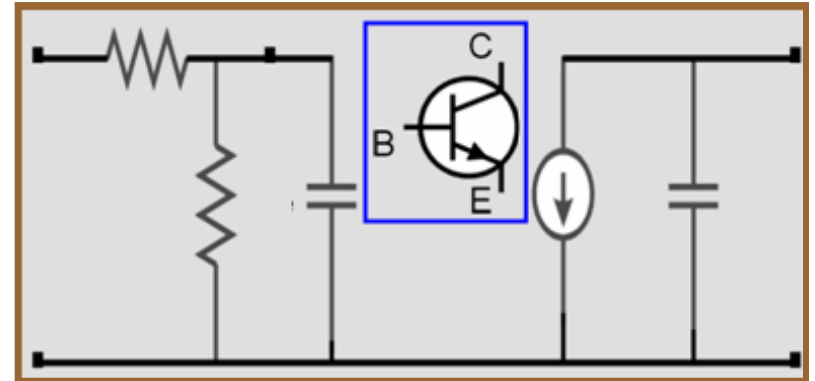
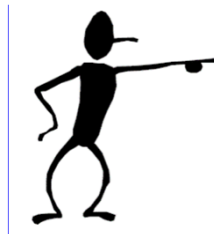


ΑΝΑΛΟΓΙΚΑ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΑ ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ

Λάμπρος Μπισδούνης
Καθηγητής



2^η ενότητα ΤΑ ΤΡΑΝΖΙΣΤΟΡ ΣΤΙΣ ΥΨΗΛΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ



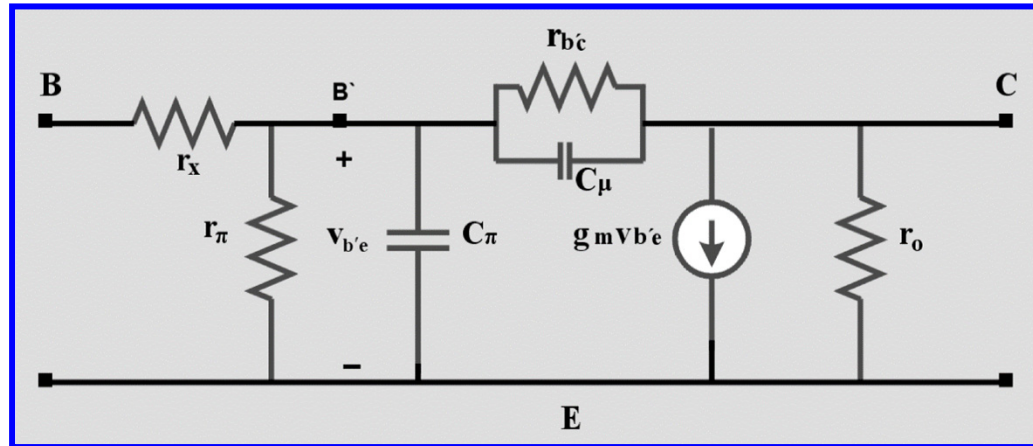
Περιεχόμενα 2^{ης} ενότητας

- Στην δεύτερη ενότητα θα ασχοληθούμε με τη **λειτουργία των τρανζίστορ**, που αποτελούν τις ενεργές βαθμίδες των ενισχυτών, στις **υψηλές συχνότητες**.
- **π-ισοδύναμο μοντέλο** του **διπολικού τρανζίστορ** που περιγράφει ικανοποιητικά τη λειτουργία του διπολικού τρανζίστορ και στην **περιοχή** των **υψηλών συχνοτήτων**.
- **Τροποποιημένο κατά Miller π-ισοδύναμο μοντέλο** διπολικού τρανζίστορ.
- Απλοποίηση του **π-ισοδύναμου μοντέλου** του διπολικού τρανζίστορ στις **χαμηλές και μεσαίες συχνότητες**.
- **Ενίσχυση ρεύματος** διπολικού τρανζίστορ στις **υψηλές συχνότητες**.
- **Ισοδύναμο μοντέλο** του **MOSFET** στις **υψηλές συχνότητες**.
- Συμπεράσματα και ασκήσεις.

Εισαγωγή: τρανζίστορ και υψηλές συχνότητες

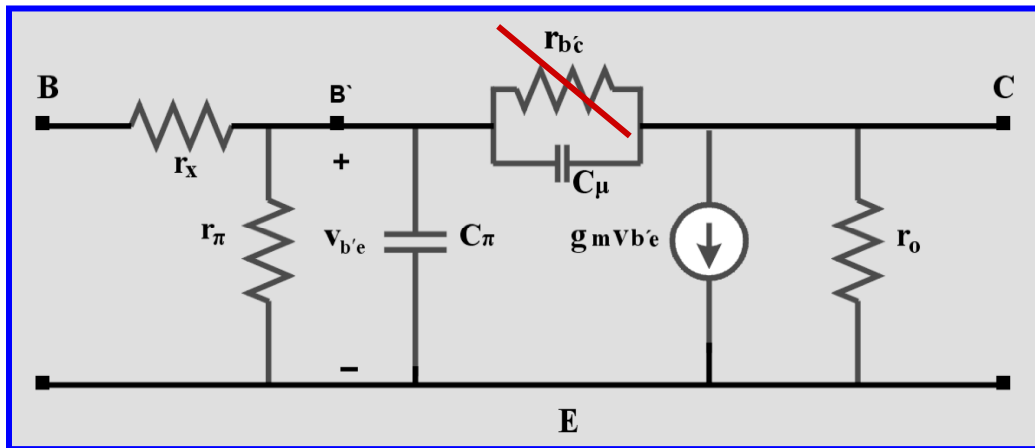
- Στην προηγούμενη ενότητα μελετήσαμε τη συμπεριφορά των ενισχυτών στην περιοχή των μεσαίων συχνοτήτων.
- Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιήσαμε για το διπολικό τρανζίστορ, το υβριδικό h-ισοδύναμο μοντέλο, τα στοιχεία του οποίου έχουν συμπεριφορά ανεξάρτητη από τη συχνότητα.
- Η απόκριση συχνότητας των ενισχυτών με βάση το υβριδικό h-ισοδύναμο μοντέλο προκύπτει σταθερή, ενώ στην πράξη παρατηρείται μείωση της ενίσχυσης στις υψηλές συχνότητες.
- Επομένως, το **υβριδικό h-ισοδύναμο μοντέλο αποτυγχάνει να περιγράψει τη συμπεριφορά του διπολικού τρανζίστορ στις υψηλές συχνότητες**, λόγω της αγνόησης της χωρητικής συμπεριφοράς των επαφών του τρανζίστορ.
- Ένα νέο μοντέλο (**π-ισοδύναμο**) του διπολικού τρανζίστορ χρησιμοποιείται για την περιγραφή της συμπεριφοράς του στοιχείου στις υψηλές συχνότητες, το οποίο διατηρεί την **συμπεριφορά ελεγχόμενης πηγής ρεύματος**, αλλά λαμβάνει υπόψη και τα **χωρητικά παρασιτικά στοιχεία** του τρανζίστορ.

