

2^η ενότητα:
**ΑΠΛΕΣ ΒΑΘΜΙΔΕΣ ΕΝΙΣΧΥΤΩΝ
ΜΕ ΔΙΠΟΛΙΚΟ ΤΡΑΝΖΙΣΤΟΡ**



Περιεχόμενα 2^{ης} ενότητας

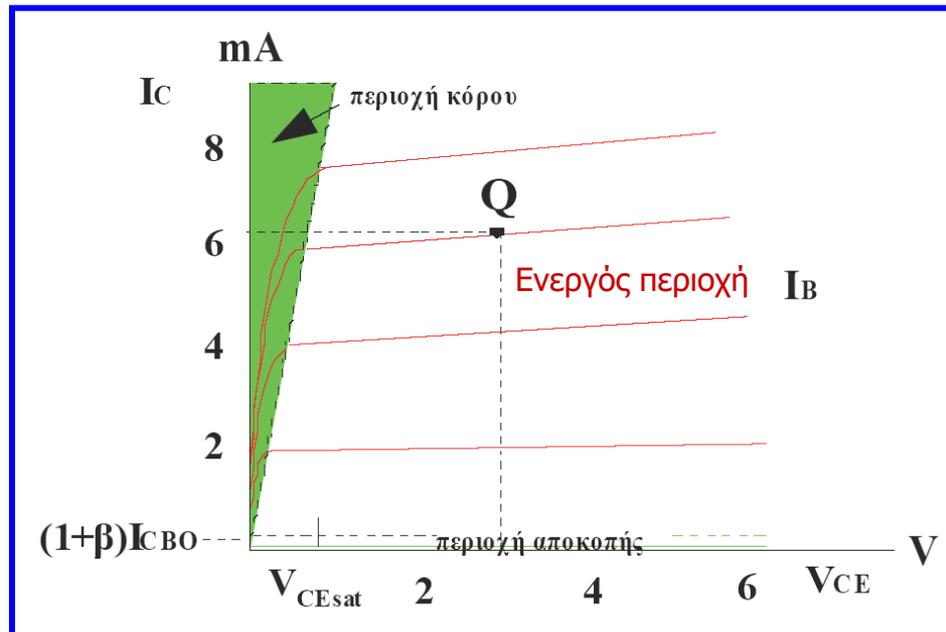
- Εισαγωγή στους ενισχυτές και στις απλές βαθμίδες ενισχυτών.
- Μελέτη απλών βαθμίδων ενισχυτών με διπολικό τρανζίστορ στο συνεχές (πόλωση).
- Μελέτη απλών βαθμίδων ενισχυτών με διπολικό τρανζίστορ στο εναλλασσόμενο.
- Συμπεράσματα και ασκήσεις.

Απλές βαθμίδες ενισχυτών

- Η ενίσχυση ενός σήματος επιτυγχάνεται μέσω **ελεγχόμενων πηγών σήματος**.
- Οι **ελεγχόμενες πηγές σήματος** υλοποιούνται με **τρανζίστορ**, τα οποία αποτελούν και τη βάση για τη δημιουργία ενισχυτών.
- Μία **απλή βαθμίδα ενισχυτή** (ενισχυτής μίας βαθμίδας) δημιουργείται από διακριτά στοιχεία, όπως ένα τρανζίστορ, αντιστάσεις και πυκνωτές.
- Οι **ενισχυτές** παρεμβάλλονται **μεταξύ** μιας **πηγής σήματος** (που μπορεί να είναι μία πραγματική πηγή ή μία προηγούμενη ενισχυτική βαθμίδα) και ενός **φορτίου** (που μπορεί να είναι και μία επόμενη ενισχυτική βαθμίδα).
- Η πηγή σήματος οδηγεί την είσοδο του ενισχυτή με το σήμα εισόδου, το οποίο αφού ενισχυθεί από τον ενισχυτή εφαρμόζεται ενισχυμένο στο φορτίο.
- Για την μελέτη ενός ενισχυτή, αρχικά προσδιορίζουμε τα μεγέθη (τάσεις, ρεύματα) που αφορούν τη **λειτουργία** του στο **συνεχές** ρεύμα (δηλ. μόνο με την εφαρμογή συνεχούς τάσης τροφοδοσίας) με χρήση κανόνων Kirchhoff και των σχέσεων που διέπουν τη λειτουργία του τρανζίστορ και στη συνέχεια διενεργούμε ανάλυση **λειτουργίας** του ενισχυτή στο **εναλλασσόμενο** ρεύμα (δηλαδή, με ταυτόχρονη εφαρμογή εναλλασσόμενου σήματος στην είσοδό του ενισχυτή).

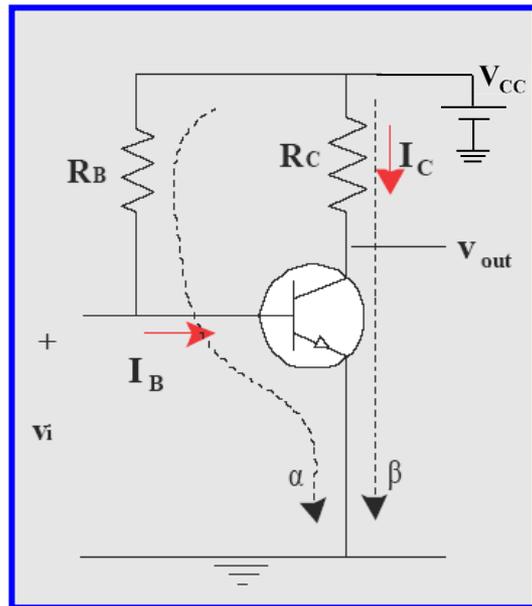
Μελέτη ενισχυτών στο συνεχές (πόλωση)

- Με τον όρο **πόλωση** ενός τρανζίστορ αναφερόμαστε στη λειτουργία του στο συνεχές και εννοούμε τον τρόπο με τον οποίο πολώνονται οι δύο επαφές του.
- Για να λειτουργήσει ένα **διπολικό τρανζίστορ** ως **ενισχυτής** θα πρέπει να πολωθεί στην **ενεργό περιοχή**.
- Το ζεύγος τιμών (V_{CE} , I_C) που προκύπτει με την εν λόγω πόλωση, καθορίζει στις χαρακτηριστικές εξόδου του τρανζίστορ ένα σημείο Q που αναφέρεται ως **σημείο λειτουργίας** ή **σημείο ηρεμίας**.



Σταθερή πόλωση

- Η ανάλυση ενός ενισχυτή για τον προσδιορισμό των ηλεκτρικών παραμέτρων του και του σημείου λειτουργίας βασίζεται στους κανόνες του Kirchhoff και στις σχέσεις που διέπουν την προσεγγιστική λειτουργία του διπολικού τρανζίστορ.
- Υπάρχουν αρκετές τοπολογίες κυκλωμάτων κατάλληλες για την πόλωση του διπολικού τρανζίστορ τύπου **npn** στην ενεργό περιοχή.
- **Κύκλωμα σταθερής πόλωσης:** χρησιμοποιεί μία πηγή συνεχούς τάσης V_{CC} και δύο αντιστάσεις και το ρεύμα βάσης δεν εξαρτάται από το ρεύμα συλλέκτη.



Με 2^ο κανόνα Kirchhoff:

$$V_{CC} = I_B R_B + V_{BE}$$
$$V_{CC} = I_C R_C + V_{CE}$$

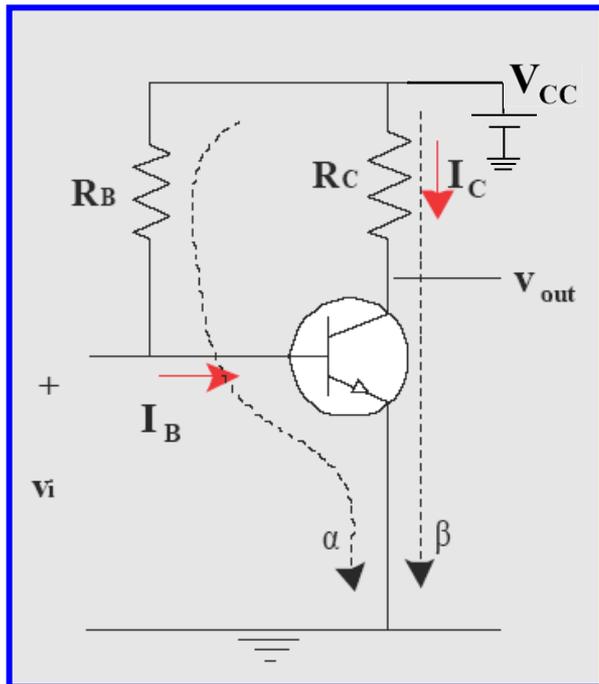
$$I_C = \beta I_B$$

$$V_{BE} \approx 0,7 \text{ V για τρανζίστορ Si}$$

Με τις σχέσεις αυτές υπολογίζεται εύκολα το σημείο λειτουργίας του τρανζίστορ (V_{CE} , I_C) εάν είναι γνωστά η τάση της πηγής συνεχούς και οι αντιστάσεις ή αντίστροφα

Παράδειγμα 1^ο: σταθερή πόλωση

Εάν είναι επιθυμητό το σημείο λειτουργίας για κύκλωμα σταθερής πόλωσης ενός διπολικού τρανζίστορ πυριτίου να είναι $Q (V_{CE}, I_C) = Q (5V, 1mA)$ θα υπολογίσουμε τις αντιστάσεις R_B και R_C . Δίνονται $V_{CC} = 10V$, $\beta=100$ και $V_{BE} = 0,7 V$.



$$I_B = \frac{I_C}{\beta} = 10 \mu A$$

$$V_{CC} = I_B R_B + V_{BE} \Rightarrow R_B = 930 \text{ k}\Omega$$

$$V_{CC} = I_C R_C + V_{CE} \Rightarrow R_C = 5 \text{ k}\Omega$$

$$V_{BE} = 0,7V \Rightarrow$$

επαφή βάσης-εκπομπού **ορθά πολωμένη**

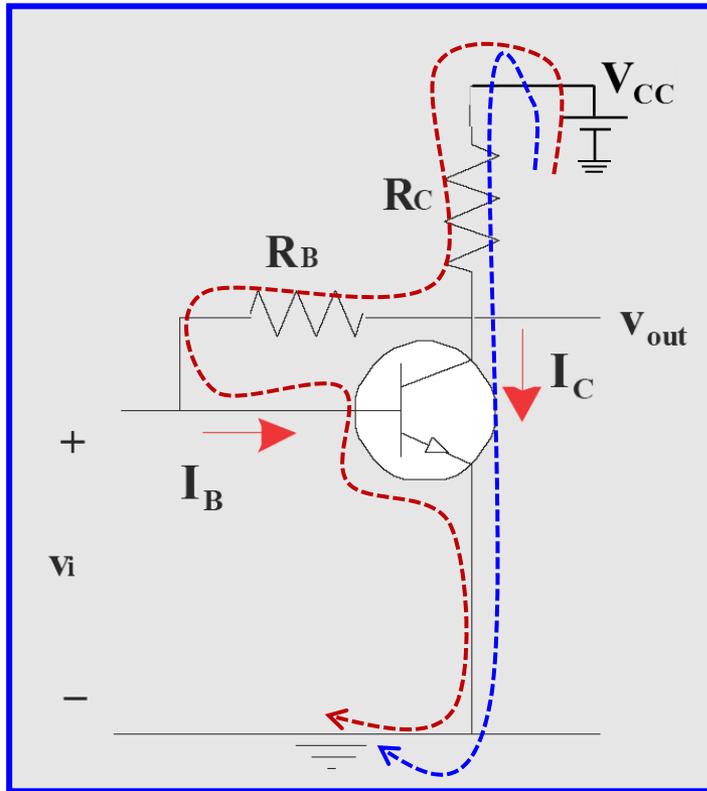
$$V_{CE} = V_{CB} + V_{BE} \Rightarrow V_{BC} = V_{BE} - V_{CE} = -4,3V \Rightarrow$$

επαφή βάσης-συλλέκτη **ανάστροφα πολωμένη**

Πόλωση από τον συλλέκτη

(ή πόλωση με αντίσταση μεταξύ βάσης και συλλέκτη)

Κύκλωμα πόλωσης από τον συλλέκτη



Με 2^ο κανόνα Kirchhoff:

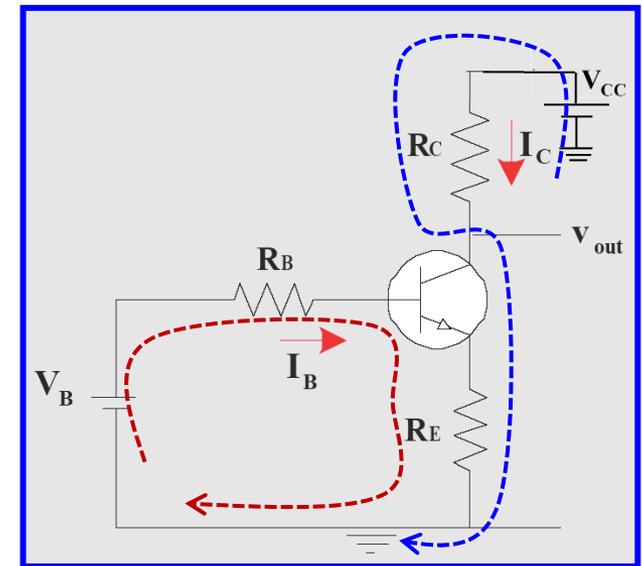
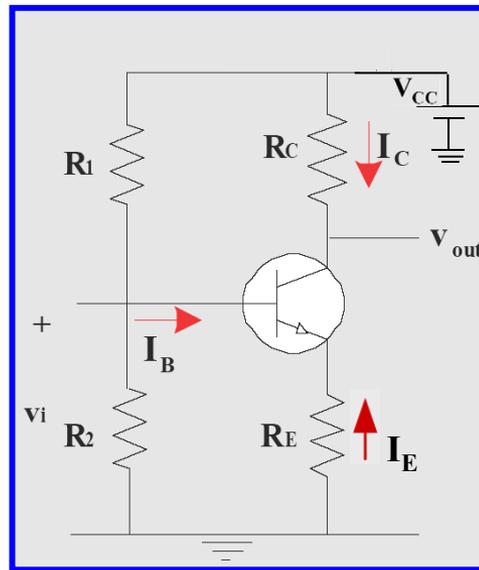
$$V_{CC} = (I_C + I_B)R_C + I_B R_B + V_{BE}$$

$$V_{CC} = (I_C + I_B)R_C + V_{CE}$$

Πόλωση μέσω διαιρέτη τάσης

Κύκλωμα
πόλωσης μέσω
διαιρέτη τάσης

$$I_E + I_C + I_B = 0 \Rightarrow I_E = -(I_C + I_B)$$



Με 2^ο κανόνα Kirchhoff:

$$\begin{aligned} -V_B + I_B R_B + V_{BE} - I_E R_E &= 0 \Rightarrow \\ V_B = I_B R_B + V_{BE} + (I_C + I_B) R_E &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -V_{CC} + I_C R_C + V_{CE} - I_E R_E &= 0 \Rightarrow \\ V_{CC} = I_C R_C + V_{CE} + (I_C + I_B) R_E &= 0 \end{aligned}$$

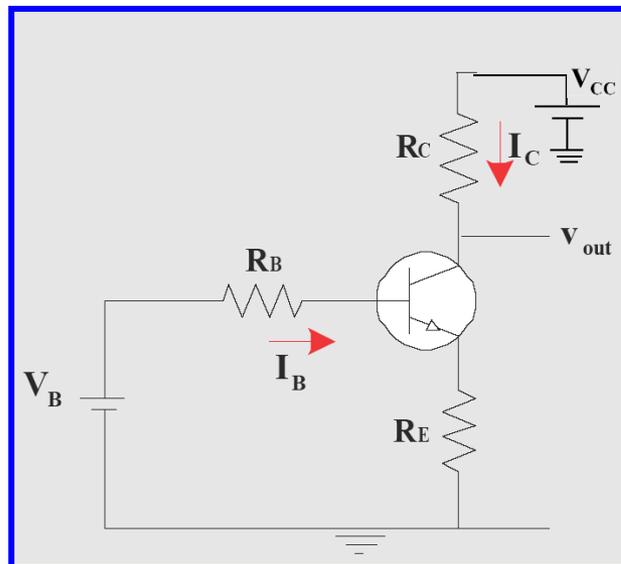
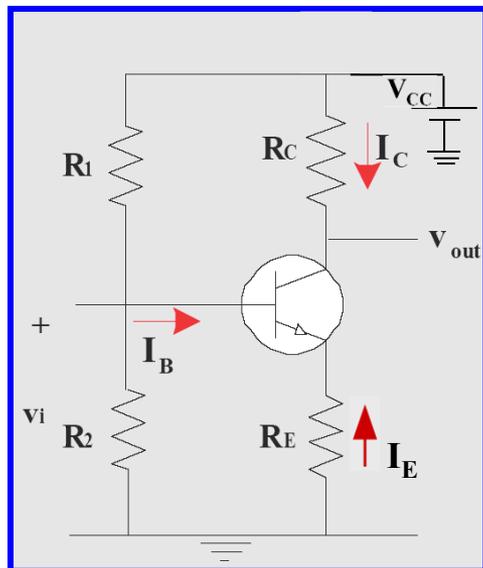
Ισοδύναμο κύκλωμα κατά Thevenin

$$R_B = R_1 \parallel R_2$$

$$V_B = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{CC}$$

Παράδειγμα 2^ο: πόλωση μέσω διαιρέτη τάσης

Θα προσδιορίσουμε το σημείο λειτουργίας για κύκλωμα ενισχυτή με διαιρέτη τάσης και αυτοπόλωση εκπομπού, όταν δίνονται: $R_1 = 85\text{k}\Omega$, $R_2 = 20\text{k}\Omega$, $R_C = 2\text{k}\Omega$, $R_E = 0,5\text{k}\Omega$, $\beta = 200$, $V_{CC} = 10\text{V}$ και $V_{BE} = 0,73\text{V}$.



$$R_B = R_1 \parallel R_2 = 16,2\text{ k}\Omega$$

$$V_B = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{CC} = 1,9\text{ V}$$

$$I_E + I_C + I_B = 0 \Rightarrow I_E = -(I_C + I_B)$$

$$V_B = I_B R_B + V_{BE} + (I_C + I_B) R_E$$

$$I_C = \beta I_B$$

$$I_B = 10\mu\text{A}$$

$$I_C = \beta I_B = 2\text{mA}$$

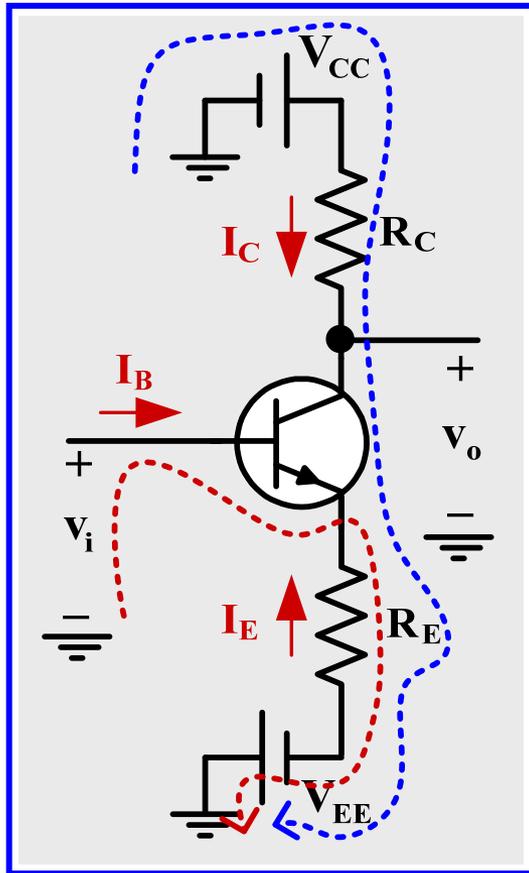
$$V_{CC} = I_C R_C + V_{CE} + (I_C + I_B) R_E$$

$$V_{CE} = 5\text{V}$$

$$Q(V_{CE}, I_C) = Q(5\text{V}, 2\text{mA})$$

Πόλωση με συμμετρικές πηγές τάσης

Κύκλωμα πόλωσης με
συμμετρικές πηγές τάσης



$$I_E + I_C + I_B = 0 \Rightarrow$$
$$I_E = -(I_C + I_B)$$

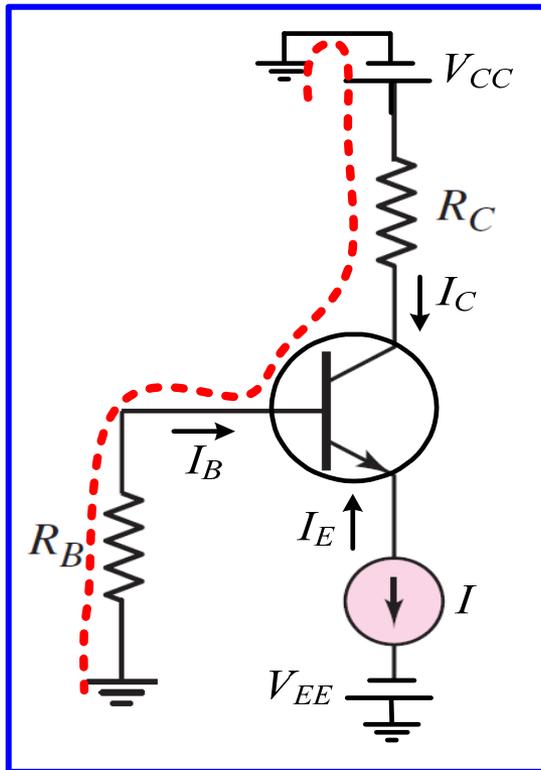
Με 2^ο κανόνα Kirchhoff:

$$V_{BE} - I_E R_E - V_{EE} = 0 \Rightarrow$$
$$V_{BE} + (I_C + I_B) R_E - V_{EE} = 0$$

$$-V_{CC} + I_C R_C + V_{CE} - I_E R_E - V_{EE} = 0 \Rightarrow$$
$$V_{CC} + V_{EE} = I_C R_C + V_{CE} + (I_C + I_B) R_E$$

Πόλωση με σταθερή πηγή ρεύματος

Κύκλωμα πόλωσης με σταθερή πηγή ρεύματος



Με 1^ο κανόνα Kirchhoff:

$$I = I_C + I_B \quad I_B = I_C / \beta \Rightarrow I_C = \frac{\beta}{\beta + 1} \cdot I \Rightarrow I_C = \frac{1}{1 + 1/\beta} \cdot I$$

Εάν θεωρήσουμε ότι $\beta \gg 1$ τότε $I_C = I$.

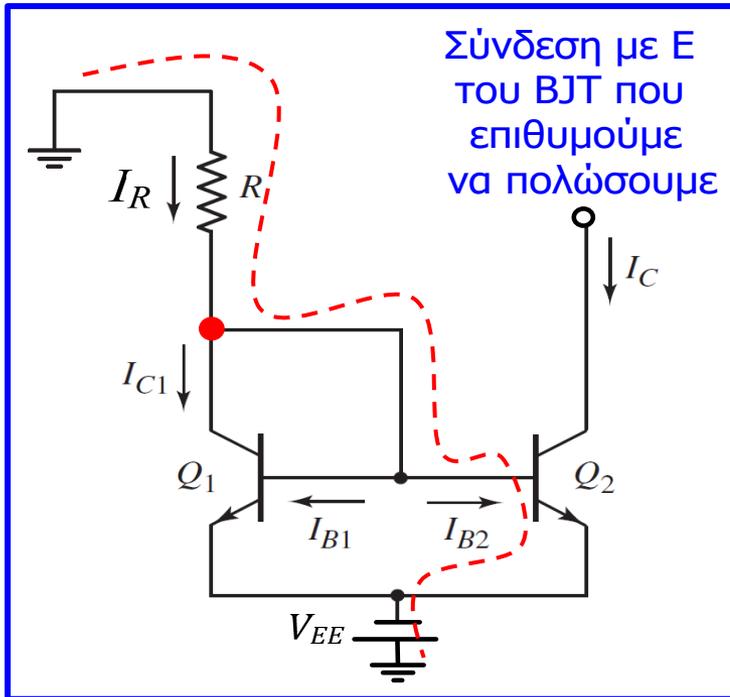
Με 2^ο κανόνα Kirchhoff:

$$\begin{aligned} -V_{CC} + I_C R_C - I_B \cdot R_B + V_{CB} &= 0 \Rightarrow \\ -V_{CC} + I_C R_C - I_B \cdot R_B - (V_{BE} + V_{EC}) &= 0 \Rightarrow \\ -V_{CC} + I_C R_C - I_B \cdot R_B - (V_{BE} - V_{CE}) &= 0 \Rightarrow \\ V_{CE} &= V_{CC} - I_C R_C + (I_C / \beta) \cdot R_B + V_{BE} \end{aligned}$$

Το κύκλωμα αυτό έχει το πλεονέκτημα ότι το ρεύμα I που παρέχεται στον εκπομπού του τρανζίστορ είναι σχεδόν ανεξάρτητο από την τιμή της ενίσχυσης ρεύματος β του τρανζίστορ.

Πόλωση με σταθερή πηγή ρεύματος

Η πηγή σταθερού ρεύματος υλοποιείται με **κύκλωμα καθρέφτη ρεύματος** που αποτελείται από 2 διπολικά τρανζίστορ.



Για μεγάλο β προκύπτει ότι το ρεύμα που παρέχει η πηγή ρεύματος είναι σταθερό ($I_C = I_R$). Για παράδειγμα, όταν $\beta=100$, το ρεύμα αυτό είναι κατά 2% μόνο μικρότερο από το σταθερό ρεύμα που διαρρέει την R.

Οι V_{BE} των τρανζίστορ είναι **ίσες** και αφού τα τρανζίστορ είναι όμοια, τα **ρεύματα βάσης** και **συλλέκτη** είναι επίσης **ίσα**.

$$V_{BE1} = V_{BE2} = V_{BE} \Rightarrow I_{B1} = I_{B2} = I_B$$
$$\text{και } \beta_1 = \beta_2 = \beta \Rightarrow I_{C1} = I_{C2} = I_C$$

Με 2^ο κανόνα Kirchhoff:

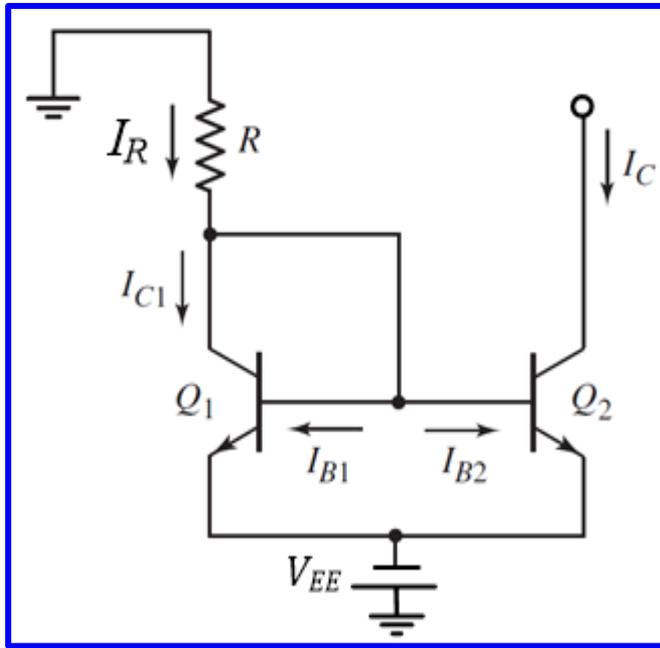
$$V_{EE} = V_{BE} + I_R R \Rightarrow I_R = \frac{V_{EE} - V_{BE}}{R}$$

Με 1^ο κανόνα Kirchhoff:

$$I_C + 2 \cdot I_B - I_R = 0 \quad \overset{I_B = I_C / \beta}{\Rightarrow} \quad I_C = \frac{\beta}{\beta + 2} \cdot I_R \Rightarrow$$
$$I_C = \frac{\beta}{\beta + 2} \cdot \frac{V_{EE} - V_{BE}}{R} \Rightarrow$$
$$I_C = \frac{1}{1 + 2/\beta} \cdot \frac{V_{EE} - V_{BE}}{R}$$

Παράδειγμα 3^ο: πόλωση με σταθερή πηγή ρεύματος

Για την παρακάτω πηγή (καθρέφτη) ρεύματος που περιλαμβάνει δύο όμοια τρανζίστορ, θα υπολογίσουμε την αντίσταση R , ώστε το ρεύμα εξόδου της να είναι 1 mA . Δίνονται: $\beta = 100$, $V_{CC} = V_{EE} = 15 \text{ V}$, $V_{BE} = 0,7 \text{ V}$. Κατόπιν, θα υπολογίσουμε την ποσοστιαία μεταβολή του ρεύματος εξόδου της πηγής, όταν $\beta = 200$. Τέλος, θα προσδιορίσουμε το σημείο λειτουργίας ενός επίσης όμοιου τρανζίστορ που πολώνεται με την εν λόγω πηγή ρεύματος και αντιστάσεις $R_C = 10 \text{ k}\Omega$, $R_B = 50 \text{ k}\Omega$.

