή) 400 mV και περίοδο $T = 1 / f = 1 / 25 \text{ kHz} = 0.04 \text{ ms} = 40 \text{ } \mu\text{s}$.

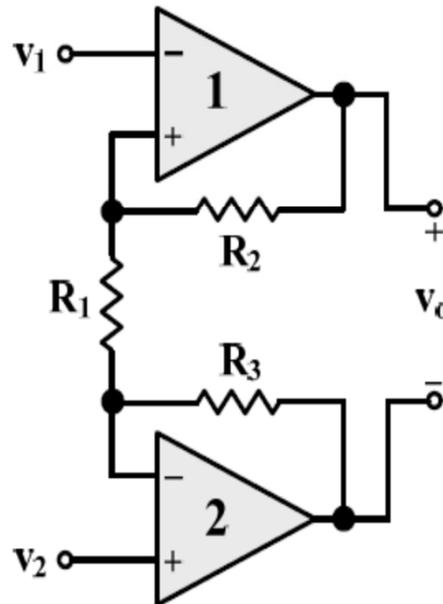
Με βάση τη σχέση (1), το πλάτος της τάσης του κόμβου B ισούται με $3/2 \cdot 400 \text{ mV} = 600 \text{ mV} = 0.6 \text{ V}$, ενώ με βάση την τελευταία σχέση του ερωτήματος (α), το πλάτος της τάσης εξόδου ισούται με $7.5 \cdot 400 \text{ mV} = 3000 \text{ mV} = 3 \text{ V}$. Αφού το σήμα της τάσης εισόδου του κυκλώματος έχει περίοδο 40 μs , τότε και τα ανάλογα με αυτό σήματα του κόμβου B και του κόμβου εξόδου θα έχουν την ίδια περίοδο. Με βάση τα παραπάνω, στο διάγραμμα που ακολουθεί σχεδιάζουμε τις ζητούμενες κυματομορφές τάσεων, για το χρονικό διάστημα μιας περιόδου.



Άσκηση 11η

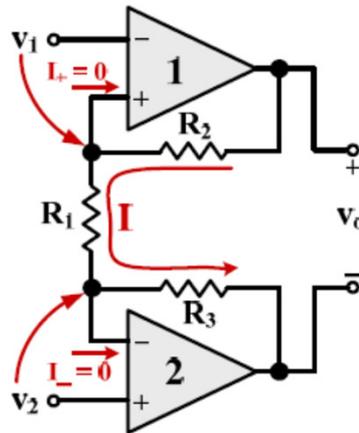
Οι τελεστικοί ενισχυτές που περιλαμβάνονται στο κύκλωμα του παρακάτω σχήματος είναι ιδανικοί και οι τιμές των αντιστάσεων R_2 και R_3 είναι $15\text{ k}\Omega$ και $5\text{ k}\Omega$, αντίστοιχα.

- (α) Εάν η τάση εξόδου (v_o) είναι τριπλάσια της διαφοράς των τάσεων εισόδου v_1 και v_2 , να υπολογίσετε την τιμή της αντίστασης R_1 .
- (β) Με δεδομένη τη σχέση των τάσεων που περιγράφεται στο ερώτημα (α), εάν οι τάσεις εισόδου v_1 και v_2 είναι γραμμικά σήματα που αυξάνονται κατά 150 mV και 50 mV , αντίστοιχα, κάθε δευτερόλεπτο, να σχεδιάσετε με ακρίβεια την κυματομορφή της τάσης εξόδου (v_o) για χρονικό διάστημα πέντε (5) δευτερολέπτων. Θεωρήστε ότι τη χρονική στιγμή $t = 0$, οι τάσεις εισόδου v_1 και v_2 είναι μηδενικές.



Άσκηση 11η

- (α) Τα ρεύματα εισόδου στους ιδανικούς τελεστικούς ενισχυτές είναι μηδενικά, λόγω της άπειρης αντίστασης εισόδου που αυτοί παρουσιάζουν.



Συνεπώς, με βάση το παραπάνω κύκλωμα μπορούμε να γράψουμε: $v_o = I \cdot (R_1 + R_2 + R_3)$.

Λόγω της ιδιότητας αντιγραφής των τάσεων που ισχύει στους δύο ιδανικούς τελεστικούς ενισχυτές, η τάση στο άνω άκρο της R_1 ισούται με v_1 , ενώ η τάση στο κάτω άκρο της R_1 ισούται με v_2 . Συνεπώς:

$$I = \frac{v_1 - v_2}{R_1}.$$

Αντικαθιστώντας το ρεύμα I στην εξίσωση που έχουμε αρχικώς εξάγει για την τάση εξόδου του κυκλώματος και χρησιμοποιώντας το δεδομένο ότι $v_o = 3 \cdot (v_1 - v_2)$, προκύπτει:

$$v_o = \frac{v_1 - v_2}{R_1} \cdot (R_1 + R_2 + R_3) \Rightarrow v_o = \frac{R_1 + R_2 + R_3}{R_1} \cdot (v_1 - v_2) \Rightarrow R_1 \cdot v_o = (R_1 + R_2 + R_3) \cdot (v_1 - v_2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_1 \cdot 3 \cdot (v_1 - v_2) = (R_1 + R_2 + R_3) \cdot (v_1 - v_2) \Rightarrow 3 \cdot R_1 = R_1 + R_2 + R_3 \Rightarrow R_1 = \frac{R_2 + R_3}{2} \Rightarrow R_1 = 10 \text{ k}\Omega.$$

Άσκηση 11η

Εναλλακτικά, μπορούμε να καταλήξουμε στο ίδιο αποτέλεσμα, εφαρμόζοντας τη μέθοδο ανάλυσης των κόμβων στα δύο άκρα της αντίστασης R_1 . Σε καθένα από τους δύο κόμβους εφαρμόζουμε τον 1ο κανόνα Kirchhoff, εξισώνοντας το άθροισμα των αγωγιμοτήτων (δηλ. των αντίστροφων αντιστάσεων) που ξεκινούν από κάθε κόμβο, πολλαπλασιασμένο με την τάση τους, με το άθροισμα των γινομένων των αγωγιμοτήτων αυτών με τις τάσεις των κόμβων στους οποίους καταλήγουν.

Έτσι λοιπόν στο άνω άκρο της αντίστασης R_1 έχουμε:

$$\begin{aligned}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) \cdot v_{+1} &= \frac{1}{R_1} \cdot v_{-2} + \frac{1}{R_2} \cdot v_{o+} \Rightarrow \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) \cdot v_1 = \frac{1}{R_1} \cdot v_2 + \frac{1}{R_2} \cdot v_{o+} \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{1}{R_2} \cdot v_{o+} &= \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) \cdot v_1 - \frac{1}{R_1} \cdot v_2 \Rightarrow v_{o+} = \left(\frac{R_2}{R_1} + 1\right) \cdot v_1 - \frac{R_2}{R_1} \cdot v_2\end{aligned}$$

Στην παραπάνω σχέση χρησιμοποιήθηκε η ιδιότητα αντιγραφής των τάσεων που ισχύει στους ιδανικούς τελεστικούς ενισχυτές, με βάση την οποία η τάση στο άνω άκρο της R_1 ισούται με v_1 , ενώ η τάση στο κάτω άκρο της R_1 ισούται με v_2 . Ομοίως, στο κάτω άκρο της αντίστασης R_1 έχουμε:

$$\begin{aligned}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3}\right) \cdot v_{-2} &= \frac{1}{R_1} \cdot v_{+1} + \frac{1}{R_3} \cdot v_{o-} \Rightarrow \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3}\right) \cdot v_2 = \frac{1}{R_1} \cdot v_1 + \frac{1}{R_3} \cdot v_{o-} \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{1}{R_3} \cdot v_{o-} &= \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3}\right) \cdot v_2 - \frac{1}{R_1} \cdot v_1 \Rightarrow v_{o-} = \left(\frac{R_3}{R_1} + 1\right) \cdot v_2 - \frac{R_3}{R_1} \cdot v_1\end{aligned}$$

Άσκηση 11η

Από το κύκλωμα που δίνεται προκύπτει εύκολα ότι: $v_o = (v_{o+} - v_{o-})$. Επομένως, συνδυάζοντας τις σχέσεις που προέκυψαν παραπάνω για τις τάσεις των κόμβων εξόδου των δύο τελεστικών ενισχυτών και χρησιμοποιώντας το δεδομένο ότι $v_o = 3 \cdot (v_1 - v_2)$, προκύπτει:

$$\begin{aligned}v_o &= (v_{o+} - v_{o-}) \Rightarrow v_o = \left(\frac{R_2}{R_1} + 1\right) \cdot v_1 - \frac{R_2}{R_1} \cdot v_2 - \left(\frac{R_3}{R_1} + 1\right) \cdot v_2 + \frac{R_3}{R_1} \cdot v_1 \Rightarrow \\ \Rightarrow v_o &= \left(\frac{R_2}{R_1} + 1 + \frac{R_3}{R_1}\right) \cdot v_1 - \left(\frac{R_2}{R_1} + \frac{R_3}{R_1} + 1\right) \cdot v_2 \Rightarrow 3 \cdot (v_1 - v_2) = \left(\frac{R_2}{R_1} + 1 + \frac{R_3}{R_1}\right) \cdot (v_1 - v_2) \Rightarrow \\ \Rightarrow 3 &= \frac{R_2}{R_1} + 1 + \frac{R_3}{R_1} \Rightarrow 2 = \frac{R_2}{R_1} + \frac{R_3}{R_1} \Rightarrow 2 \cdot R_1 = R_2 + R_3 \Rightarrow R_1 = \frac{R_2 + R_3}{2} \Rightarrow R_1 = 10\text{k}\Omega.\end{aligned}$$

(β) Από τα δεδομένα του ερωτήματος (β) προκύπτει ότι τα σήματα εισόδου του κυκλώματος έχουν ως εξής:

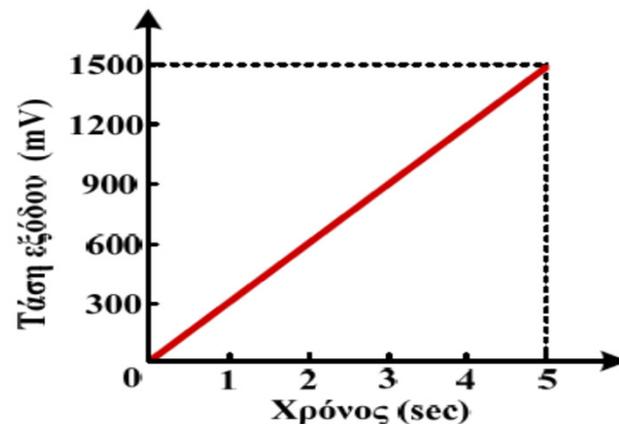
$$v_1 = 150 \cdot t \text{ (σε mV) και } v_2 = 50 \cdot t \text{ (σε mV).}$$

Χρησιμοποιώντας το δεδομένο ότι $v_o = 3 \cdot (v_1 - v_2)$, προκύπτει:

$$v_o = 3 \cdot (v_1 - v_2) \Rightarrow v_o = 3 \cdot (150 \cdot t - 50 \cdot t) \Rightarrow v_o = 3 \cdot 100 \cdot t \Rightarrow v_o = 300 \cdot t \text{ (σε mV).}$$

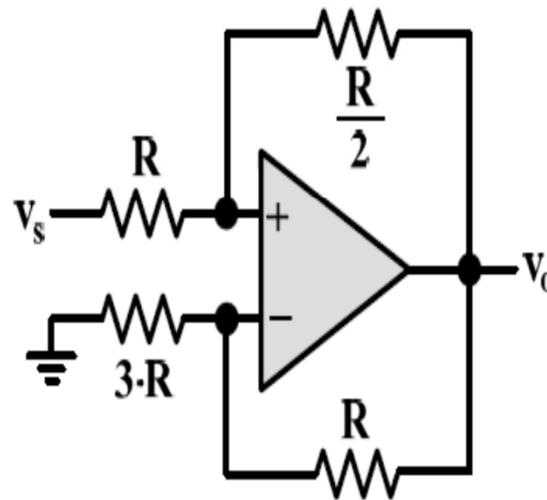
Επομένως, η τάση εξόδου του κυκλώματος είναι γραμμικό σήμα που αυξάνεται κατά 300 mV κάθε δευτερόλεπτο φθάνοντας στο τέλος του χρονικού διαστήματος των 5 δευτερολέπτων στην τιμή των 1500 mV ή 1.5 V. Η τάση εξόδου του κυκλώματος αρχικά είναι μηδενική, λόγω του ότι τη χρονική στιγμή $t = 0$ οι τάσεις εισόδου v_1 και v_2 είναι μηδενικές.

Με βάση τα παραπάνω, η κυματομορφή της τάσης εξόδου του κυκλώματος παρουσιάζεται στο διπλανό σχήμα.



Άσκηση 12η

Στο κύκλωμα του παρακάτω σχήματος, που περιλαμβάνει ιδανικό τελεστικό ενισχυτή, να προσδιορίσετε την τάση εξόδου v_o συναρτήσει της τάσης εισόδου v_s .