π-ισοδύναμο μοντέλο διπολικού τρανζίστορ



- $C_{\pi} = C_{BE}$, χωρητικότητα ορθά πολωμένης επαφής βάσης-εκπομπού και χωρητ/τα φόρτισης βάσης που οφείλεται στη μεταβολή που υφίστανται οι φορείς πλειονότητας του εκπομπού στην περιοχή της βάσης. Εξαρτάται από I_C , V_{BE} .
- C_{μ} χωρητικότητα ανάστροφα πολωμένης επαφής βάσης-συλλέκτη (εξαρτάται από την V_{BC}).
- Επίσης, οι παραπάνω χωρητικότητες εξαρτώνται και από τη χωρητικότητα και το δυναμικό των επαφών με μηδενική πόλωση.
- $r_{b'c}$: αντίσταση ανάστροφα πολωμένης επαφής βάσης-συλλέκτη.
- r_x : αντίσταση της περιοχής βάσης, r_o : αντίσταση εξόδου της βαθμίδας.
- g_m : διαγωγιμότητα του τρανζίστορ.
- r_{π} : αντίσταση της ορθά πολωμένης επαφής βάσης-εκπομπού.

π-ισοδύναμο μοντέλο διπολικού τρανζίστορ



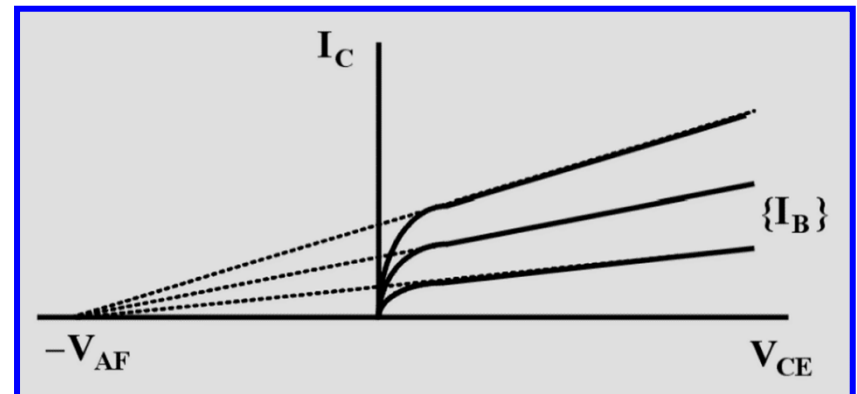
Η r'_{bc} είναι πολύ μεγάλη και θεωρούμε ότι λαμβάνει άπειρη τιμή, με αποτέλεσμα να απλοποιείται το π-ισοδύναμο μοντέλο.

$$g_m = \frac{I_C}{V_{BE}} = \frac{I_C}{I_B} \cdot \frac{I_B}{V_{BE}} = h_{fe} \cdot \frac{1}{r_\pi}$$

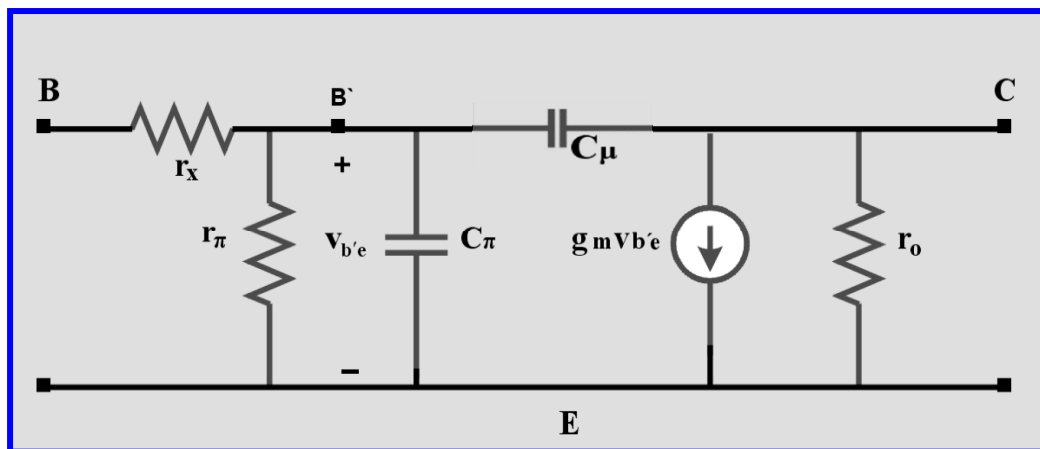
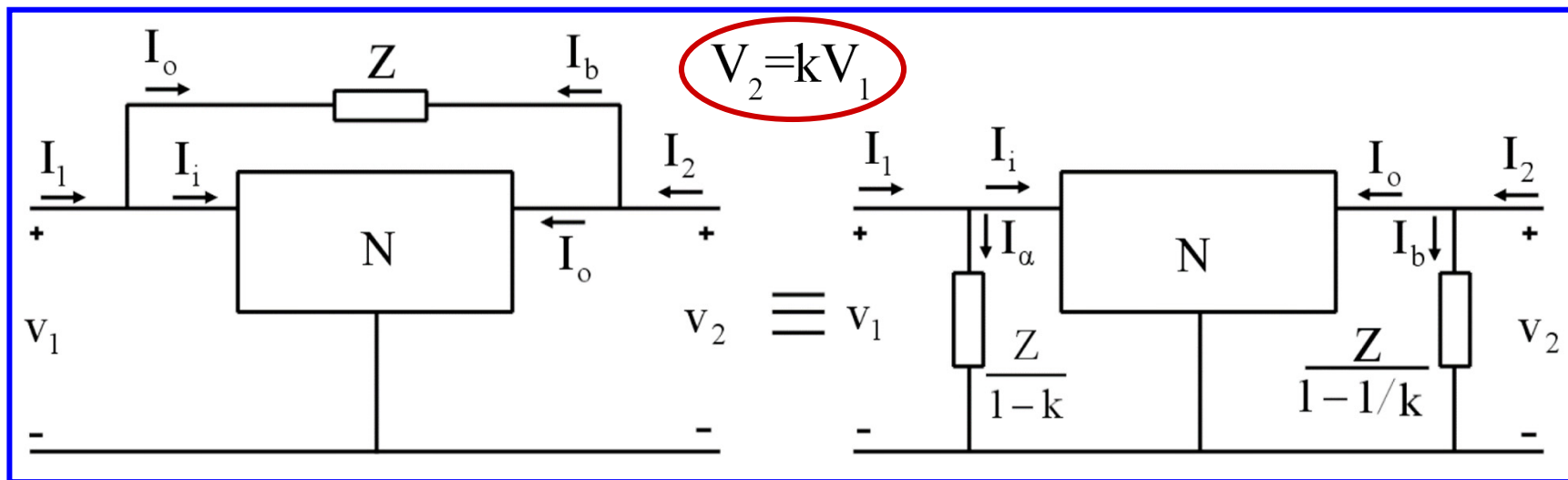
$$r'_{bc} = \frac{\Delta V_{CE}}{\Delta I_B} = \frac{\Delta V_{CE}}{\Delta I_C} \cdot \frac{\Delta I_C}{\Delta I_B} = r_o \cdot h_{fe}$$

$$g_m = \frac{I_C}{V_T} \quad V_T: \text{θερμική τάση (26 mV στους 300° K)}$$

$$r_o = \frac{\Delta V_{CE}}{\Delta I_C} = \frac{V_{AF}}{I_C} \quad V_{AF}: \text{τάση Early}$$