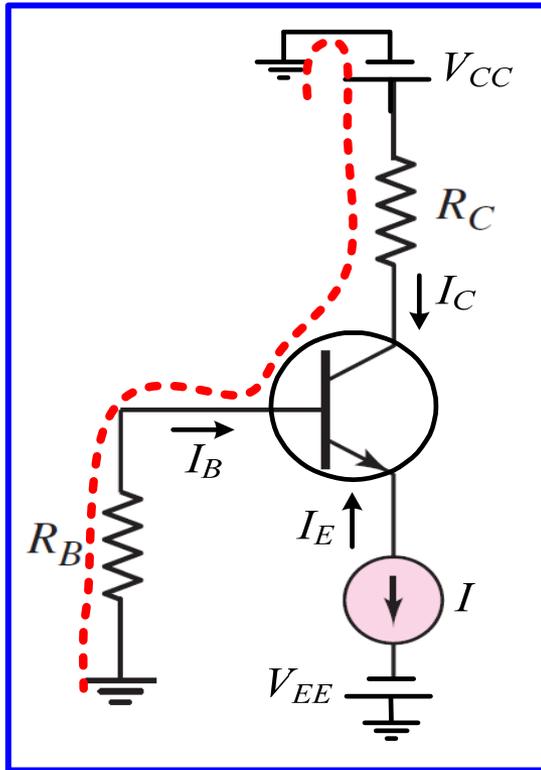


$$I_C + 2 \cdot I_B - I_R = 0 \quad \overset{I_B = I_C / \beta}{\Rightarrow} \quad I_C = \frac{\beta}{\beta + 2} \cdot I_R \Rightarrow$$
$$I_C = \frac{\beta}{\beta + 2} \cdot \frac{V_{EE} - V_{BE}}{R} \Rightarrow R = \frac{\beta}{\beta + 2} \cdot \frac{V_{EE} - V_{BE}}{I_C} = 14 \text{ k}\Omega$$

$$\beta = 200 \Rightarrow I_C = \frac{\beta}{\beta + 2} \cdot \frac{V_{EE} - V_{BE}}{R} = 1.0099 \text{ mA}$$

Ποσοστιαία μεταβολή: $\frac{1.0099 - 1}{1} \cdot 100 = 0.99 \%$

Παράδειγμα 3^ο: πόλωση με σταθερή πηγή ρεύματος



$$I = I_C + I_B \quad I_B = I_C / \beta \quad \Rightarrow \quad I_C = \frac{\beta}{\beta + 1} \cdot I = \frac{1}{1 + 1/\beta} \cdot I$$

$$I = 1 \text{ mA} \quad \Rightarrow \quad I_C = 0.99 \text{ mA}$$

Εάν θεωρήσουμε ότι $\beta \gg 1$ τότε $I_C = I = 1 \text{ mA}$.

$$-V_{CC} + I_C R_C - I_B \cdot R_B + V_{CB} = 0 \Rightarrow$$

$$-V_{CC} + I_C R_C - I_B \cdot R_B - (V_{BE} + V_{EC}) = 0 \Rightarrow$$

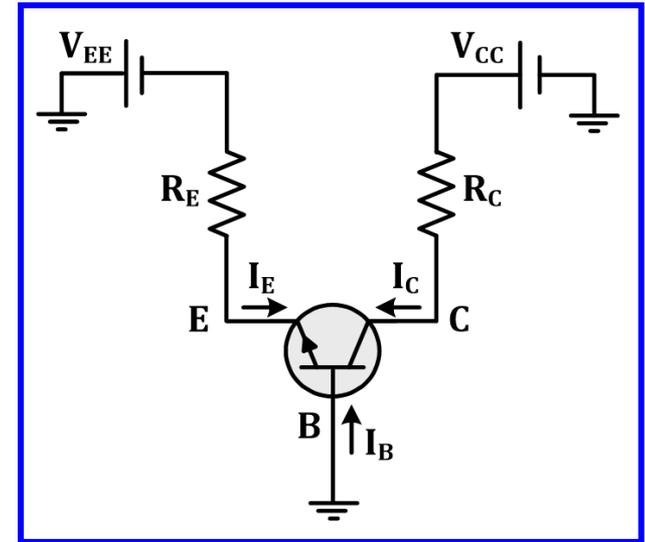
$$-V_{CC} + I_C R_C - I_B \cdot R_B - (V_{BE} - V_{CE}) = 0 \Rightarrow$$

$$V_{CE} = V_{CC} - I_C R_C + (I_C / \beta) \cdot R_B + V_{BE} \Rightarrow V_{CE} = 6.2 \text{ V}$$

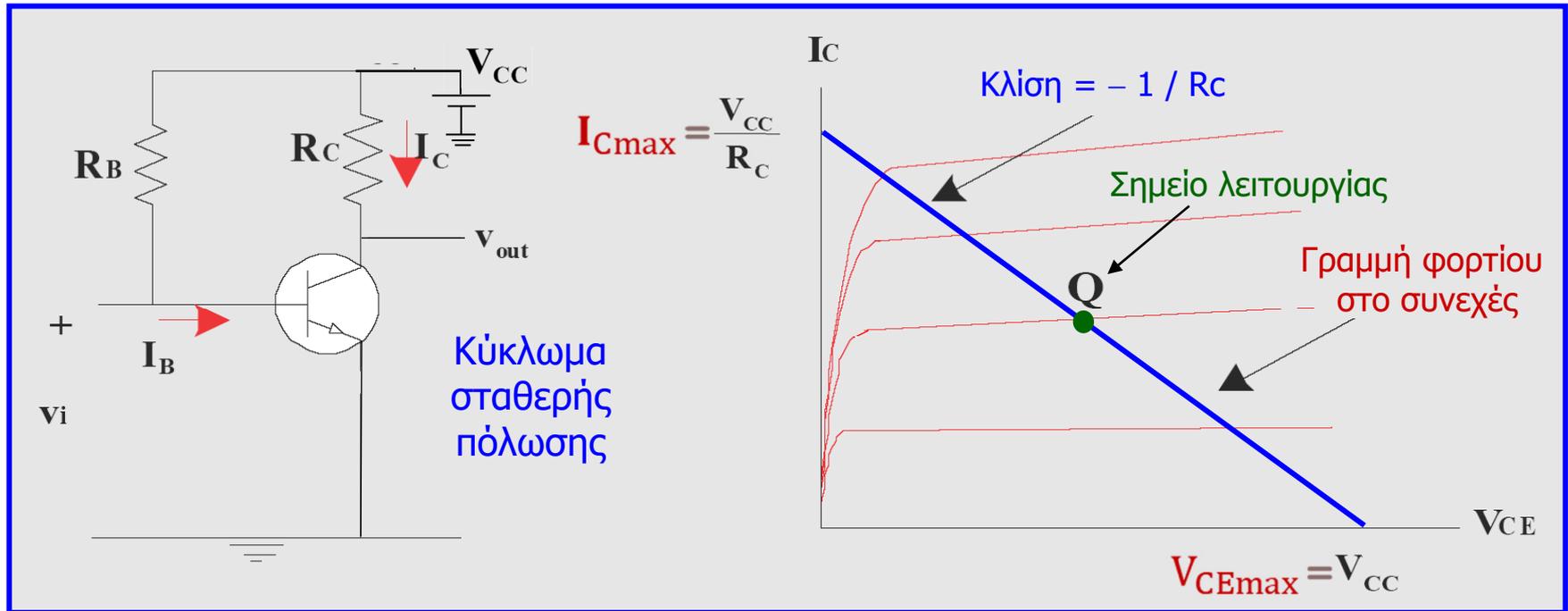
$$Q(V_{CE}, I_C) = Q(6.2 \text{ V}, 1 \text{ mA})$$

Πόλωση τρανζίστορ σε σύνδεση κοινής βάσης / συλλέκτη

- Οι τρόποι πόλωσης που παρουσιάστηκαν αφορούσαν ενισχυτές στους οποίους το τρανζίστορ είναι σε **σύνδεση κοινού εκπομπού**.
- Ωστόσο, αρκετοί από αυτούς εφαρμόζονται με αντίστοιχο τρόπο σε ενισχυτές όπου το τρανζίστορ είναι σε **σύνδεση κοινής βάσης** και **κοινού συλλέκτη**.
- Για παράδειγμα, το κύκλωμα πόλωσης με συμμετρικές πηγές τάσης, εφαρμόζεται σε τρανζίστορ που βρίσκεται σε σύνδεση κοινής βάσης.
- Όταν το τρανζίστορ είναι σε σύνδεση κοινής βάσης, η βάση συνήθως συνδέεται στην γείωση. Η τάση εξόδου του τρανζίστορ είναι η V_{CB} και ισχύει ότι: $V_{CE} = V_{CB} + V_{BE}$. Η V_{BE} είναι σταθερή (περίπου 0,7 V), επομένως υπάρχει μονοσήμαντη αντιστοιχία μεταξύ V_{CE} και V_{CB} .
- Αν και το ζεύγος τιμών (I_C , V_{CB}) είναι το ουσιαστικό σημείο λειτουργίας (αφού I_C είναι το ρεύμα εξόδου και V_{CB} η τάση εξόδου του τρανζίστορ), ο **καθολικός ορισμός του σημείου λειτουργίας (ανεξάρτητα από τον τρόπο σύνδεσης του τρανζίστορ) είναι $Q(V_{CE}, I_C)$** , χωρίς όμως να αλλάζει κάτι επί της ουσίας, λόγω της μονοσήμαντης αντιστοιχίας μεταξύ V_{CE} και V_{CB} .
- Τα κυκλώματα πόλωσης που αναλύθηκαν, αφορούσαν τρανζίστορ npn. Για κυκλώματα με τρανζίστορ pnp λαμβάνουμε υπόψη όσα αναφέρονται στην Ενότητα 1. Κυκλώματα πόλωσης με τρανζίστορ pnp αναλύονται στις ασκήσεις 2, 5 και 12).



Γραμμή φορτίου ενισχυτή στο συνεχές



2^{ος} κανόνας Kirchhoff
στο **βρόχο εξόδου:**

$$V_{CC} = I_C R_C + V_{CE}$$

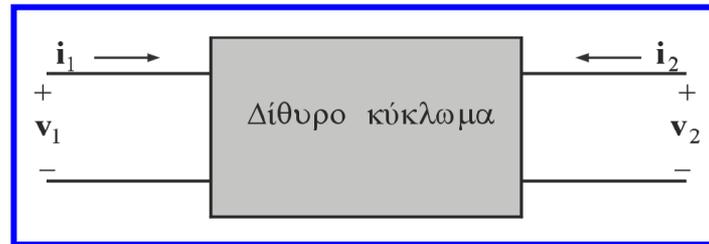
$$I_C = -\frac{1}{R_C} V_{CE} + \frac{V_{CC}}{R_C}$$

Εάν χαράξουμε στους ίδιους άξονες με τις χαρακτηριστικές εξόδου του τρανζίστορ, τη γραφική παράσταση της σχέσης που δίνει την εξάρτηση του I_C από την V_{CE} , προκύπτει μία ευθεία γραμμή με κλίση $(-1/R_C)$ που αναφέρεται ως **γραμμή φορτίου (ή ευθεία φόρτου) στο συνεχές** και καθορίζει την ευθεία στην οποία κινείται το Q για διάφορες τιμές του I_B , το οποίο καθορίζεται από την R_B (με δεδομένα V_{CC} , R_C)

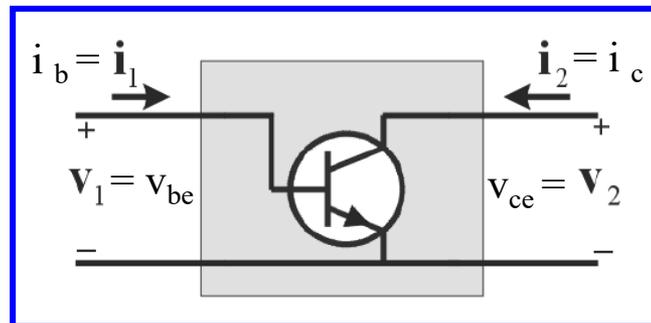
$$I_C = 0 \Rightarrow V_{CEmax} = V_{CC}, \quad V_{CE} = 0 \Rightarrow I_{Cmax} = V_{CC}/R_C$$

Μελέτη ενισχυτών στο εναλλασσόμενο

- Με τον όρο λειτουργία ενισχυτών στο εναλλασσόμενο, εννοούμε ότι στην είσοδο του ενισχυτή εφαρμόζεται μικρό (ασθενές) ημιτονικό σήμα & διενεργείται ανάλυση για να διαπιστωθεί πως το σήμα αυτό μεταφέρεται στην έξοδο του ενισχυτή.
- Για την ανάλυση της **λειτουργίας** των **ενισχυτών** στο **εναλλασσόμενο**, χρησιμοποιούμε την περιγραφή τους ως **δίθυρα κυκλώματα**.

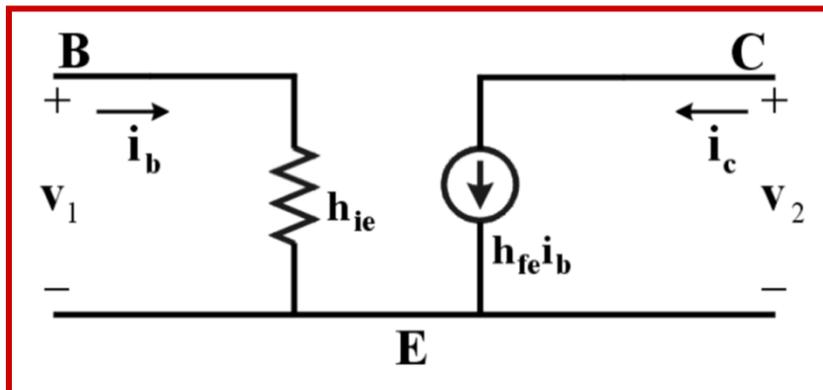


- Για παράδειγμα το **διπολικό τρανζίστορ σε σύνδεση κοινού εκπομπού** μπορεί να αντιμετωπιστεί και να αναλυθεί ως δίθυρο κύκλωμα:



Ισοδύναμο μοντέλο διπολικού τρανζίστορ

- Για να μελετήσουμε τη λειτουργία του διπολικού τρανζίστορ στο εναλλασσόμενο, θα χρησιμοποιήσουμε το **ισοδύναμο μοντέλο (κύκλωμα)** h που περιγράφει τη λειτουργία του τρανζίστορ στην **περιοχή των μεσαίων και χαμηλών συχνοτήτων** (παρόμοια μοντέλα είναι το μοντέλο T και το υβριδικό μοντέλο π, τα οποία θα χρησιμοποιήσουμε στην Ενότητα 4).
- Το μοντέλο είναι **γραμμικό** και συνίσταται από μία **ελεγχόμενη πηγή ρεύματος** και ένα **ωμικό στοιχείο** και οι παράμετροί του δεν εξαρτώνται από τη συχνότητα λειτουργίας.
- Στην περιοχή των υψηλών συχνοτήτων υφίσταται επίδραση από τις εσωτερικές χωρητικότητες των επαφών του τρανζίστορ και έτσι το γραμμικό μοντέλο δεν προσεγγίζει με επαρκή ακρίβεια τη συμπεριφορά του τρανζίστορ.
- Το **απλοποιημένο ισοδύναμο μοντέλο (κύκλωμα)** του **τρανζίστορ σε σύνδεση κοινού εκπομπού** περιγράφεται μέσω βασικών παραμέτρων h : h_{ie} (αντίσταση εισόδου) και h_{fe} (καθαρός αριθμός, **ενίσχυση ρεύματος του τρανζίστορ**).



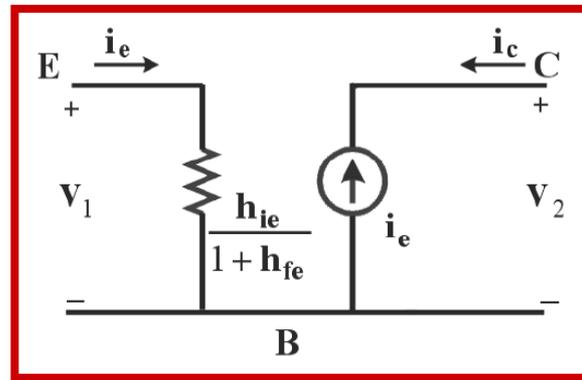
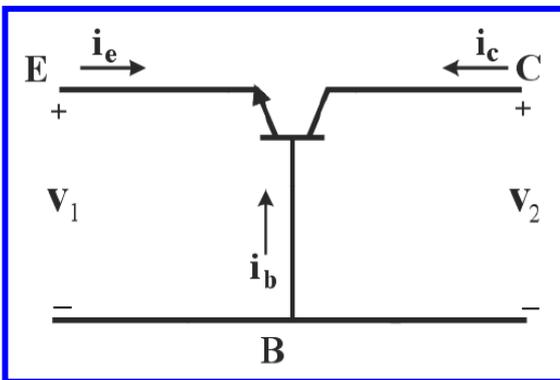
- Η ανάλυση στο εναλλασσόμενο των τρανζίστορ npn και pnp γίνεται με το ίδιο ισοδύναμο κύκλωμα και η ανάλυση στο εναλλασσόμενο των ενισχυτών με τρανζίστορ npn ή pnp , διενεργείται με τον ίδιο τρόπο, αφού εξετάζει μόνο τις μικρές μεταβολές τάσεων και ρευμάτων σε σχέση με το σημείο λειτουργίας (**άσκηση 12**).

Ισοδύναμα μοντέλα διπολικού τρανζίστορ

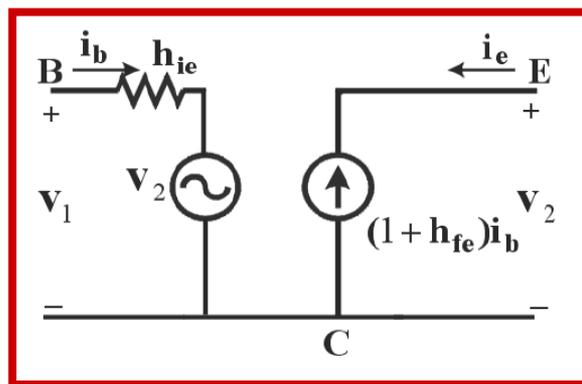
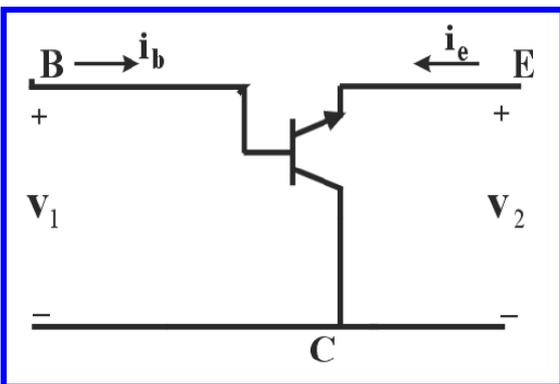
- Οι **τιμές ηρεμίας** ρευμάτων και τάσεων υπολογίζονται με τη μέθοδο της πόλωσης και δεν επηρεάζουν την ανάλυση λειτουργίας του ισοδύναμου κυκλώματος μικρού σήματος.
- Το **ισοδύναμο κύκλωμα στο εναλλασσόμενο** χρησιμοποιείται μόνο για τον υπολογισμό των μεταβολών των τάσεων και των ρευμάτων σε σχέση με το σημείο λειτουργίας (δηλ. με τα μεγέθη V_{CE} , I_C που υπολογίστηκαν από την ανάλυση λειτουργίας στο συνεχές), που προκαλούνται από την εφαρμογή μικρού (ασθενούς) σήματος στην είσοδο του ενισχυτή.
- Κατά τη **δημιουργία του ισοδύναμου κυκλώματος ενός ενισχυτή στο εναλλασσόμενο**, οι **πηγές σταθερής τάσης** και οι **πυκνωτές** αντιμετωπίζονται ως **βραχυκυκλώματα**, ενώ οι **πηγές σταθερού ρεύματος** ως **ανοιχτά κυκλώματα**.
- Η ισοδυναμία των εξωτερικών πυκνωτών με βραχυκυκλώματα δεν είναι ακριβής στην περιοχή των χαμηλών συχνοτήτων, αλλά είναι **ακριβής** στις **μεσαίες συχνοτήτες**.
- Αντικαθιστούμε το(α) τρανζίστορ με το ισοδύναμο κύκλωμά του(ς), διατηρώντας τους ακροδέκτες B, C, E και τα υπόλοιπα στοιχεία στις ίδιες θέσεις με το αρχικό κύκλωμα.
- Υπολογίζουμε τα ζητούμενα μεγέθη (τάσεις, ρεύματα κ.λπ.) με εφαρμογή των κανόνων Kirchhoff στους κόμβους και τους βρόχους του γραμμικού κυκλώματος που προκύπτει.
- **Συμβολισμοί τάσεων και ρευμάτων**: με κεφαλαία γράμματα και δείκτες (π.χ. I_B) συμβολίζονται οι τιμές ηρεμίας, με μικρά γράμματα και δείκτες οι τιμές των μεταβολών μικρού σήματος (π.χ. i_b), ενώ με μικρά γράμματα και κεφαλαίους δείκτες οι ολικές στιγμιαίες τιμές (π.χ. i_B).

Ισοδύναμα μοντέλα διπολικού τρανζίστορ

Εκτός από το μοντέλο του διπολικού τρανζίστορ σε σύνδεση κοινού εκπομπού, έχουν προσδιοριστεί και μοντέλα (ισοδύναμα κυκλώματα στο εναλλασσόμενο) για το διπολικό τρανζίστορ σε σύνδεση κοινής βάσης και σύνδεση κοινού συλλέκτη. Τα μοντέλα αυτά προκύπτουν με βάση το απλοποιημένο μοντέλο κοινού εκπομπού.

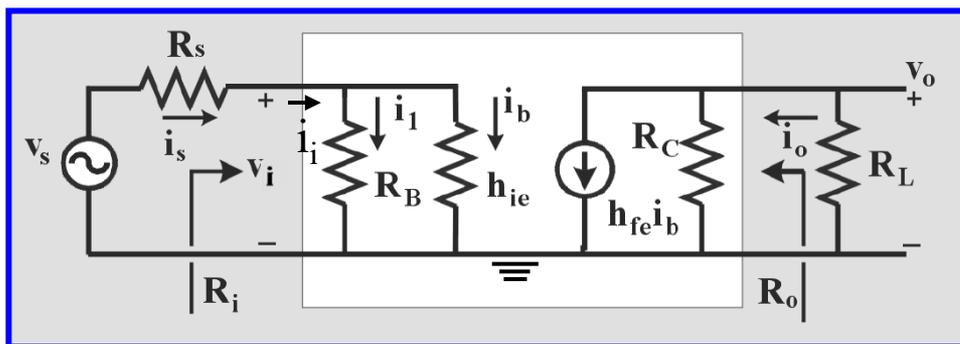
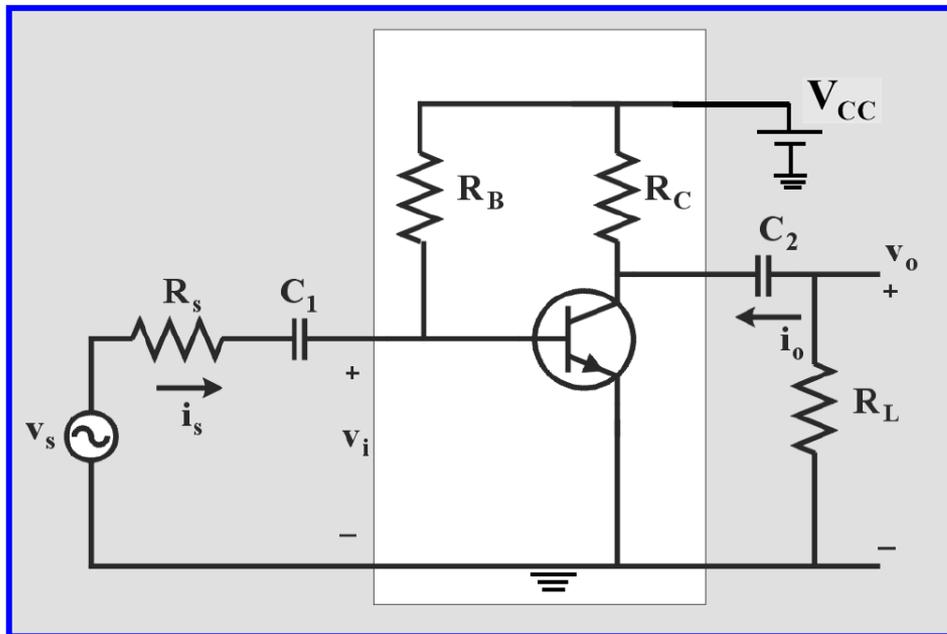


← Ισοδύναμο μοντέλο κοινής βάσης



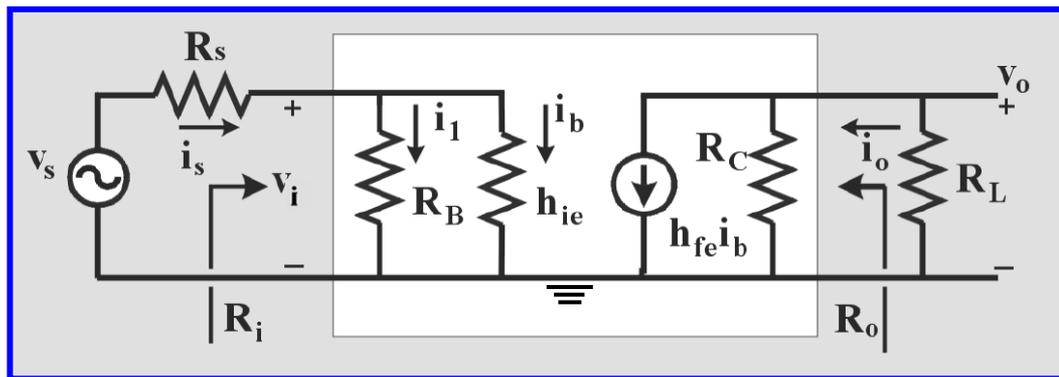
← Ισοδύναμο μοντέλο κοινού συλλέκτη

Απλή βαθμίδα ενισχυτή κοινού εκπομπού



- Ο ενισχυτής συνδέεται με πηγή τάσης εσωτερικής αντίστασης R_s και φορτίο R_L και η λειτουργία του περιγράφεται πλήρως όταν προσδιοριστούν η **ενίσχυση χωρίς φορτίο** και οι **αντιστάσεις εισόδου και εξόδου**.
- Έτσι, αποδεικνύεται η **ισοδυναμία** του με **ελεγχόμενη πηγή**, αφού δεν είναι δυνατή η ύπαρξη ενισχυτή χωρίς την παρουσία ελεγχόμενης πηγής.
- Παρατηρείστε ότι στο ισοδύναμο κύκλωμα δεν υπάρχουν ποσότητες συνεχούς, δηλ. η τάση τροφοδοσίας (V_{CC}) έχει αντικατασταθεί από βραχυκύκλωμα, αφού ο ακροδέκτης του κυκλώματος που συνδέεται σε αυτή έχει πάντα σταθερή τάση.
- Με άλλα λόγια κάθε ακροδέκτης του κυκλώματος που συνδέεται σε σταθερή πηγή θεωρείται γείωση, όσον αφορά τη λειτουργία στο εναλλασσόμενο.

Απλή βαθμίδα ενισχυτή κοινού εκπομπού



Βασικά μεγέθη ενισχυτή:

Ενίσχυση τάσης και ενίσχυση τάσης με πηγή σήματος:

$$A_{v_i} = \frac{V_o}{V_i}$$

$$A_{v_s} = \frac{V_o}{V_s}$$

Ενίσχυση τάσης χωρίς φορτίο:

$$A_{v_o} = A_{v_i} \Big|_{R_L = \infty}$$

Ενίσχυση ρεύματος:

$$A_{i_L} = \frac{i_o}{i_s}$$

Ενίσχυση ρεύματος χωρίς φορτίο:

$$A_{i_o} = \frac{i_o}{i_s} \Big|_{R_L = 0}$$

Ενίσχυση ισχύος:

$$A_P = \frac{P_L}{P_i} = \frac{V_o i_L}{V_i i_s} = A_{v_i} A_{i_L}$$

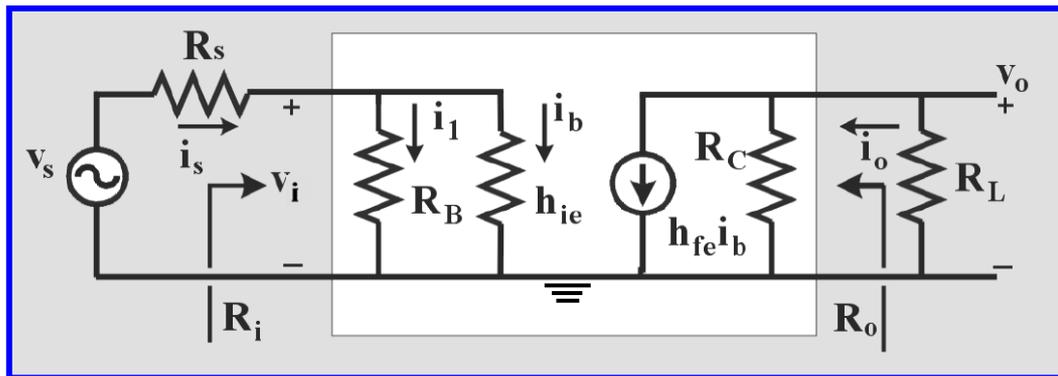
Αντίσταση εισόδου:

$$R_i = \frac{V_i}{i_s}$$

Αντίσταση εξόδου:

$$R_o = \frac{V_o}{i_o} \Big|_{(v_i=0, R_L=\infty)}$$

Απλή βαθμίδα ενισχυτή κοινού εκπομπού



$$R'_L = R_C \parallel R_L$$

$$V_o = -h_{fe} i_b R'_L$$

$$i_b = \frac{V_i}{h_{ie}}$$

$$V_o = -\frac{h_{fe} R'_L}{h_{ie}} V_i$$

$$A_{V_o} = A_{V_i} |_{R_L=\infty} = -\frac{h_{fe} R_C}{h_{ie}}$$

$$V_i = \frac{R_i}{R_s + R_i} V_s$$

$$A_{V_i} = \frac{V_o}{V_i} = -\frac{h_{fe} R'_L}{h_{ie}}$$

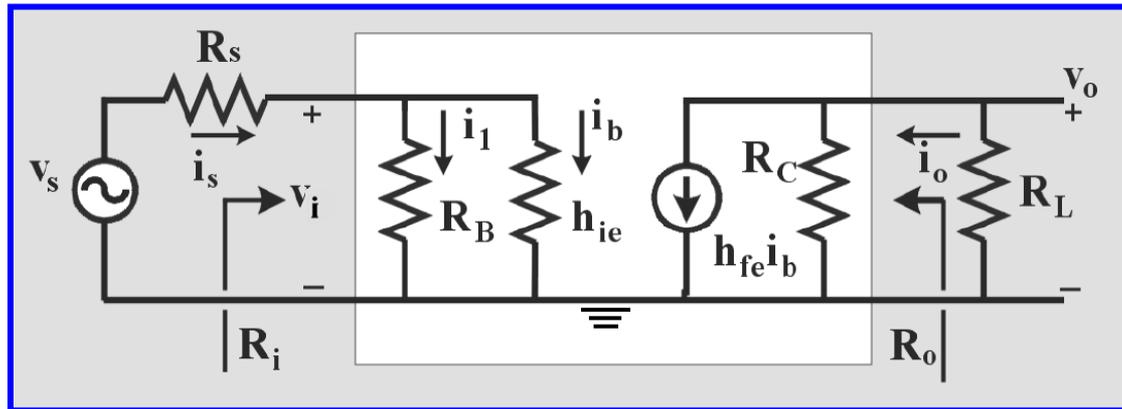
$$V_o = -\frac{h_{fe} R'_L}{h_{ie}} \frac{R_i}{R_s + R_i} V_s$$

$$R_i = \frac{V_i}{i_s} = \frac{V_i}{i_b + i_1} = \frac{V_i}{\frac{V_i}{h_{ie}} + \frac{V_i}{R_B}} = R_B \parallel h_{ie}$$

$$R_o = \frac{V_o}{i_o} |_{(v_i=0, R_L=\infty)} \Rightarrow R_o = R_C$$

$$A_{V_s} = \frac{V_o}{V_s} = -\frac{h_{fe} R'_L}{h_{ie}} \frac{R_i}{R_s + R_i}$$