Άσκηση 12η

Έτσι στον κόμβο του ακροδέκτη αντιστροφής του τελεστικού ενισχυτή, έχουμε:

$$\left(\frac{1}{3 \cdot R} + \frac{1}{R}\right) \cdot v_- = \frac{1}{3 \cdot R} \cdot 0 + \frac{1}{R} \cdot v_o \Rightarrow \frac{4 \cdot v_-}{3 \cdot R} = \frac{v_o}{R} \Rightarrow v_- = \frac{3 \cdot v_o}{4} \quad (1)$$

Στον κόμβο του ακροδέκτη μη αντιστροφής του τελεστικού ενισχυτή, έχουμε:

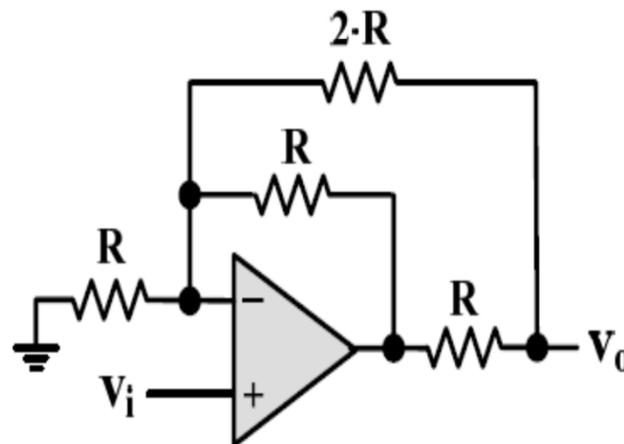
$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R/2}\right) \cdot v_+ &= \frac{1}{R} \cdot v_s + \frac{1}{R/2} \cdot v_o \Rightarrow \left(\frac{1}{R} + \frac{2}{R}\right) \cdot v_+ = \frac{1}{R} \cdot v_s + \frac{2}{R} \cdot v_o \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{3 \cdot v_+}{R} = \frac{v_s + 2 \cdot v_o}{R} \Rightarrow v_+ = \frac{v_s + 2 \cdot v_o}{3} \end{aligned} \quad (2)$$

Λόγω της ιδιότητας αντιγραφής τάσεων στους ακροδέκτες του ιδανικού τελεστικού ενισχυτή ($v_- = v_+$), με βάση τις σχέσεις (1) και (2) καταλήγουμε στο εξής:

$$v_- = v_+ \Rightarrow \frac{3 \cdot v_o}{4} = \frac{v_s + 2v_o}{3} \Rightarrow 9 \cdot v_o = 4 \cdot v_s + 8 \cdot v_o \Rightarrow v_o = 4 \cdot v_s.$$

Άσκηση 13η

- (α) Για το κύκλωμα του παρακάτω σχήματος, το οποίο περιλαμβάνει ιδανικό τελεστικό ενισχυτή, να προσδιορίσετε την τάση εξόδου v_o του κυκλώματος σε σχέση με την τάση εισόδου v_i .
- (β) Εάν η είσοδος v_i είναι ημιτονικό σήμα τάσης με συχνότητα 25 kHz και πλάτος 300 mV, να σχεδιάσετε στους ίδιους άξονες την κυματομορφή της τάσης εξόδου (v_o) του κυκλώματος, την κυματομορφή της τάσης του ακροδέκτη εξόδου του τελεστικού ενισχυτή και την κυματομορφή της τάσης του ακροδέκτη αντιστροφής (-) του τελεστικού ενισχυτή για το χρονικό διάστημα μιας περιόδου.

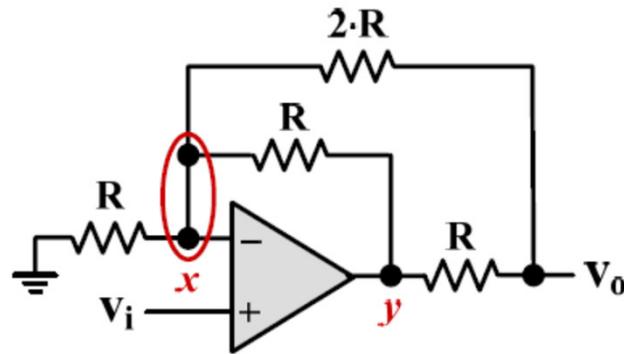


Άσκηση 13η

Έτσι, στον κόμβο x , ο οποίος συμπίπτει με τον ακροδέκτη αντιστροφής ($-$) του τελεστικού ενισχυτή, έχουμε:

$$\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{2 \cdot R}\right) \cdot v_x = \frac{1}{R} \cdot 0 + \frac{1}{R} \cdot v_y + \frac{1}{2 \cdot R} \cdot v_o.$$

Λόγω της ιδιότητας αντιγραφής τάσεων στους ακροδέκτες του ιδανικού τελεστικού ενισχυτή ισχύει: $v_x = v_- = v_+ = v_i$, συνεπώς από την παραπάνω σχέση προκύπτει ότι:



$$\frac{5}{2 \cdot R} \cdot v_i = \frac{1}{R} \cdot v_y + \frac{1}{2 \cdot R} \cdot v_o \Rightarrow \frac{5}{2} \cdot v_i = v_y + \frac{v_o}{2} \Rightarrow v_y = \frac{5 \cdot v_i - v_o}{2}. \quad (1)$$

Παρομοίως, στον κόμβο y , μπορούμε να γράψουμε:

$$\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R}\right) \cdot v_y = \frac{1}{R} \cdot v_x + \frac{1}{R} \cdot v_o \Rightarrow 2 \cdot v_y = v_i + v_o. \quad (2)$$

Αντικαθιστώντας την τάση v_y από τη σχέση (1) στη σχέση (2), λαμβάνουμε:

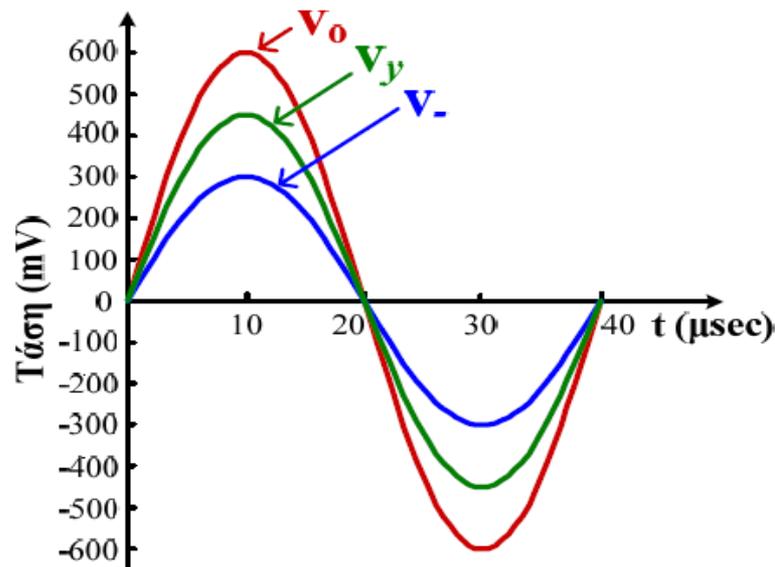
$$5 \cdot v_i - v_o = v_i + v_o \Rightarrow 2 \cdot v_o = 4 \cdot v_i \Rightarrow v_o = 2 \cdot v_i.$$

Άσκηση 13η

Η τάση εισόδου του κυκλώματος έχει πλάτος (μέγιστη τιμή) 300 mV. Με βάση τη σχέση που προέκυψε στο ερώτημα (α) το πλάτος του σήματος εξόδου του κυκλώματος είναι $2 \cdot 300 \text{ mV} = 600 \text{ mV}$. Το πλάτος της τάσης του ακροδέκτη εξόδου του τελεστικού ενισχυτή (δηλαδή της τάσης του κόμβου y) προκύπτει εύκολα από τη σχέση (1), ως εξής:

$$\frac{5 \cdot 300 - 600}{2} \text{ mV} = 450 \text{ mV}.$$

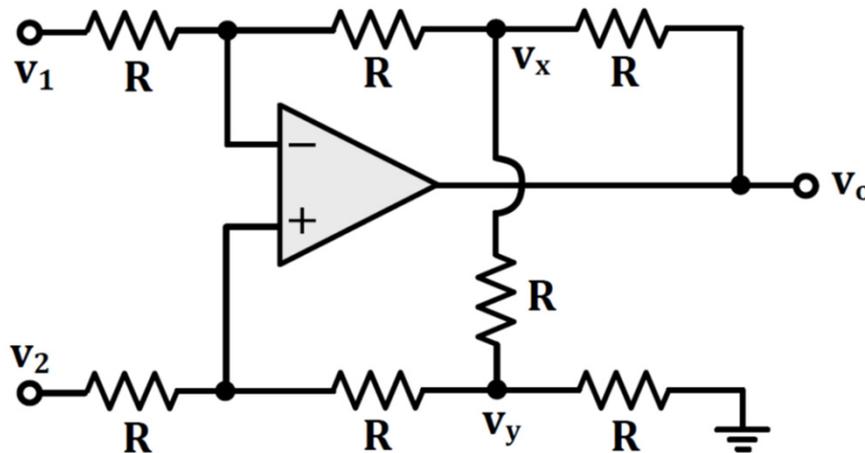
Το πλάτος της τάσης του ακροδέκτη αντιστροφής του τελεστικού ενισχυτή ισούται με το πλάτος της τάσης εισόδου του κυκλώματος (λόγω της ιδιότητας αντιγραφής τάσεων στους ακροδέκτες του ιδανικού τελεστικού ενισχυτή), το οποίο είναι 300 mV. Αφού το σήμα της τάσης εισόδου του κυκλώματος έχει περίοδο $T = 1 / f = 1 / 25 \text{ kHz} = 40 \text{ } \mu\text{sec}$, τότε και τα υπόλοιπα σήματα των οποίων ζητούνται οι κυματομορφές έχουν την ίδια περίοδο. Με βάση τα παραπάνω, στο διάγραμμα που ακολουθεί σχεδιάζουμε τις ζητούμενες κυματομορφές τάσεων, για το χρονικό διάστημα μιας περιόδου:



Άσκηση 14η

Δίνεται το κύκλωμα του παρακάτω σχήματος, που περιλαμβάνει ιδανικό τελεστικό ενισχυτή και 7 αντιστάσεις.

- Να υπολογίσετε την τάση εξόδου (v_o) του κυκλώματος σε σχέση με τις τάσεις εισόδου του (v_1, v_2).
- Εάν οι τάσεις εισόδου v_1 και v_2 είναι συμφασικά ημιτονικά σήματα με συχνότητα 50 kHz και πλάτος 200 mV και 100 mV, αντίστοιχα, να σχεδιάσετε στους ίδιους άξονες τις κυματομορφές της τάσης v_{12} , της τάσης εξόδου v_o και της τάσης v_{xy} , για χρονικό διάστημα μιας περιόδου.



Άσκηση 14η

- α) Για να προσδιορίσουμε την τάση εξόδου του κυκλώματος, εφαρμόζουμε την μέθοδο ανάλυσης των κόμβων (1ο κανόνα Kirchhoff) στους κόμβους των δύο εισόδων του τελεστικού ενισχυτή, καθώς επίσης και στους κόμβους x και y . Εξισώνουμε το άθροισμα των αγωγιμοτήτων (των αντίστροφων αντιστάσεων) που ξεκινούν από καθένα από τους 4 κόμβους, πολλαπλασιασμένο με την τάση τους, με το άθροισμα των γινομένων των αγωγιμοτήτων αυτών με τις τάσεις των κόμβων στους οποίους καταλήγουν.

Στον κόμβο του ακροδέκτη αντιστροφής του τελεστικού ενισχυτή, έχουμε:

$$\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R}\right) \cdot v_- = \frac{1}{R} \cdot v_1 + \frac{1}{R} \cdot v_x \Rightarrow 2 \cdot v_- = v_1 + v_x.$$

Στον κόμβο του ακροδέκτη μη αντιστροφής του τελεστικού ενισχυτή, έχουμε:

$$\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R}\right) \cdot v_+ = \frac{1}{R} \cdot v_2 + \frac{1}{R} \cdot v_y \Rightarrow 2 \cdot v_+ = v_2 + v_y.$$

Λόγω της ιδιότητας αντιγραφής των τάσεων στους ακροδέκτες του ιδανικού τελεστικού ενισχυτή ($v_- = v_+$), συνδυάζοντας τις δύο παραπάνω σχέσεις, λαμβάνουμε την σχέση που ακολουθεί:

$$v_1 + v_x = v_2 + v_y \Rightarrow v_x - v_y = v_2 - v_1.$$

Στον κόμβο x , έχουμε:

$$\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R}\right) \cdot v_x = \frac{1}{R} \cdot v_- + \frac{1}{R} \cdot v_y + \frac{1}{R} \cdot v_o \Rightarrow 3 \cdot v_x = v_- + v_y + v_o.$$

Στον κόμβο y , έχουμε:

$$\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R}\right) \cdot v_y = \frac{1}{R} \cdot v_+ + \frac{1}{R} \cdot v_x + \frac{1}{R} \cdot 0 \Rightarrow 3 \cdot v_y = v_+ + v_x.$$

Άσκηση 14η

Αφαιρούμε κατά μέλη τις δύο τελευταίες σχέσεις και στην σχέση που προκύπτει, χρησιμοποιούμε την ιδιότητα αντιγραφής των τάσεων στους ακροδέκτες του ιδανικού τελεστικού ενισχυτή ($v_- = v_+$) και την σχέση $v_x - v_y = v_2 - v_1$ που προέκυψε παραπάνω, έτσι ώστε να προσδιορίσουμε την τάση εξόδου (v_o) του κυκλώματος σε σχέση με τις τάσεις εισόδου του (v_1, v_2).