Τροποποιημένο κατά Miller π-ισοδύναμο μοντέλο

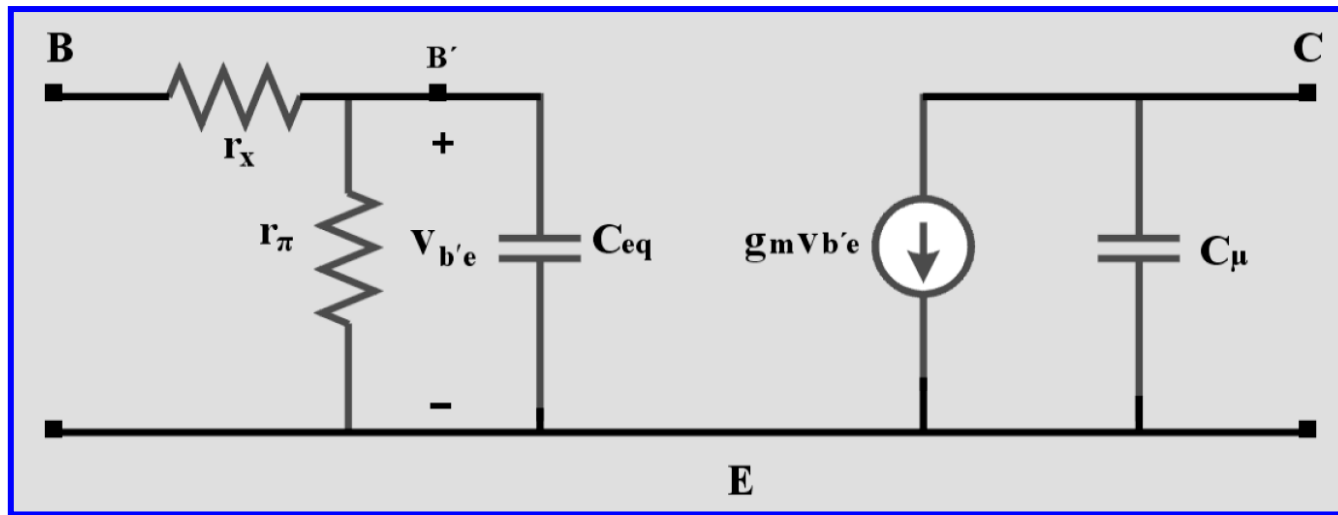


Με βάση το θεώρημα τάσεων του Miller, η χωρητικότητα C_μ χωρίζεται σε δύο χωρητικότητες συνδεδεμένες παράλληλα στην είσοδο και στην έξοδο:

$$C_\mu (1 - k)$$

$$C_\mu \left(1 - \frac{1}{k}\right) \approx C_\mu$$

Τροποποιημένο κατά Miller π-ισοδύναμο μοντέλο



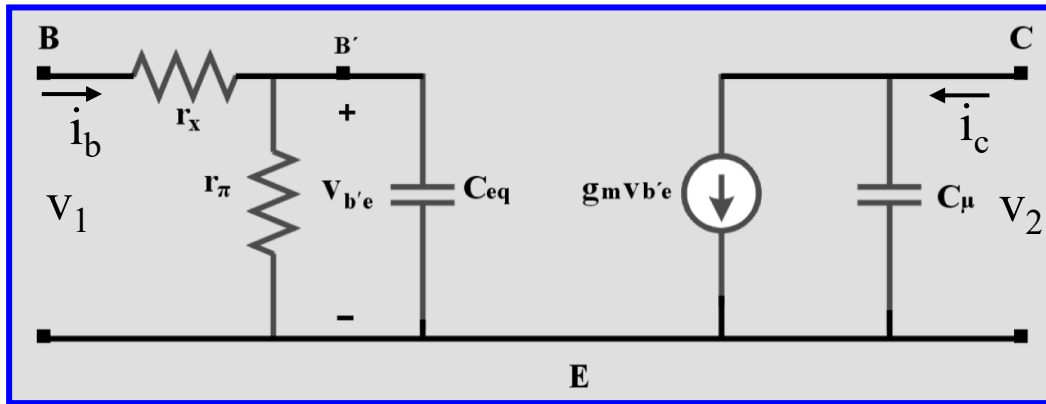
R'_L : ισοδύναμη αντίσταση φορτίου που «βλέπει» ο συλλέκτης ($R'_L = R_L // r_o$)

$$v_o = -g_m R'_L \cdot v_{b'e} = k \cdot v_{b'e}$$

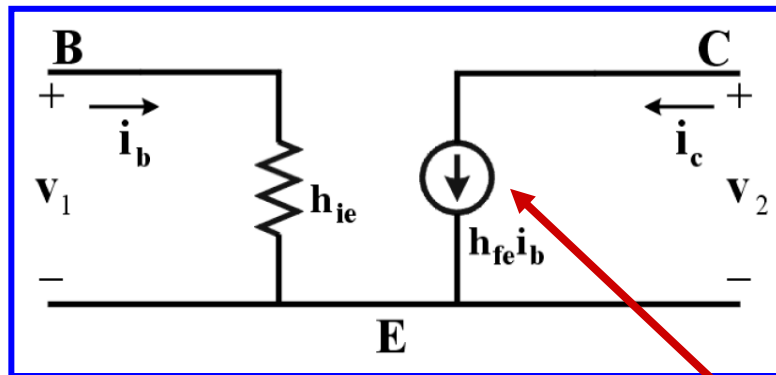
$$k = -g_m R'_L$$

$$C_{eq} = C_\pi + C_\mu (1 + g_m R'_L)$$

π-ισοδύναμο στις χαμηλές και μεσαίες συχνότητες

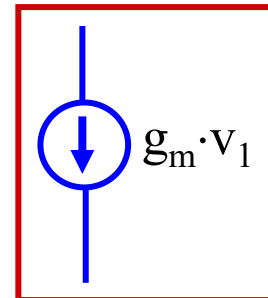


Στις χαμηλές και μεσαίες συχνότητες, η επίδραση των εσωτερικών παρασιτικών χωρητικοτήτων είναι αμελητέα, οπότε μπορούμε να τις αγνοήσουμε και να καταλήξουμε στο γραμμικό ισοδύναμο κύκλωμα του τρανζίστορ.