Απλή βαθμίδα ενισχυτή κοινού εκπομπού



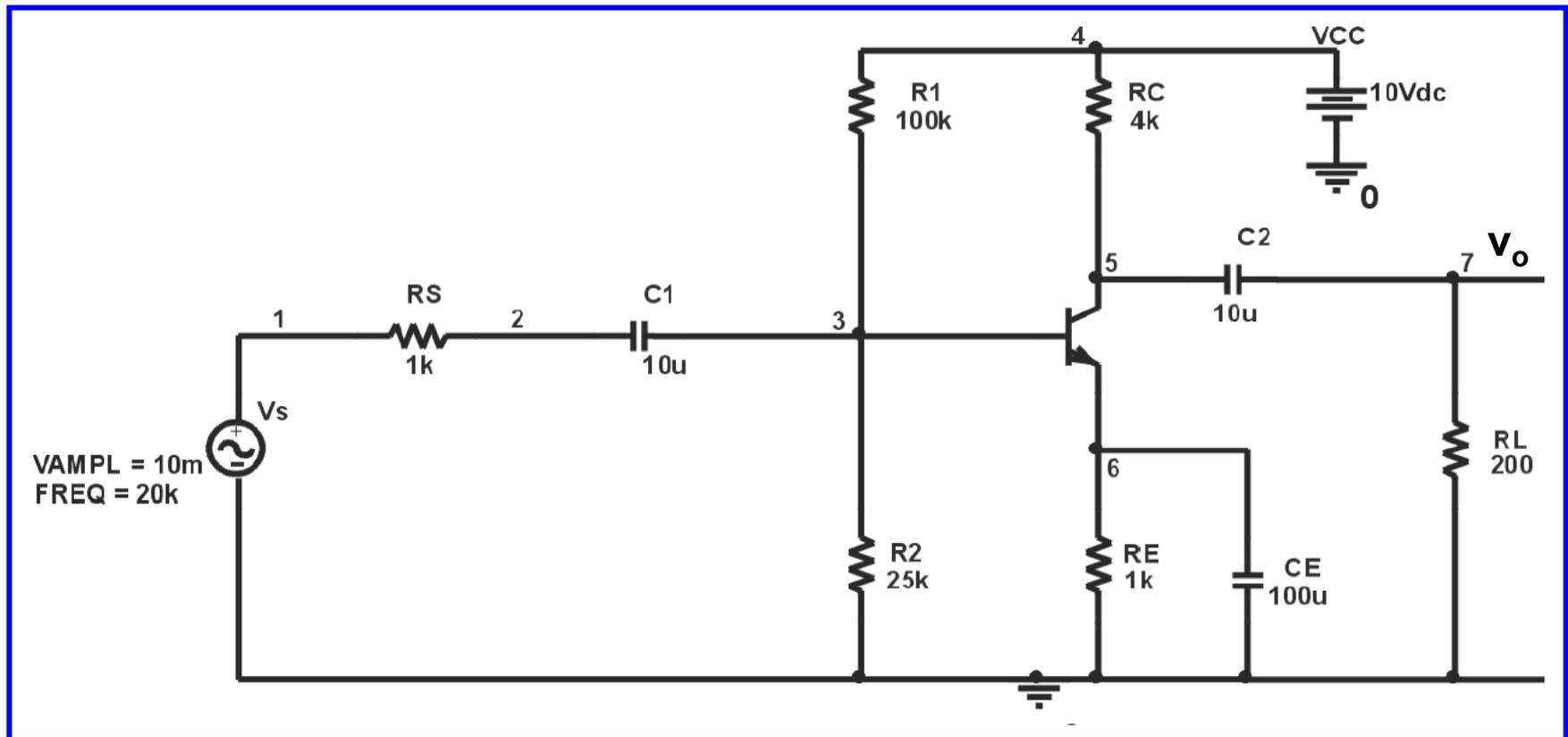
$$i_o = h_{fe} i_b \cdot \frac{R_C}{R_C + R_L} = h_{fe} \frac{R_C}{R_C + R_L} \cdot \frac{R_B}{h_{ie} + R_B} \cdot i_s$$

$$A_{iL} = \frac{i_o}{i_s} = h_{fe} \cdot \frac{R_C}{R_C + R_L} \cdot \frac{R_B}{R_B + h_{ie}}$$

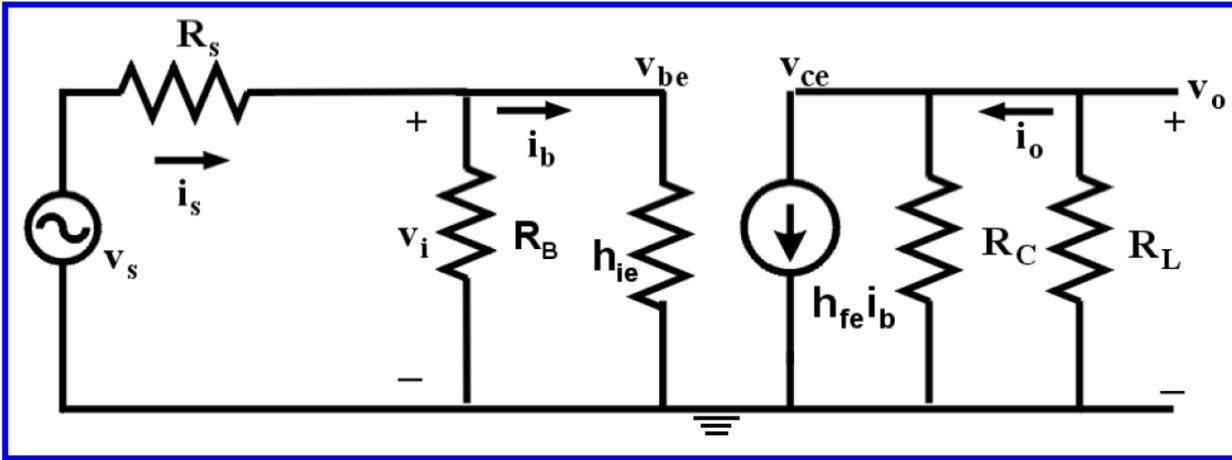
$$A_P = A_{vs} A_{iL} = \frac{h_{fe}^2 R'_L}{h_{ie}} \frac{R_i}{R_s + R_i} \frac{R_C}{R_C + R_L} \frac{R_B}{R_B + h_{ie}}$$

Παράδειγμα 4^ο: ενισχυτής κοινού εκπομπού

Δίνεται ο ενισχυτής του σχήματος με ημιτονική τάση εισόδου πλάτους 10 mV και συχνότητας 20 kHz. Για το διπολικό τρανζίστορ δίνονται $h_{fe} = 250$ και $h_{ie} = 4 \text{ k}\Omega$ και θεωρούμε ότι ο ενισχυτής λειτουργεί στην περιοχή μεσαίων συχνοτήτων (επομένως οι πυκνωτές λειτουργούν ως βραχυκυκλώματα). Θα προσδιορίσουμε το σήμα τάσης εξόδου σε σχέση με το σήμα που εφαρμόζεται στην είσοδο και θα σχεδιάσουμε τις 2 κυματομορφές για διάστημα μιας περιόδου.



Παράδειγμα 4^ο: ενισχυτής κοινού εκπομπού



$$R_B = R_1 \parallel R_2 = 20 \text{ k}\Omega$$
$$R'_L = R_C \parallel R_L = 0,19 \text{ k}\Omega$$

$$V_o = -h_{fe} i_b R'_L$$

$$i_b = \frac{V_i}{h_{ie}}$$

$$V_o = -\frac{h_{fe} R'_L}{h_{ie}} V_i$$

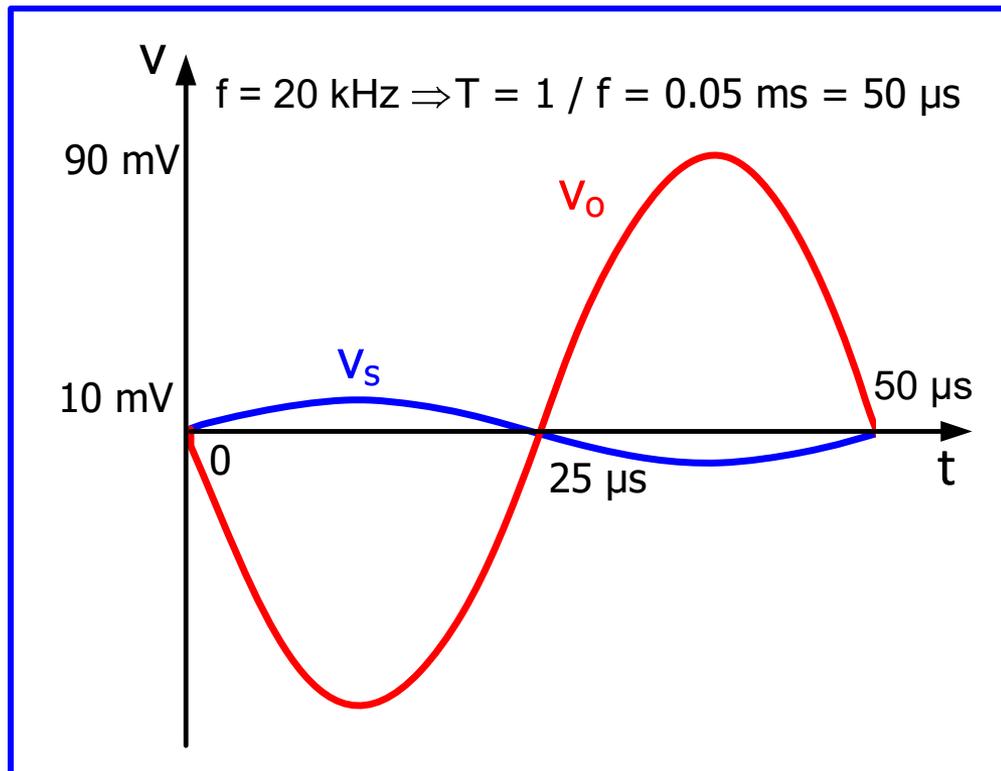
$$V_i = \frac{(R_B \parallel h_{ie})}{R_s + (R_B \parallel h_{ie})} V_s = 0,77 V_s$$

$$V_o = -\frac{h_{fe} R'_L}{h_{ie}} \cdot 0,77 V_s = -9,1 V_s$$

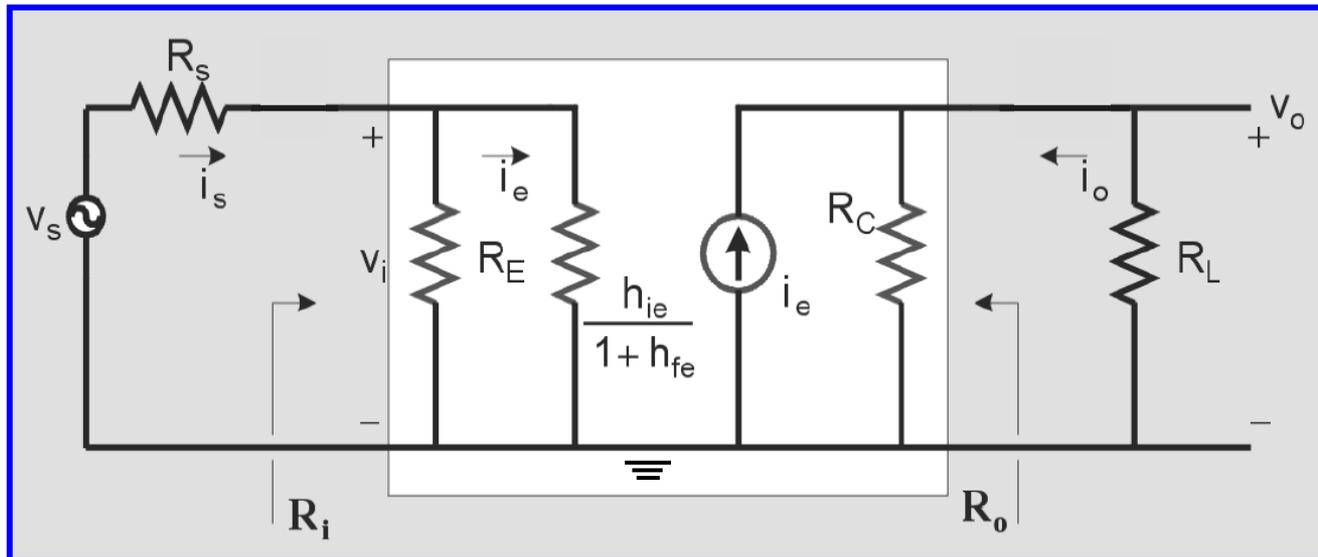
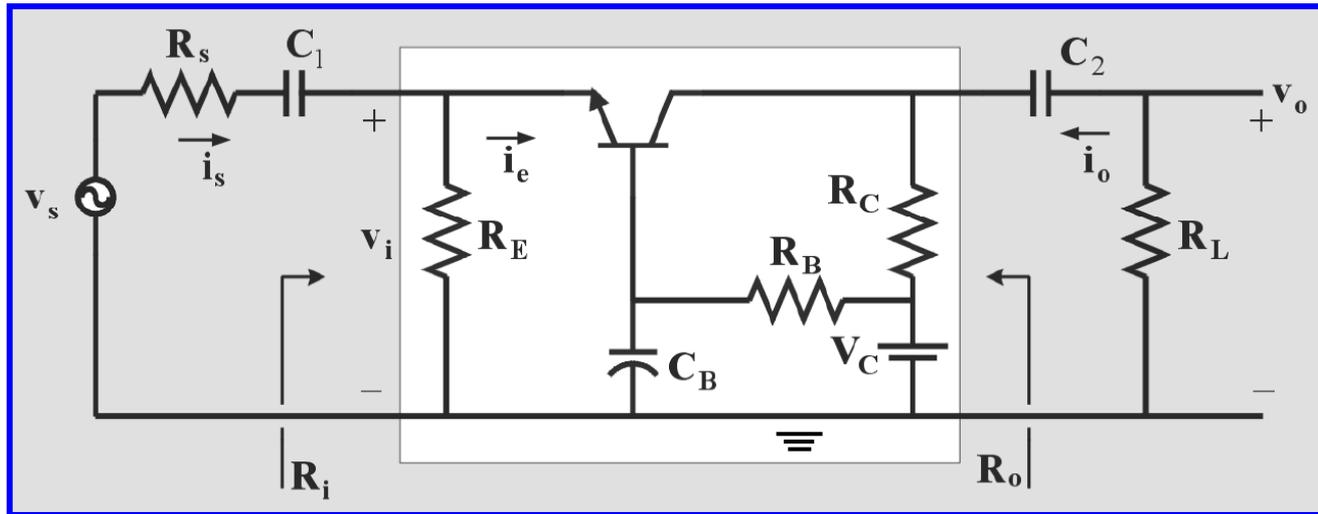
Παράδειγμα 4^ο: ενισχυτής κοινού εκπομπού

$$V_o = -\frac{h_{fe} R'_L}{h_{ie}} \cdot 0,77V_s = -9,1V_s$$

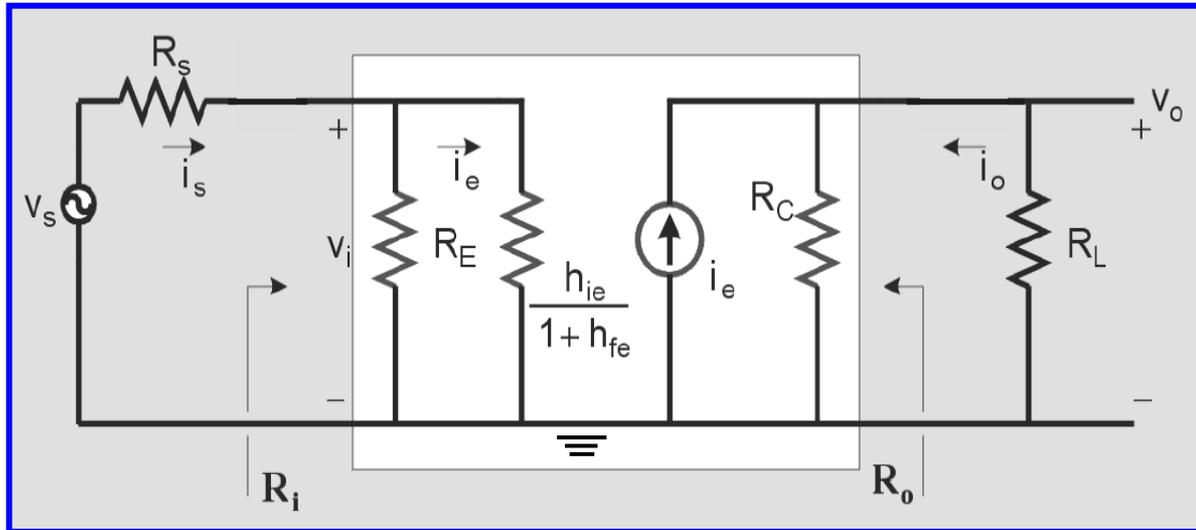
- Το μείον που προκύπτει στην ενίσχυση σημαίνει διαφορά φάσης 180°, μεταξύ του σήματος εισόδου και του σήματος εξόδου.
- Στην χάραξη των κυματομορφών είναι εμφανής η ενίσχυση του σήματος εισόδου κατά 9 φορές περίπου, καθώς επίσης και η διαφορά φάσης των 180°.



Απλή βαθμίδα ενισχυτή κοινής βάσης



Απλή βαθμίδα ενισχυτή κοινής βάσης



$$R'_L = R_C \parallel R_L$$

$$V_o = i_e \cdot R'_L$$

$$i_e = \frac{(1 + h_{fe})}{h_{ie}} V_i$$

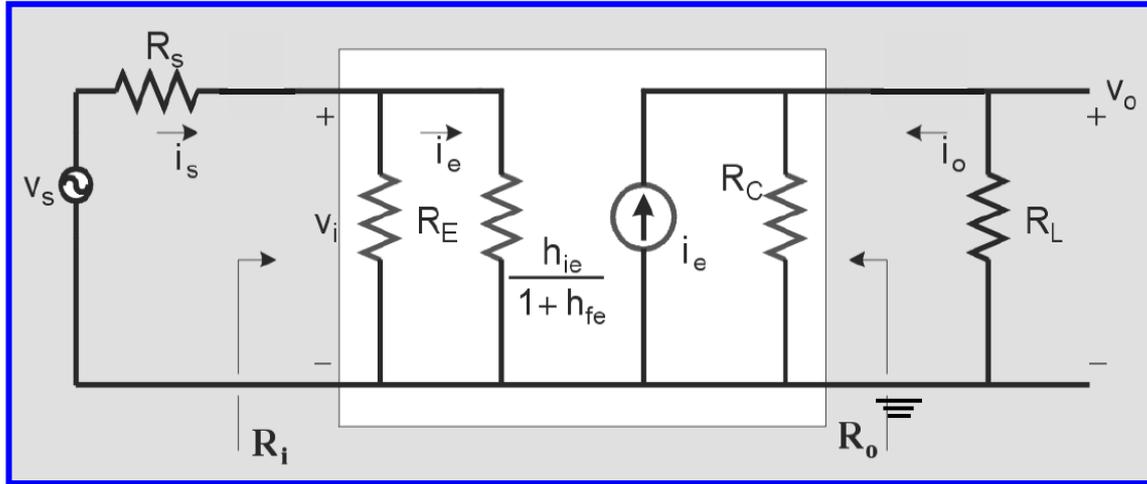
$$R_i = \frac{h_{ie}}{1 + h_{fe}} \parallel R_E \quad V_i = \frac{R_i}{R_s + R_i} V_s$$

$$A_{V_i} = \frac{V_o}{V_i} = \frac{(1 + h_{fe}) R'_L}{h_{ie}}$$

$$A_{V_s} = \frac{(1 + h_{fe}) R'_L}{h_{ie}} \frac{R_i}{R_s + R_i}$$

$$A_{V_o} = A_{V_i} \Big|_{R_L = \infty} = \frac{(1 + h_{fe}) R_C}{h_{ie}}$$

Απλή βαθμίδα ενισχυτή κοινής βάσης



$$R_i = \frac{V_i}{i_s} = R_E \parallel \left(\frac{h_{ie}}{1 + h_{fe}} \right) \approx \frac{h_{ie}}{1 + h_{fe}}$$

$$R_o = \frac{V_o}{i_o} \Big|_{R_L = \infty, v_i = 0} = R_C$$

$$A_{iL} = \frac{i_o}{i_s} = - \frac{\frac{R_C}{R_C + R_L} \cdot i_e}{i_s} = \frac{-R_C}{R_C + R_L} \cdot \frac{R_E}{\left(\frac{h_{ie}}{1 + h_{fe}} \right) + R_E}$$

$$|A_{iL}| < 1$$

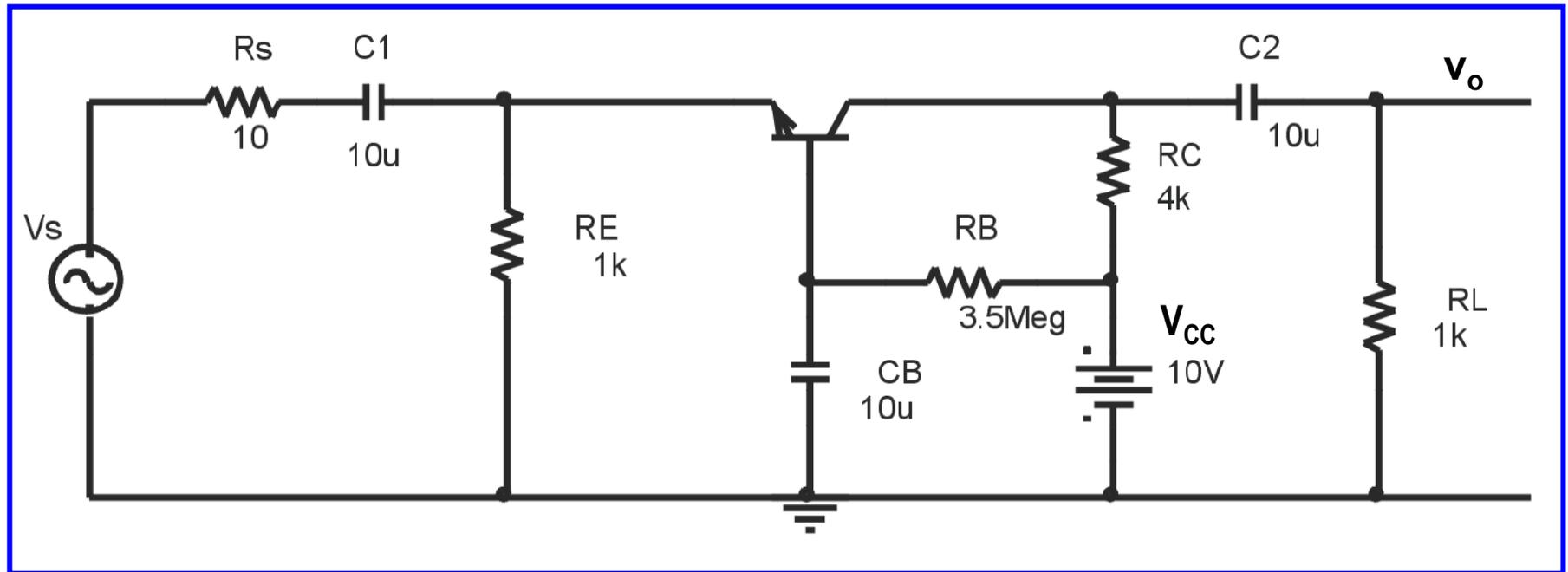
$$A_{i0} = A_{iL} \Big|_{R_L = 0} = \frac{-R_E}{\left(\frac{h_{ie}}{1 + h_{fe}} \right) + R_E}$$

$$|A_{i0}| \approx 1$$

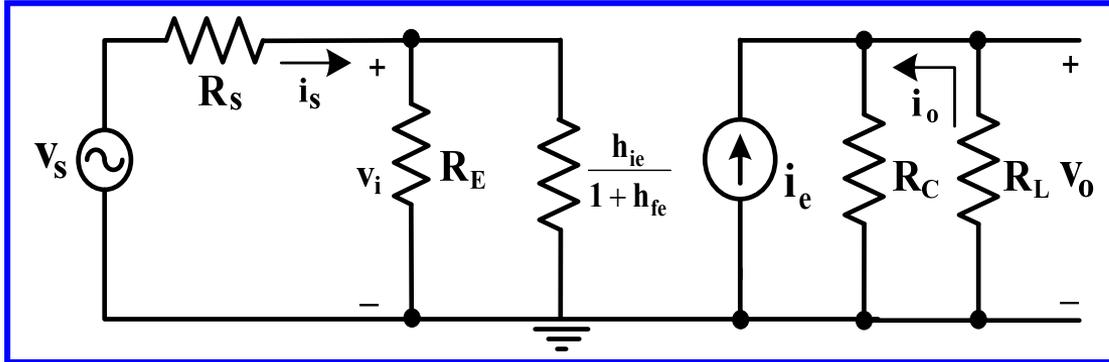
Μοναδιαία ενίσχυση
ρεύματος χωρίς
φορτίο

Παράδειγμα 5^ο: ενισχυτής κοινής βάσης

Δίνεται ο ενισχυτής του σχήματος με ημιτονική τάση εισόδου πλάτους 10 mV και συχνότητας 20 kHz. Για το τρανζίστορ ηρη δίνονται: $h_{fe} = 545$ και $h_{ie} = 11,9 \text{ k}\Omega$. Θεωρούμε ότι ο ενισχυτής λειτουργεί στην περιοχή μεσαίων συχνοτήτων. Θα προσδιορίσουμε το σήμα εξόδου σε σχέση με το σήμα που εφαρμόζεται στην είσοδο (δηλαδή, θα υπολογίσουμε την ενίσχυση τάσης A_{v_s}).



Παράδειγμα 5^ο: ενισχυτής κοινής βάσης



$$R'_L = R_C \parallel R_L = 800 \Omega$$

$$v_o = i_e R'_L = \frac{v_i}{\frac{h_{ie}}{1 + h_{fe}}} R'_L = 36.7 \cdot v_i$$

$$R_i = \frac{h_{ie}}{1 + h_{fe}} \parallel R_E \Rightarrow R_i = 21.3 \Omega$$

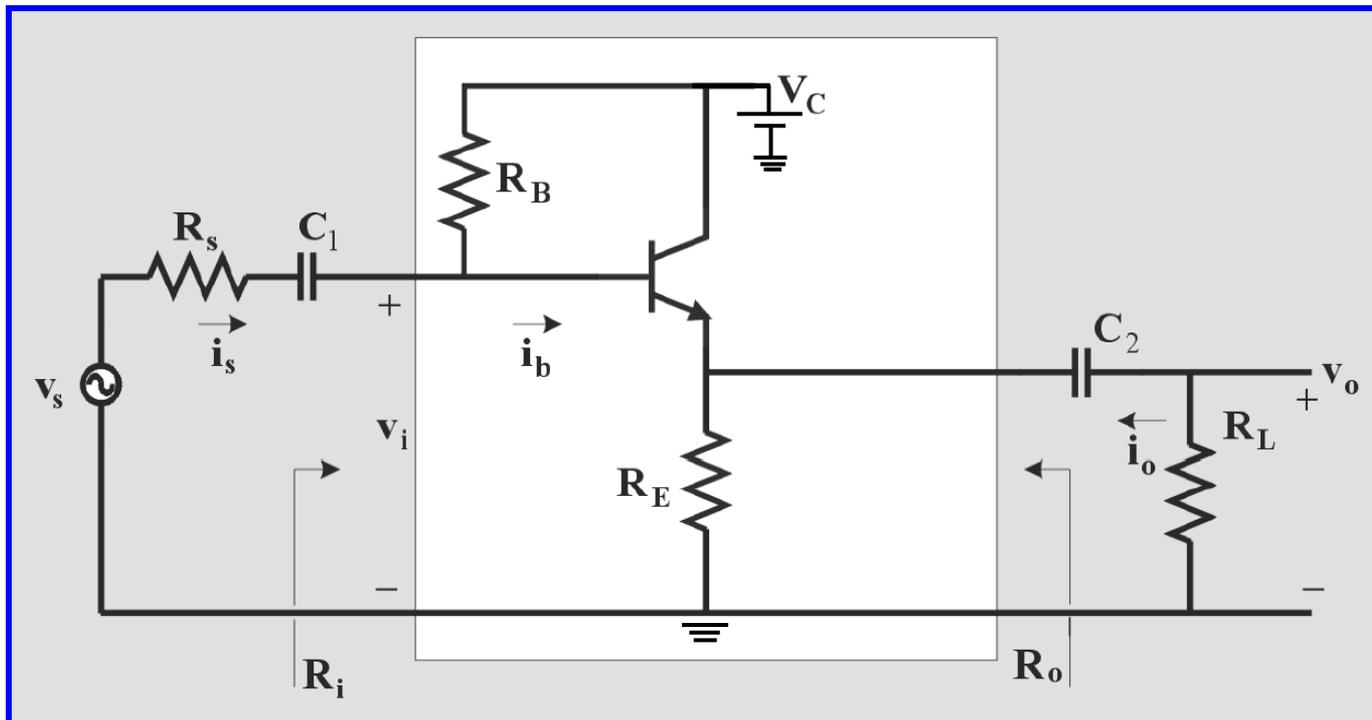
$$v_i = \frac{R_i}{R_s + R_i} v_s = \frac{21.3}{10 + 21.3} v_s \Rightarrow v_i = 0.68 \cdot v_s$$

$$v_o = 36.7 \cdot v_i \Rightarrow v_o = 36.7 \cdot 0.68 \cdot v_s \Rightarrow \frac{v_o}{v_s} = 24.95 \Rightarrow A_{vs} = \frac{v_o}{v_s} = 24.95$$

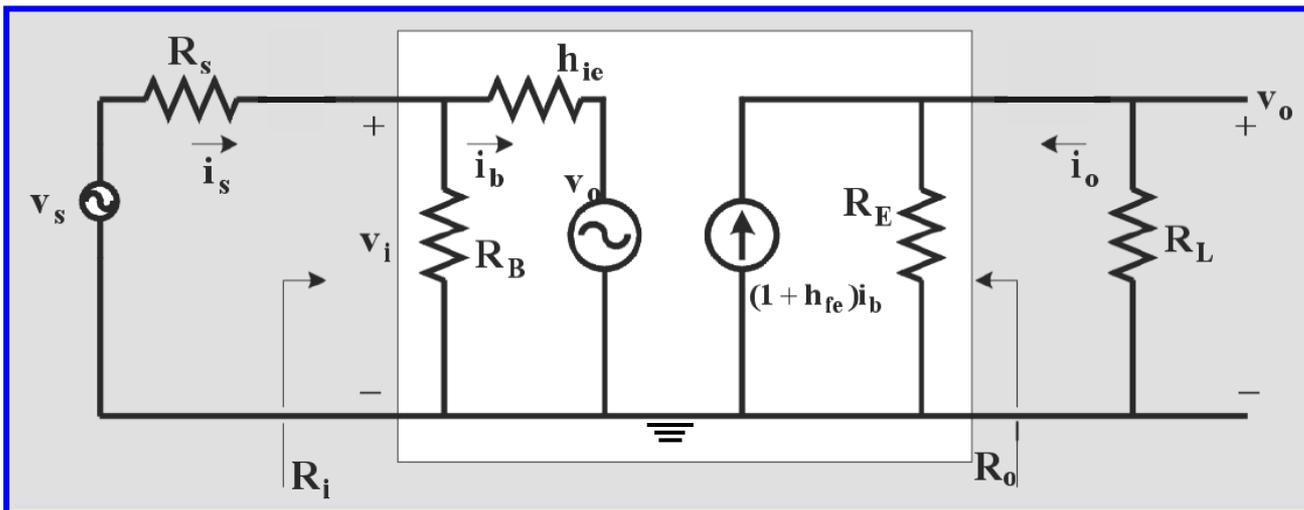
Επομένως, η **τάση εξόδου** παρουσιάζεται κατά 25 φορές **ενισχυμένη** σε σχέση με την εφαρμοζόμενη τάση εισόδου και **χωρίς διαφορά φάσης**.