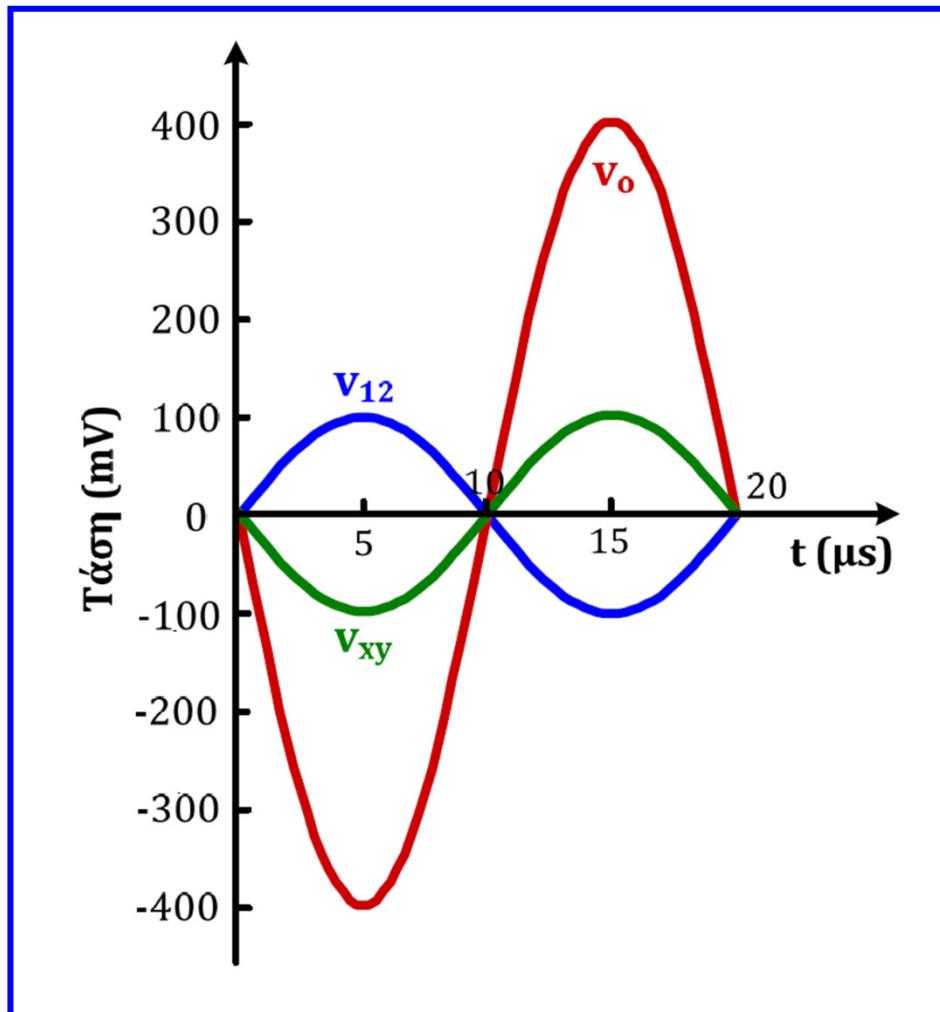
$$\begin{aligned} 3 \cdot v_x - 3 \cdot v_y &= v_- + v_y + v_o - v_+ - v_x \Rightarrow 3 \cdot (v_x - v_y) = v_o - (v_x - v_y) \Rightarrow \\ \Rightarrow 3 \cdot (v_2 - v_1) &= v_o - (v_2 - v_1) \Rightarrow v_o = 4 \cdot (v_2 - v_1) \Rightarrow v_o = -4 \cdot (v_1 - v_2). \end{aligned}$$

- β) Τα ημιτονικά σήματα των δύο τάσεων εισόδου v_1 και v_2 έχουν πλάτος 200 mV και 100 mV, αντίστοιχα και περίοδο $T = 1 / f = 1 / (50 \cdot 10^3 \text{ Hz}) = 20 \mu\text{s}$. Επομένως, το σήμα της τάσης $v_{12} = v_1 - v_2$ είναι ημιτονικό με όμοια περίοδο 20 μs και πλάτος $200 \text{ mV} - 100 \text{ mV} = 100 \text{ mV}$ και είναι συμφασικό με τα δύο σήματα εισόδου.

Με βάση την σχέση προσδιορισμού της v_o που προέκυψε στην απάντηση του ερωτήματος (α), το σήμα της τάσης v_o είναι ημιτονικό με όμοια περίοδο 20 μs , πλάτος $4 \cdot (200 \text{ mV} - 100 \text{ mV}) = 400 \text{ mV}$ και διαφορά φάσης 180° σε σχέση με τα δύο σήματα εισόδου.

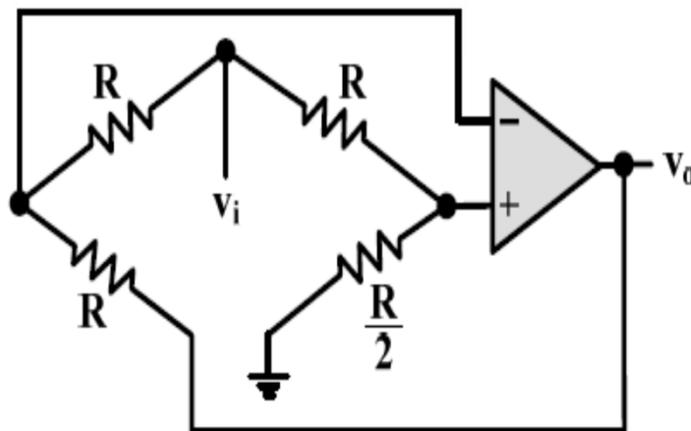
Με βάση την σχέση $v_x - v_y = v_2 - v_1 \Rightarrow v_{xy} = -v_{12}$, η οποία προέκυψε στην απάντηση του ερωτήματος (α), το σήμα της τάσης v_{xy} έχει περίοδο 20 μs , πλάτος 100 mV και διαφορά φάσης 180° σε σχέση με το σήμα τάσης v_{12} .

Άσκηση 14η



Άσκηση 15η

- (α) Για το κύκλωμα του παρακάτω σχήματος που περιλαμβάνει ιδανικό τελεστικό ενισχυτή, να προσδιορίσετε την τάση εξόδου v_o σε σχέση με την τάση εισόδου v_i .
- (β) Εάν η είσοδος v_i είναι ημιτονικό σήμα τάσης με συχνότητα 200 kHz και πλάτος 600 mV, να σχεδιάσετε με ακρίβεια τις κυματομορφές των τάσεων εισόδου (v_i) και εξόδου (v_o) για το χρονικό διάστημα μιας περιόδου.



Άσκηση 15η

Έτσι στον κόμβο του ακροδέκτη αντιστροφής (-) του τελεστικού ενισχυτή, έχουμε:

$$\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R}\right) \cdot v_- = \frac{1}{R} \cdot v_i + \frac{1}{R} \cdot v_o \Rightarrow 2 \cdot v_- = v_i + v_o \Rightarrow v_- = \frac{v_i}{2} + \frac{v_o}{2}.$$

Στον κόμβο του ακροδέκτη μη αντιστροφής (+) του τελεστικού ενισχυτή, έχουμε:

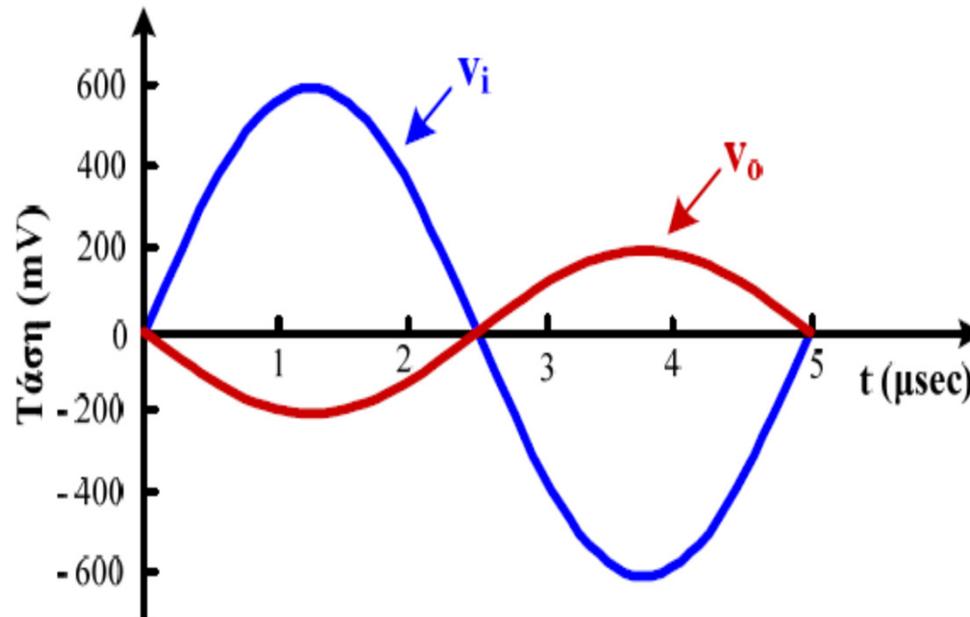
$$\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{0.5 \cdot R}\right) \cdot v_+ = \frac{1}{R} \cdot v_i + \frac{1}{0.5 \cdot R} \cdot 0 \Rightarrow 3 \cdot v_+ = v_i \Rightarrow v_+ = \frac{v_i}{3}.$$

Λόγω της ιδιότητας αντιγραφής τάσεων στους ακροδέκτες του ιδανικού τελεστικού ενισχυτή ($v_- = v_+$), από τις παραπάνω σχέσεις καταλήγουμε στο εξής:

$$v_- = v_+ \Rightarrow \frac{v_i}{2} + \frac{v_o}{2} = \frac{v_i}{3} \Rightarrow \frac{v_o}{2} = \frac{v_i}{3} - \frac{v_i}{2} \Rightarrow v_o = \frac{2 \cdot v_i}{3} - v_i \Rightarrow v_o = -\frac{v_i}{3}.$$

Άσκηση 15η

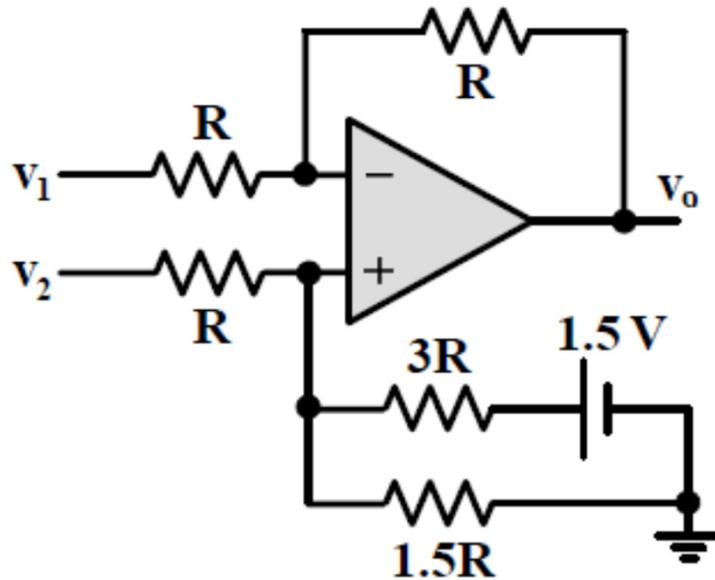
- (β) Η τάση εισόδου έχει πλάτος (μέγιστη τιμή) 600 mV και περίοδο: $T = 1 / f = 1 / 200 \text{ kHz} = 0.005 \text{ ms} = 5 \text{ } \mu\text{sec}$. Το σήμα εξόδου έχει όμοια περίοδο 5 μsec , πλάτος $600 / 3 = 200 \text{ mV}$ και διαφορά φάσης 180° σε σχέση με το σήμα εισόδου. Συνεπώς, οι κυματομορφές των τάσεων εισόδου (v_i) και εξόδου (v_o) για το χρονικό διάστημα μιας περιόδου, έχουν ως εξής:



Άσκηση 16η

Στο κύκλωμα του παρακάτω σχήματος, που περιλαμβάνει ιδανικό τελεστικό ενισχυτή, οι είσοδοι v_1 και v_2 είναι ημιτονικά σήματα τάσης με συχνότητα 20 kHz και πλάτος 400 mV και 900 mV, αντίστοιχα. Δίνεται ότι: $R = 100 \Omega$.

- (α) Να προσδιορίσετε την τάση εξόδου v_o σε σχέση με τις τάσεις εισόδου v_1 και v_2 .
- (β) Να σχεδιάσετε με ακρίβεια την κυματομορφή της τάσης εξόδου v_o , για το χρονικό διάστημα μιας περιόδου.