Απλοποιημένο γραμμικό υβριδικό h-ισοδύναμο που χρησιμοποιήθηκε στην 1η ενότητα

ή



$$h_{ie} = r_x + r_{\pi} \approx r_{\pi} \quad (1)$$

$$i_c = g_m \cdot V_{b'e} \approx g_m \cdot V_1 \approx g_m \cdot r_{\pi} \cdot i_b \quad (2)$$

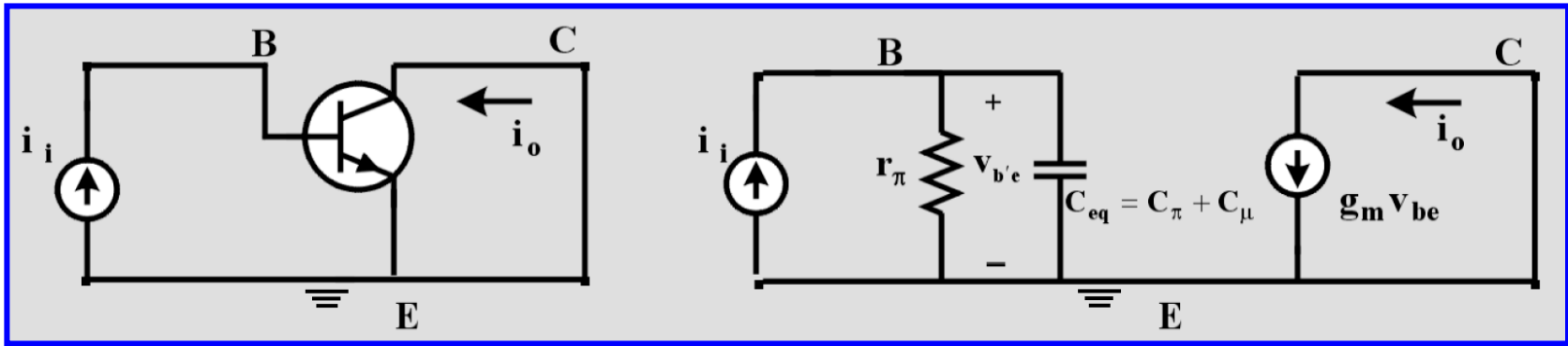
$$i_c = h_{fe} \cdot i_b \quad (3)$$

$$(1), (2), (3) \Rightarrow$$

$$h_{fe} = g_m \cdot r_{\pi} = g_m \cdot h_{ie}$$

Ενίσχυση ρεύματος στις υψηλές συχνότητες

- Η ενίσχυση ρεύματος ενός στοιχείου περιορίζεται στις υψηλές συχνότητες λόγω της δράσης των παρασιτικών χωρητικότητων.



- Η **ενίσχυση ρεύματος** δίνεται από το λόγο του ρεύματος συλλέκτη (**με βραχυκυκλωμένο το συλλέκτη**) προς το ρεύμα βάσης.
- Σύνθετη αντίσταση που εισάγεται λόγω των παρασιτικών χωρητικότητων και χρησιμοποιείται κατά την ανάλυση του κυκλώματος:

$$Z_{C_{eq}} = \frac{1}{j\omega C_{eq}} = -\frac{j}{\omega C_{eq}}$$

Ενίσχυση ρεύματος στις υψηλές συχνότητες

$$\dot{i}_i = \dot{i}_{r_\pi} + \dot{i}_{C_{eq}} = \frac{V_{b'e}}{r_\pi} + \frac{V_{b'e}}{Z_{C_{eq}}} \Rightarrow V_{b'e} = \frac{r_\pi}{1 + j\omega r_\pi (C_\pi + C_\mu)} \dot{i}_i$$

$$\dot{i}_o = g_m V_{b'e}$$

$$\dot{i}_o = \frac{g_m r_\pi}{1 + j r_\pi (C_\mu + C_\pi) \omega} \cdot \dot{i}_i$$

$$\beta(j\omega) = \frac{\dot{i}_o}{\dot{i}_i} = \frac{\beta_o}{1 + j r_\pi (C_\pi + C_\mu) \omega}$$

$$\beta_o = g_m r_\pi$$

$$\beta(j\omega) = \frac{\beta_o}{1 + j \frac{\omega}{\omega_\beta}}$$

$$\omega_\beta = \frac{1}{r_\pi (C_\pi + C_\mu)}$$

Ανώτερη
συχνότητα
αποκοπής

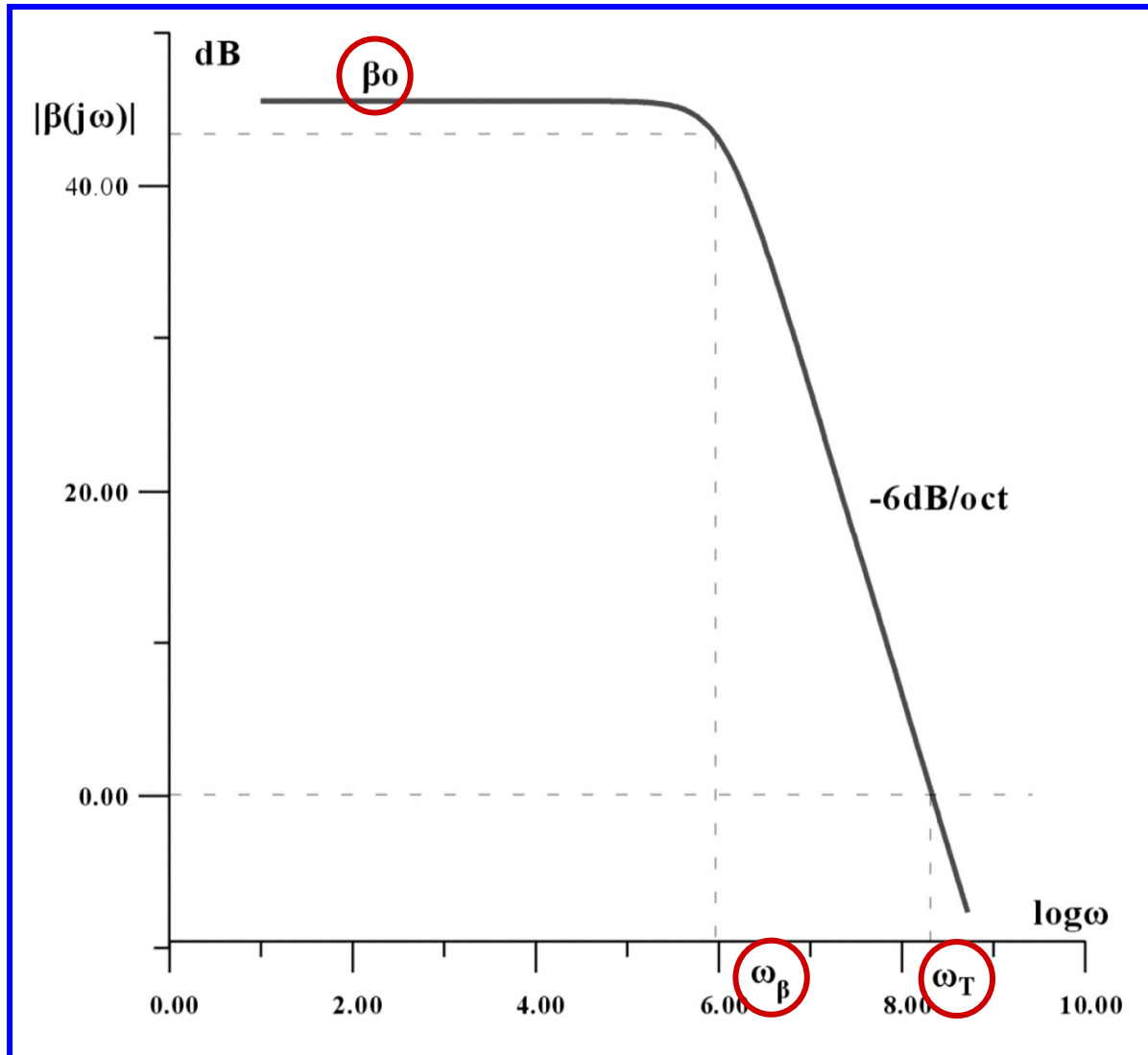
Στις υψηλές συχνότητες ($\omega \gg \omega_\beta$) όπου ο φανταστικός όρος του παρονομαστή είναι πολύ μεγαλύτερος του 1, το 1 του παρονομαστή εξαλείφεται.