Απλή βαθμίδα ενισχυτή κοινού συλλέκτη

- Η απλή βαθμίδα ενισχυτή κοινού συλλέκτη περιλαμβάνει ένα διπολικό τρανζίστορ σε σύνδεση κοινού συλλέκτη και αναφέρεται ως **ακολουθητής** ή **ακόλουθος εκπομπού**, αφού η τάση στον ακροδέκτη εκπομπού ακολουθεί την τάση εισόδου.
- Τα κύρια χαρακτηριστικά του ενισχυτή αυτού είναι η μεγάλη αντίσταση εισόδου, η μικρή αντίσταση εξόδου και η περίπου **μοναδιαία ενίσχυση τάσης**, που τον καθιστά εύχρηστο ως **απομονωτή τάσης (buffer)**.



Απλή βαθμίδα ενισχυτή κοινού συλλέκτη



$$R'_L = R_E \parallel R_L$$

$$v_o = (1 + h_{fe}) i_b R'_L$$

$$i_b = \frac{v_i - v_o}{h_{ie}}$$

$$v_o = \frac{(1 + h_{fe})R'_L}{h_{ie}} v_i - \frac{(1 + h_{fe})R'_L}{h_{ie}} v_o$$

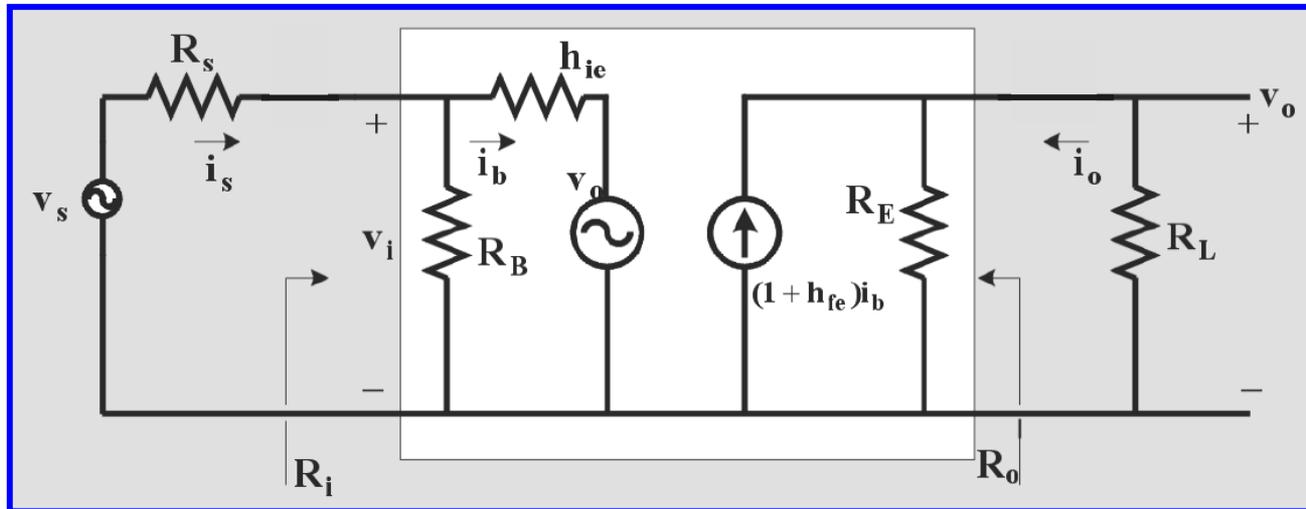
$$A_{v_o} = A_{v_i} \Big|_{R_L = \infty} = \frac{(1 + h_{fe})R_E}{h_{ie} + (1 + h_{fe})R_E} \approx 1$$

$$A_{v_i} = \frac{v_o}{v_i} = \frac{(1 + h_{fe})R'_L}{h_{ie} + (1 + h_{fe})R'_L}$$

$$A_{v_s} = \frac{v_o}{v_s} = \frac{(1 + h_{fe})R'_L}{h_{ie} + (1 + h_{fe})R'_L} \frac{R_i}{R_i + R_s} < 1$$

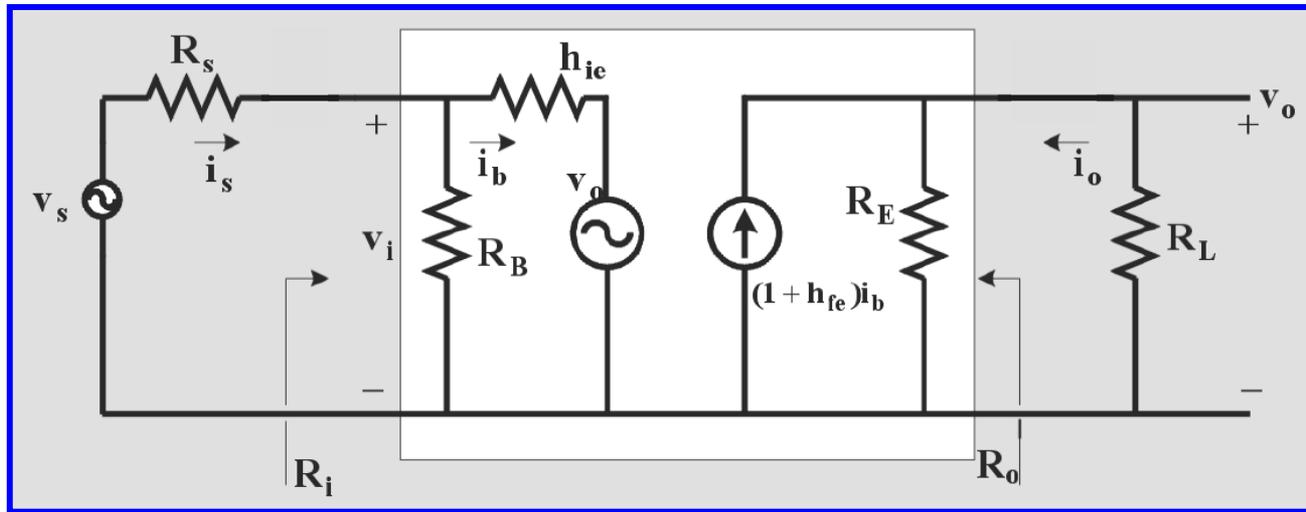
Η παρουσία της v_o στο κύκλωμα εισόδου, που σημαίνει **ανατροφοδότηση** της εξόδου στην είσοδο, επιδρά έτσι ώστε η ενίσχυση τάσης (χωρίς φορτίο) να είναι μοναδιαία.

Απλή βαθμίδα ενισχυτή κοινού συλλέκτη



$$i_b = \frac{v_i - v_o}{h_{ie}} = \frac{R_B(i_s - i_b) - (1 + h_{fe})i_b R'_L}{h_{ie}} = \frac{R_B i_s - [R_B + (1 + h_{fe})R'_L]i_b}{h_{ie}}$$
$$\Rightarrow i_b = \frac{R_B}{h_{ie} + R_B + (1 + h_{fe})R'_L} i_s$$

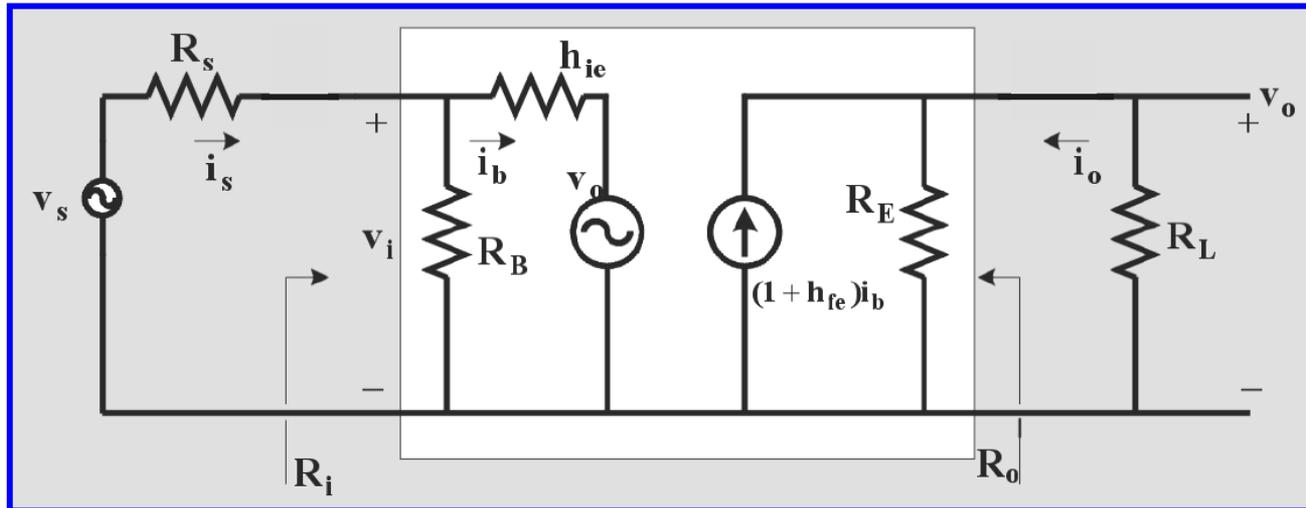
Απλή βαθμίδα ενισχυτή κοινού συλλέκτη



$$R_i = \frac{v_i}{i_i} = \frac{v_i}{i_s} = \frac{v_{h_{ie}} + v_o}{i_s} = \frac{h_{ie}i_b + (1 + h_{fe})i_b R'_L}{i_s} = \frac{[h_{ie} + (1 + h_{fe})R'_L]i_b}{i_s}$$

$$R_i = \frac{[h_{ie} + (1 + h_{fe})R'_L] \frac{R_B}{h_{ie} + R_B + (1 + h_{fe})R'_L} i_s}{i_s} = \frac{[h_{ie} + (1 + h_{fe})R'_L]R_B}{h_{ie} + (1 + h_{fe})R'_L + R_B}$$

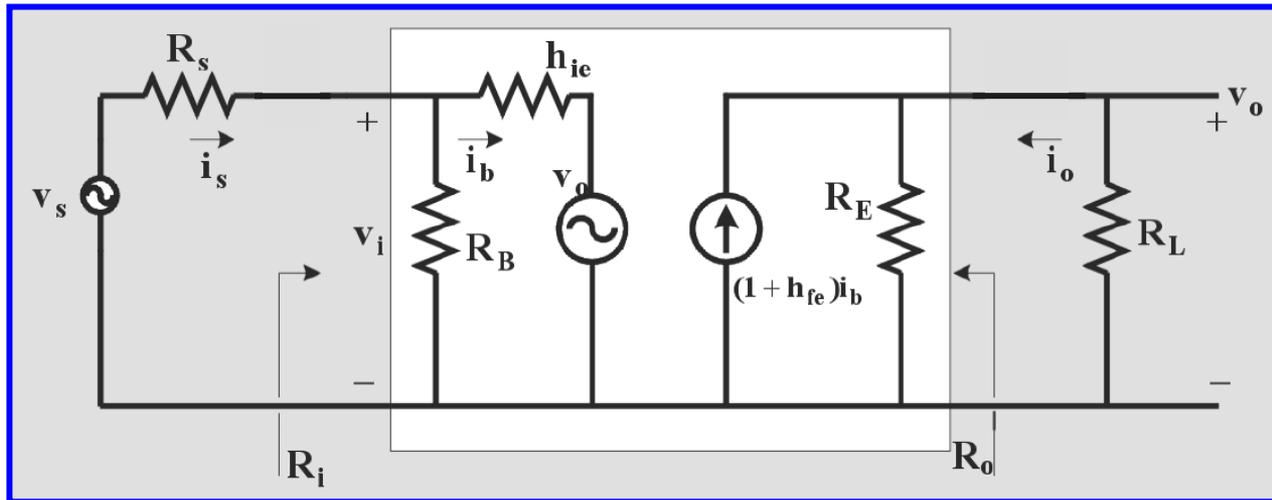
Απλή βαθμίδα ενισχυτή κοινού συλλέκτη



$$R_o = \frac{v_o}{i_o} \Big|_{v_i=0, R_L=\infty} = \frac{v_o}{i_{R_E} - (1 + h_{fe})i_b} = \frac{v_o}{\frac{v_o}{R_E} - (1 + h_{fe})\frac{(-v_o)}{h_{ie}}}$$

$$R_o = \frac{1}{\frac{1}{R_E} + \frac{1 + h_{fe}}{h_{ie}}} = \frac{R_E \frac{h_{ie}}{1 + h_{fe}}}{R_E + \frac{h_{ie}}{1 + h_{fe}}}$$

Απλή βαθμίδα ενισχυτή κοινού συλλέκτη



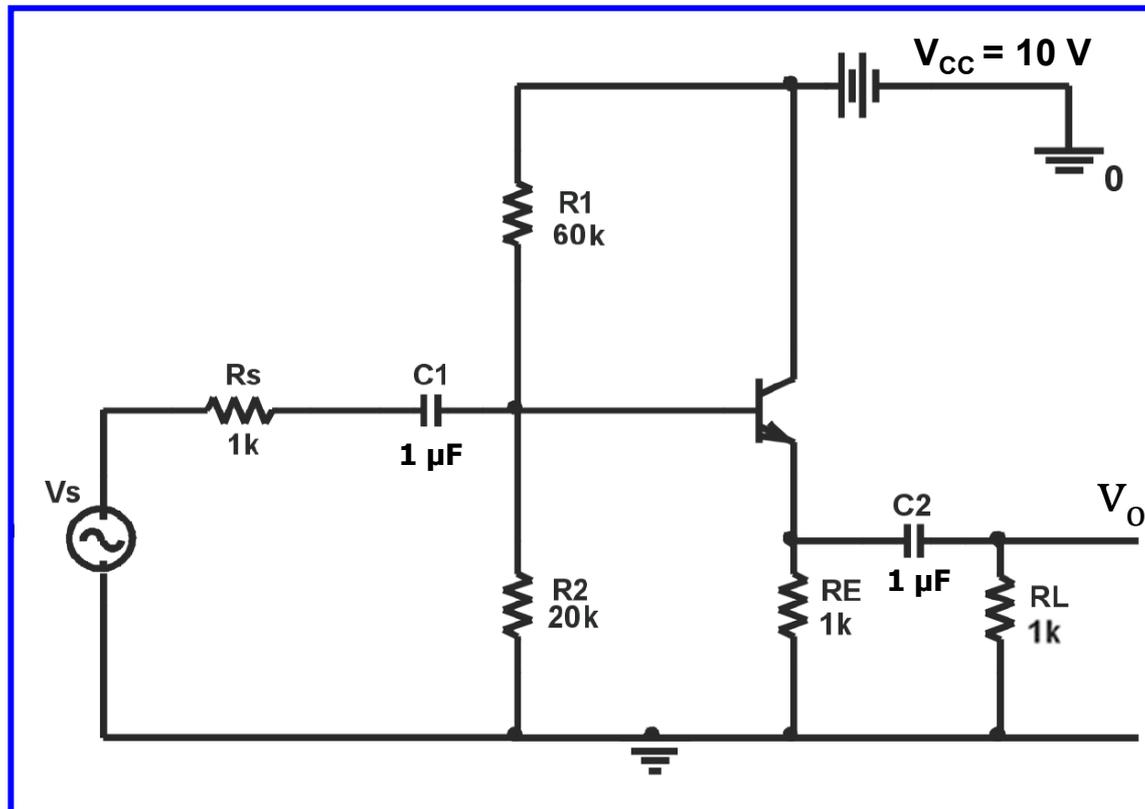
$$i_o = -(1 + h_{fe})i_b \frac{R_E}{R_E + R_L} = \frac{-(1 + h_{fe})R_E R_B}{(R_E + R_L)[h_{ie} + R_B + (1 + h_{fe})R'_L]} i_s$$

$$A_{iL} = \frac{i_o}{i_s} = \frac{-(1 + h_{fe})R_E R_B}{(R_E + R_L)[h_{ie} + R_B + (1 + h_{fe})R'_L]}$$

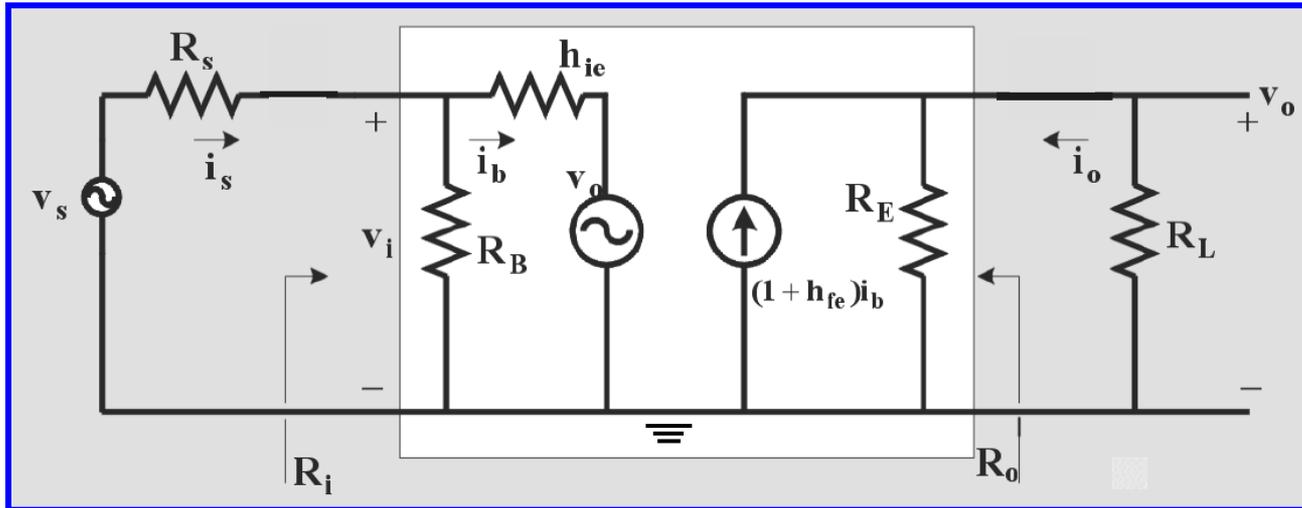
$$A_{i_o} = \frac{i_o}{i_s |_{R_L=0}} = \frac{-(1 + h_{fe})R_E R_B}{(R_E + R_L)[h_{ie} + R_B + (1 + h_{fe})R_E]}$$

Παράδειγμα 6^ο: ενισχυτής κοινού συλλέκτη

Δίνεται ο ενισχυτής του σχήματος με πηγή ημιτονικής τάσης πλάτους 10 mV και συχνότητας 20 kHz. Για το τρανζίστορ δίνονται: $h_{fe} = 350$, $h_{ie} = 2 \text{ k}\Omega$. Θεωρούμε ότι ο ενισχυτής λειτουργεί στην περιοχή μεσαίων συχνοτήτων. Θα υπολογίσουμε την ενίσχυση τάσης $A_{vs} = v_o / v_s$, και την αντίσταση εισόδου R_i και θα σχεδιάσουμε τις κυματομορφές των τάσεων εισόδου και εξόδου για διάστημα μιας περιόδου.



Παράδειγμα 6^ο: ενισχυτής κοινού συλλέκτη



$$R_B = R_1 \parallel R_2 = 15 \text{ k}\Omega$$

$$R'_L = R_E \parallel R_L = 0.5 \text{ k}\Omega$$

$$v_o = (1 + h_{fe}) \cdot i_b \cdot R'_L = 351 \cdot 0.5 \cdot 10^3 \cdot i_b \Rightarrow v_o = 175.5 \cdot 10^3 \cdot i_b \quad i_b = \frac{v_i - v_o}{h_{ie}} \Rightarrow i_b = \frac{v_i - v_o}{2 \cdot 10^3}$$

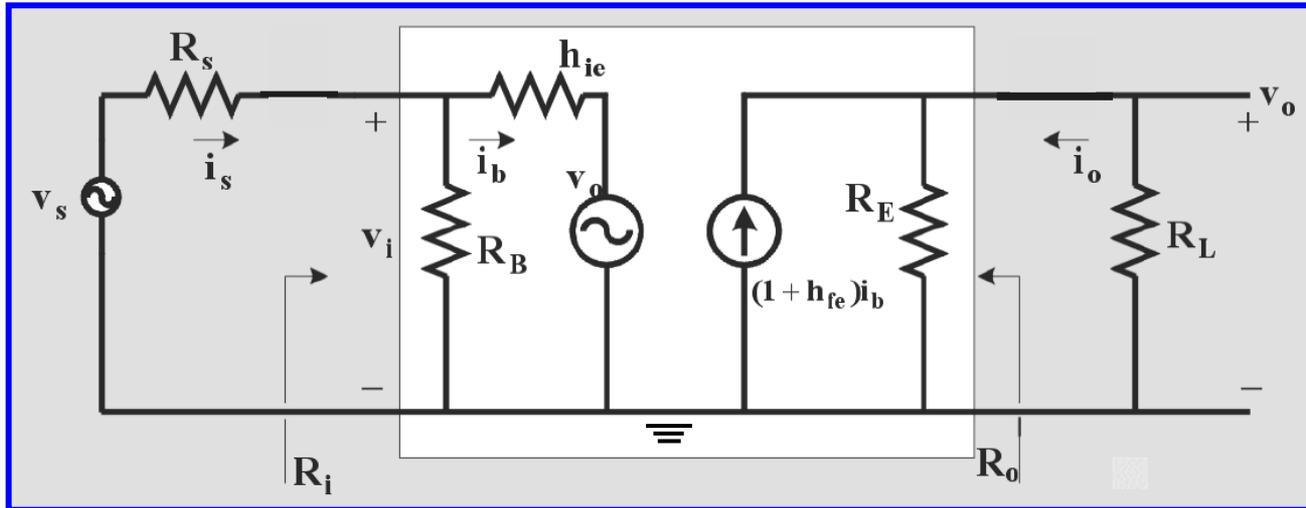
$$v_o = 175.5 \cdot 10^3 \cdot i_b \Rightarrow v_o = 175.5 \cdot 10^3 \cdot \frac{v_i - v_o}{2 \cdot 10^3} \Rightarrow v_o = 87.75 \cdot (v_i - v_o) \Rightarrow$$

$$88.75 \cdot v_o = 87.75 \cdot v_i \Rightarrow v_o = 0.989 \cdot v_i$$

$$i_b = \frac{v_i - v_o}{h_{ie}} = \frac{R_B(i_s - i_b) - (1 + h_{fe})i_b R'_L}{h_{ie}} = \frac{R_B i_s - [R_B - (1 + h_{fe})R'_L]i_b}{h_{ie}}$$

$$\Rightarrow i_b = \frac{R_B}{h_{ie} + R_B + (1 + h_{fe})R'_L} i_s \Rightarrow i_b = 0.078 \cdot i_s$$

Παράδειγμα 6^ο: ενισχυτής κοινού συλλέκτη



$$R_i = \frac{v_i}{i_i} = \frac{v_i}{i_s} = \frac{v_{h_{ie}} + v_o}{i_s} = \frac{h_{ie}i_b + (1 + h_{fe})i_b R'_L}{i_s} = \frac{[h_{ie} + (1 + h_{fe})R'_L]i_b}{i_s}$$

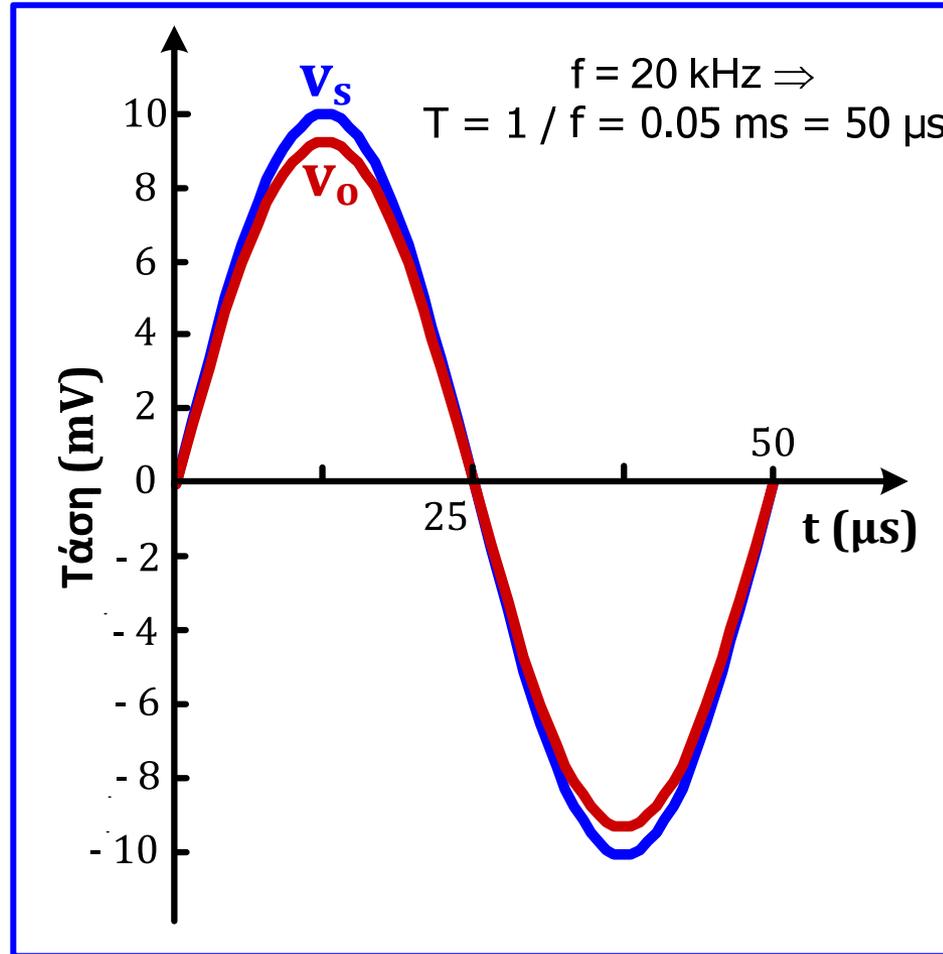
$$\Rightarrow R_i = (177.5 \cdot 0.078 \cdot i_s) / i_s \Rightarrow R_i = 13.83 \text{ k}\Omega$$

$$v_o = 0.989 \cdot v_i \Rightarrow v_o = 0.989 \cdot [R_i / (R_i + R_s)] \cdot v_s$$

$$\Rightarrow v_o = 0.989 \cdot [13.85 / (13.85 + 1)] \cdot v_s \Rightarrow A_{vs} = v_o / v_s = 0.922$$

Μικρή
εξασθένηση
τάσης

Παράδειγμα 6^ο: ενισχυτής κοινού συλλέκτη



Η τάση εξόδου παρουσιάζεται ελαφρώς εξασθενημένη σε σχέση με την εφαρμοζόμενη τάση εισόδου και χωρίς διαφορά φάσης.

Χαρακτηριστικά μεγέθη ενισχυτών απλής βαθμίδας

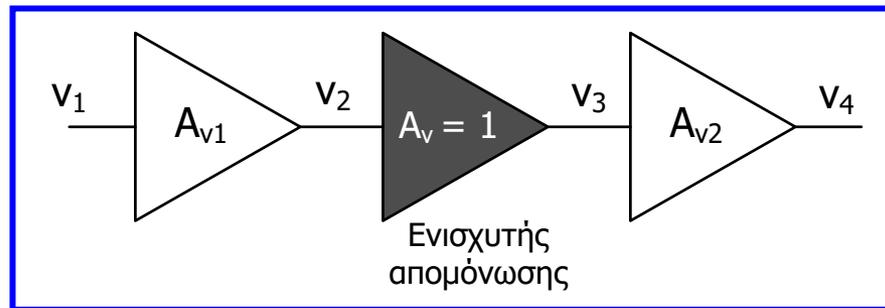
- **Απλή βαθμίδα ενισχυτή κοινού εκπομπού (ΚΕ):**
 - ✓ Ενίσχυση τάσης και ρεύματος, οπότε και ενίσχυση ισχύος
 - ✓ Μεγάλες αντιστάσεις εισόδου και εξόδου
- **Απλή βαθμίδα ενισχυτή κοινής βάσης (ΚΒ):**
 - ✓ Ενίσχυση τάσης
 - ✓ Μοναδιαία ενίσχυση ρεύματος
 - ✓ Μικρή αντίσταση εισόδου
 - ✓ Μεγάλη αντίσταση εξόδου
- **Απλή βαθμίδα ενισχυτή κοινού συλλέκτη (ΚΣ):**
 - ✓ Μοναδιαία ενίσχυση τάσης
 - ✓ Ενίσχυση ρεύματος
 - ✓ Μεγάλη αντίσταση εισόδου
 - ✓ Μικρή αντίσταση εξόδου

Χαρακτηριστικά μεγέθη ενισχυτών απλής βαθμίδας

- Όταν ένας ενισχυτής παρεμβάλλεται μεταξύ μιας πηγής και ενός φορτίου ή όταν παρεμβάλλεται μεταξύ δύο άλλων βαθμίδων, η **αντίσταση εισόδου** έχει το ρόλο αντίστασης φορτίου για τη βαθμίδα που προηγείται και η **αντίσταση εξόδου** έχει το ρόλο αντίστασης πηγής για τη βαθμίδα που ακολουθεί.
- Μερικές φορές σχηματίζεται η εντύπωση ότι οι παράγοντες ενίσχυσης έχουν τον κυρίαρχο ρόλο σε έναν ενισχυτή.
- Ωστόσο, οι **αντιστάσεις εισόδου** και **εξόδου** (όπως είδαμε κατά τον καθορισμό των ενισχύσεων στις τρεις συνδέσεις ενισχυτών απλής βαθμίδας) συχνά **επηρεάζουν** την **ενίσχυση** και γενικότερα τη **λειτουργία** ενός **ενισχυτή**.
- Για παράδειγμα εάν σε μία εφαρμογή επιδιώκουμε την απομόνωση μεταξύ δύο βαθμίδων με **παρεμβολή ενισχυτή απομόνωσης (buffer)** ώστε να μην υπάρχει επίδραση της μίας βαθμίδας επί της άλλης, τότε ο ρόλος των αντιστάσεων εισόδου και εξόδου είναι καθοριστικός.