Άσκηση 16η

Έτσι στον κόμβο του ακροδέκτη αντιστροφής (-) του τελεστικού ενισχυτή, έχουμε:

$$\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R}\right) \cdot v_- = \frac{1}{R} \cdot v_1 + \frac{1}{R} \cdot v_o \Rightarrow \frac{2 \cdot v_-}{R} = \frac{1}{R} \cdot v_1 + \frac{1}{R} \cdot v_o \Rightarrow 2 \cdot v_- = v_1 + v_o \Rightarrow v_- = \frac{v_1}{2} + \frac{v_o}{2}.$$

Στον κόμβο του ακροδέκτη μη αντιστροφής (+) του τελεστικού ενισχυτή, έχουμε:

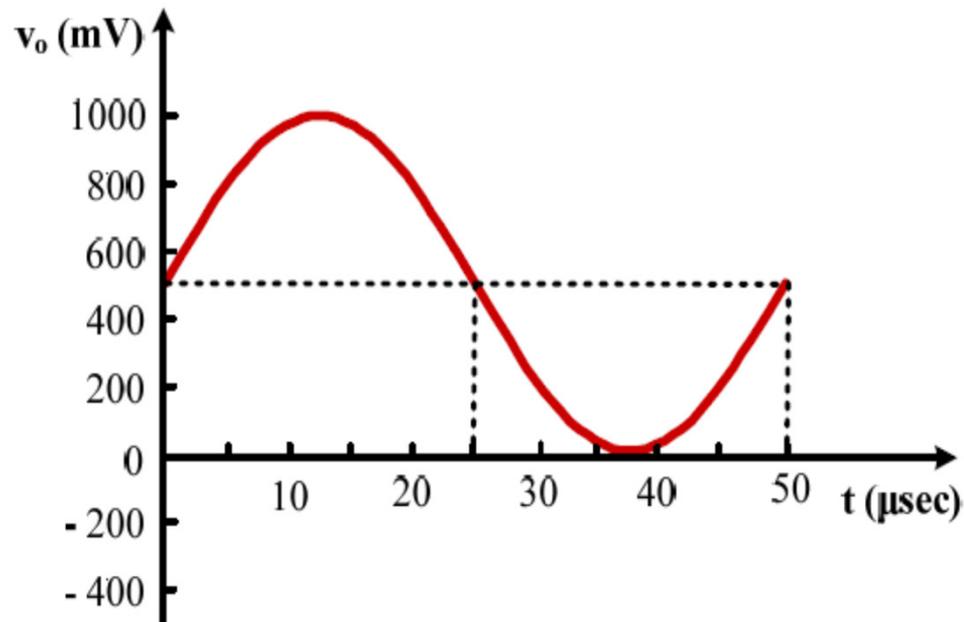
$$\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{3 \cdot R} + \frac{1}{1.5 \cdot R}\right) \cdot v_+ = \frac{1}{R} \cdot v_2 + \frac{1}{3 \cdot R} \cdot 1.5 + \frac{1}{1.5 \cdot R} \cdot 0 \Rightarrow \left(\frac{3}{3 \cdot R} + \frac{1}{3 \cdot R} + \frac{2}{3 \cdot R}\right) \cdot v_+ = \frac{1}{R} \cdot v_2 + \frac{1}{3 \cdot R} \cdot 1.5$$
$$\Rightarrow \frac{2 \cdot v_+}{R} = \frac{v_2}{R} + \frac{0.5}{R} \Rightarrow 2 \cdot v_+ = v_2 + 0.5 \Rightarrow v_+ = \frac{v_2}{2} + 0.25.$$

Λόγω της ιδιότητας αντιγραφής τάσεων στους ακροδέκτες του ιδανικού τελεστικού ενισχυτή ($v_- = v_+$), από τις παραπάνω σχέσεις καταλήγουμε στο εξής:

$$v_- = v_+ \Rightarrow \frac{v_1}{2} + \frac{v_o}{2} = \frac{v_2}{2} + 0.25 \Rightarrow \frac{v_o}{2} = \frac{v_2}{2} + 0.25 - \frac{v_1}{2} \Rightarrow v_o = v_2 - v_1 + 0.5.$$

Άσκηση 16η

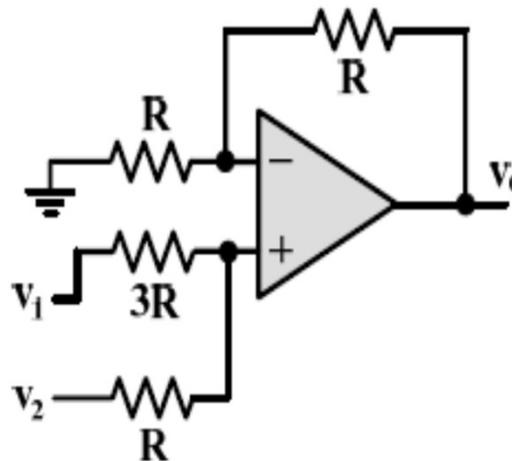
Με βάση τα δεδομένα, οι τάσεις εισόδου έχουν πλάτος (μέγιστη τιμή) 400 mV και 900 mV, αντίστοιχα και όμοια περίοδο: $T = 1 / f = 1 / 20 \text{ kHz} = 0.05 \text{ ms} = 50 \text{ } \mu\text{sec}$. Το σήμα εξόδου έχει περίοδο 50 μsec , πλάτος $900 - 400 = 500 \text{ mV}$ και είναι μετατοπισμένο στον άξονα της τάσης κατά 0.5 V ή 500 mV. Συνεπώς, η κυματομορφή του σήματος εξόδου, για το χρονικό διάστημα μιας περιόδου, έχει ως εξής:



Άσκηση 17η

Στο κύκλωμα του παρακάτω σχήματος, που περιλαμβάνει ιδανικό τελεστικό ενισχυτή, οι εισοδοί v_1 και v_2 είναι ημιτονικά σήματα τάσης με συχνότητα 8 kHz και πλάτος 400 mV και 800 mV, αντίστοιχα. Δίνεται ότι: $R = 10 \text{ k}\Omega$.

- (α) Χρησιμοποιώντας τη μέθοδο ανάλυσης των κόμβων ή/και την αρχή της επαλληλίας, να προσδιορίσετε την τάση εξόδου v_o σε σχέση με τις τάσεις εισόδου v_1 και v_2 .
- (β) Να σχεδιάσετε με ακρίβεια την κυματομορφή της τάσης εξόδου v_o , για το χρονικό διάστημα μιας περιόδου.



Άσκηση 17η

Χρησιμοποιούμε τη μέθοδο ανάλυσης των κόμβων, δηλαδή εφαρμόζουμε τον 1ο κανόνα Kirchhoff στους κόμβους των δύο ακροδεκτών (αντιστροφής και μη αντιστροφής) του τελεστικού ενισχυτή. Θα πρέπει να εξισώσουμε το άθροισμα των αγωγιμοτήτων (δηλ. των αντίστροφων αντιστάσεων) που ξεκινούν από τους κόμβους αυτούς, πολλαπλασιασμένο με την τάση τους, με το άθροισμα των γινομένων των αγωγιμοτήτων αυτών με τις τάσεις των κόμβων στους οποίους καταλήγουν.

Έτσι στον κόμβο του ακροδέκτη αντιστροφής (-) του τελεστικού ενισχυτή, έχουμε:

$$\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R}\right) \cdot v_- = \frac{1}{R} \cdot 0 + \frac{1}{R} \cdot v_0 \Rightarrow \frac{2 \cdot v_-}{R} = \frac{v_0}{R} \Rightarrow v_- = \frac{v_0}{2}.$$

Στον κόμβο του ακροδέκτη μη αντιστροφής (+) του τελεστικού ενισχυτή, έχουμε:

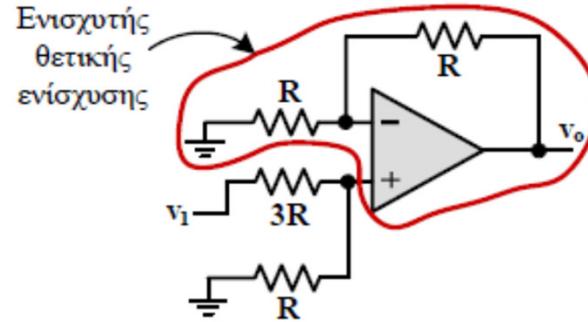
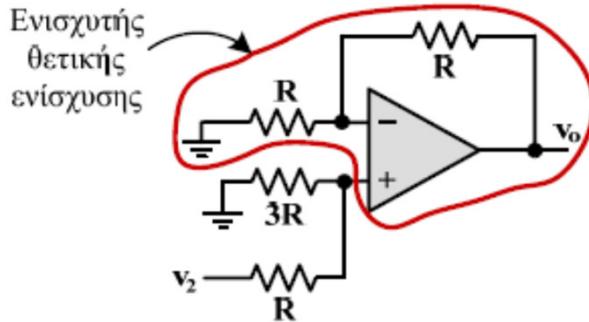
$$\left(\frac{1}{3 \cdot R} + \frac{1}{R}\right) \cdot v_+ = \frac{1}{3 \cdot R} \cdot v_1 + \frac{1}{R} \cdot v_2 \Rightarrow \frac{4}{3} \cdot v_+ = \frac{1}{3} \cdot v_1 + v_2 \Rightarrow v_+ = \frac{1}{4} \cdot v_1 + \frac{3}{4} \cdot v_2.$$

Λόγω της ιδιότητας αντιγραφής τάσεων στους ακροδέκτες του ιδανικού τελεστικού ενισχυτή ($v_- = v_+$) και από τις παραπάνω σχέσεις καταλήγουμε στο εξής:

$$v_- = v_+ \Rightarrow \frac{v_0}{2} = \frac{1}{4} \cdot v_1 + \frac{3}{4} \cdot v_2 \Rightarrow v_0 = \frac{1}{2} \cdot v_1 + \frac{3}{2} \cdot v_2 \Rightarrow v_0 = \frac{v_1 + 3 \cdot v_2}{2}.$$

Άσκηση 17η

Εάν χρησιμοποιήσουμε την αρχή της επαλληλίας, μηδενίζουμε αρχικά την τάση εισόδου v_1 και παρατηρούμε ότι το κύκλωμα λειτουργεί ως ενισχυτής θετικής ενίσχυσης, με είσοδο την τάση του ακροδέκτη μη αντιστροφής και έξοδο v_o , όπως υποδεικνύεται στο αριστερό μέρος του παρακάτω σχήματος.



Επομένως: $v_{o1} = \left(1 + \frac{R}{R}\right) \cdot v_+ \Rightarrow v_{o1} = 2 \cdot v_+$, όπου $v_+ = \frac{3 \cdot R}{R + 3 \cdot R} \cdot v_2 \Rightarrow v_+ = \frac{3}{4} \cdot v_2$ (από το διαιρέτη τάσης

που σχηματίζουν οι αντιστάσεις R και $3R$). Από τις παραπάνω σχέσεις προκύπτει: $v_{o1} = \frac{3}{2} \cdot v_2$.

Εάν μηδενίσουμε την v_2 , το κύκλωμα λειτουργεί επίσης ως ενισχυτής θετικής ενίσχυσης, με είσοδο την τάση του ακροδέκτη μη αντιστροφής και έξοδο v_o , όπως υποδεικνύεται στο δεξιό μέρος του παρακάτω σχήματος.

Επομένως: $v_{o2} = \left(1 + \frac{R}{R}\right) \cdot v_+ \Rightarrow v_{o2} = 2 \cdot v_+$, όπου $v_+ = \frac{R}{R + 3 \cdot R} \cdot v_1 \Rightarrow v_+ = \frac{v_1}{4}$ (από το διαιρέτη τάσης που

σχηματίζουν οι αντιστάσεις $3R$ και R). Από τις παραπάνω σχέσεις προκύπτει: $v_{o2} = \frac{1}{2} \cdot v_1$.

Αθροίζοντας τις τάσεις εξόδου που προέκυψαν, καταλήγουμε στη σχέση που καταλήξαμε χρησιμοποιώντας τη μέθοδο ανάλυσης των κόμβων:

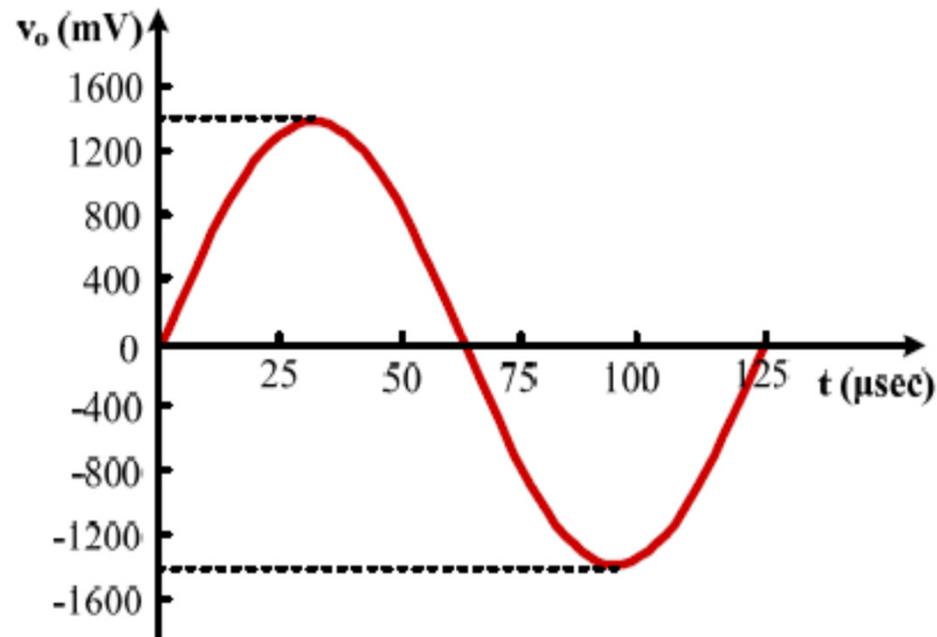
$$v_o = v_{o1} + v_{o2} \Rightarrow v_o = \frac{3}{2} \cdot v_2 + \frac{1}{2} \cdot v_1 \Rightarrow v_o = \frac{v_1 + 3 \cdot v_2}{2}$$

Άσκηση 17η

Με βάση τα δεδομένα, οι τάσεις εισόδου έχουν πλάτος (μέγιστη τιμή) 400 mV και 800 mV, αντίστοιχα και όμοια περίοδο: $T = 1 / f = 1 / 8 \text{ kHz} = 0.125 \text{ ms} = 125 \text{ μsec}$. Το σήμα εξόδου έχει περίοδο 125 μsec & πλάτος:

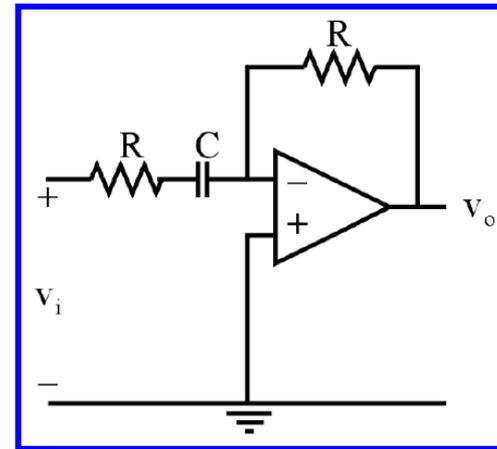
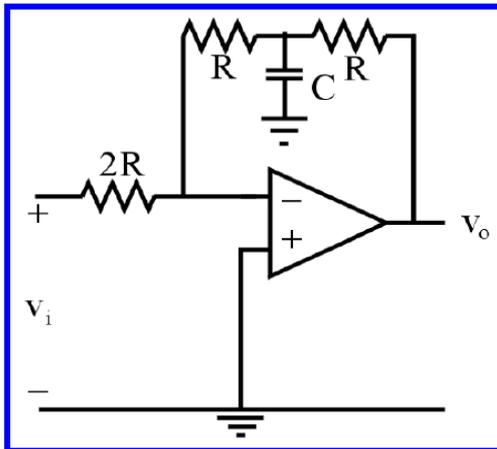
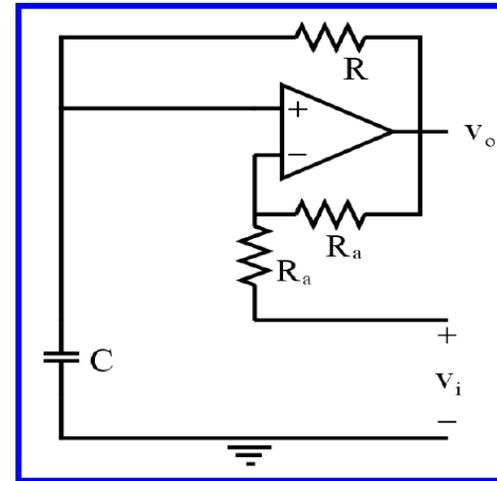
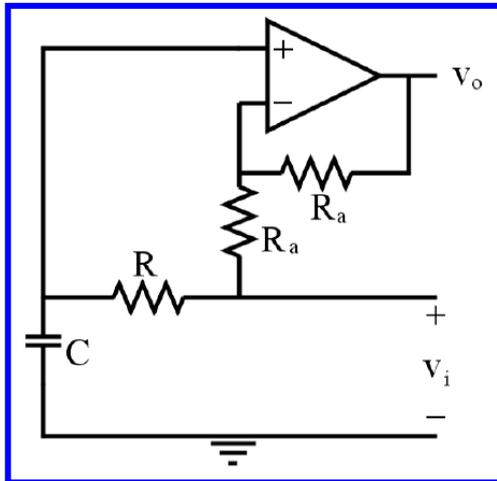
$$\frac{400 + 3 \cdot 800}{2} \text{ mV} = 1400 \text{ mV}.$$

Η κυματομορφή του σήματος εξόδου, για το χρονικό διάστημα μιας περιόδου, έχει ως εξής:



Άσκηση 18^η

Θα προσδιορίσουμε τις συναρτήσεις μεταφοράς των κυκλωμάτων του παρακάτω σχήματος, θεωρώντας τους τελεστικούς ενισχυτές ιδανικούς.



Άσκηση 18^η

Βασισμένοι στη **μέθοδο ανάλυσης των κόμβων**, εφαρμόζουμε τον 1ο κανόνα Kirchhoff στον κόμβο A:

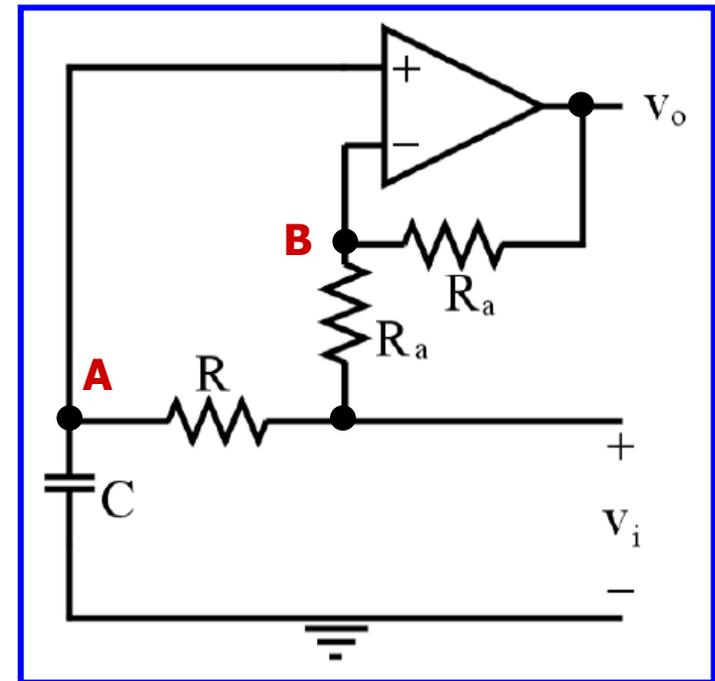
$$\left(\frac{1}{R} + Cs\right)V_+ = \frac{1}{R}V_i + 0 \Rightarrow V_+ = \frac{1}{RCs + 1}V_i$$

Εφαρμόζουμε τον 1ο κανόνα Kirchhoff στον κόμβο B:

$$\left(\frac{1}{R_a} + \frac{1}{R_a}\right)V_- = \frac{1}{R_a}V_o + \frac{1}{R_a}V_i \quad V_+ = V_-$$
$$\frac{2}{R_a}V_+ = \frac{1}{R_a}V_o + \frac{1}{R_a}V_i \Rightarrow V_o = 2V_+ - V_i$$

$$A(s) = \frac{V_o}{V_i} = \frac{2}{RCs + 1} - 1 = -\frac{RCs - 1}{RCs + 1}$$

Λόγω της παρουσίας του πυκνωτή, χρησιμοποιούμε φάσορες κατά την εφαρμογή του 1^{ου} κανόνα Kirchhoff, που σημαίνει ότι λειτουργούμε στο πεδίο της συχνότητας.



Άσκηση 18^η

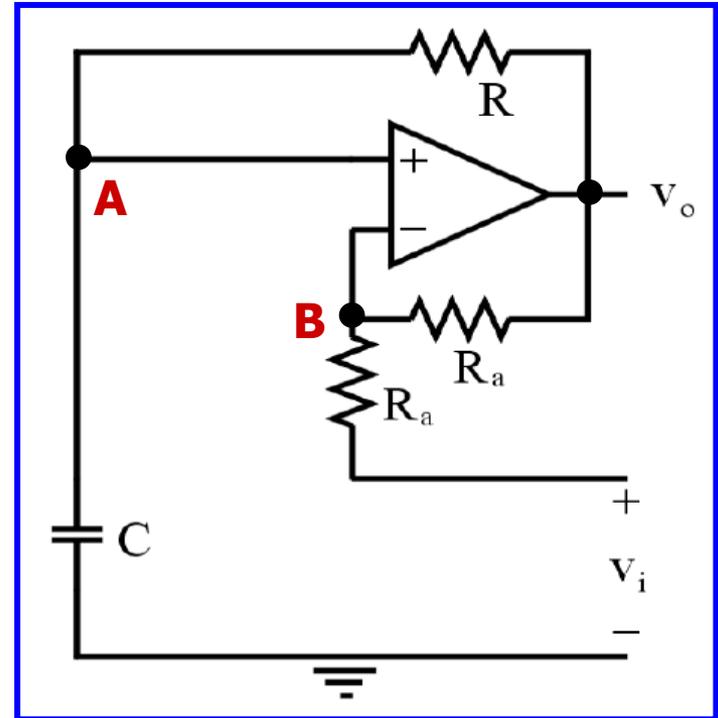
Βασισμένοι ξανά στη μέθοδο ανάλυσης των κόμβων, εφαρμόζουμε τον 1ο κανόνα Kirchhoff στον κόμβο A:

$$\left(\frac{1}{R} + Cs\right)V_+ = \frac{1}{R}V_o \Rightarrow V_+ = \frac{1}{RCs + 1}V_o$$

Εφαρμόζουμε τον 1ο κανόνα Kirchhoff στον κόμβο B:

$$\left(\frac{1}{R_a} + \frac{1}{R_a}\right)V_- = \frac{1}{R_a}V_i + \frac{1}{R_a}V_o \quad V_+ = V_- \Rightarrow$$
$$\frac{2}{R_a}V_+ = \frac{1}{R_a}V_i + \frac{1}{R_a}V_o \Rightarrow V_o = 2V_+ - V_i$$

$$A(s) = \frac{V_o}{V_i} = -\frac{RCs + 1}{RCs - 1}$$



Άσκηση 18^η

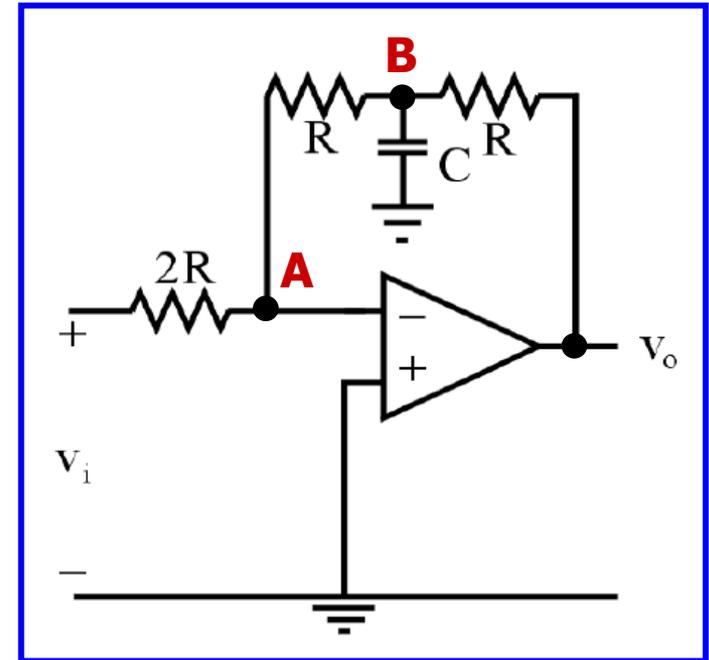
Βασισμένοι ξανά στη μέθοδο ανάλυσης των κόμβων, εφαρμόζουμε τον 1ο κανόνα Kirchhoff στον κόμβο A:

$$\left(\frac{1}{2R} + \frac{1}{R}\right) V_- = \frac{1}{2R} V_i + \frac{1}{R} V_c \Rightarrow V_c = -\frac{1}{2} V_i$$

Εφαρμόζουμε τον 1ο κανόνα Kirchhoff στον κόμβο B:

$$\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R} + Cs\right) V_c = \frac{1}{R} V_o \Rightarrow V_o = (RCs + 2)V_c$$

$$A(s) = \frac{V_o}{V_i} = -\frac{1}{2}(RCs + 2)$$

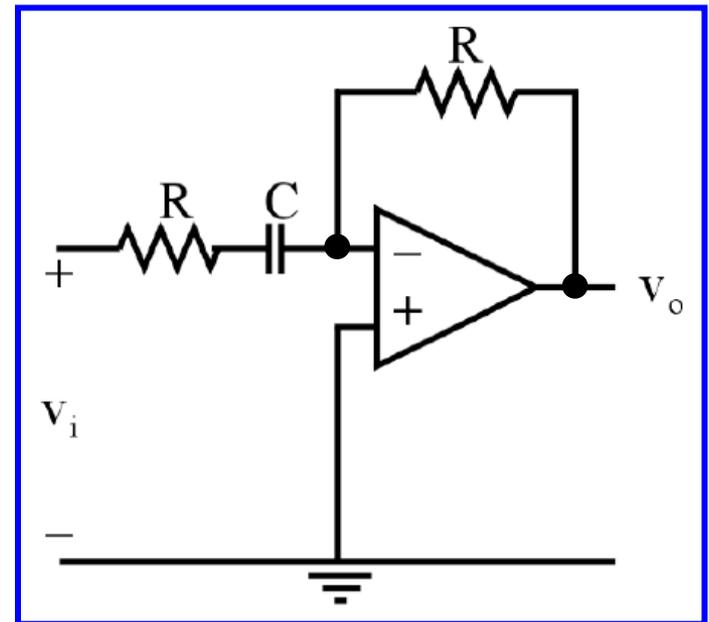


Άσκηση 18^η

Πρόκειται για τοπολογία ενισχυτή
αρνητικής ενίσχυσης:

$$A(s) = \frac{V_o}{V_i} = -\frac{Z_2}{Z_1} \Rightarrow$$

$$A(s) = -\frac{R}{R + \frac{1}{Cs}} = -\frac{RCs}{RCs + 1}$$



Άσκηση 19^η

Για το κύκλωμα του παρακάτω σχήματος που περιλαμβάνει ΙΤΕ θα προσδιορίσουμε την συνάρτηση μεταφοράς και την συχνότητα αποκοπής.