$$\frac{\beta_o}{j(\omega/\omega_\beta)} = 1 \Rightarrow \omega = \beta_o \cdot \omega_\beta = \frac{\beta_o}{r_\pi (C_\pi + C_\mu)} = \frac{g_m}{C_\pi + C_\mu} = \omega_T$$

$$f_T = \frac{\omega_T}{2\pi}$$

Συχνότητα
μοναδιαίας
ενίσχυσης

Ενίσχυση ρεύματος στις υψηλές συχνότητες



$$|\beta(j\omega)| = \frac{\beta_0}{\sqrt{1^2 + \left(\frac{\omega}{\omega_\beta}\right)^2}}$$

Μέτρο ενίσχυσης
ρεύματος σε dB:

$$20 \cdot \log |\beta(j\omega)|$$

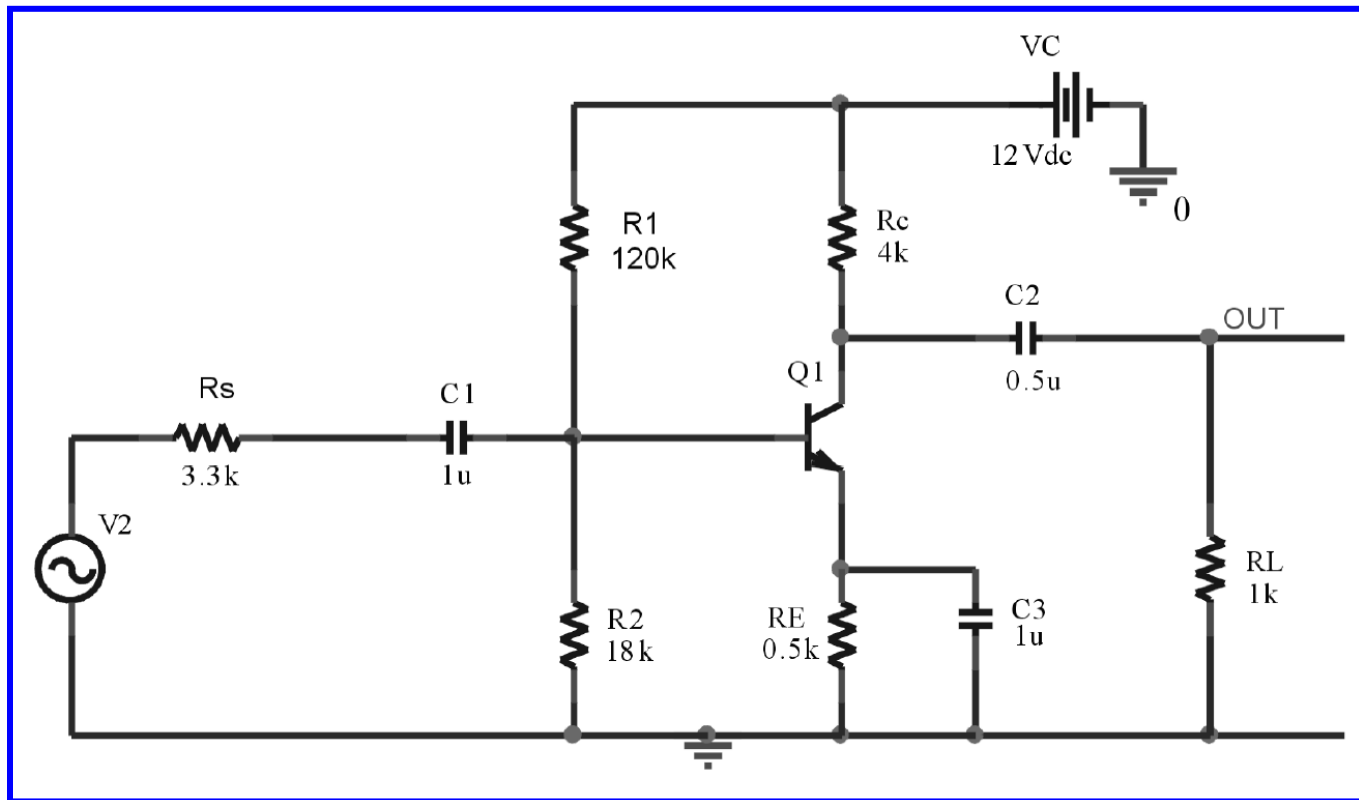
$$\omega = 0 \Rightarrow |\beta(j\omega)| = \beta_0 \\ \Rightarrow 20 \cdot \log \beta_0 \text{ dB}$$

$$\omega = \omega_\beta \Rightarrow |\beta(j\omega)| = \frac{\beta_0}{\sqrt{2}} \Rightarrow \\ (20 \cdot \log \beta_0 - 3) \text{ dB}$$

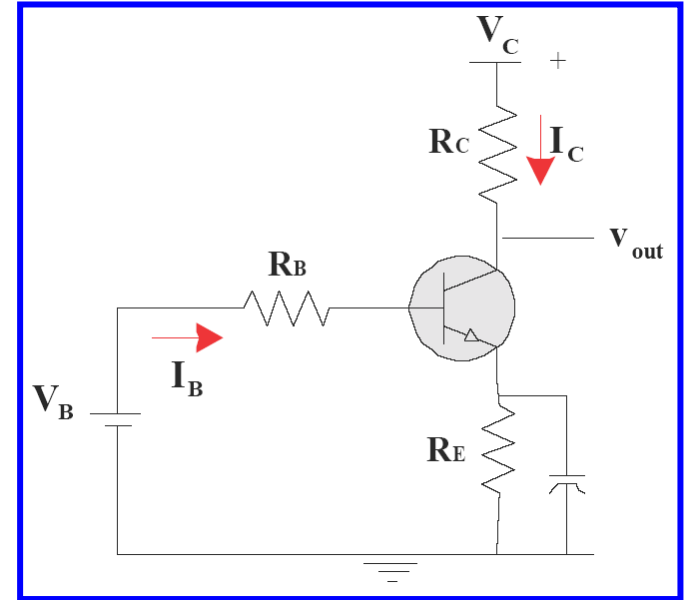
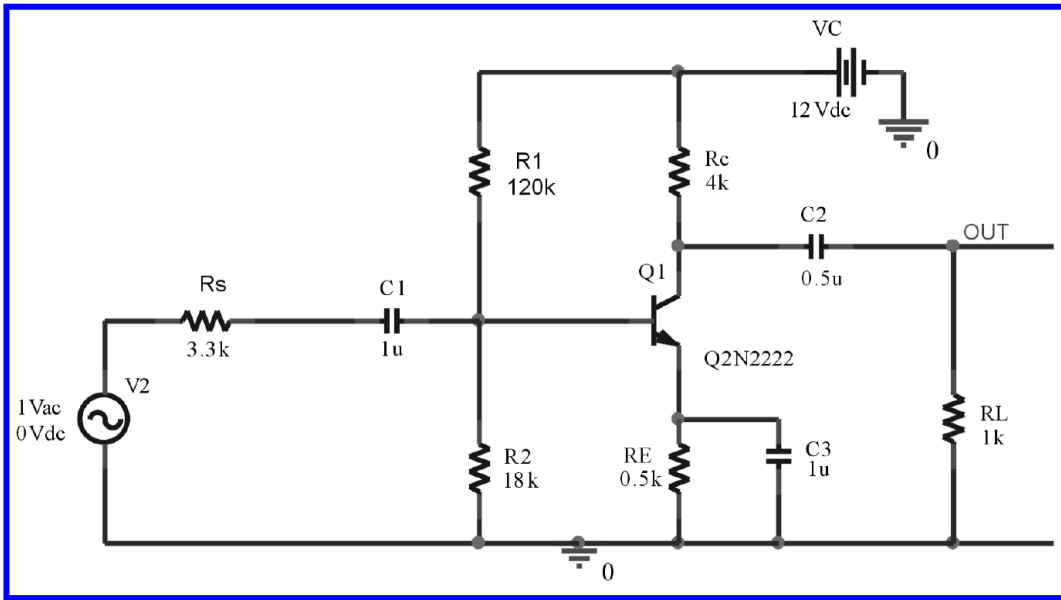
$$\omega = \omega_T \Rightarrow |\beta(j\omega)| = 1 \Rightarrow 0 \text{ dB}$$