Ενισχυτές απομόνωσης

- Η συμπεριφορά των ενισχυτών απομόνωσης προσεγγίζεται από έναν **ενισχυτή κοινού συλλέκτη**, ο οποίος παρουσιάζει περίπου **μοναδιαία ενίσχυση τάσης**, με αποτέλεσμα η συνάρτηση μεταφοράς του συνολικού κυκλώματος να ισούται με το γινόμενο των συναρτήσεων μεταφοράς των επιμέρους κυκλωμάτων.

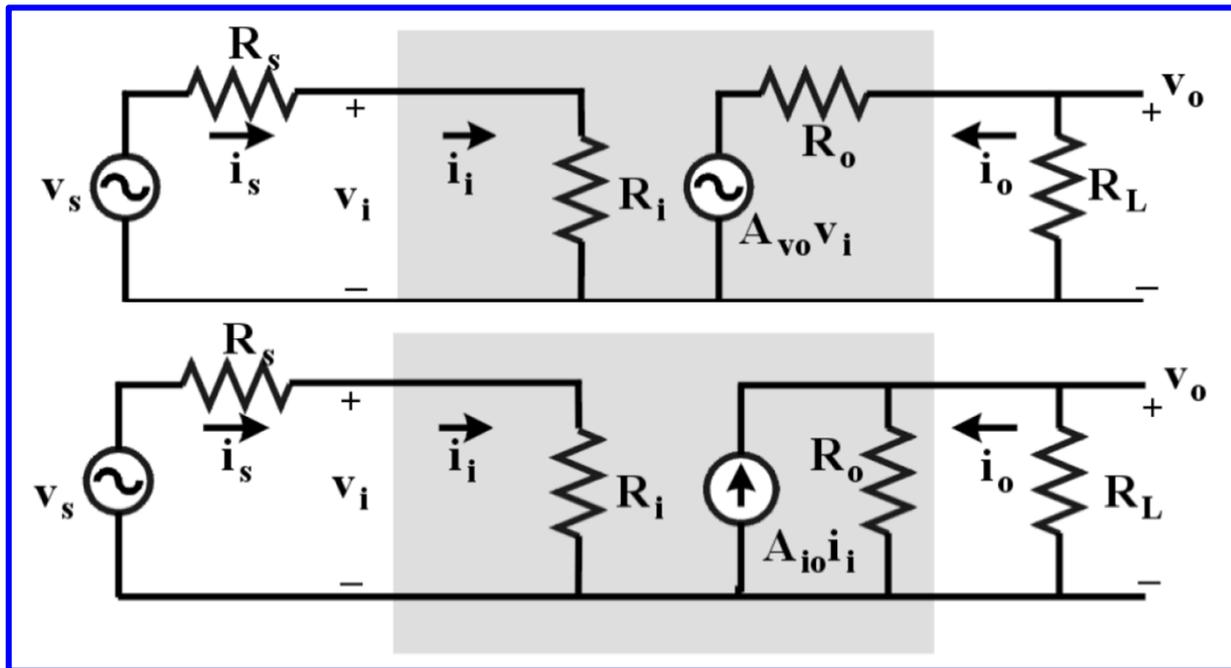


$$\frac{v_4}{v_1} = \frac{v_4}{v_3} \cdot \frac{v_3}{v_2} \cdot \frac{v_2}{v_1} = A_{v2} \cdot A_v \cdot A_{v1} = A_{v1} \cdot A_{v2}$$

- Λόγω της μεγάλης αντίστασης εισόδου, ο ενισχυτής απομόνωσης δεν «φορτώνει» την προηγούμενη βαθμίδα, αφού «τραβάει» πολύ λίγο ρεύμα εισόδου και επίσης η τάση εξόδου του ενισχυτή απομόνωσης δεν επηρεάζεται από το φορτίο που θα του συνδεθεί (δηλ. από την επόμενη βαθμίδα) λόγω της πολύ μικρής αντίστασης εξόδου του.

Οι ενισχυτές ως ελεγχόμενες πηγές

- Μετά τον προσδιορισμό των ενισχύσεων τάσης, ρεύματος και των αντιστάσεων εισόδου και εξόδου, **οι ενισχυτές (ΚΕ, ΚΒ, ΚΣ) μπορούν να θεωρηθούν ως ελεγχόμενες πηγές**, που περιγράφονται πλήρως όταν είναι γνωστές οι **ενισχύσεις τάσης ή ρεύματος, η αντίσταση εισόδου και η αντίσταση εξόδου**.

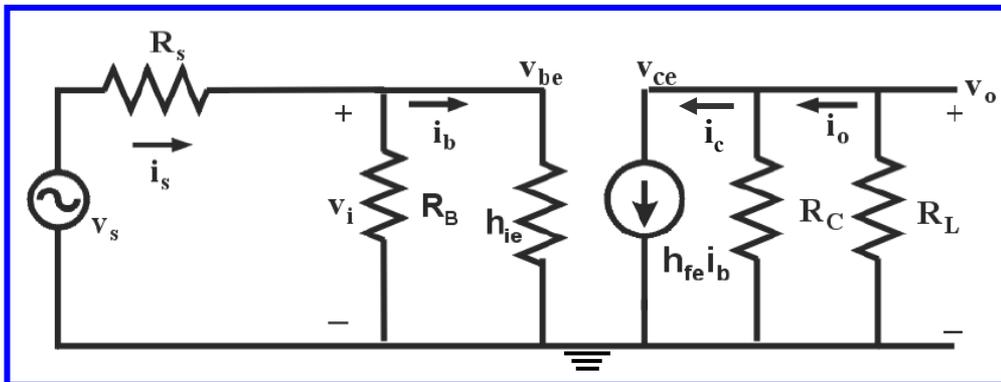


- Η θεώρηση αυτή είναι ιδιαίτερα χρήσιμη για τη μελέτη ενισχυτών πολλών βαθμίδων, όπου η λεπτομερής ανάλυση δεν μας εξυπηρετεί, καθώς επίσης και για την μελέτη των ενισχυτών στις χαμηλές και στις υψηλές συχνότητες.

Γραμμή φορτίου ενισχυτή στο εναλλασσόμενο

- Η γραμμή φορτίου (ή ευθεία φόρτου) στο συνεχές είναι η γραφική παράσταση του 2^{ου} κανόνα Kirchhoff στο βρόχο εξόδου του κυκλώματος στο συνεχές.
- Η **γραμμή φορτίου** (ή **ευθεία φόρτου**) στο **εναλλασσόμενο** προκύπτει με όμοιο τρόπο από τον βρόχο εξόδου του ισοδύναμου κυκλώματος μικρού σήματος.
- Υπενθυμίζεται ότι με κεφαλαία γράμματα και δείκτες (π.χ. I_C) συμβολίζονται οι τιμές ηρεμίας, με μικρά γράμματα και δείκτες οι τιμές των μεταβολών μικρού σήματος (π.χ. i_c), ενώ με μικρά γράμματα και κεφαλαίους δείκτες οι ολικές στιγμιαίες τιμές (π.χ. i_C).

Ισοδύναμο κύκλωμα ενισχυτή κοινού εκπομπού



$$R'_L = R_C \parallel R_L$$

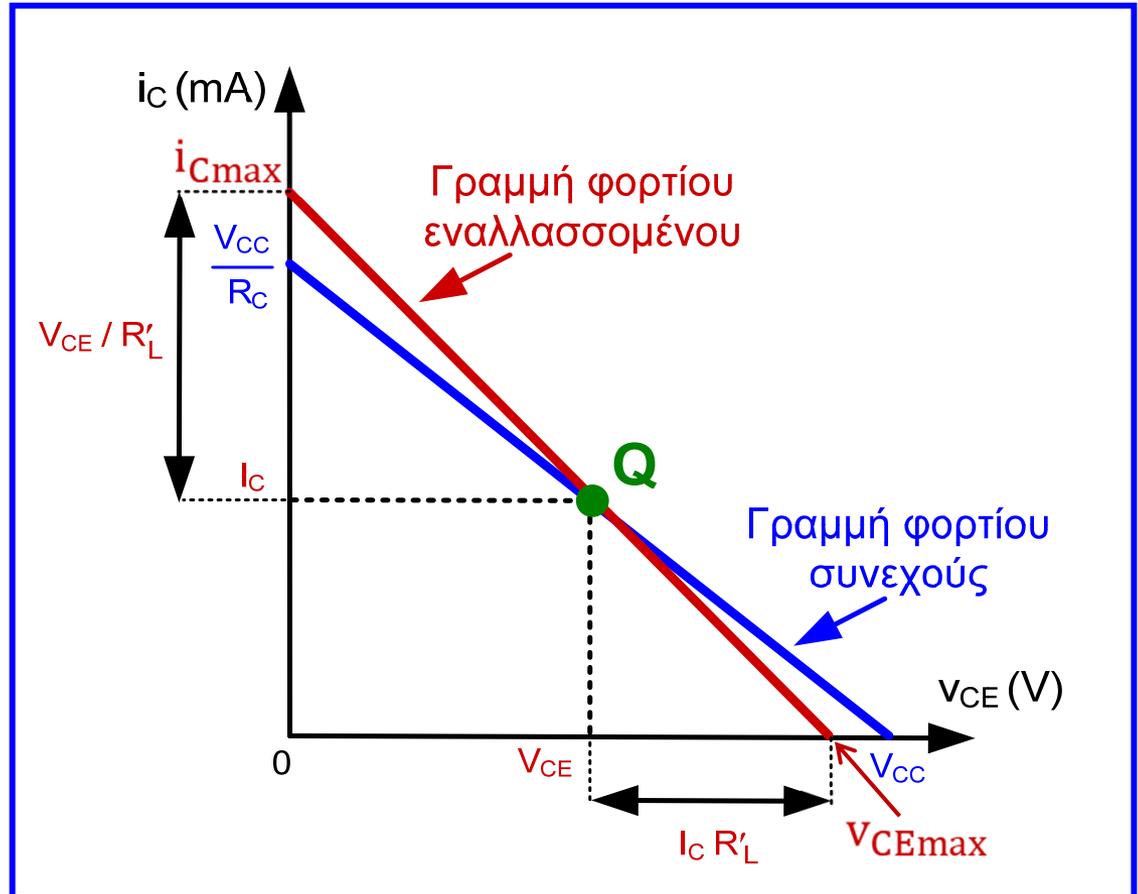
$$v_o = v_{ce} = -i_c R'_L \Rightarrow$$
$$V_{CE} - V_{CE} = -(i_c - I_C) R'_L \Rightarrow$$
$$i_c = -\frac{1}{R'_L} v_{CE} + \frac{V_{CE}}{R'_L} + I_C$$

Γραμμή φορτίου ενισχυτή στο εναλλασσόμενο

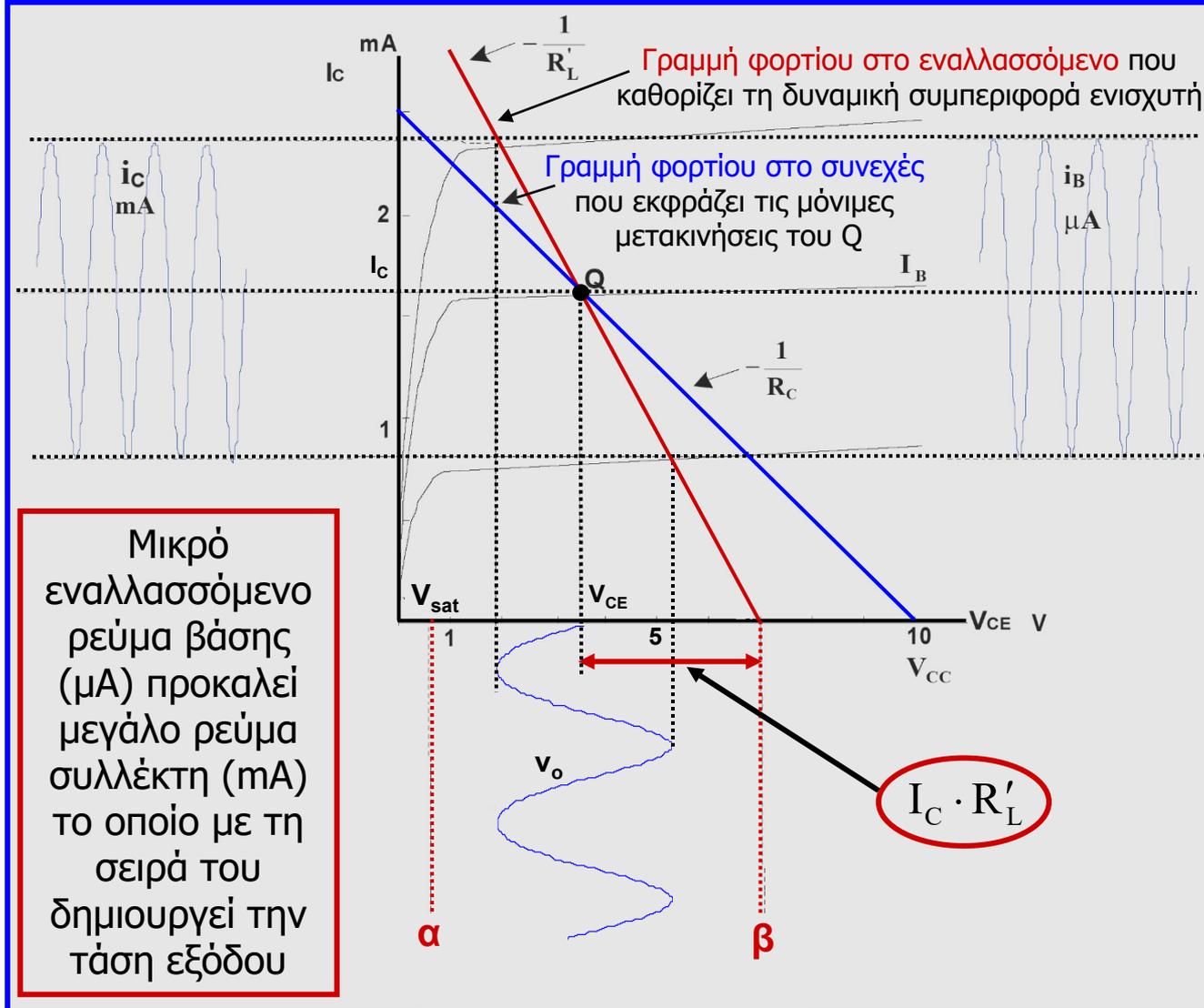
Η γραμμή φορτίου στο εναλλασσόμενο έχει κλίση $(-1/R'_L)$ και διέρχεται από το σημείο λειτουργίας (Q):

$$i_C = -\frac{1}{R'_L} v_{CE} + \frac{V_{CE}}{R'_L} + I_C$$

$$i_C = 0 \Rightarrow v_{CE_{\max}} = V_{CE} + I_C R'_L$$
$$v_{CE} = 0 \Rightarrow i_{C_{\max}} = I_C + \frac{V_{CE}}{R'_L}$$



Γραμμή φορτίου ενισχυτή στο εναλλασσόμενο



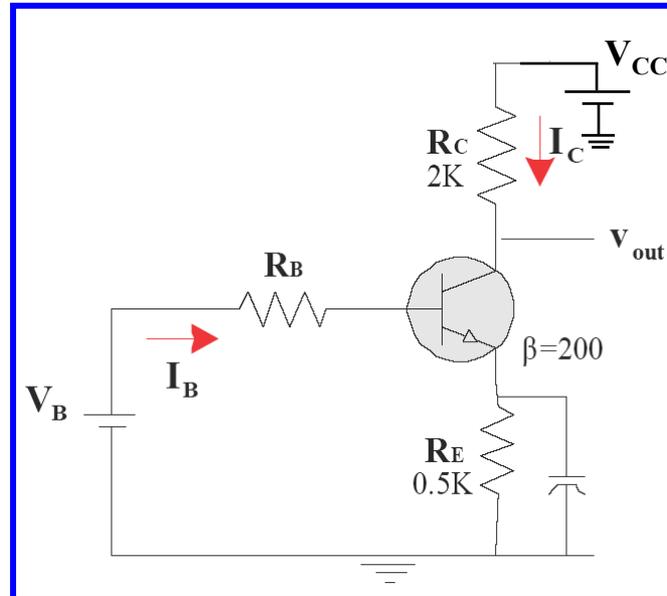
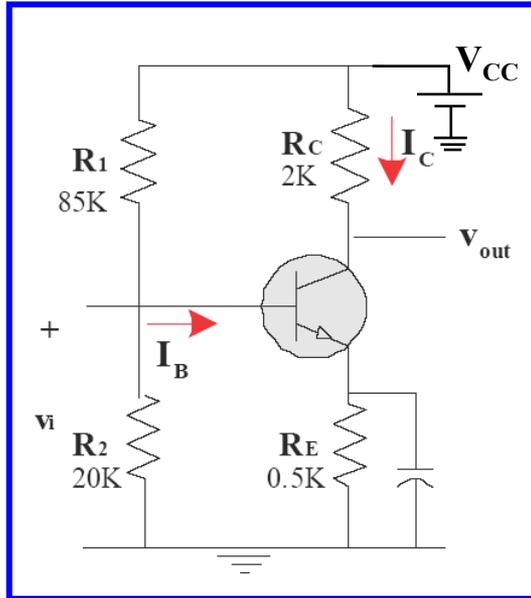
Οι 2 γραμμές φορτίου συναντώνται στο Q του τρανζίστορ και καθορίζουν τη διαδρομή της v_o

Η μέγιστη διαδρομή της v_o καθορίζεται από το όριο α (V_{sat}) και το όριο β (τέρμα γραμμής φορτίου στο εναλλασσόμενο). Πέρα από αυτά τα όρια εμφανίζεται ψαλιδισμός της v_o

Για συμμετρική λειτουργία της v_o και αξιοποίηση όλης της περιοχής, θα πρέπει το Q να τίθεται στη μέση των ορίων

Παράδειγμα 7^ο: γραμμές φορτίου (dc, ac)

Για τον ενισχυτή του σχήματος θα προσδιορίσουμε το σημείο λειτουργίας του τρανζίστορ, τις γραμμές φορτίου στο συνεχές και στο εναλλασσόμενο και θα καθορίσουμε τα όρια της μέγιστης διαδρομής της τάσης εξόδου. Δίνονται: $\beta = 200$, $V_{CC} = 10\text{ V}$, $V_{BE} = 0,73\text{ V}$, $V_{sat} = 300\text{ mV}$.



$$R_B = R_1 \parallel R_2 = 16.2\text{ k}\Omega$$

$$V_B = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{CC} = 1,9\text{ V}$$

$$V_B = I_B R_B + V_{BE} + (I_C + I_B) R_E$$

$$I_C = \beta I_B$$

$$\Rightarrow I_B = 10\mu\text{A}$$

$$I_C = \beta I_B = 2\text{mA}$$

$$V_{CC} = I_C R_C + V_{CE} + (I_C + I_B) R_E$$

$$\Rightarrow V_{CE} = 5\text{V}$$

$$Q(V_{CE}, I_C) = Q(5\text{V}, 2\text{mA})$$

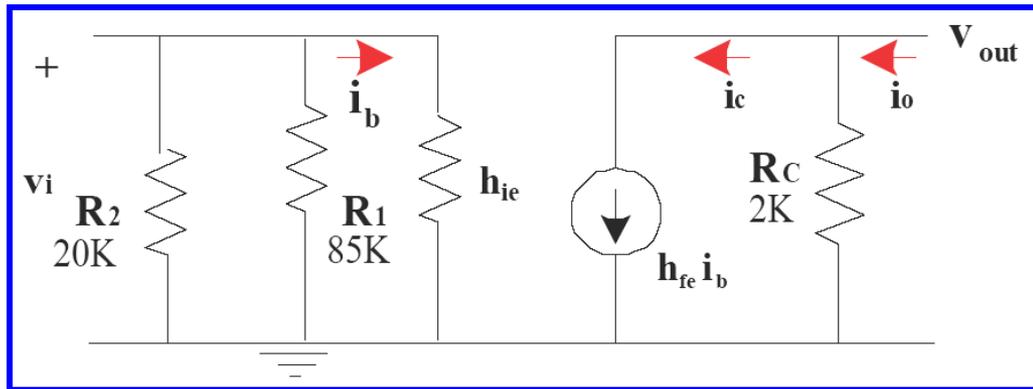
Παράδειγμα 7^ο: γραμμές φορτίου (dc, ac)

2^{ος} κανόνας Kirchhoff για το βρόχο εξόδου
του ενισχυτή στο συνεχές:

$$V_{CC} = I_C (R_C + R_E) + V_{CE}$$

$$I_C = -\frac{1}{(R_C + R_E)} V_{CE} + \frac{1}{(R_C + R_E)} V_{CC}$$

Γραμμή
φορτίου στο
συνεχές



Στο εναλλασσόμενο η R_E
είναι βραχυκυκλωμένη,
λόγω της παρουσίας του
πυκνωτή στα άκρα της

2^{ος} κανόνας Kirchhoff για το βρόχο εξόδου του ενισχυτή στο εναλλασσόμενο:

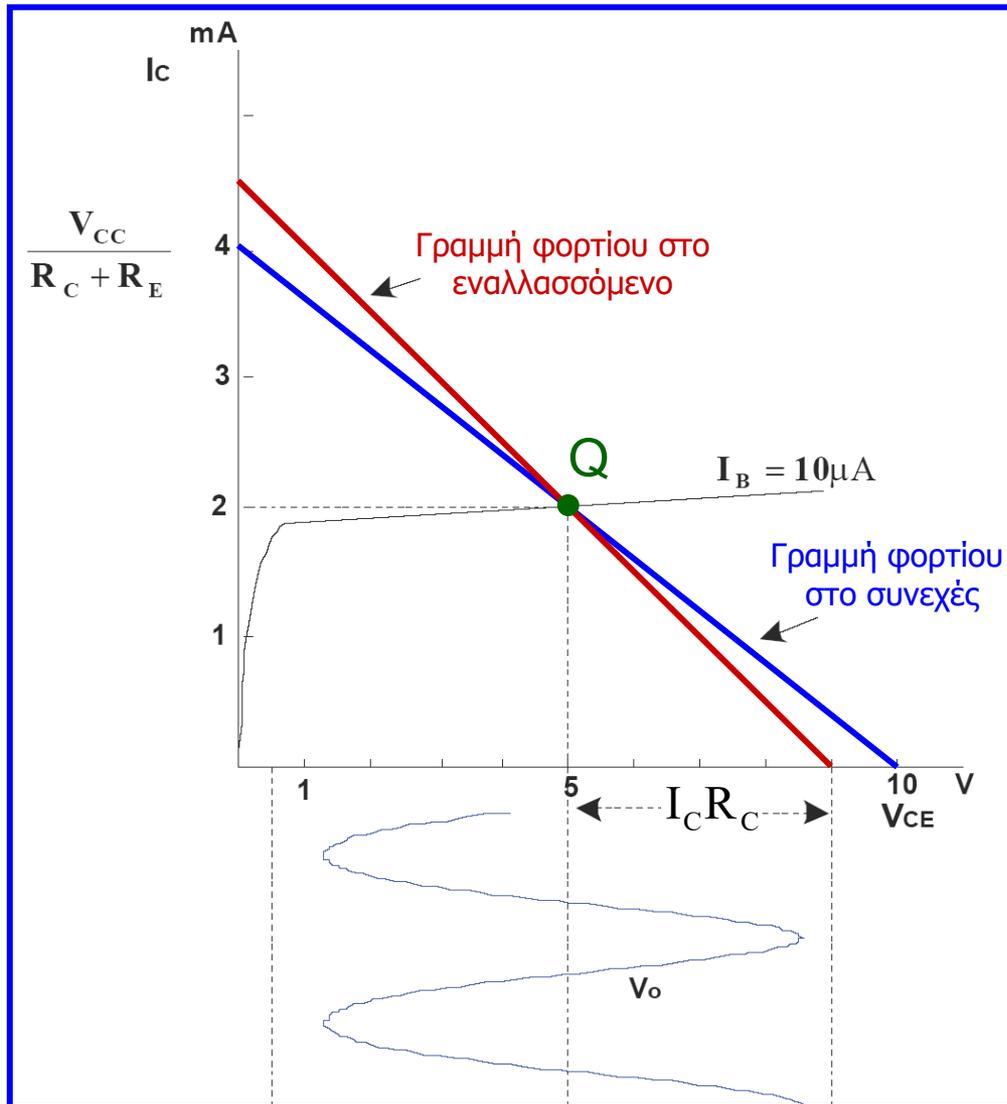
$$v_{ce} = -i_c R_C$$

$$V_{CE} - V_{CE} = -(i_C - I_C) R_C$$

$$i_C = -\frac{1}{R_C} v_{CE} + \frac{V_{CE}}{R_C} + I_C$$

Γραμμή φορτίου
στο εναλλασσόμενο

Παράδειγμα 7^ο: γραμμές φορτίου (dc, ac)



Το κάτω όριο της μέγιστης διαδρομής της v_o είναι η $V_{sat} = 300 \text{ mV}$ και το άνω όριο υπολογίζεται ως εξής:

$$i_C = -\frac{1}{R_C} v_{CE} + \frac{V_{CE}}{R_C} + I_C$$

$$i_C = 0 \Rightarrow v_{CE} = V_{CE} + I_C R_C = 5\text{V} + 4\text{V} = 9\text{V}$$

Παράδειγμα 8^ο: μελέτη ενισχυτή (dc, ac)

Για τον ενισχυτή κοινού εκπομπού του σχήματος, θα προσδιορίσουμε το σημείο λειτουργίας του τρανζίστορ, την ενίσχυση τάσης, τις γραμμές φορτίου στο συνεχές και στο εναλλασσόμενο, την κυματομορφή του σήματος εξόδου και το άνω όριο του πλάτους σήματος εξόδου χωρίς ψαλιδισμό. Δίνονται: $\beta = 100$, $V_{BE} = 0,775 \text{ V}$, $h_{fe} = 100$, $h_{ie} = 2,5 \text{ k}\Omega$ και τάση εισόδου πλάτους 30 mV και συχνότητας 20 kHz .