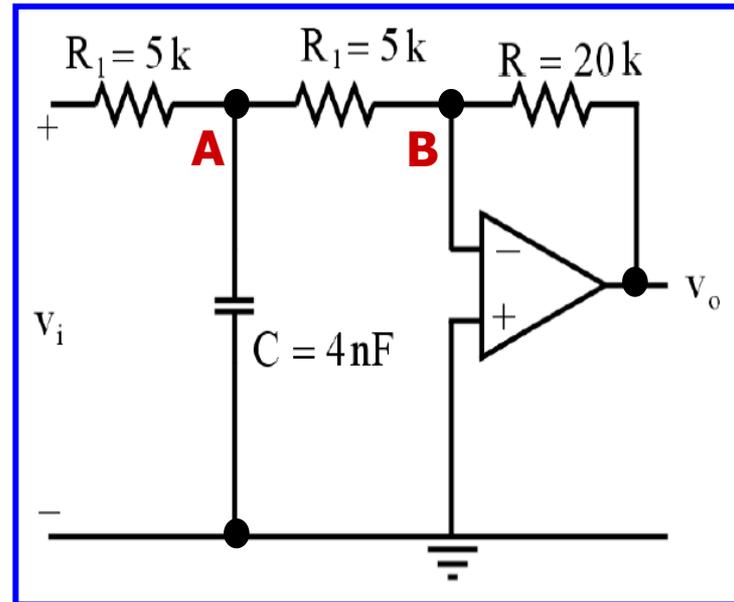
Βασισμένοι στη μέθοδο ανάλυσης των κόμβων, εφαρμόζουμε τον 1ο κανόνα Kirchhoff στον κόμβο A:

$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_1} + Cs \right) V_A = \frac{1}{R_1} V_i + \frac{1}{R_1} V_- \stackrel{V_+ = V_- = 0}{\Rightarrow} V_A = \frac{1}{2 + R_1 Cs} V_i$$

Εφαρμόζουμε τον 1ο κανόνα Kirchhoff στον κόμβο B:

$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R} \right) V_- = \frac{1}{R_1} V_A + \frac{1}{R} V_o \stackrel{V_+ = V_- = 0}{\Rightarrow} V_o = -\frac{R}{R_1} V_A$$

$$A(s) = \frac{V_o}{V_i} = -\frac{R}{R_1} \cdot \frac{1}{2 + R_1 Cs} = -\left(\frac{20 \cdot 10^3}{5 \cdot 10^3} \right) \frac{1}{2 + 5 \cdot 10^3 \cdot 4 \cdot 10^{-9} \cdot s} = \frac{-4}{2 + 2 \cdot 10^{-5} \cdot s} = \frac{-2}{1 + 10^{-5} \cdot s}$$



Άσκηση 19^η

Η συχνότητα αποκοπής είναι η συχνότητα για την οποία το μέτρο της απόκρισης συχνότητας (ενίσχυσης) του κυκλώματος είναι 3dB κάτω από τη μέγιστή τιμή του ή η συχνότητα για την οποία το μέτρο της ενίσχυσης ισούται με τη μέγιστη τιμή του διαιρεμένη με την τετραγωνική ρίζα του 2.

$$|A| = \frac{|-2|}{|1 + 10^{-5} \cdot s|} \Rightarrow |A| = \frac{2}{\sqrt{1 + (10^{-5} \cdot \omega)^2}} \Rightarrow |A| = \frac{2}{\sqrt{1 + 10^{-10} \cdot \omega^2}}$$

Προκύπτει ότι η μέγιστη τιμή του μέτρου της ενίσχυσης επιτυγχάνεται για μηδενική συχνότητα ($\omega = 0$) και ισούται με 2.

$$\frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{1 + 10^{-10} \cdot \omega_c^2}} \Rightarrow 2 = 1 + 10^{-10} \cdot \omega_c^2 \Rightarrow \omega_c^2 = \frac{1}{10^{-10}} \Rightarrow \omega_c = 10^5 \text{ rad/sec}$$

Η συνάρτηση μεταφοράς έχει τη μορφή συνάρτησης βαθυπερατού κυκλώματος (που αναλύθηκε στην 3^η ενότητα), δηλαδή $[1 / (1 + \tau s)]$ με ενίσχυση -2, και σταθερά χρόνου 10^{-5} sec, συνεπώς μπορούμε και χωρίς τον παραπάνω υπολογισμό να αποφανθούμε ότι: $\omega_c = 1 / \tau = 10^5$ rad/sec.

$$f_c = \omega_c / 2\pi \Rightarrow f_c = 10^5 / 6.28 \text{ Hz} \Rightarrow f_c = 15.9 \text{ kHz}$$

Άσκηση 20η

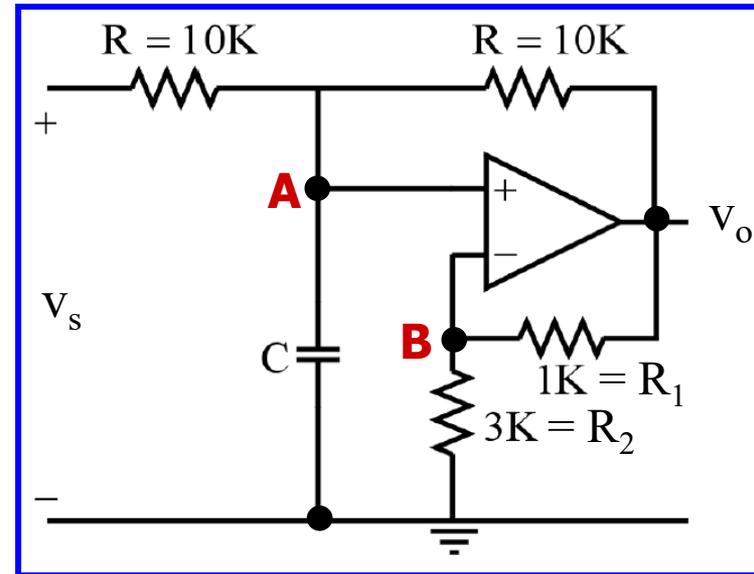
Για το κύκλωμα του παρακάτω σχήματος που περιλαμβάνει ΙΤΕ, θα προσδιορίσουμε την συνάρτηση μεταφοράς και την χωρητικότητα του πυκνωτή, ώστε η συχνότητα αποκοπής του κυκλώματος να είναι 1 kHz.

Βασισμένοι στη μέθοδο ανάλυσης των κόμβων, εφαρμόζουμε τον 1ο κανόνα Kirchhoff στον κόμβο A:

$$\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R} + Cs \right) V_+ = \frac{1}{R} V_s + \frac{1}{R} V_o \Rightarrow V_- = \frac{V_s + V_o}{2 + RCs}$$

Εφαρμόζουμε τον 1ο κανόνα Kirchhoff στον κόμβο B:

$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) V_- = \frac{1}{R_1} V_o \Rightarrow V_o = \frac{R_1^2 R_2}{R_1 + R_2} V_- \Rightarrow V_o = \frac{4}{3} V_-$$



$$V_o = \frac{4}{3} \cdot \frac{V_s + V_o}{2 + RCs} \Rightarrow 6V_o + 3RCsV_o = 4V_s + 4V_o \Rightarrow A(s) = \frac{V_o}{V_s} = \frac{4}{3RCs + 2} = \frac{2}{1.5 \cdot 10^4 Cs + 1}$$

Άσκηση 20η

Το μέτρο της απόκρισης συχνότητας (ενίσχυσης) του κυκλώματος έχει ως εξής:

$$|A| = \frac{2}{\sqrt{(1.5 \cdot 10^4 \cdot C \cdot \omega)^2 + 1^2}} \Rightarrow |A| = \frac{2}{\sqrt{2.25 \cdot 10^8 \cdot C^2 \cdot \omega^2 + 1}}$$

Η μέγιστη τιμή του μέτρου της ενίσχυσης επιτυγχάνεται για μηδενική συχνότητα ($\omega = 0$) και ισούται με 2. Δίνεται ότι $f_c = 1$ kHz, επομένως:

$$\omega_c = 2 \cdot \pi \cdot f_c = 6.28 \cdot 10^3 \text{ rad/sec}$$

Η συχνότητα αποκοπής είναι εκείνη για την οποία το μέτρο της ενίσχυσης είναι 3dB κάτω από τη μέγιστη τιμή του ή η συχνότητα για την οποία το μέτρο της ενίσχυσης ισούται με τη μέγιστη τιμή του διαιρεμένη με την τετραγωνική ρίζα του 2:

$$\frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2.25 \cdot 10^8 \cdot C^2 \cdot \omega_c^2 + 1}} \Rightarrow 2 = 2.25 \cdot 10^8 \cdot C^2 \cdot \omega_c^2 + 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C = \sqrt{\frac{1}{88.65 \cdot 10^{14}}} \text{ F} = 10.6 \text{ nF}$$

Άσκηση 20η

Εναλλακτικά, παρατηρώντας την συνάρτηση μεταφοράς του κυκλώματος προκύπτει ότι αποτελεί συνάρτηση μεταφοράς βαθυπερατού κυκλώματος, δηλαδή είναι της μορφής $1 / (1 + \tau s)$ με ενίσχυση 2 και σταθερά χρόνου $\tau = 1.5 \cdot 10^4 \cdot C$.

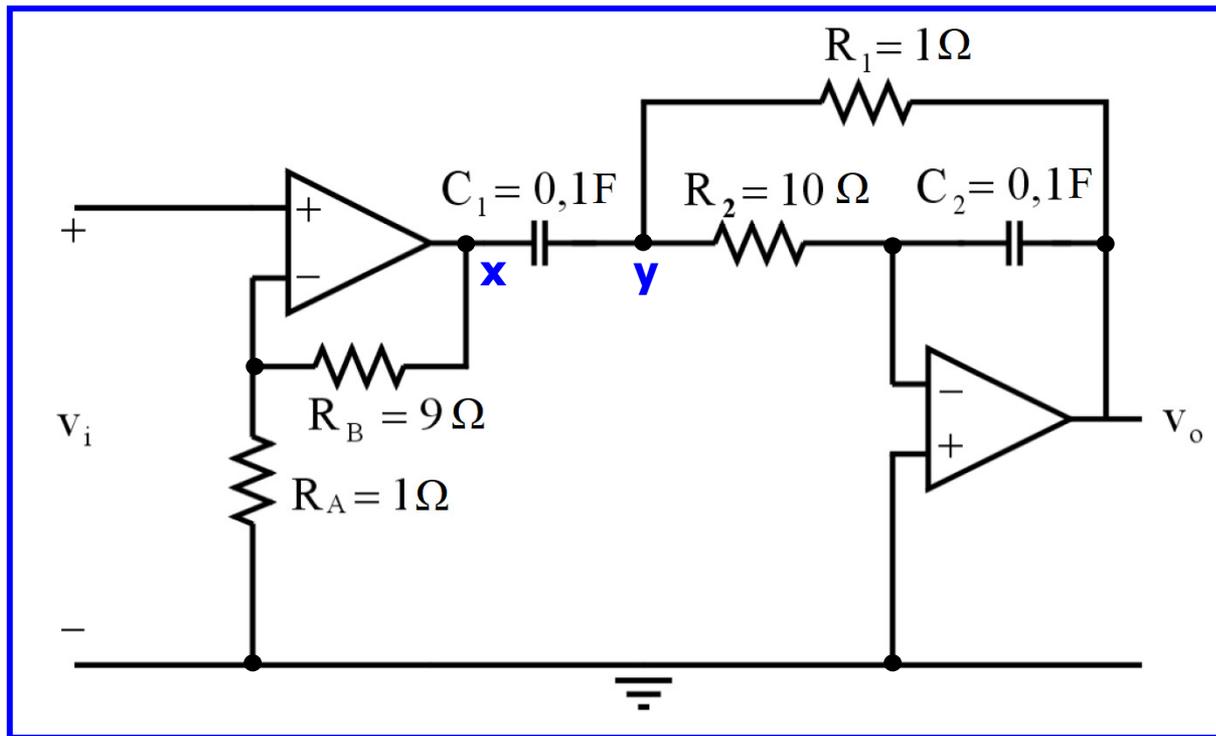
$$A(s) = 2 \cdot \frac{1}{1 + 1.5 \cdot 10^4 \cdot C \cdot s}$$

Χρησιμοποιώντας τη σταθερά χρόνου του κυκλώματος που προκύπτει από τη συνάρτηση μεταφοράς, μπορούμε μέσω της δεδομένης συχνότητας αποκοπής να υπολογίσουμε εύκολα τη ζητούμενη χωρητικότητα του πυκνωτή:

$$\omega_c = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{1.5 \cdot 10^4 \cdot C} \Rightarrow 6.28 \cdot 10^3 = \frac{1}{1.5 \cdot 10^4 \cdot C} \Rightarrow C = 10.6 \text{ nF}$$

Άσκηση 21^η

Για το κύκλωμα του παρακάτω σχήματος που περιλαμβάνει 2 ιδανικούς τελεστικούς ενισχυτές, 4 αντιστάσεις και 2 πυκνωτές, θα προσδιορίσουμε την συνάρτηση μεταφοράς και εφαρμόζοντας τους κανόνες που αναφέρθηκαν στην σελίδα 19 της ενότητας 4, θα σχεδιάσουμε τα διαγράμματα Bode για το μέτρο της απόκρισης συχνότητας.