Παράδειγμα 1^ο: π-ισοδύναμο μοντέλο

Για τον ενισχυτή του σχήματος προσδιορίστε τα στοιχεία του απλοποιημένου π-ισοδύναμου μοντέλου του τρανζίστορ (g_m , C_{π} , C_{μ}) και τη συχνότητα μοναδιαίας ενίσχυσης. Δίνονται: θερμική τάση 26mV , χωρητικότητα ορθά πολωμένης επαφής βάσης-εκπομπού (C_j) 50pF , χωρητικότητα φόρτισης βάσης (C_b) 11pF , χωρητικότητα ανάστροφα πολωμένης επαφής βάσης-συλλέκτη 3.75pF , $h_{fe} = \beta = 178$, $V_{BE} = 0.665\text{V}$.



Παράδειγμα 1^ο: π-ισοδύναμο μοντέλο



Ανάλυση λειτουργίας στο συνεχές για τον υπολογισμό του ρεύματος συλλέκτη:

$$R_B = R_1 // R_2 = 15.65 \text{ k}\Omega$$

$$V_B = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_C = 1.56 \text{ V}$$

$$V_B = I_B R_B + V_{BE} + I_C R_E$$

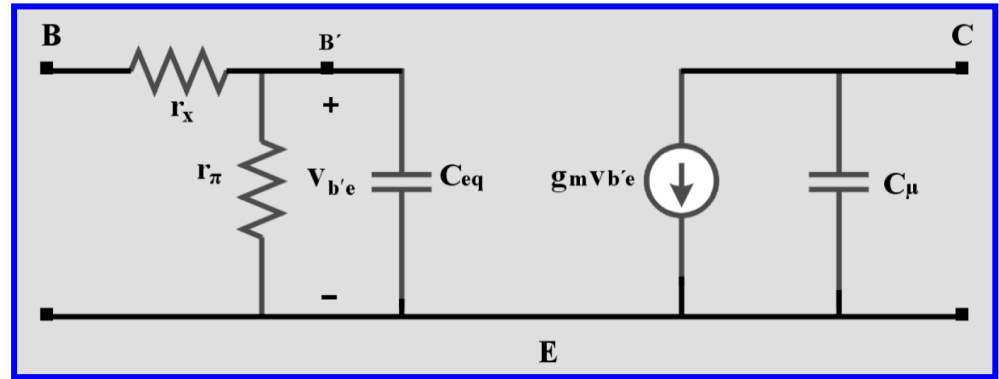
$$V_B = I_B R_B + V_{BE} + \beta I_B R_E$$

$$I_B = 8.55 \mu\text{A}$$

$$I_C = \beta I_B = 1.52 \text{ mA}$$

Παράδειγμα 1^ο: π-ισοδύναμο μοντέλο

$$g_m = \frac{I_C}{V_T} = 58,4 \text{ mS}$$



$$h_{fe} = g_m \cdot r_\pi \Rightarrow r_\pi = \frac{h_{fe}}{g_m} = 3 \text{ k}\Omega$$

$$C_\pi = C_j + C_b = 61 \text{ pF}$$

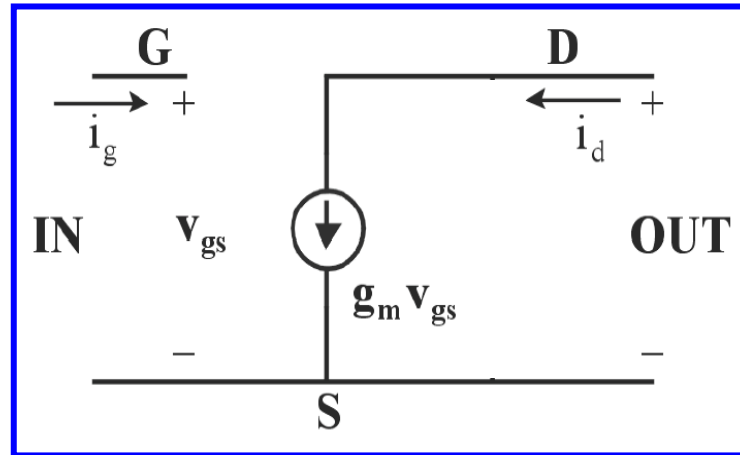
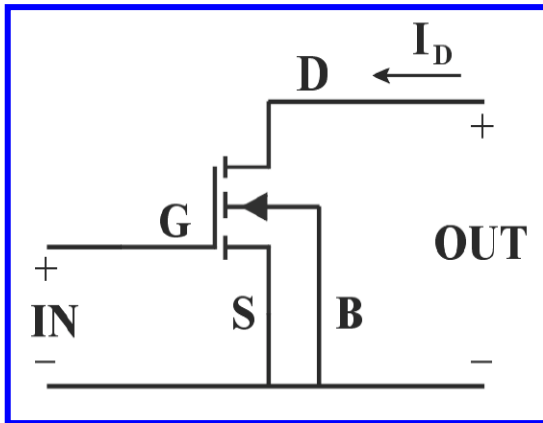
$$C_\mu = 3.75 \text{ pF}$$