Λειτουργία στο συνεχές:

$$R_B = R_1 \parallel R_2 = 12.86 \text{ k}\Omega$$
$$V_B = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{CC} = 1,43 \text{ V}$$

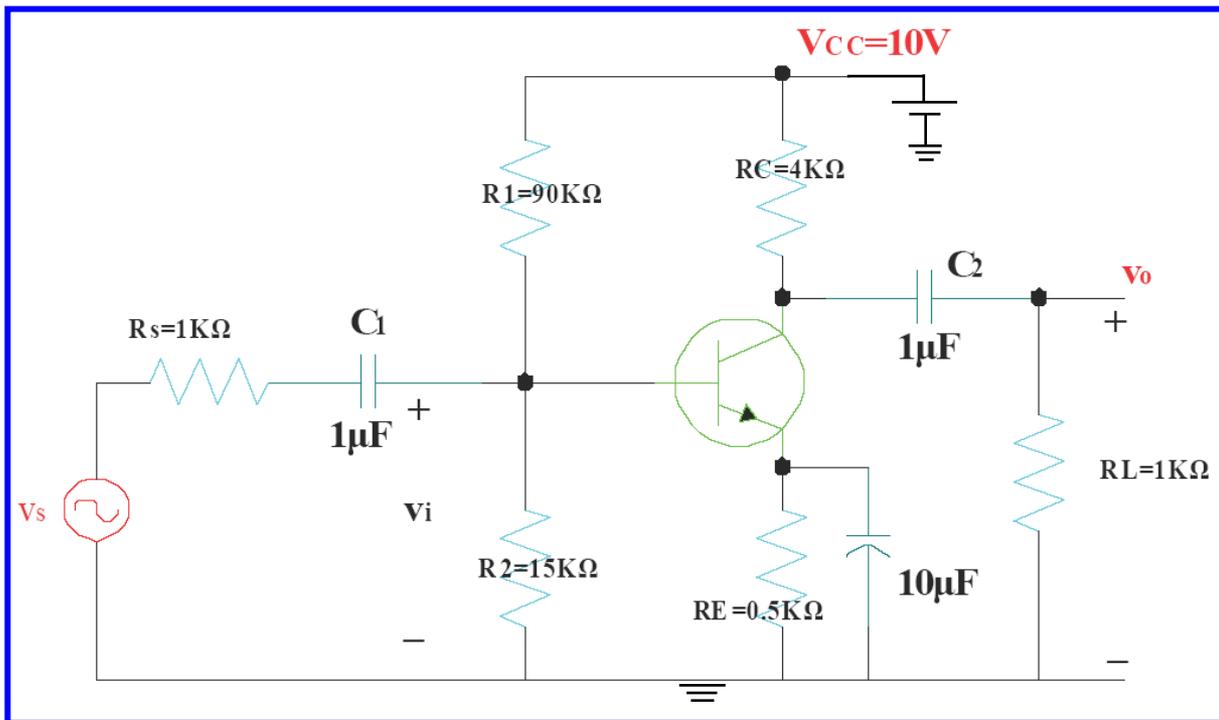
$$V_B = I_B R_B + V_{BE} + I_C R_E$$
$$V_B = I_B R_B + V_{BE} + \beta I_B R_E$$

$$I_B = 10,3 \mu\text{A}$$

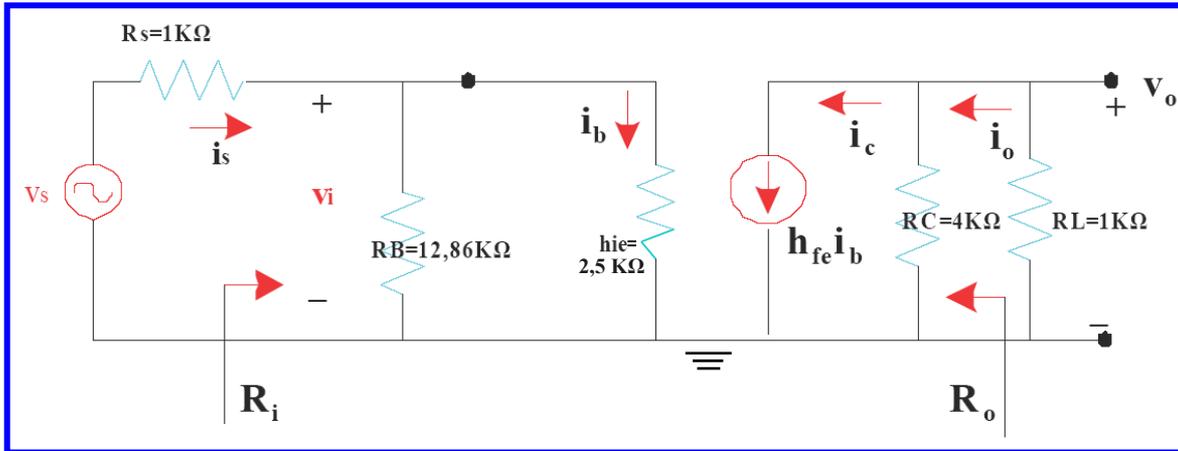
$$I_C = \beta I_B = 1,03 \text{ mA}$$

$$V_{CC} = I_C (R_C + R_E) + V_{CE}$$

$$V_{CE} = 5,35 \text{ V}$$



Παράδειγμα 8^ο: μελέτη ενισχυτή (dc, ac)



Λειτουργία στο
εναλλασσόμενο:

$$R_i = R_B \parallel h_{ie} = 2,09 \text{ k}\Omega$$

$$R'_L = R_C \parallel R_L = 0,8 \text{ k}\Omega$$

$$v_o = -h_{fe} R'_L i_b$$

$$i_b = \frac{v_i}{h_{ie}}$$

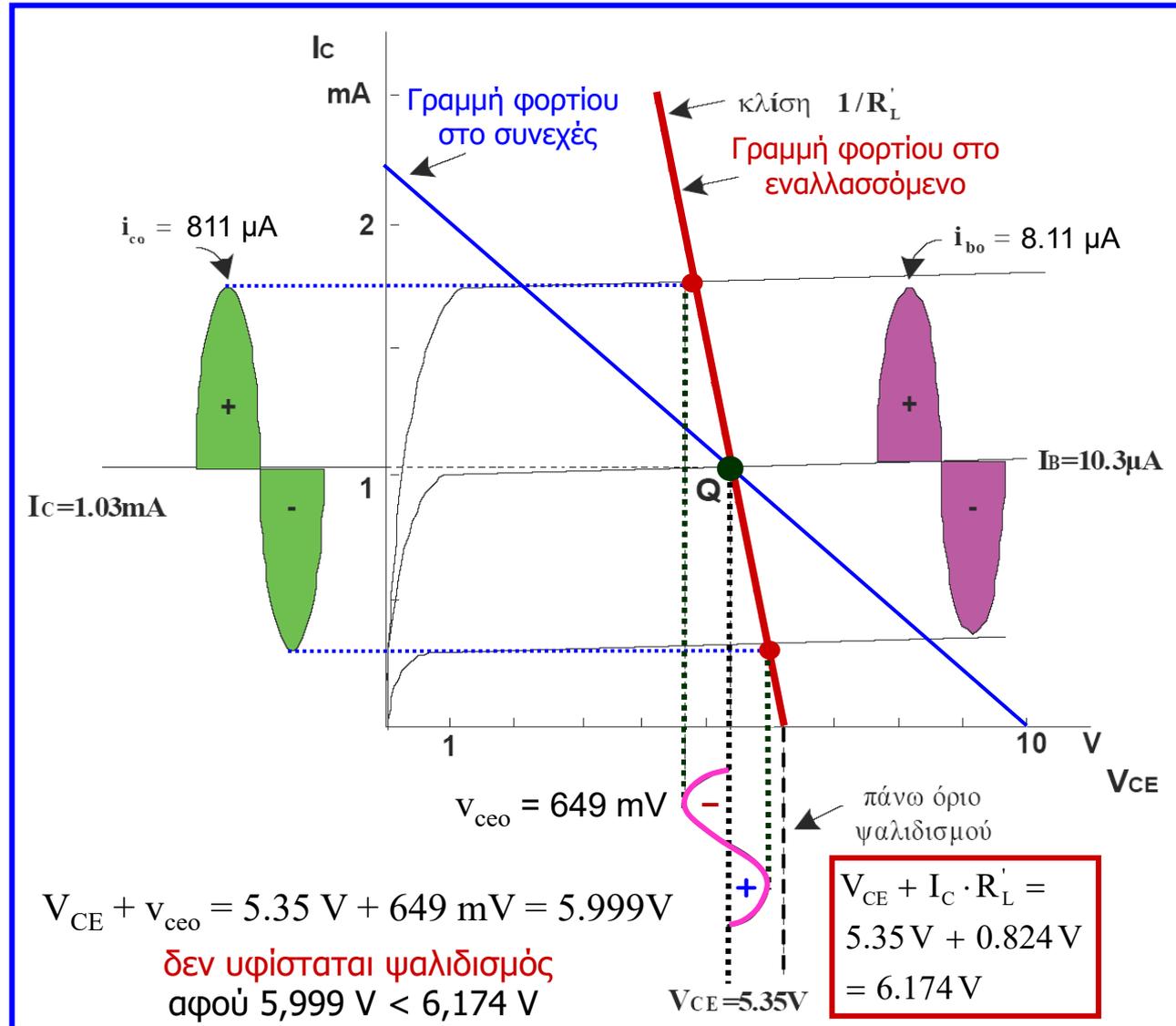
$$v_o = -\frac{h_{fe} R'_L}{h_{ie}} v_i$$

$$v_i = \frac{R_i}{R_s + R_i} v_s$$

$$v_o = -\frac{h_{fe} R'_L}{h_{ie}} \frac{R_i}{R_s + R_i} v_s$$

$$A_{vs} = \frac{v_o}{v_s} = -\frac{h_{fe} R'_L}{h_{ie}} \frac{R_i}{R_s + R_i} = -21.6$$

Παράδειγμα 8^ο: μελέτη ενισχυτή (dc, ac)



$$\frac{v_i}{v_s} = \frac{R_i}{R_s + R_i} = 0,676$$

Μέγιστο πλάτος τάσης εισόδου:
 $30 \text{ mV} \times 0,676 = 20,28 \text{ mV}$

$$i_b = \frac{v_i}{h_{ie}}$$

Μέγιστο πλάτος ρεύματος βάσης:
 $20,28 \text{ mV} / 2,5 \text{ k}\Omega = 8,11 \mu\text{A}$

$$i_c = h_{fe} i_b$$

Μέγιστο πλάτος ρεύματος συλλέκτη:
 $100 \times 8,11 \mu\text{A} = 811 \mu\text{A}$

$$v_{ce} = -i_c R'_L$$

Μέγιστο πλάτος τάσης εξόδου:
 $811 \mu\text{A} \times 0,8 \text{ k}\Omega = 649 \text{ mV}$
 και διαφορά φάσης 180°

Συμπεράσματα

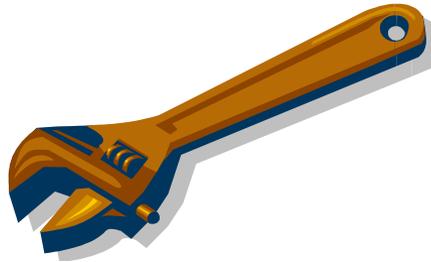
- Ενισχυτής είναι ένα **δίθυρο κύκλωμα** με έλεγχο της εξόδου από την είσοδο.
- Ένας ενισχυτής παρεμβάλλεται μεταξύ μίας **πηγής σήματος** και ενός **φορτίου**.
- Η πηγή σήματος οδηγεί την είσοδο του ενισχυτή με εναλλασσόμενο σήμα, το οποίο αφού ενισχυθεί από τον ενισχυτή, εφαρμόζεται στο φορτίο.
- Η δημιουργία ενός ενισχυτή είναι εφικτή όταν έχουμε στη διάθεσή μας ένα ηλεκτρονικό στοιχείο του οποίου η ηλεκτρική συμπεριφορά είναι **συμπεριφορά ελεγχόμενης πηγής τάσης ή ρεύματος**.
- Τέτοια στοιχεία παρέχουν τη δυνατότητα ενίσχυσης ισχύος σήματος και για το λόγο αυτό αναφέρονται ως **ενεργά στοιχεία** ή **βαθμίδες** σε αντιπαράθεση με τα παθητικά ηλεκτρικά στοιχεία (αντιστάσεις, πυκνωτές, πηνία).
- Το **διπολικό τρανζίστορ** συμπεριφέρεται ως **ελεγχόμενη πηγή ρεύματος**, όπου το ρεύμα βάσης προκαλεί και ελέγχει το ρεύμα συλλέκτη, συγκριτικά με το οποίο είναι πολύ μικρότερο.
- Η ροή ρεύματος στο τρανζίστορ επιτυγχάνεται μέσω **πηγής συνεχούς τάσης (τροφοδοσία)**, ενώ οι **αντιστάσεις** του ενισχυτή καθορίζουν τις τιμές ρευμάτων και τάσεων συνεχούς (πόλωση) και την επιθυμητή ενίσχυση.

Συμπεράσματα

- Το διπολικό τρανζίστορ, όταν το σημείο λειτουργίας του βρίσκεται στην **ενεργό περιοχή** των χαρακτηριστικών του, μπορεί να λειτουργήσει ως ενισχυτής με τρεις τρόπους σύνδεσης (**κοινού εκπομπού**, **κοινής βάσης** και **κοινού συλλέκτη**).
- Η **σύνδεση κοινού εκπομπού** είναι η μόνη που παρέχει ταυτόχρονα **ενίσχυση ρεύματος και τάσης**.
- Ο **προσδιορισμός του σημείου λειτουργίας** γίνεται με χρήση των απλών γραμμικών κανόνων Kirchhoff, θεωρώντας το τρανζίστορ ως γραμμικό στοιχείο.
- Η **μελέτη ενισχυτών στο εναλλασσόμενο** γίνεται με χρήση **ισοδύναμων μοντέλων μικρού σήματος** των ενεργών βαθμίδων.
- Όπως τα ενεργά στοιχεία έτσι και ο **ενισχυτής** μπορεί να αντικατασταθεί από **ισοδύναμο κύκλωμα** (στην περιοχή των μεσαίων συχνοτήτων) εάν είναι γνωστά τα χαρακτηριστικά μεγέθη του, όπως η **ενίσχυση τάσης** ή **ρεύματος** και οι **αντιστάσεις εισόδου** και **εξόδου** του ενισχυτή.
- Στην **περιοχή των μεσαίων συχνοτήτων**, τα χαρακτηριστικά μεγέθη παραμένουν σταθερά και δεν εξαρτώνται από τη συχνότητα.

Συμπεράσματα

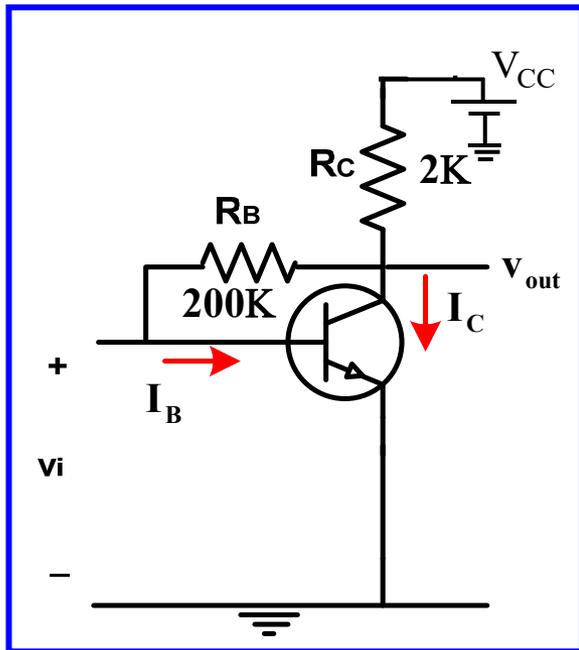
- Ιδιαίτερη σημασία στους ενισχυτές, έχει το γεγονός ότι μπορούν να προκαλέσουν **ταυτόχρονη ενίσχυση εναλλασσόμενης τάσης και ρεύματος** στην έξοδο.
- Μονομερής ενίσχυση τάσης θα μπορούσε να επιτευχθεί και με έναν μετασχηματιστή.
- Η ταυτόχρονη ενίσχυση τάσης και ρεύματος που επιτυγχάνουν οι ενισχυτές συνεπάγεται **αύξηση της στάθμης ισχύος** στην έξοδο.
- Η ενίσχυση ισχύος του σήματος στην έξοδο ενός ενισχυτή γίνεται εις βάρος της πηγής τροφοδοσίας συνεχούς, η οποία παρέχει την κύρια ροή ρεύματος στον ενισχυτή, αφού η μεταβολή του ρεύματος αυτού δημιουργεί το σήμα εξόδου.



Ασκήσεις 2^{ης} ενότητας

Άσκηση 1^η

Για τον ενισχυτή του σχήματος θα προσδιορίσουμε το σημείο λειτουργίας Q του διπολικού τρανζίστορ (που λειτουργεί στην ενεργό περιοχή), όταν δίνονται $\beta = 200$, $V_{CC} = 10V$ και $V_{BE} = 0,7 V$. Επίσης, θα σχεδιάσουμε την γραμμή φορτίου για το συνεχές και να σημειώσουμε σε αυτή το σημείο λειτουργίας Q.



Εφαρμόζουμε το 2ο κανόνα Kirchhoff στους δύο βρόχους του κυκλώματος και χρησιμοποιούμε τη σχέση ρεύματος συλλέκτη και βάσης

$$\begin{aligned} V_{CC} &= (I_C + I_B) R_C + I_B R_B + V_{BE} \\ V_{CC} &= (\beta I_B + I_B) R_C + I_B R_B + V_{BE} \Rightarrow I_B = 15.4 \mu A \\ I_C &= \beta I_B \Rightarrow I_C = 3.08 \text{ mA} \\ V_{CC} &= (I_C + I_B) R_C + V_{CE} \Rightarrow V_{CE} = 3.8 \text{ V} \end{aligned}$$

$$Q (3,8V, 3,08mA)$$

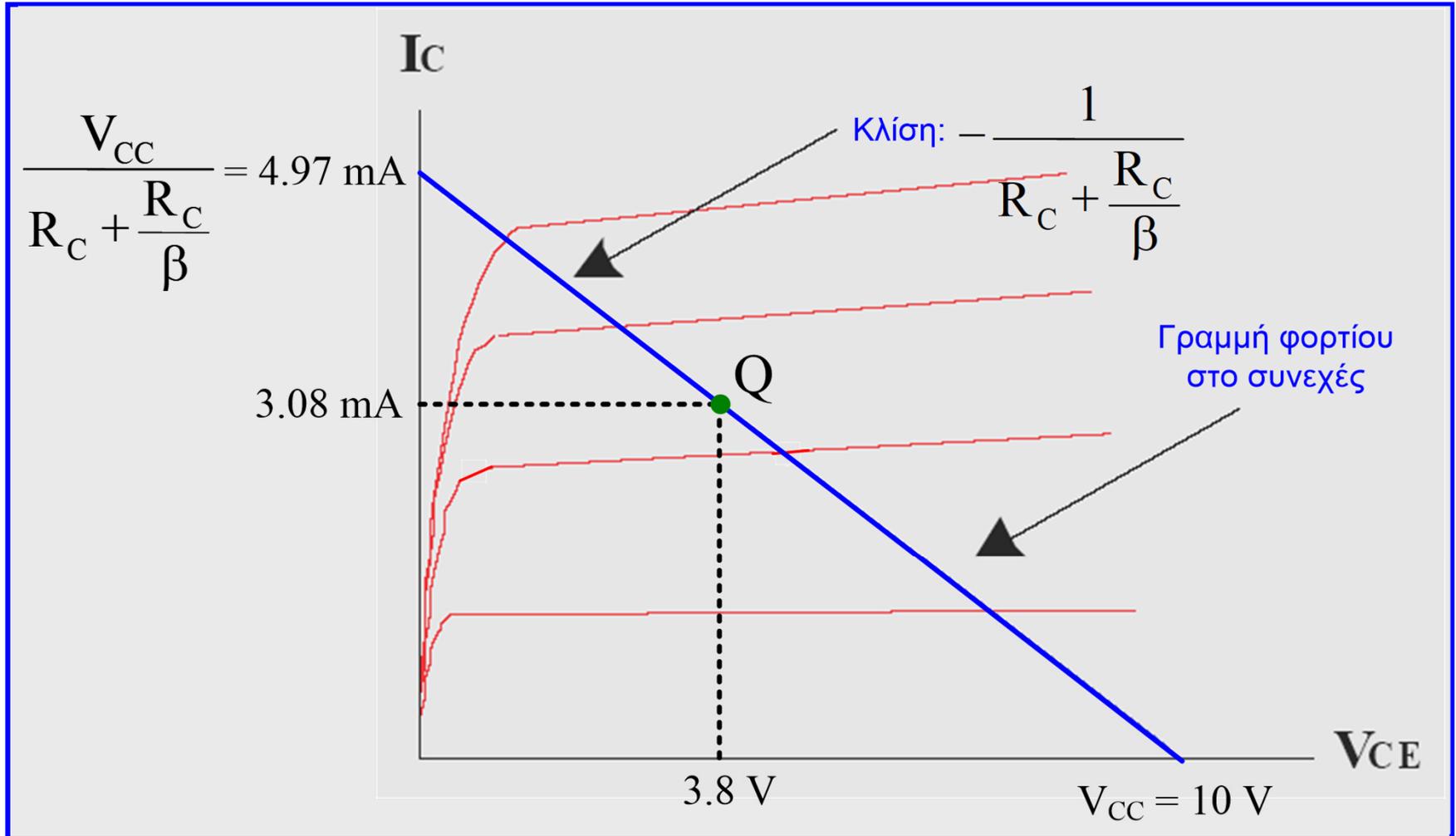
Άσκηση 1^η

Για να χαράξουμε την γραμμή φορτίου εφαρμόζουμε τον 2ο κανόνα Kirchhoff στο **βρόχο εξόδου** του ενισχυτή:

$$V_{CC} = (I_C + I_B)R_C + V_{CE} = \left(I_C + \frac{I_C}{\beta}\right)R_C + V_{CE} \Rightarrow$$

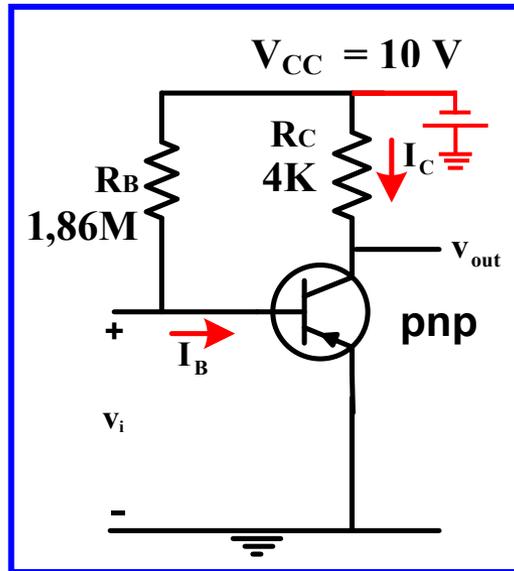
$$I_C = -\frac{1}{R_C + \frac{R_C}{\beta}}V_{CE} + \frac{V_{CC}}{R_C + \frac{R_C}{\beta}}$$

Άσκηση 1^η



Άσκηση 2^η

Για τον ενισχυτή του σχήματος θα προσδιορίσουμε το σημείο λειτουργίας Q του τρανζίστορ **pnp**, που λειτουργεί στην ενεργό περιοχή. Δίνονται: $\beta = 200$, $V_{BE} = -0,7 \text{ V}$.



- Ο ενισχυτής περιλαμβάνει τρανζίστορ **pnp** και **όχι npn** και το κύκλωμα πολώνεται με αρνητική τάση τροφοδοσίας, αφού **συνδέεται στον αρνητικό πόλο της πηγής της σταθερής τάσης τροφοδοσίας**.
- Κατά τα λοιπά, η τοπολογία του κυκλώματος πόλωσης είναι όμοια με εκείνη του τρανζίστορ npn.
- Τα **ρεύματα βάσης, συλλέκτη** και οι **τάσεις βάσης-εκπομπού και συλλέκτη-εκπομπού** λαμβάνουν **αρνητικές τιμές**.

Q (-6 V, -1 mA)

Το σημείο λειτουργίας βρίσκεται στο 3^ο τεταρτημόριο του συστήματος αξόνων της V_{CE} και του I_C .

$$V_{CC} + I_B \cdot R_B + V_{BE} = 0 \Rightarrow I_B = (-V_{CC} - V_{BE}) / R_B \Rightarrow$$

$$I_B = [-10 - (-0,7)] \text{ V} / 1,86 \text{ M}\Omega \Rightarrow \mathbf{I_B = -5 \mu A}$$

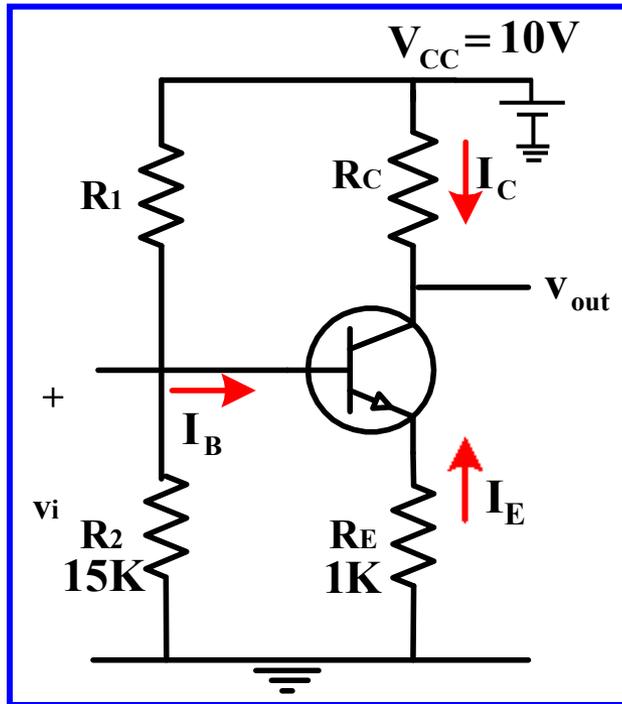
$$I_C = \beta \cdot I_B \Rightarrow \mathbf{I_C = -1 \text{ mA}}$$

$$V_{CC} + I_C \cdot R_C + V_{CE} = 0 \Rightarrow V_{CE} = -V_{CC} - I_C \cdot R_C \Rightarrow$$

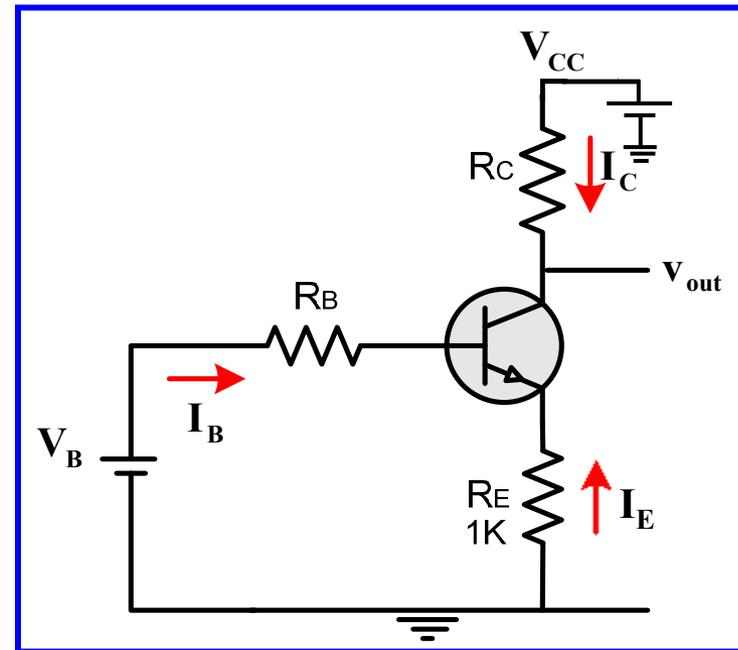
$$V_{CE} = -10 \text{ V} - (-1 \text{ mA} \cdot 4 \text{ k}\Omega) \Rightarrow \mathbf{V_{CE} = -6 \text{ V}}$$

Άσκηση 3^η

Για τον ενισχυτή του σχήματος θα προσδιορίσουμε τις τιμές των αντιστάσεων R_1 και R_C , ώστε το σημείο λειτουργίας του τρανζίστορ να είναι $Q(4\text{ V}, 2\text{ mA})$, εντός της ενεργού περιοχής. Δίνονται: $\beta = 200$ και $V_{BE} = 0,7\text{ V}$.



Στον ενισχυτή που δίνεται έχουμε κύκλωμα πόλωσης με διαιρέτη τάσης και αυτοπόλωση εκπομπού, οπότε αρχικά εξάγουμε το **ισοδύναμο κύκλωμα του ενισχυτή κατά Thevenin**:

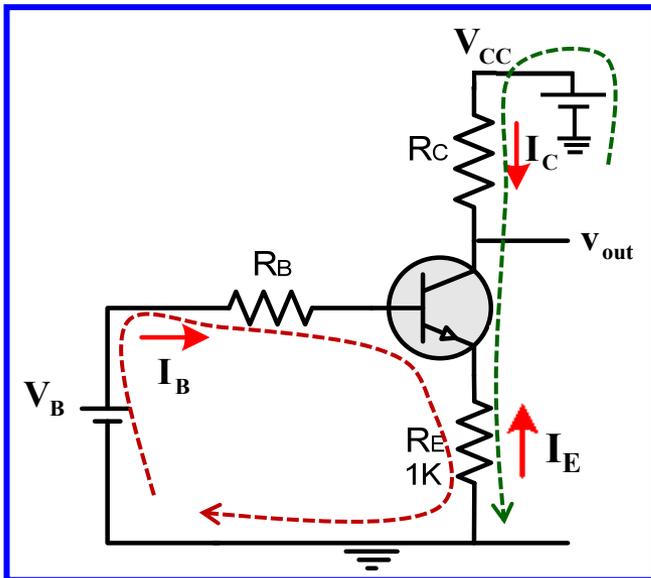


$$V_B = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{CC}$$

$$R_B = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

Άσκηση 3^η

$$I_B = I_C / \beta = 10 \mu\text{A}$$



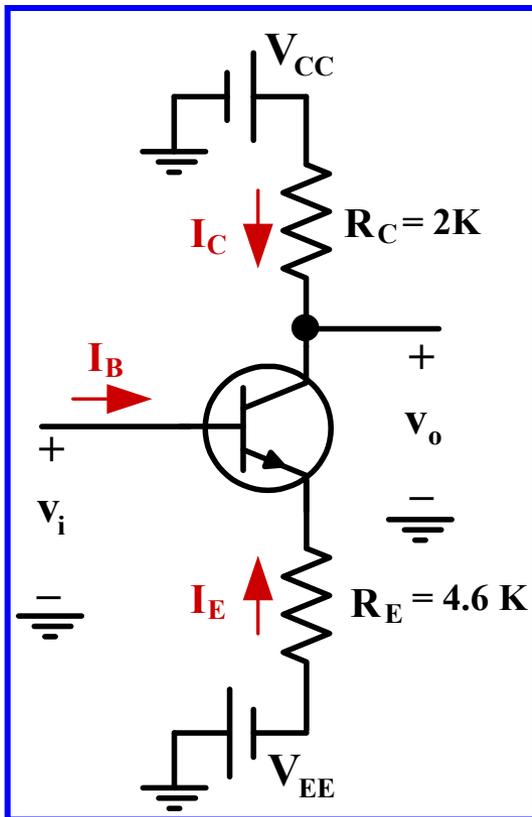
$$\begin{aligned}
 -V_B + I_B R_B + V_{BE} - I_E R_E &= 0 \Rightarrow \\
 -V_B + I_B R_B + V_{BE} + (I_C + I_B) R_E &= 0 \Rightarrow \\
 -[R_2 / (R_1 + R_2)] V_{CC} + I_B R_B + V_{BE} + (I_C + I_B) R_E &= 0 \Rightarrow \\
 -(R_B / R_1) V_{CC} + I_B R_B + V_{BE} + (I_C + I_B) R_E &= 0 \Rightarrow \\
 R_B = [V_{BE} + (I_C + I_B) R_E] / [(V_{CC} / R_1) - I_B] &\Rightarrow \\
 R_B = 2.71 / [(10 / R_1) - 0.01] \text{ (σε k}\Omega) &
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R_B = [R_1 R_2 / (R_1 + R_2)] = 2.71 / [(10 / R_1) - 0.01] &\Rightarrow \\
 [15 R_1 / (R_1 + 15)] = 2.71 / [(10 / R_1) - 0.01] &\Rightarrow \\
 R_1 = 49.8 \text{ k}\Omega &
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 -V_{CC} + I_C R_C + V_{CE} - I_E R_E &= 0 \Rightarrow \\
 -V_{CC} + I_C R_C + V_{CE} + (I_C + I_B) R_E &= 0 \Rightarrow \\
 R_C = [V_{CC} - V_{CE} - (I_C + I_B) R_E] / I_C &\Rightarrow R_C \approx 2 \text{ k}\Omega
 \end{aligned}$$

Άσκηση 4^η

Για τον ενισχυτή του σχήματος θα προσδιορίσουμε το σημείο λειτουργίας Q του τρανζίστορ ηρη που λειτουργεί στην ενεργό περιοχή. Δίνονται: $\beta = 200$, $V_{BE} = 0,7 \text{ V}$.