Άσκηση 21^η

Ο πρώτος ιδανικός τελεστικός ενισχυτής και οι αντιστάσεις R_A και R_B , σχηματίζουν έναν ενισχυτή θετικής ενίσχυσης:

$$V_x = \left(1 + \frac{R_B}{R_A}\right) \cdot V_i \Rightarrow V_x = 10 \cdot V_i$$

Εφαρμόζουμε την μέθοδο ανάλυσης των κόμβων στον κόμβο y :

$$\left(s \cdot C_1 + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1}\right) \cdot V_y = s \cdot C_1 \cdot V_x + \frac{V_o}{R_1} \Rightarrow$$

$$\left(s \cdot C_1 + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1}\right) \cdot V_y = 10 \cdot s \cdot C_1 \cdot V_i + \frac{V_o}{R_1}$$

Εφαρμόζουμε την μέθοδο ανάλυσης των κόμβων στον κόμβο του ακροδέκτη αντιστροφής του δεύτερου ιδανικού τελεστικού ενισχυτή:

$$\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1} + s \cdot C_2\right) \cdot V_- = \frac{V_y}{R_2} + s \cdot C_2 \cdot V_o \xrightarrow{V_- = V_+ = 0} V_y = -s \cdot R_2 \cdot C_2 \cdot V_o$$

Άσκηση 21^η

Από τις 2 παραπάνω σχέσεις προκύπτει η συνάρτηση μεταφοράς του κυκλώματος:

$$\left(s \cdot C_1 + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1}\right) \cdot (-s \cdot R_2 \cdot C_2 \cdot V_o) = 10 \cdot s \cdot C_1 \cdot V_i + \frac{V_o}{R_1} \Rightarrow$$

$$A(s) = \frac{V_o}{V_i} = -\frac{10 \cdot s \cdot C_1}{C_1 \cdot C_2 \cdot R_2 \cdot s^2 + \left(C_2 + \frac{C_2 \cdot R_2}{R_1}\right) \cdot s + 1} \Rightarrow$$

$$A(s) = -\frac{s}{0,1 \cdot s^2 + 1,1 \cdot s + 1} \Rightarrow A(s) = -\frac{s}{0,1 \cdot (s + 1) \cdot (s + 10)}$$

$$\Rightarrow A(s) = -\frac{s}{(s + 1) \cdot (0,1 \cdot s + 1)}$$

Άσκηση 21^η

Παρότι η $A(s)$ αντιστοιχεί σε ζωνοπερατό κύκλωμα με γνωστή απόκριση μέτρου:

$$A(s) = - \frac{\tau_1 \cdot s}{(\tau_1 \cdot s + 1) \cdot (\tau_2 \cdot s + 1)} \quad \begin{array}{l} \tau_1 = 1 \text{ s} \\ \tau_2 = 0,1 \text{ s} \end{array}$$

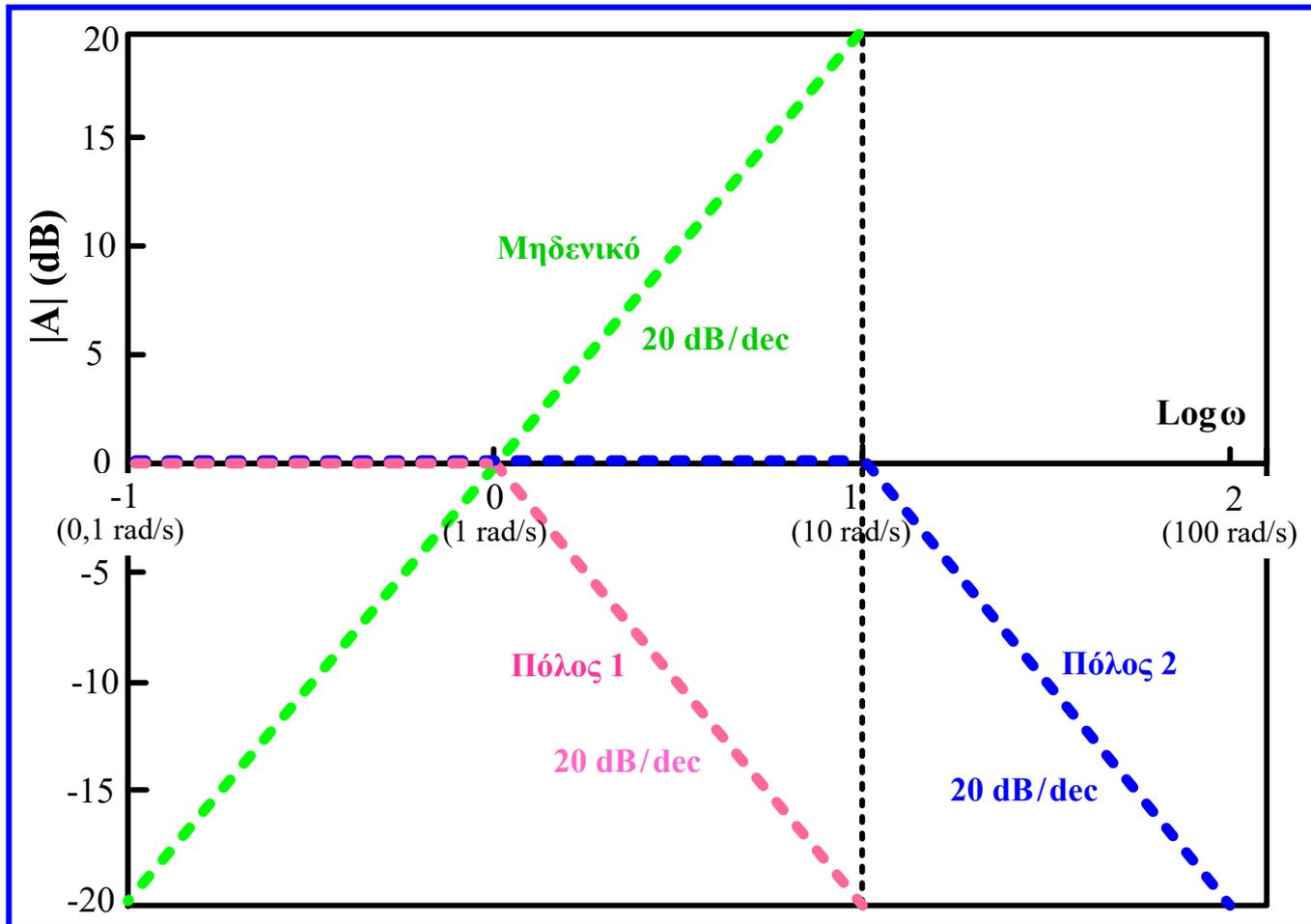
και παρουσιάζει κατώτερη συχνότητα αποκοπής $\omega_L = 1 / \tau_1 = 1 \text{ rad/s}$, ανώτερη συχνότητα αποκοπής $\omega_H = 1 / \tau_2 = 10 \text{ rad/s}$ και μοναδιαία ενίσχυση στην ενδιάμεση περιοχή συχνοτήτων, μπορούμε να χαράξουμε το διάγραμμα Bode του μέτρου της συνάρτησης, ακολουθώντας τους σχετικούς κανόνες.

Διαπιστώνουμε ότι η συνάρτηση παρουσιάζει:

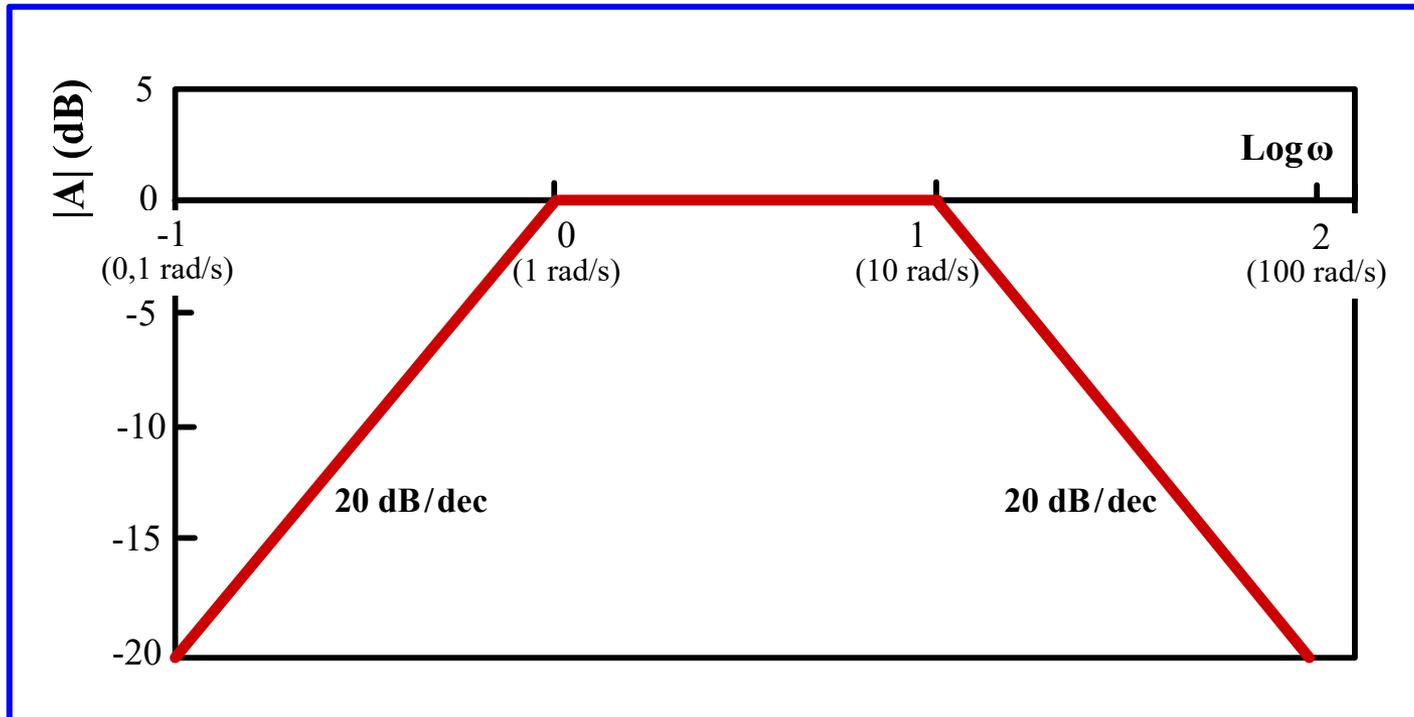
- ένα μηδενικό $s = 0$, το οποίο αντιστοιχεί σε ευθεία που διέρχεται από το σημείο $\log \omega = 0$ ($\omega = 1 \text{ rad/s}$) με κλίση 20 dB/dec ,
- έναν πόλο $s = -1 / \tau_1 = -1$ που αντιστοιχεί στην συχνότητα $\omega = 1 \text{ rad/s}$ (όταν η συχνότητα φθάνει στην τιμή 1 rad/s , το μέτρο της απόκρισης συχνότητας μειώνεται με κλίση 20 dB/dec) και
- έναν πόλο $s = -1 / \tau_2 = -1 / 0,1$ που αντιστοιχεί στην συχνότητα $\omega = 10 \text{ rad/s}$ (όταν η συχνότητα φθάνει στην τιμή 10 rad/s , το μέτρο της απόκρισης συχνότητας μειώνεται με κλίση 20 dB/dec).

Άσκηση 21^η

Σχεδιάζουμε το διάγραμμα για κάθε όρο ξεχωριστά και κατόπιν αθροίζουμε (λογάριθμος γινομένου = άθροισμα λογαρίθμων) τα επιμέρους διαγράμματα.



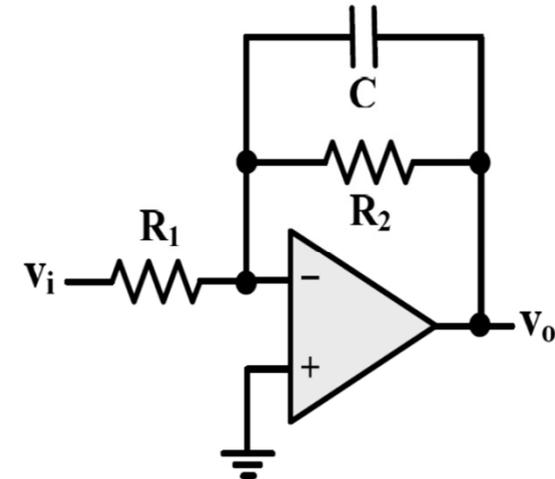
Άσκηση 21^η



Άσκηση 22^η

Για το κύκλωμα του διπλανού σχήματος, που περιλαμβάνει ιδανικό τελεστικό ενισχυτή, δίνεται ότι $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 20 \text{ k}\Omega$ και $C = 10 \text{ nF}$.

- (α) Να υποδείξετε την τοπολογία αρνητικής ανατροφοδότησης που εφαρμόζεται στο κύκλωμα και να αναφέρετε την επίδραση της στις αντιστάσεις εισόδου και εξόδου του ενισχυτή.
- (β) Να προσδιορίσετε την συνάρτηση μεταφοράς $A(s)$ του κυκλώματος ($s = j \cdot \omega$: μιγαδική συχνότητα).
- (γ) Να υπολογίσετε την ενίσχυση του κυκλώματος στο συνεχές ρεύμα.
- (δ) Να υπολογίσετε την συχνότητα αποκοπής του κυκλώματος.
- (ε) Να σχεδιάσετε την απόκριση συχνότητας μέτρου του κυκλώματος με τον κάθετο άξονα να αντιστοιχεί στο μέτρο $|A|$ σε dB και τον οριζόντιο άξονα να αντιστοιχεί στον δεκαδικό λογάριθμο της συχνότητας f ($\log f$).



Άσκηση 22^η

- (α) Πρόκειται για ενισχυτή στον οποίο εφαρμόζεται αρνητική ανατροφοδότηση τάσης παράλληλα με την είσοδο, αφού μέσω του βρόχου ανατροφοδότησης που αποτελείται από την αντίσταση R_2 και τον πυκνωτή C , λαμβάνεται η τάση εξόδου και αφαιρείται ανάλογο με αυτή ρεύμα από το ρεύμα εισόδου. Με την εφαρμογή αυτής της τοπολογίας ανατροφοδότησης, μειώνονται οι αντιστάσεις εισόδου και εξόδου του ενισχυτή.
- (β) Χρησιμοποιούμε τη μέθοδο ανάλυσης των κόμβων, δηλαδή εφαρμόζουμε τον 1ο κανόνα Kirchhoff στον κόμβο του ακροδέκτη αντιστροφής του ιδανικού τελεστικού ενισχυτή. Θα πρέπει να εξισώσουμε το άθροισμα των αγωγιμοτήτων (δηλ. των αντίστροφων αντιστάσεων ή σύνθετων αντιστάσεων) που ξεκινούν από τον κόμβο αυτό πολλαπλασιασμένο με την τάση του, με το άθροισμα των γινομένων των αγωγιμοτήτων αυτών με τις τάσεις των κόμβων στους οποίους καταλήγουν. Λόγω της παρουσίας του πυκνωτή, χρησιμοποιούμε φάσορες κατά την εφαρμογή του 1ου κανόνα Kirchhoff (δηλαδή, λειτουργούμε στο πεδίο της συχνότητας).