$$\Rightarrow C_{eq} = C_\pi + C_\mu (1 + g_m R'_L) = 240 \text{ pF}$$

$$R'_L = R_C // R_L = 0.8 \text{ k}\Omega$$

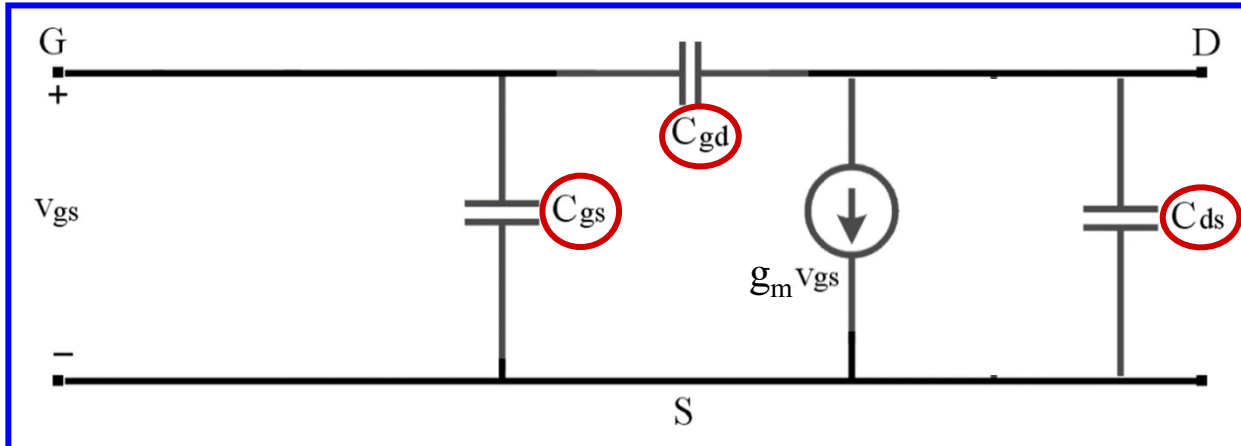
$$f_T = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{g_m}{C_\pi + C_\mu} = 143,5 \text{ MHz}$$

Ισοδύναμο μοντέλο MOSFET υψηλών συχνοτήτων



Απλοποιημένο γραμμικό ισοδύναμο κύκλωμα σε σύνδεση κοινής πηγής, που χρησιμοποιήθηκε στην 1η ενότητα

$$g_m = \frac{2I_D}{V_{GS} - V_T} = \sqrt{2\beta I_D}$$



Περιοχή κόρου:

$$C_{gd} = \frac{2}{3} C_{ox} + C_{gso} W$$

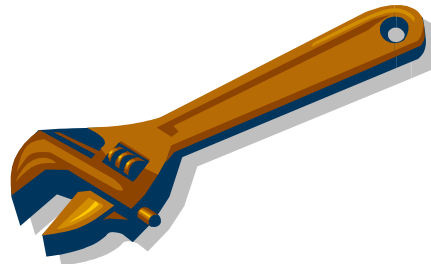
$$C_{gd} = C_{gdo} W$$

C_{ds} : πολύ μικρή

C_{gdo} , C_{gso} : χωρητικότητες επικάλυψης, C_{ox} : χωρητικότητα οξειδίου πύλης,
 W : πλάτος καναλιού του τρανζίστορ

Συμπεράσματα

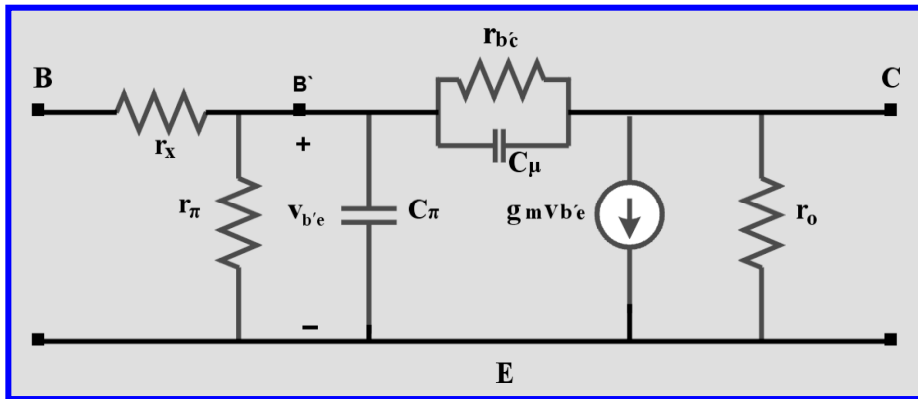
- Το **π-ισοδύναμο μοντέλο** είναι κατάλληλο να περιγράψει τη λειτουργία του διπολικού τρανζίστορ στις **υψηλές συχνότητες**.
- Οι παράμετροι του μοντέλου εξαρτώνται άμεσα από την πόλωση του τρανζίστορ.
- Οι **παρασιτικές χωρητικότητες** του διπολικού τρανζίστορ είναι αυτές που **ευθύνονται** για τον **περιορισμό της λειτουργίας του τρανζίστορ** ως ενισχυτική βαθμίδα στις **υψηλές συχνότητες**.
- Δείκτης της αξίας των τρανζίστορ όσον αφορά τη λειτουργία τους στις υψηλές συχνότητες είναι η **συχνότητα μοναδιαίας ενίσχυσης (f_T)**.
- Το **ισοδύναμο μοντέλο MOSFET** για **υψηλές συχνότητες** περιλαμβάνει τις **παρασιτικές χωρητικότητες** πύλης-πηγής, πύλης-υποδοχής και υποδοχής-πηγής που είναι υπεύθυνες για τον **περιορισμό της λειτουργίας του MOSFET** στις **υψηλές συχνότητες**.



Ασκήσεις 2^{ης} ενότητας

Άσκηση 1^η

Διπολικό τρανζίστορ έχει τις εξής παραμέτρους: $\beta = h_{fe} = 256$, $V_T = 26$ mV, τάση Early 74 mV, $C_j = 31.5$ pF, $C_b = 15.9$ pF, $C_\mu = 3.55$ pF, $r_x = 10$ Ω. Εάν στο σημείο ηρεμίας $I_C = 1$ mA, να υπολογιστούν οι άγνωστες παράμετροι του π-ισοδύναμου μοντέλου και του ισοδύναμου κατά Miller μοντέλου του τρανζίστορ, καθώς και η συχνότητα μοναδιαίας ενίσχυσης.



$$g_m = \frac{I_C}{V_T} = 38.5 \text{ mS}$$

$$r_\pi = \frac{h_{fe}}{g_m} = 6.6 \text{ k}\Omega$$

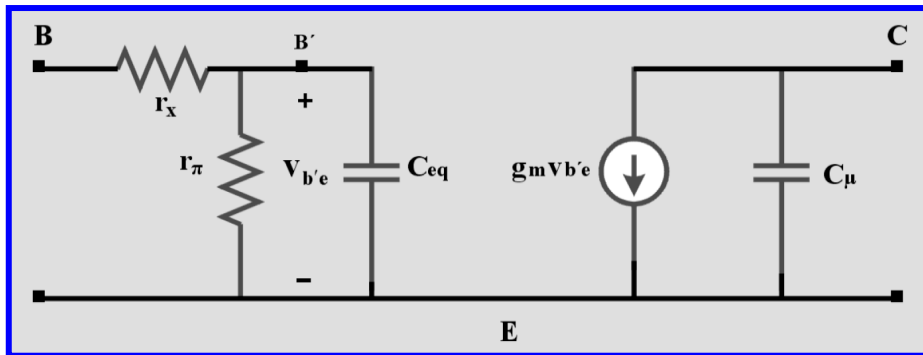
$$r_o = \frac{V_{AF}}{I_C} = 74 \Omega$$