Το τρανζίστορ έχει πολωθεί με συμμετρικές πηγές των 5 V.

$$I_E + I_C + I_B = 0 \Rightarrow I_E = -(I_C + I_B)$$

Εφαρμόζουμε το 2ο κανόνα Kirchhoff σε δύο βρόχους του κυκλώματος και χρησιμοποιούμε τη σχέση ρεύματος βάσης και συλλέκτη ($I_C = \beta I_B$):

$$V_{BE} + (I_C + I_B)R_E - V_{EE} = 0 \Rightarrow$$

$$V_{BE} + (I_C + I_C / \beta)R_E - V_{EE} = 0$$

$$\Rightarrow I_C = 0.93 \text{ mA}$$

$$V_{CC} + V_{EE} = I_C R_C + V_{CE} + (I_C + I_B)R_E \Rightarrow$$

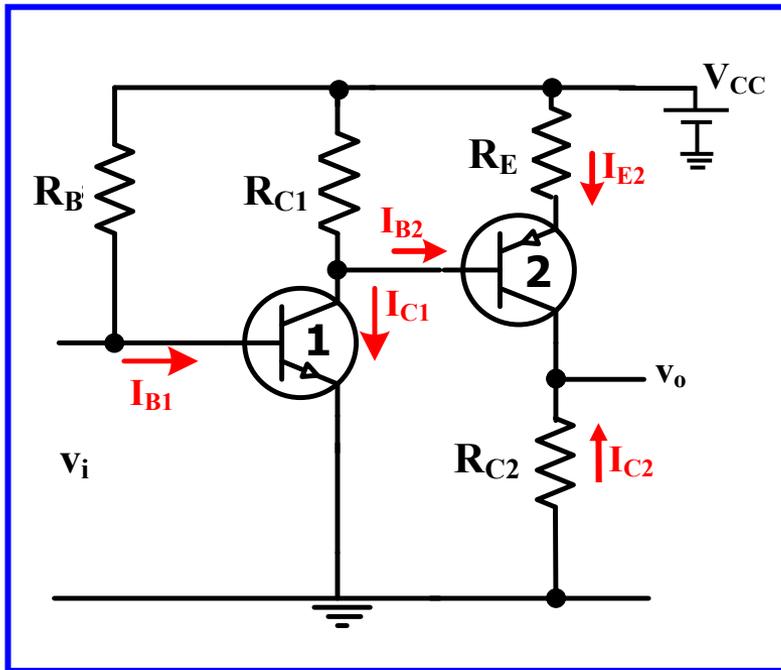
$$V_{CC} + V_{EE} = I_C R_C + V_{CE} + (I_C + I_C / \beta)R_E \Rightarrow$$

$$V_{CE} = 3.8 \text{ V}$$

$$Q (3,8\text{V}, 0,93\text{mA})$$

Άσκηση 5^η

Για τον ενισχυτή του σχήματος θα προσδιορίσουμε τα σημεία λειτουργίας των τρανζίστορ, όταν για τα τρανζίστορ (που λειτουργούν στην ενεργό περιοχή), δίνονται: $\beta_1 = \beta_2 = 200$, $V_{BE1} = 0.7 \text{ V}$ και $V_{BE2} = -0.7 \text{ V}$ και για τον ενισχυτή δίνονται: $R_B = 1,84 \text{ M}\Omega$, $R_{C1} = 4 \text{ k}\Omega$, $R_{C2} = 2 \text{ k}\Omega$, $R_E = 1,5 \text{ k}\Omega$ και $V_{CC} = 10 \text{ V}$.



- Ο ενισχυτής αποτελεί περίπτωση **πόλωσης** τρανζίστορ **npn** και **npn** στο **ίδιο κύκλωμα** με **κοινή (θετική) τάση τροφοδοσίας**.
- Λόγω της θετικής τάσης τροφοδοσίας, η **τοπολογία πόλωσης του npn τρανζίστορ** **παρουσιάζεται ανεστραμμένη**, με στόχο να διατηρηθούν η επαφή εκπομπού-βάσης ορθά πολωμένη και η επαφή συλλέκτη-βάσης ανάστροφα πολωμένη (λειτουργία του τρανζίστορ npn στην **ενεργό περιοχή**).
- Οι **τιμές ηρεμίας** (ρεύμα συλλέκτη και τάση συλλέκτη-εκπομπού) του **τρανζίστορ npn**, αναμένονται **αρνητικές**.

Άσκηση 5^η

$$-V_{CC} + I_{B1} \cdot R_B + V_{BE1} = 0 \Rightarrow I_{B1} = 5 \mu\text{A}$$

$$I_{C1} = \beta \cdot I_{B1} \Rightarrow I_{C1} = 1 \text{ mA}$$

$$-V_{CC} + I_{E2} \cdot R_E + V_{EB2} + V_{C1} = 0 \Rightarrow$$

$$-V_{CC} - (\beta \cdot I_{B2} + I_{B2}) \cdot R_E - V_{BE2} + V_{C1} = 0 \Rightarrow$$

$$I_{B2} = \frac{-V_{CC} - V_{BE2} + V_{C1}}{(\beta + 1) \cdot R_E}$$

$$I_{R_{C1}} = I_{C1} + I_{B2} \Rightarrow I_{B2} = I_{R_{C1}} - I_{C1} \Rightarrow$$

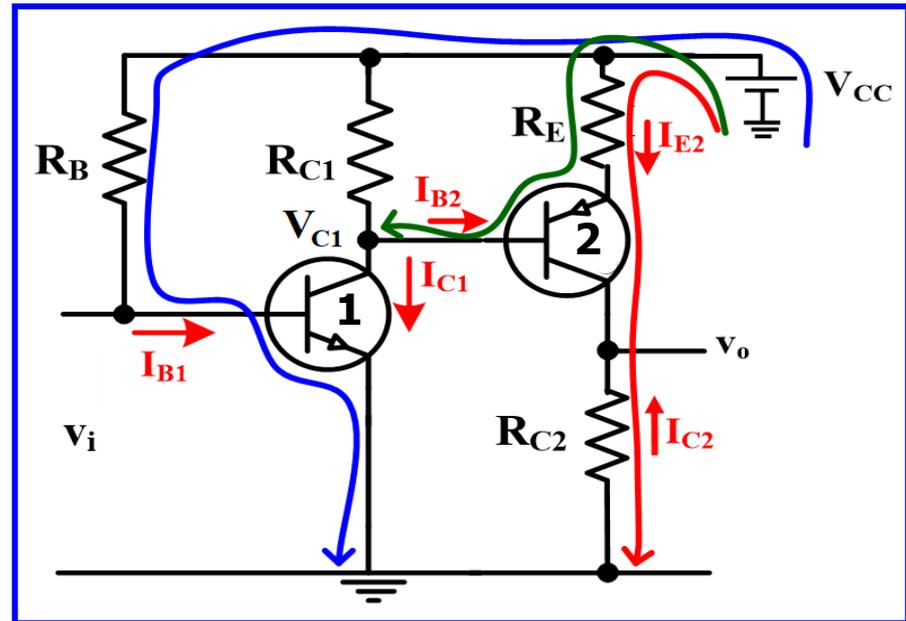
$$I_{B2} = \frac{V_{CC} - V_{C1}}{R_{C1}} - I_{C1}$$

$$\frac{-V_{CC} - V_{BE2} + V_{C1}}{(\beta + 1) \cdot R_E} = \frac{V_{CC} - V_{C1}}{R_{C1}} - I_{C1} \Rightarrow$$

$$\frac{-10 + 0,7 + V_{C1}}{201 \cdot 1,5} = \frac{10 - V_{C1}}{4} - 1 \Rightarrow V_{C1} = 6,04 \text{ V}$$

$$I_{B2} = \frac{-V_{CC} - V_{BE2} + V_{C1}}{(\beta + 1) \cdot R_E} \Rightarrow I_{B2} = -10,8 \mu\text{A}$$

$$I_{C2} = \beta \cdot I_{B2} \Rightarrow I_{C2} = -2,16 \text{ mA}$$



$$V_{CE1} = V_{C1} \Rightarrow V_{CE1} = 6,04 \text{ V}$$

$$-V_{CC} + I_{E2} \cdot R_E + V_{EC2} - I_{C2} \cdot R_{C2} = 0 \Rightarrow$$

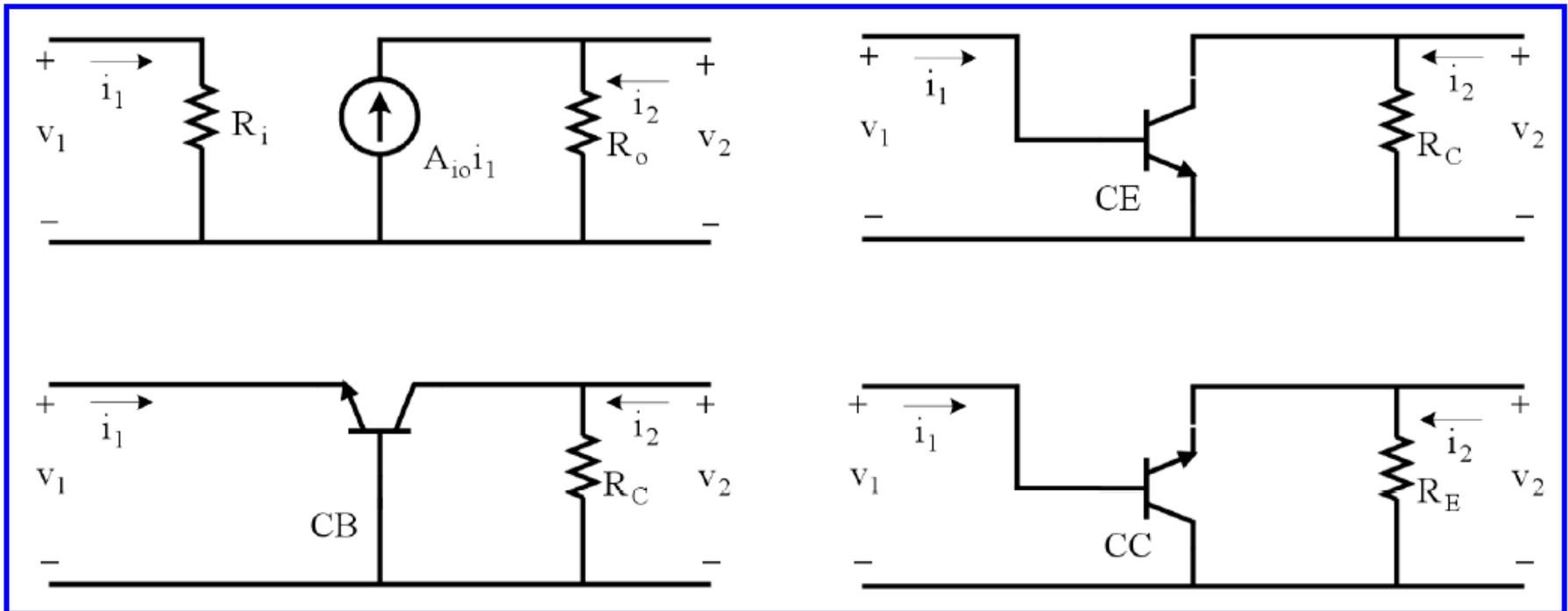
$$-V_{CC} - \left(I_{C2} + \frac{I_{C2}}{\beta} \right) \cdot R_E - V_{CE2} - I_{C2} \cdot R_{C2} = 0 \Rightarrow$$

$$V_{CE2} = -V_{CC} - I_{C2} \left(R_E + \frac{R_E}{\beta} + R_{C2} \right) \Rightarrow$$

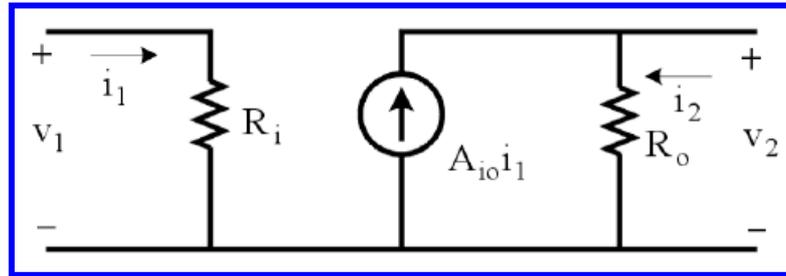
$$V_{CE2} = -2,42 \text{ V}$$

Άσκηση 6^η

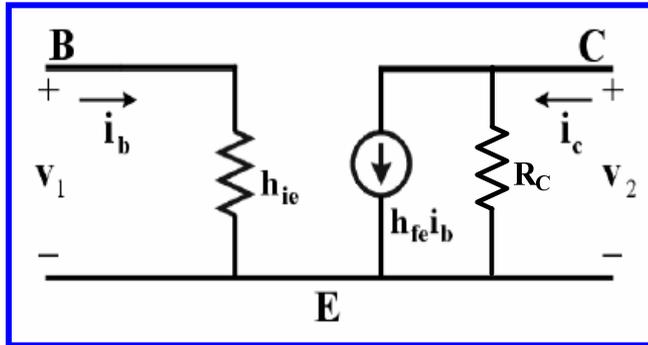
Στο παρακάτω σχήμα δίνεται το ισοδύναμο κύκλωμα ενός ενισχυτή, όπου R_i είναι η αντίσταση εισόδου, R_o η αντίσταση εξόδου και A_{i_o} η ενίσχυση ρεύματος του ενισχυτή. Θα προσδιορίσουμε τα παραπάνω στοιχεία για καθέναν από τους ενισχυτές που επίσης δίνονται στο παρακάτω σχήμα, χρησιμοποιώντας τα μοντέλα των διπολικών τρανζίστορ στο ac και θα συγκρίνουμε τα αποτελέσματα.



Άσκηση 6^η



Σύνδεση
CE (ΚΕ)

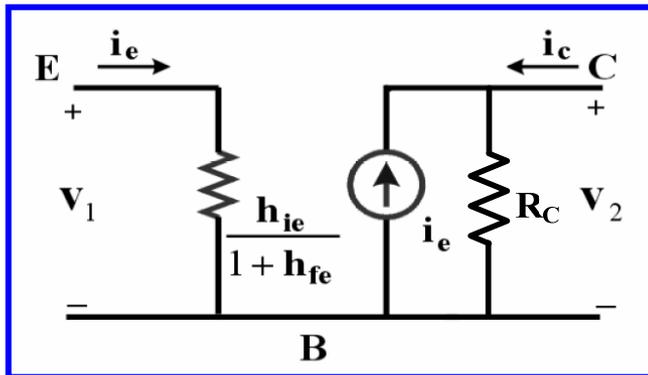


$$R_i = h_{ie}$$

$$R_o = R_C$$

$$A_{io} = -h_{fe}$$

Σύνδεση
CB (ΚΒ)

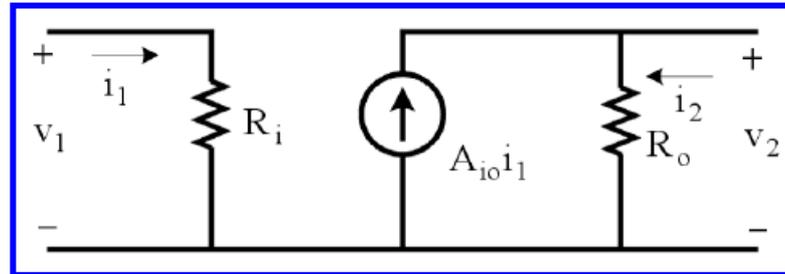


$$R_i = \frac{h_{ie}}{1 + h_{fe}}$$

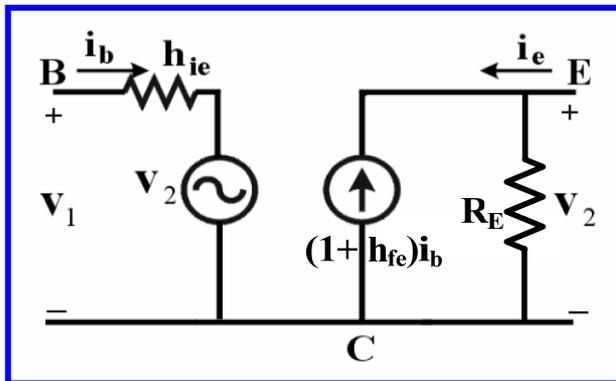
$$R_o = R_C$$

$$A_{io} = 1$$

Άσκηση 6^η



Σύνδεση CC (ΚΣ)



Υπάρχει ανατροφοδότηση της εξόδου (v_2) στην είσοδο που επηρεάζει τις αντιστάσεις εισόδου και εξόδου.

$$A_{io} = 1 + h_{fe}$$

$$v_2 = (1 + h_{fe}) i_b R_E$$

$$R_i = \frac{v_i}{i_b} = \frac{h_{ie} i_b + v_2}{i_b} = \frac{h_{ie} i_b + (1 + h_{fe}) i_b R_E}{i_b}$$

$$\Rightarrow R_i = h_{ie} + (1 + h_{fe}) R_E$$

$$R_o = \left. \frac{v_2}{i_e} \right|_{v_i=0} = \frac{v_2}{\frac{v_2}{R_E} + (1 + h_{fe}) i_b} = \frac{v_2}{\frac{v_2}{R_E} + (1 + h_{fe}) \frac{v_2}{h_{ie}}}$$

$$\Rightarrow R_o = \frac{1}{\frac{1}{R_E} + \frac{(1 + h_{fe})}{h_{ie}}} = R_E \parallel \frac{h_{ie}}{(1 + h_{fe})} \approx \frac{h_{ie}}{(1 + h_{fe})}$$

Άσκηση 6^η

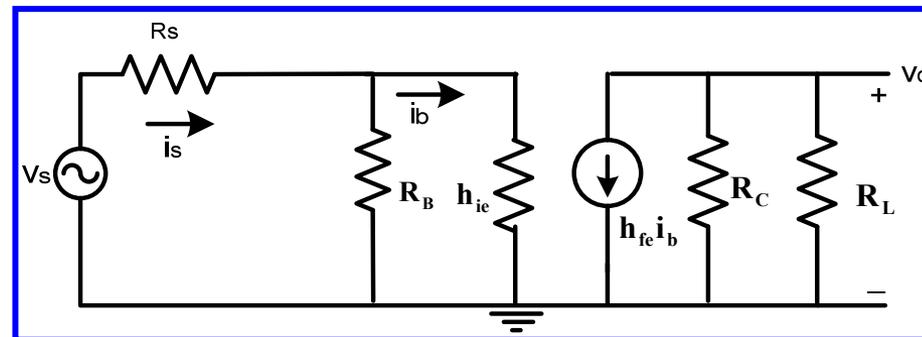
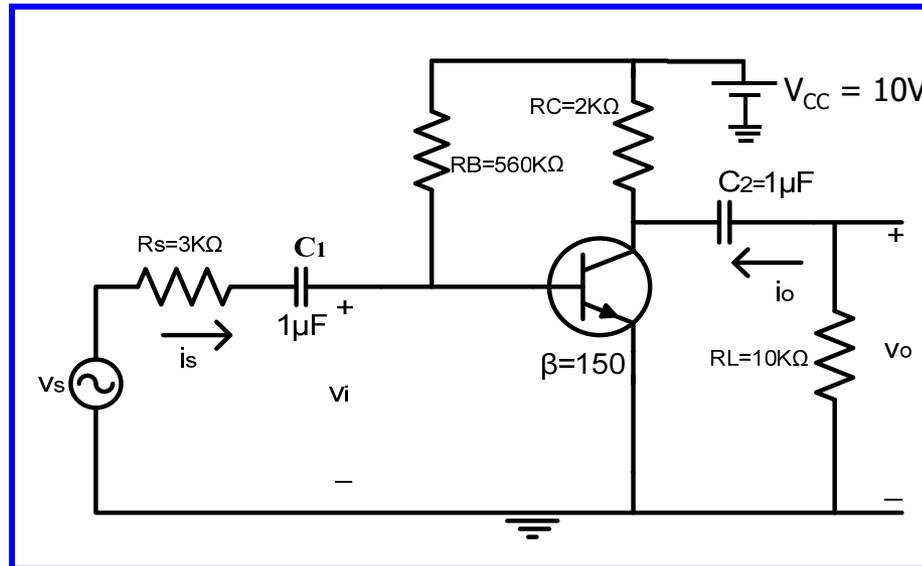
Σύγκριση αποτελεσμάτων

Στοιχεία ενισχυτή	Σύνδεση CE	Σύνδεση CB	Σύνδεση CC
R_i	h_{ie}	$h_{ie} / (1+h_{fe})$	$h_{ie} + (1+h_{fe}) R_E$
R_o	R_C	R_C	$h_{ie} / (1+h_{fe})$
A_{io}	$-h_{fe}$	1	$(1+h_{fe})$

- Οι συνδέσεις CE και CC παρουσιάζουν μεγάλη **αντίσταση εισόδου** (της τάξης $K\Omega$ για τη σύνδεση CE και μερικών δεκάδων $K\Omega$ για τη σύνδεση CC, αφού η αντίσταση εισόδου του τρανζίστορ h_{ie} είναι συνήθως της τάξης του $K\Omega$), ενώ η σύνδεση CB παρουσιάζει πολύ μικρή αντίσταση εισόδου (μερικά Ω , αφού η αντίσταση εισόδου του τρανζίστορ h_{ie} είναι συνήθως της τάξης του $K\Omega$, αλλά η ενίσχυση ρεύματος του τρανζίστορ h_{fe} λαμβάνει συνήθως τιμές μεγαλύτερες του 100).
- Οι συνδέσεις CE και CB παρουσιάζουν μεγάλη **αντίσταση εξόδου** (της τάξης $K\Omega$ αφού η αντίσταση συλλέκτη είναι συνήθως της τάξης του $K\Omega$), ενώ η σύνδεση CC παρουσιάζει πολύ μικρή αντίσταση εξόδου (μερικά Ω).
- Οι συνδέσεις CE και CC παρουσιάζουν μεγάλη **ενίσχυση ρεύματος** (αφού η ενίσχυση ρεύματος του τρανζίστορ h_{fe} λαμβάνει συνήθως τιμές μεγαλύτερες του 100), ενώ η σύνδεση CB δεν παρουσιάζει ενίσχυση ρεύματος.

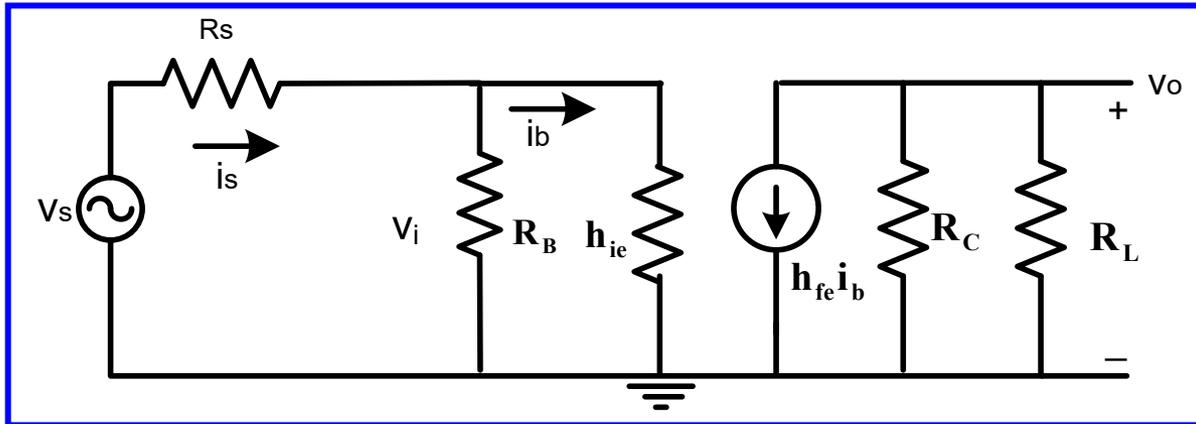
Άσκηση 7^η

Για τον ενισχυτή του σχήματος θα υπολογίσουμε την ενίσχυση τάσης A_{v_s} στην περιοχή μεσαίων συχνοτήτων, όπου οι πυκνωτές C_1 και C_2 λειτουργούν ως βραχυκυκλώματα. Δίνονται: $h_{fe} = 150$ και $h_{ie} = 1,5 \text{ k}\Omega$.



Ισοδύναμο κύκλωμα
του ενισχυτή
στο εναλλασσόμενο

Άσκηση 7η



$$R'_L = R_C \parallel R_L = 1.66 \text{ k}\Omega$$

$$V_i = \frac{(R_B \parallel h_{ie})}{(R_B \parallel h_{ie}) + R_s} \cdot V_s = 0.333 \cdot V_s$$

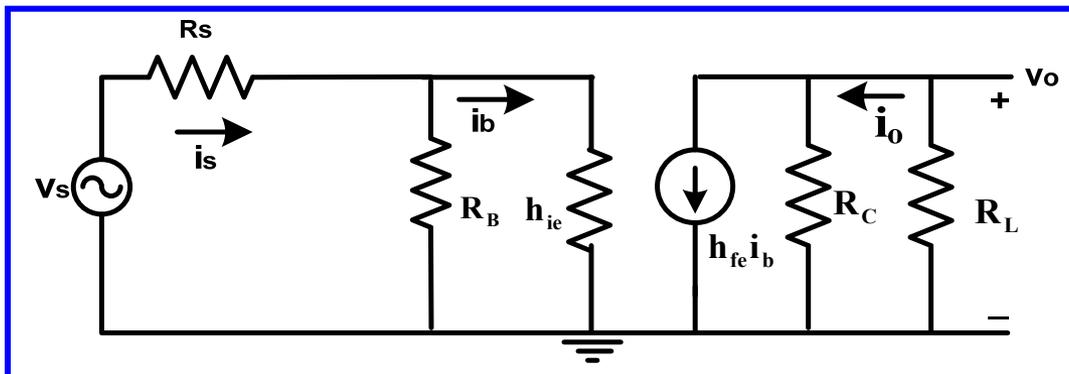
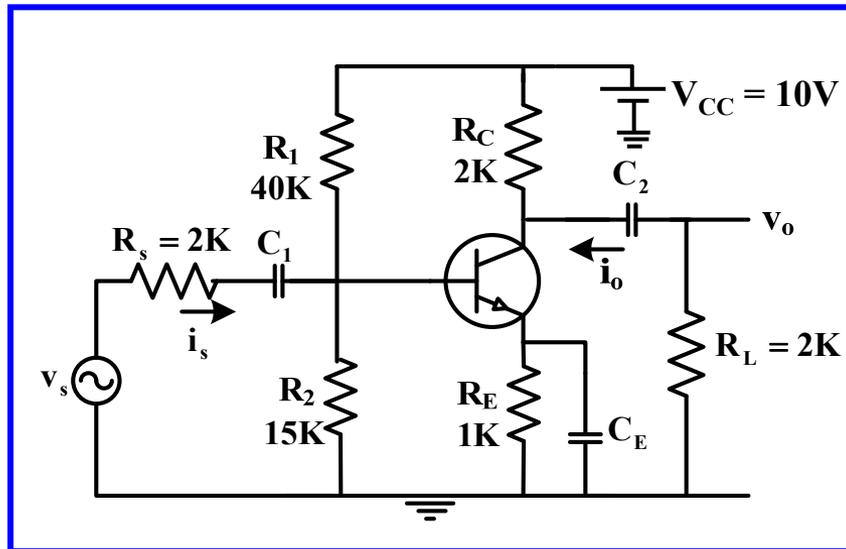
$$i_b = \frac{V_i}{h_{ie}}$$

$$V_o = -h_{fe} i_b R'_L = -249 \cdot 10^3 \cdot i_b = -\frac{249 \cdot 10^3 \cdot V_i}{1.5 \cdot 10^3} = -\frac{249 \cdot 10^3 \cdot 0.333 \cdot V_s}{1.5 \cdot 10^3}$$

$$A_{vs} = \frac{V_o}{V_s} = -55.3$$

Άσκηση 8^η

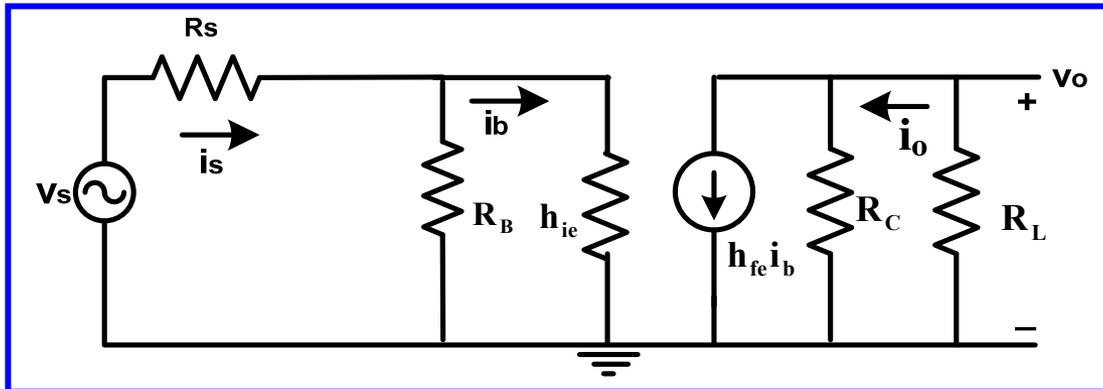
Για τον ενισχυτή του σχήματος θα υπολογίσουμε την ενίσχυση ρεύματος A_{iL} στην περιοχή μεσαίων συχνοτήτων του ενισχυτή, όπου οι πυκνωτές C_1 , C_2 και C_E λειτουργούν ως βραχυκυκλώματα. Δίνονται: $h_{fe} = 200$ και $h_{ie} = 2,72 \text{ k}\Omega$.