Έτσι, στον κόμβο του ακροδέκτη αντιστροφής του τελεστικού ενισχυτή, έχουμε:

$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + C \cdot s \right) \cdot V_- = \frac{1}{R_1} \cdot V_i + \frac{1}{R_2} \cdot V_o + C \cdot s \cdot V_o \Rightarrow \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + C \cdot s \right) \cdot 0 = \frac{1}{R_1} \cdot V_i + \frac{1}{R_2} \cdot V_o + C \cdot s \cdot V_o \Rightarrow$$

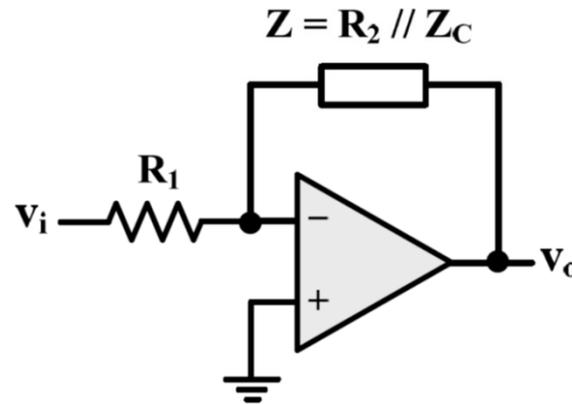
$$\left(\frac{1}{R_2} + C \cdot s \right) \cdot V_o = -\frac{1}{R_1} \cdot V_i \Rightarrow \frac{V_o}{V_i} = -\frac{\frac{1}{R_1}}{\frac{1}{R_2} + C \cdot s} \Rightarrow A(s) = \frac{-R_2/R_1}{1 + R_2 \cdot C \cdot s} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A(s) = \frac{-20 \cdot 10^3 / 10 \cdot 10^3}{1 + 20 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 10^{-9} \cdot s} \Rightarrow A(s) = \frac{-2}{1 + 2 \cdot 10^{-4} \cdot s}.$$

Στην παραπάνω σχέση χρησιμοποιήσαμε την ιδιότητα αντιγραφής των τάσεων στους ακροδέκτες του ιδανικού τελεστικού ενισχυτή, δηλαδή ότι $V_- = V_+ = 0$.

Άσκηση 22^η

Εναλλακτικά, για να προσδιορίσουμε τη συνάρτηση μεταφοράς, μπορούμε να απλοποιήσουμε το κύκλωμα, αξιοποιώντας την παράλληλη σύνδεση της αντίστασης R_2 με τον πυκνωτή C . Το απλοποιημένο κύκλωμα αποτελεί αντιστροφέα με αντίσταση εισόδου R_1 και αντίσταση ανατροφοδότησης την σύνθετη αντίσταση Z :



$$Z = \frac{R_2 \cdot Z_C}{R_2 + Z_C} = \frac{R_2 \cdot \frac{1}{C \cdot s}}{R_2 + \frac{1}{C \cdot s}} = \frac{R_2}{R_2 \cdot C \cdot s + 1}$$

Για τον αντιστροφέα ισχύει ότι:

$$V_o = -\frac{Z}{R_1} \cdot V_i \Rightarrow \frac{V_o}{V_i} = -\frac{\frac{R_2}{R_2 \cdot C \cdot s + 1}}{R_1} \Rightarrow A(s) = \frac{-R_2/R_1}{1 + R_2 \cdot C \cdot s} \Rightarrow A(s) = \frac{-2}{1 + 2 \cdot 10^{-4} \cdot s}$$

Άσκηση 22^η

- (γ) Η ενίσχυση στο συνεχές ρεύμα προκύπτει εύκολα από την συνάρτηση μεταφοράς του κυκλώματος, εάν σ' αυτή μηδενίσουμε την συχνότητα. Έτσι, για $s = j \cdot \omega = 0$, προκύπτει ότι $A_o = -2$.

Στο ίδιο αποτέλεσμα μπορούμε να καταλήξουμε εάν στο κύκλωμα που δίνεται θεωρήσουμε τον πυκνωτή ως ανοικτό κύκλωμα, αφού έτσι λειτουργεί στο συνεχές ρεύμα. Στην περίπτωση αυτή το κύκλωμα αποτελεί ενισχυτή αρνητικής ενίσχυσης (ή αντιστροφή) για τον οποίο ισχύει ότι:

$$v_o = -\frac{R_2}{R_1} \cdot v_i \Rightarrow \frac{v_o}{v_i} = -2 \Rightarrow A_o = -2.$$

- (δ) Η συχνότητα αποκοπής είναι εκείνη για την οποία το μέτρο της ενίσχυσης του κυκλώματος ισούται με τη μέγιστη τιμή του, διαιρεμένη με την τετραγωνική ρίζα του 2.

Το μέτρο της ενίσχυσης του κυκλώματος έχει ως εξής:

$$|A| = \frac{|-2|}{|1 + 2 \cdot 10^{-4} \cdot s|} \Rightarrow |A| = \frac{2}{\sqrt{1 + (2 \cdot 10^{-4} \cdot \omega)^2}} \Rightarrow |A| = \frac{2}{\sqrt{1 + 4 \cdot 10^{-8} \cdot \omega^2}}.$$

Η μέγιστη τιμή του μέτρου της ενίσχυσης προκύπτει για $\omega = 0$ και ισούται με 2. Η συχνότητα αποκοπής υπολογίζεται από την ακόλουθη εξίσωση:

$$\frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{1 + 4 \cdot 10^{-8} \cdot \omega_c^2}} \Rightarrow 2 = 1 + 4 \cdot 10^{-8} \cdot \omega_c^2 \Rightarrow \omega_c^2 = \frac{1}{4 \cdot 10^{-8}} \Rightarrow \omega_c = \frac{1}{2 \cdot 10^{-4}} \text{ rad/sec} = 5000 \text{ rad/sec}.$$

$$f_c = \frac{\omega_c}{2\pi} \Rightarrow f_c = \frac{5000}{2\pi} \text{ Hz} \Rightarrow f_c = 796 \text{ Hz}.$$

Άσκηση 22^η

Εναλλακτικά, εάν παρατηρήσουμε ότι η συνάρτηση μεταφοράς $[A(s) = -2 / (1 + 2 \cdot 10^{-4} \cdot s)]$ έχει τη μορφή συνάρτησης βαθυπερατού κυκλώματος (η οποία αναλύεται στην 4^η ενότητα του μαθήματος), με σταθερά χρόνου $\tau = 2 \cdot 10^{-4}$ sec και ενίσχυση -2 , μπορούμε να αποφανθούμε ότι η γωνιακή συχνότητα (ή ταχύτητα) απόκοπής είναι $\omega_c = 1 / \tau = 0.5 \cdot 10^4$ rad/sec = 5000 rad/sec, χωρίς να διενεργήσουμε τον παραπάνω υπολογισμό μέσω του μέτρου της ενίσχυσης.

(ε) Σχεδίαση απόκρισης συχνότητας μέτρου:

$$|A| = \frac{2}{\sqrt{1 + 4 \cdot 10^{-8} \cdot \omega^2}}$$

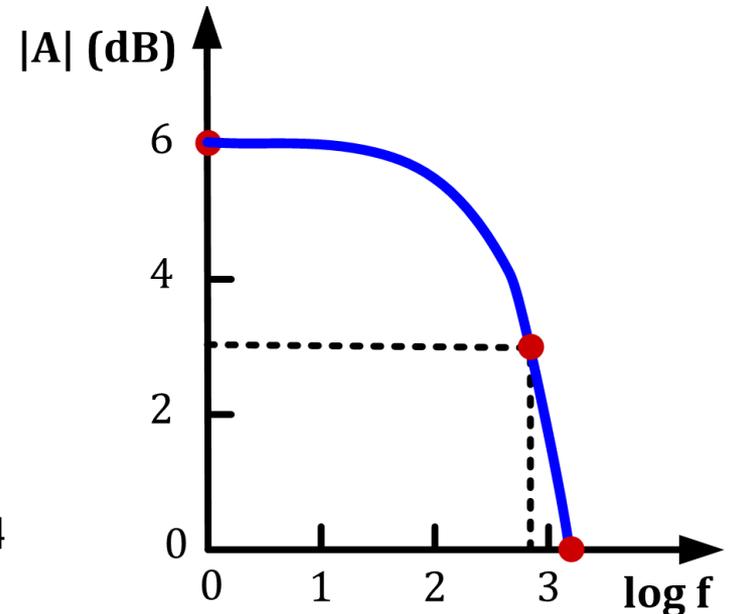
$$\omega = 0 \Rightarrow |A| = 2 \text{ ή } 20 \log 2 = 6 \text{ dB}$$

$$\omega = 5000 \text{ rad/s} \Rightarrow |A| = 6 \text{ dB} - 3 \text{ dB} = 3 \text{ dB}$$

$$\omega = 5000 \text{ rad/s} \Rightarrow f = \omega / 2\pi = 796 \text{ Hz}, \log 796 = 2.9$$

$$|A| = 0 \text{ dB (ή } |A| = 1) \Rightarrow \omega = 8660 \text{ rad/s}$$

$$\omega = 8660 \text{ rad/s} \Rightarrow f = \omega / 2\pi = 1379 \text{ Hz}, \log 1379 = 3.14$$



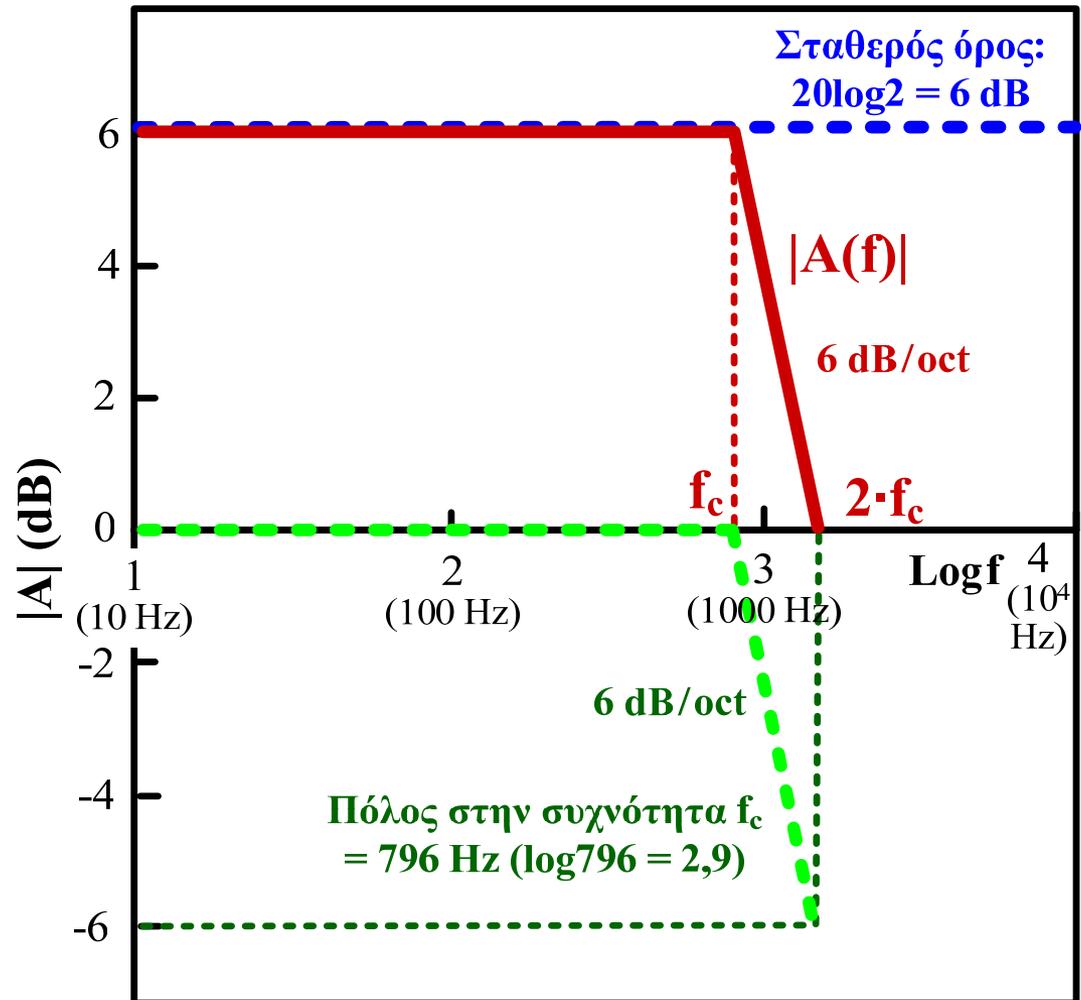
Άσκηση 22^η

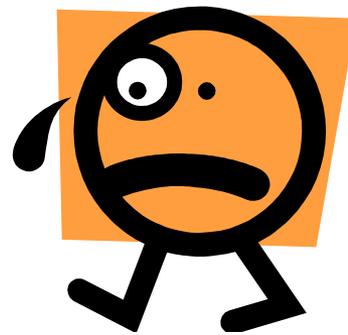
Προσεγγιστικό
διάγραμμα Bode

$$A(s) = \frac{-2}{1 + 2 \cdot 10^{-4} \cdot s}$$

$$\log f_c = \log 796 = 2,9$$

$$\log 2 \cdot f_c = 3,2$$





Τέλος 7^{ης} ενότητας