$$r_{b'c} = r_o h_{fe} = 19 \text{ k}\Omega$$

$$C_\pi = C_j + C_b = 47.4 \text{ pF}$$

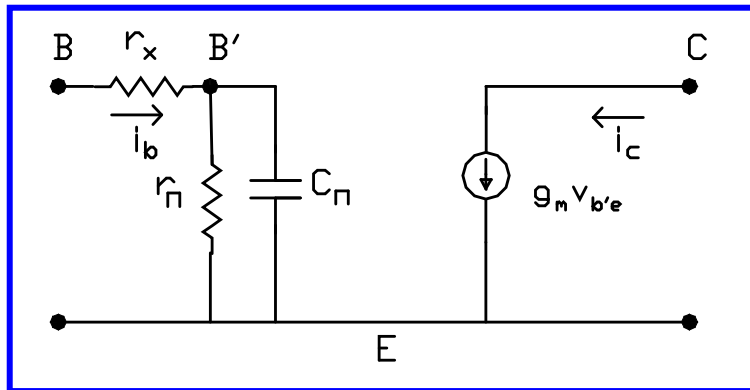
$$C_{eq} = C_\pi + C_\mu (1 + g_m r_o) = 61 \text{ pF}$$

$$f_T = \frac{1}{2\pi} \frac{g_m}{(C_\pi + C_\mu)} = 120 \text{ MHz}$$



Άσκηση 2^η

Διπολικό τρανζίστορ έχει για συγκεκριμένο σημείο λειτουργίας του τις εξής παραμέτρους: $r_{\pi}=1 \text{ K}\Omega$, $C_{\pi}=1000 \text{ pF}$, $g_m=50\text{mS}$, $r_x = 0$, $C_{\mu} = 0$ (αμελητέες) και $r_o = \infty$. Να υπολογίσετε τη μεταβολή του $\beta = i_c / i_b$ του τρανζίστορ συναρτήσει της συχνότητας και να χαράξετε την αντίστοιχη καμπύλη. Προσδιορίστε τη συχνότητα μοναδιαίας ενίσχυσης (f_T) του τρανζίστορ.



$$i_c = g_m V_{b'e} = g_m \cdot Z \cdot i_b$$

$$Z = r_{\pi} // C_{\pi} = \frac{r_{\pi}}{1 + j r_{\pi} C_{\pi} \omega}$$

$$\beta(j\omega) = \frac{i_c}{i_b} = g_m Z \Rightarrow \beta(j\omega) = \frac{i_c}{i_b} = \frac{50}{1 + 10^{-6} j\omega}$$

$$\omega_{\beta} = \frac{1}{r_{\pi} C_{\pi}}$$

$$\beta_o = g_m r_{\pi} = 50$$

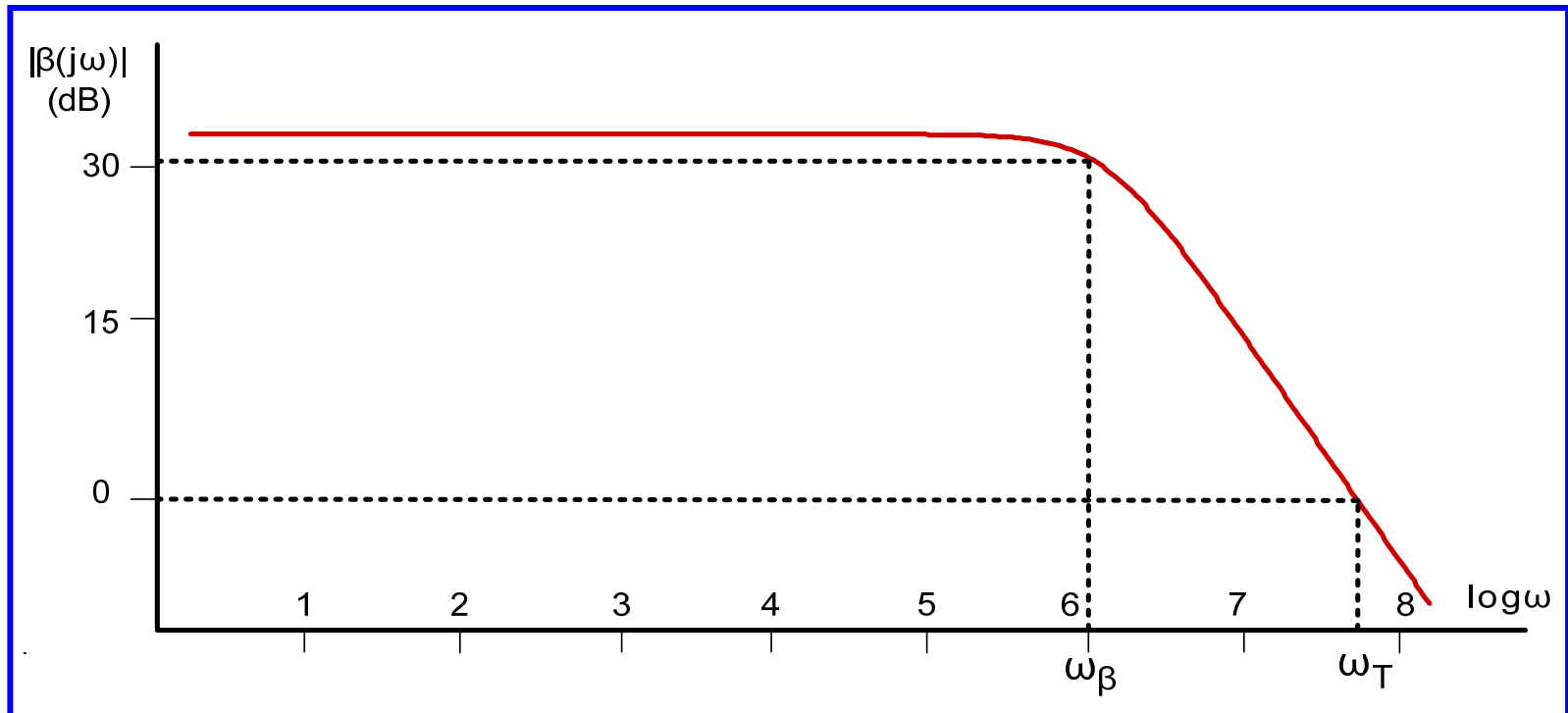
$$\omega_T = \beta_o \cdot \omega_{\beta}$$

$$f_T = \frac{1}{2\pi} 50 \cdot 10^6 \text{ Hz} = 8 \text{ MHz}$$

$$\omega_{\beta} = 10^6 \text{ rad/sec}$$

$$\omega_T = 50 \cdot 10^6 \text{ rad/sec}$$

Άσκηση 2^η



$$|\beta(j\omega)| = \beta_o \Rightarrow 20 \cdot \log \beta_o = 34 \text{ dB}$$

$$\omega = \omega_\beta \Rightarrow |\beta(j\omega)| = \frac{\beta_o}{\sqrt{2}} \Rightarrow 31 \text{ dB}$$

$$\omega = \omega_T \Rightarrow |\beta(j\omega)| = 1 \Rightarrow 0 \text{ dB}$$

$$\log \omega_\beta = 6$$

$$\log \omega_T = 7.7$$



Τέλος 2^{ης} ενότητας