Ισοδύναμο κύκλωμα
του ενισχυτή
στο εναλλασσόμενο

$$R_B = R_1 \parallel R_2 = 10,9 \text{ k}\Omega$$

Άσκηση 8^η



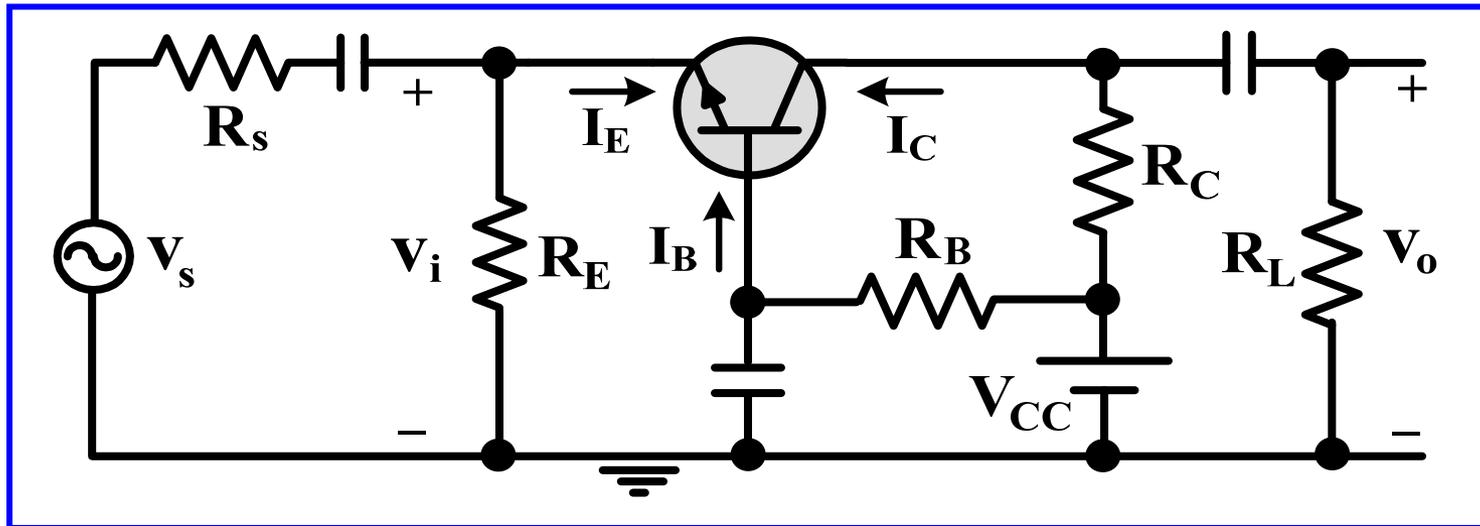
Προσδιορίζουμε το ρεύμα εξόδου μέσω των δύο διαιρετών ρεύματος που προκύπτουν στην έξοδο και στην είσοδο του ισοδύναμου κυκλώματος.

$$i_o = h_{fe} i_b \cdot \frac{R_C}{R_C + R_L} = h_{fe} \frac{R_C}{R_C + R_L} \cdot \frac{R_B}{h_{ie} + R_B} \cdot i_s$$

$$A_{iL} = \frac{i_o}{i_s} = h_{fe} \cdot \frac{R_C}{R_C + R_L} \cdot \frac{R_B}{R_B + h_{ie}} = 80$$

Άσκηση 9η

Για τον ενισχυτή του παρακάτω σχήματος δίνονται: $V_{CC} = 10 \text{ V}$, $R_s = 20 \Omega$, $R_B = 500 \text{ k}\Omega$, $R_E = R_C = 1 \text{ k}\Omega$ και $R_L = 4 \text{ k}\Omega$. Επίσης, για το τρανζίστορ του ενισχυτή δίνονται: $V_{BE} = 0,7 \text{ V}$, $h_{ie} = 10 \text{ k}\Omega$, $\beta = h_{fe} = 200$, καθώς και ότι αυτό λειτουργεί στη ενεργό περιοχή. Θα προσδιορίσουμε το σημείο λειτουργίας του τρανζίστορ και θα υπολογίσουμε την ενίσχυση τάσης $A_{v_s} = v_o / v_s$ στην περιοχή των μεσαίων συχνοτήτων.



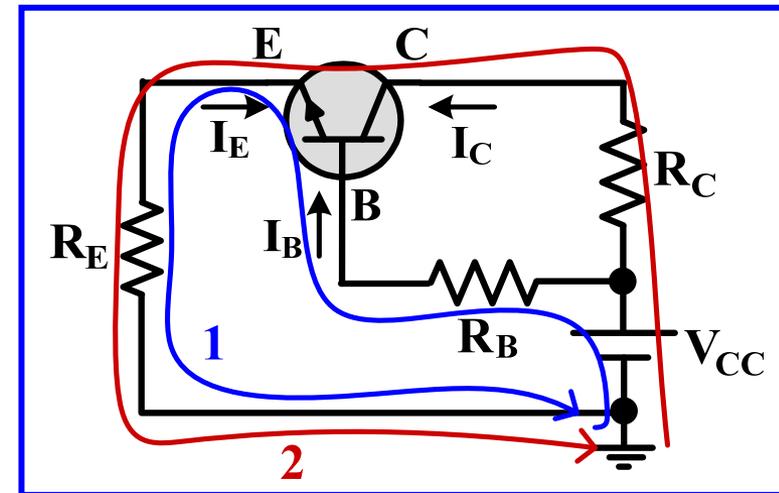
Άσκηση 9η

$$\begin{aligned} -V_{CC} + I_B \cdot R_B + V_{BE} - I_E \cdot R_E &= 0 \Rightarrow -V_{CC} + \frac{I_C}{\beta} \cdot R_B + V_{BE} + (I_C + I_B) \cdot R_E = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow -V_{CC} + \frac{I_C}{\beta} \cdot R_B + V_{BE} + \left(I_C + \frac{I_C}{\beta} \right) \cdot R_E &= 0 \Rightarrow I_C \cdot \left(\frac{R_B}{\beta} + R_E + \frac{R_E}{\beta} \right) = V_{CC} - V_{BE} \Rightarrow \\ I_C = \frac{V_{CC} - V_{BE}}{\frac{R_B}{\beta} + R_E + \frac{R_E}{\beta}} &= \frac{10 - 0.7}{\frac{500}{200} + 1 + \frac{1}{200}} \text{ mA} = 2.65 \text{ mA} \end{aligned}$$

Βρόχος 1

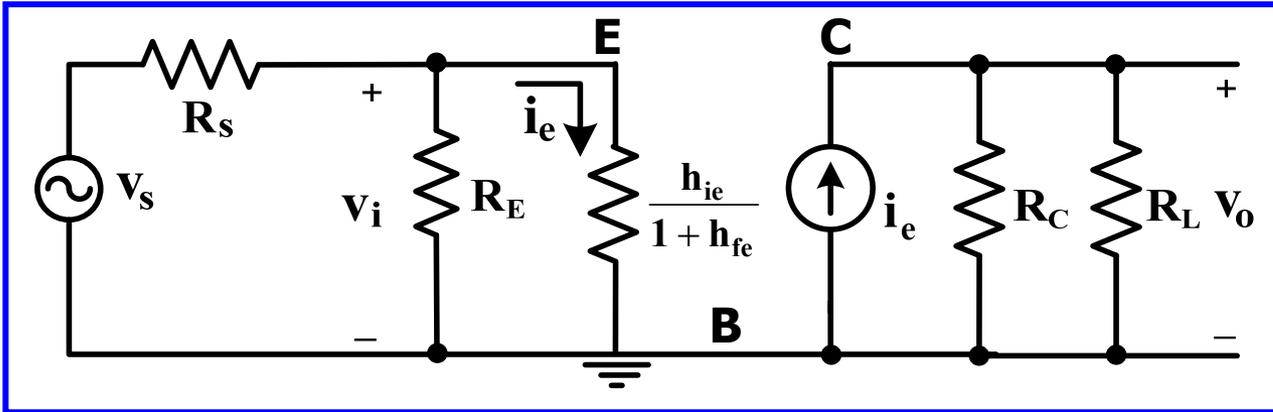
Βρόχος 2

$$\begin{aligned} -V_{CC} + I_C \cdot R_C + V_{CE} - I_E \cdot R_E &= 0 \Rightarrow \\ -V_{CC} + I_C \cdot R_C + V_{CE} + (I_C + I_C/\beta) \cdot R_E &= 0 \Rightarrow \\ V_{CE} = V_{CC} - I_C \cdot (R_C + R_E + R_E/\beta) &\Rightarrow \\ V_{CB} = 10 - 2.65 \cdot (1 + 1 + 0.005) &\approx 4.7 \text{ V} \end{aligned}$$



Σημείο λειτουργίας: $Q(V_{CE}, I_C) = Q(4,7 \text{ V}, 2,65 \text{ mA})$

Άσκηση 9η



R_B : βραχυκυκλώνεται στο ac

$$R'_L = \frac{R_C \cdot R_L}{R_C + R_L} = 0.8 \text{ k}\Omega$$

$$v_o = i_e \cdot R'_L = 0.8 \cdot 10^3 \cdot i_e$$

$$i_e = \frac{v_i}{\frac{h_{ie}}{1 + h_{fe}}} \Rightarrow i_b = \frac{v_i}{10 \cdot 10^3} \Rightarrow i_e = 0.02 \cdot v_i$$

$$R_i = \frac{R_E \cdot \frac{h_{ie}}{1 + h_{fe}}}{R_E + \frac{h_{ie}}{1 + h_{fe}}} \Rightarrow R_i = 47.4 \Omega$$

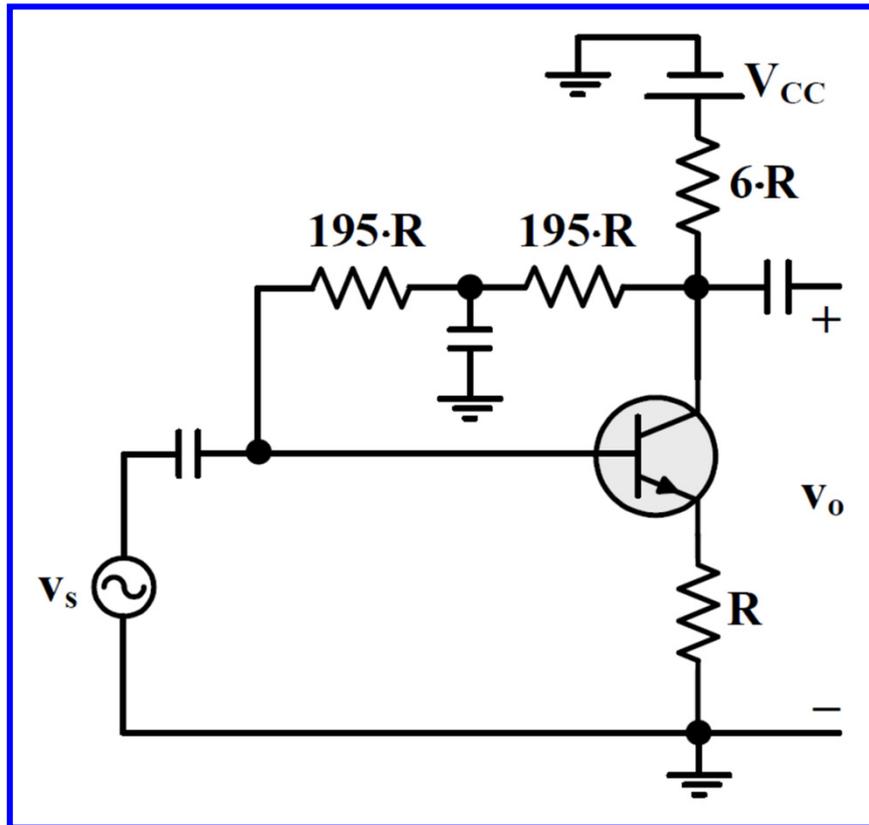
$$v_i = \frac{R_i}{R_s + R_i} \cdot v_s \Rightarrow v_i = 0.7 \cdot v_s$$

$$v_o = 0.8 \cdot 10^3 \cdot i_e \Rightarrow v_o = 0.8 \cdot 10^3 \cdot 0.02 \cdot v_i \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_o = 0.8 \cdot 10^3 \cdot 0.02 \cdot 0.7 \cdot v_s \Rightarrow v_o = 11.2 \cdot v_s \Rightarrow A_{vs} = \frac{v_o}{v_s} = 11.2$$

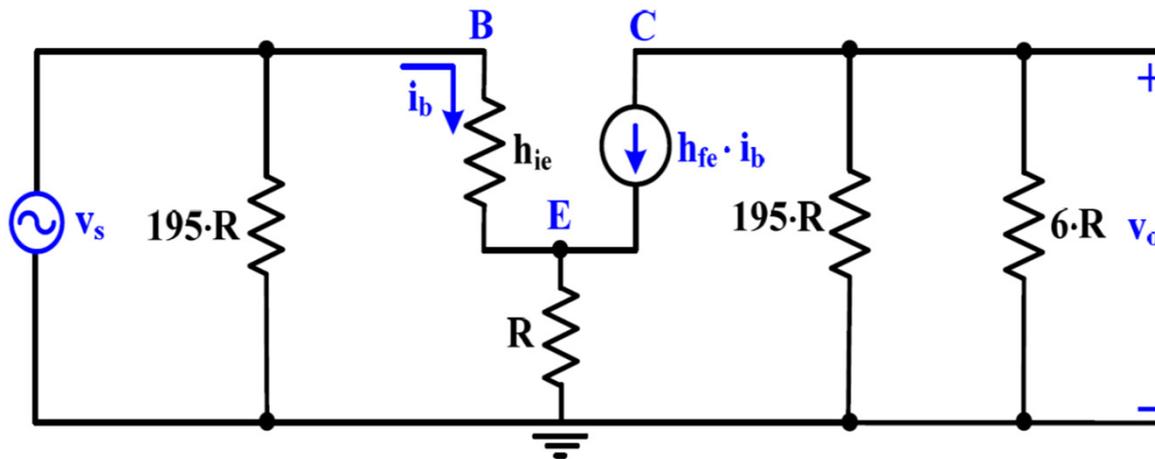
Άσκηση 10^η

Για το τρανζίστορ του ενισχυτή του παρακάτω σχήματος δίνονται: $h_{ie} = 2 \text{ k}\Omega$ και $h_{fe} = 100$. Θα σχεδιάσουμε το ισοδύναμο κύκλωμα του ενισχυτή στο εναλλασσόμενο για την περιοχή των μεσαίων συχνοτήτων και θα υπολογίσουμε την ενίσχυση τάσης $A_v = v_o / v_s$ στην περιοχή των μεσαίων συχνοτήτων. Δίνεται ότι $R = 1 \text{ k}\Omega$.



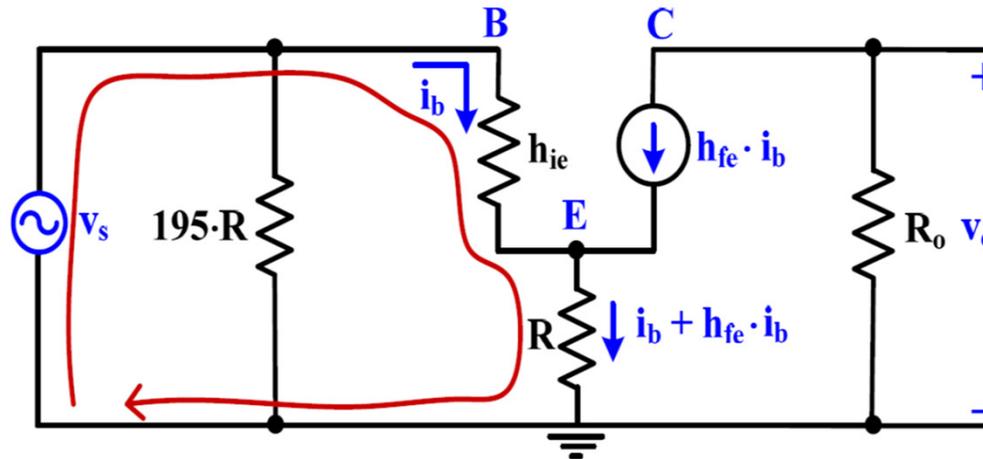
Άσκηση 10^η

Το ισοδύναμο κύκλωμα του ενισχυτή στο εναλλασσόμενο δίνεται στο παρακάτω σχήμα. Ο πυκνωτές του κυκλώματος στην περιοχή των μεσαίων συχνοτήτων λειτουργούν ως βραχυκυκλώματα. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα η πρώτη από αριστερά αντίσταση $195 \cdot R$ να συνδέεται μεταξύ της βάσης του τρανζίστορ και της γείωσης, ενώ η δεύτερη αντίσταση $195 \cdot R$ να συνδέεται μεταξύ του συλλέκτη του τρανζίστορ και της γείωσης. Η αντίσταση εκπομπού R συμμετέχει στο κύκλωμα αφού δεν υφίσταται πυκνωτής στα άκρα της. Τέλος, η πηγή σταθερής τάσης βραχυκυκλώνεται, με αποτέλεσμα η αντίσταση συλλέκτη $6 \cdot R$ να συνδέεται μεταξύ του συλλέκτη του τρανζίστορ και της γείωσης. Το τρανζίστορ αντικαθίσταται με το ισοδύναμο κύκλωμά του για την περιοχή των μεσαίων συχνοτήτων.



Άσκηση 10^η

Με βάση το ισοδύναμο κύκλωμα που σχεδιάστηκε μπορούμε να υπολογίσουμε τη ζητούμενη ενίσχυση τάσης απλοποιώντας το ισοδύναμο κύκλωμα στο βρόχο εξόδου, αφού οι αντιστάσεις $195R$ και $6R$ συνδέονται παράλληλα.



$$R_o = \frac{195 \cdot R \cdot 6 \cdot R}{195 \cdot R + 6 \cdot R} \Rightarrow R_o = \frac{1170 \cdot R}{201} \Rightarrow R_o \approx 5.8 \text{ k}\Omega.$$

Εφαρμόζοντας τον νόμο του Ohm στην ισοδύναμη αντίσταση R_o του παραπάνω κυκλώματος, προκύπτει η παρακάτω σχέση:

$$v_o = -h_{fe} \cdot i_b \cdot R_o. \quad (1)$$

Άσκηση 10^η

Από την εφαρμογή του 2^{ου} κανόνα Kirchhoff στο βρόχο του παραπάνω κυκλώματος που υποδεικνύεται με κόκκινο χρώμα, προκύπτει η παρακάτω σχέση:

$$v_s = i_b \cdot h_{ie} + (i_b + h_{fe} \cdot i_b) \cdot R \Rightarrow i_b = \frac{v_s}{h_{ie} + (1 + h_{fe}) \cdot R} \quad (2)$$

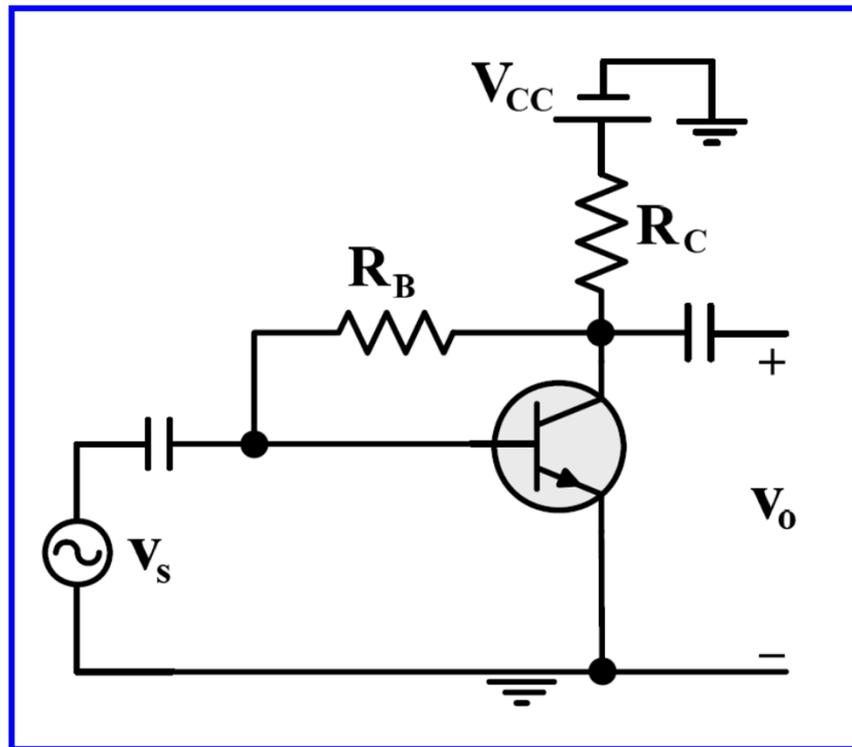
Συνδυάζοντας τις σχέσεις (1) και (2), υπολογίζουμε τη ζητούμενη ενίσχυση τάσης του κυκλώματος:

$$v_o = -\frac{h_{fe} \cdot R_o}{h_{ie} + (1 + h_{fe}) \cdot R} \cdot v_s \Rightarrow v_o = -\frac{100 \cdot 5.8}{2 + (1 + 100) \cdot 1} \cdot v_s \Rightarrow v_o = -5.6 \cdot v_s \Rightarrow A_{vs} = \frac{v_o}{v_s} = -5.6.$$

Το αρνητικό πρόσημο σημαίνει διαφορά φάσης 180° της τάσης εξόδου σε σχέση με την τάση εισόδου.

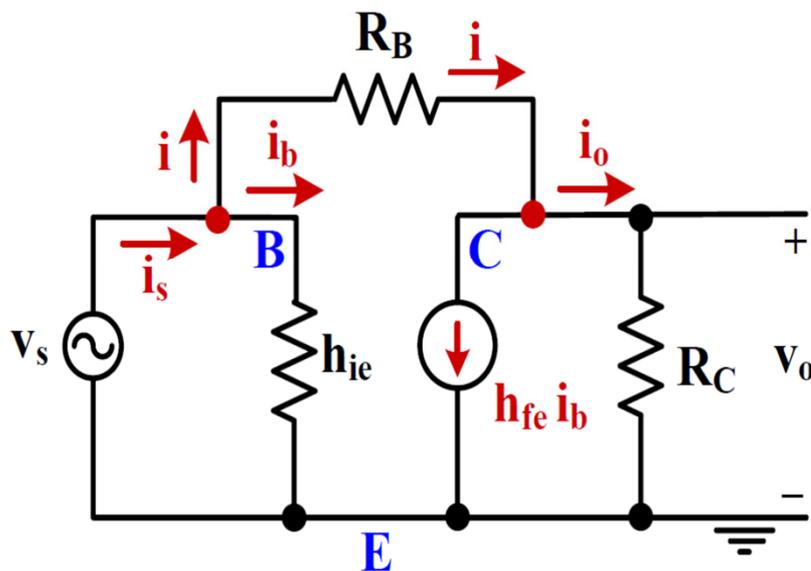
Άσκηση 11^η

Για το τρανζίστορ του ενισχυτή του παρακάτω σχήματος δίνονται: $h_{ie} = 2 \text{ k}\Omega$ και $h_{fe} = 100$. Θα σχεδιάσουμε το ισοδύναμο κύκλωμα του ενισχυτή στο εναλλασσόμενο για την περιοχή των μεσαίων συχνοτήτων και θα υπολογίσουμε την ενίσχυση τάσης $A_v = v_o / v_s$ στην περιοχή των μεσαίων συχνοτήτων. Δίνονται: $R_B = 200 \text{ k}\Omega$ και $R_C = 2 \text{ k}\Omega$.



Άσκηση 11^η

Για να προσδιορίσουμε τη ζητούμενη ενίσχυση τάσης, αρχικά σχεδιάζουμε το ισοδύναμο κύκλωμα του ενισχυτή στην περιοχή των μεσαίων συχνοτήτων. Αντικαθιστούμε τους πυκνωτές και την πηγή σταθερής τάσης με βραχυκυκλώματα και το τρανζίστορ με το ισοδύναμο κύκλωμά του που δίνεται στην εκφώνηση του θέματος. Σημειώνεται ότι, στον εν λόγω ενισχυτή, η αντίσταση R_B είναι συνδεδεμένη μεταξύ της βάσης και του συλλέκτη του τρανζίστορ. Με βάση τα παραπάνω, το ισοδύναμο κύκλωμα του ενισχυτή στην περιοχή των μεσαίων συχνοτήτων, έχει ως εξής:



Άσκηση 11^η

Εφαρμόζουμε τον νόμο του Ohm στην αντίσταση R_C : $v_o = i_o \cdot R_C$

Για να προσδιορίσουμε το ρεύμα εξόδου εφαρμόζουμε τον πρώτο κανόνα Kirchhoff στο συλλέκτη του τρανζίστορ: $i_o = i - h_{fe} \cdot i_b$.

Συνδυάζοντας τις δύο προηγούμενες σχέσεις προκύπτει: $v_o = (i - h_{fe}i_b) \cdot R_C$.

Η τάση στα άκρα της R_B ισούται με $(v_s - v_o)$, συνεπώς το ρεύμα i που τη διαρρέει έχει ως εξής:

$$i = \frac{V_s - V_o}{R_B}$$

Το ρεύμα βάσης ισούται με:

$$i_b = \frac{V_s}{h_{ie}}$$

Άσκηση 11^η

Αντικαθιστώντας τα παραπάνω ρεύματα στη σχέση υπολογισμού της τάσης εξόδου, υπολογίζουμε τη ζητούμενη ενίσχυση τάσης:

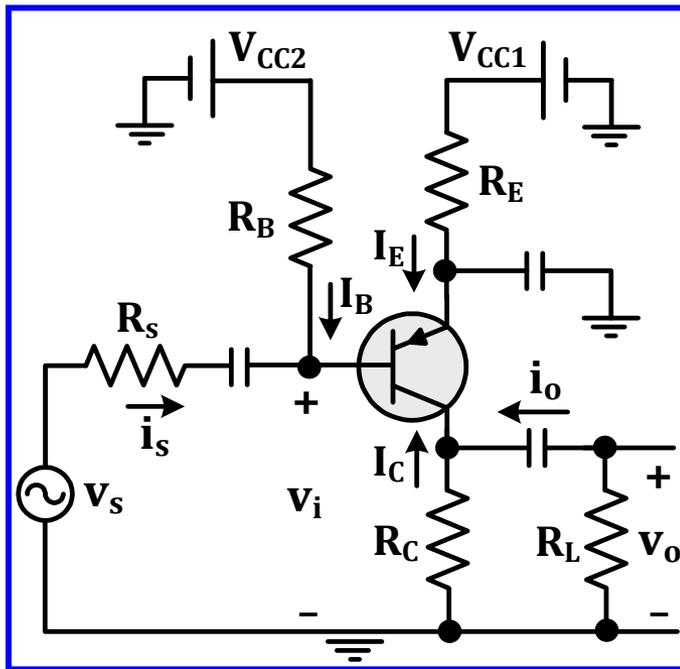
$$\begin{aligned}v_o &= \left(\frac{v_s - v_o}{R_B} - h_{fe} \cdot \frac{v_s}{h_{ie}} \right) \cdot R_C \Rightarrow v_o = \frac{v_s \cdot R_C}{R_B} - \frac{v_o \cdot R_C}{R_B} - \frac{v_s \cdot h_{fe} \cdot R_C}{h_{ie}} \Rightarrow \\ \Rightarrow v_o + \frac{v_o \cdot R_C}{R_B} &= \frac{v_s \cdot R_C}{R_B} - h_{fe} \cdot \frac{v_s \cdot h_{fe} \cdot R_C}{h_{ie}} \Rightarrow v_o \cdot \left(1 + \frac{R_C}{R_B} \right) = v_s \cdot \left(\frac{R_C}{R_B} - \frac{h_{fe} \cdot R_C}{h_{ie}} \right) \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{v_o}{v_s} &= \frac{\frac{R_C}{R_B} - \frac{h_{fe} \cdot R_C}{h_{ie}}}{1 + \frac{R_C}{R_B}} \Rightarrow \frac{v_o}{v_s} = \frac{\frac{2}{200} - \frac{100 \cdot 2}{2}}{1 + \frac{2}{200}} \Rightarrow \frac{v_o}{v_s} = \frac{0.01 - 100}{1 + 0.01} \Rightarrow \frac{v_o}{v_s} = -99 = A_v\end{aligned}$$

Το αρνητικό πρόσημο της ενίσχυσης σημαίνει ότι η διαφορά φάσης των σημάτων εισόδου και εξόδου είναι 180° .

Άσκηση 12^η

Για τον ενισχυτή του παρακάτω σχήματος, δίνεται ότι $V_{CC1} = 6\text{ V}$, $V_{CC2} = 2\text{ V}$, $R_B = 200\text{ k}\Omega$, $R_C = 2\text{ k}\Omega$ και $R_S = R_E = R_L = 1\text{ k}\Omega$, ενώ για το **τρανζίστορ pnp** που συμμετέχει στον ενισχυτή, δίνονται: $V_{BE} = -0,7\text{ V}$, $h_{ie} = 2\text{ k}\Omega$ και $\beta = h_{fe} = 100$, καθώς και ότι λειτουργεί στην ενεργό περιοχή.

- Θα προσδιορίσουμε το σημείο λειτουργίας του τρανζίστορ και θα σχεδιάσουμε τη γραμμή φορτίου του ενισχυτή στο συνεχές.
- Θα υπολογίσουμε την αντίσταση εισόδου $R_i = v_i / i_s$ και την αντίσταση εξόδου $R_o = v_o / i_o$ (για $v_i = 0$, $R_L = \infty$) την ενίσχυση τάσης $A_v = v_o / v_s$ και την ενίσχυση ρεύματος $A_i = i_o / i_s$ του ενισχυτή στην περιοχή των μεσαίων συχνοτήτων.



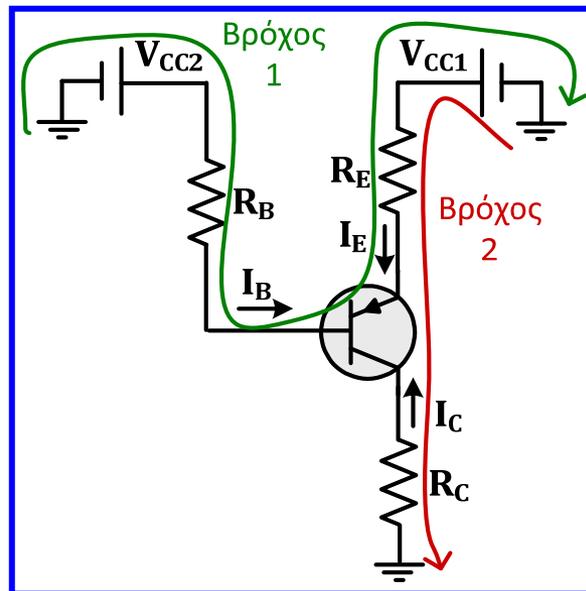
Η ανάλυση των ενισχυτών στο εναλλασσόμενο γίνεται με τον ίδιο τρόπο, ανεξάρτητα από το αν περιλαμβάνουν τρανζίστορ pnp ή npn, αφού εξετάζονται μόνο οι μικρές μεταβολές (διακυμάνσεις) τάσεων και ρευμάτων σε σχέση με το σημείο λειτουργίας του τρανζίστορ. Για τα τρανζίστορ npn και pnp χρησιμοποιείται το ίδιο ισοδύναμο κύκλωμα.

Άσκηση 12^η

- α) Οι πυκνωτές στο συνεχές ρεύμα λειτουργούν ως ανοικτά κυκλώματα. Ο 2^{ος} κανόνας Kirchhoff στο βρόχο 1 του παρακάτω ισοδύναμου κυκλώματος στο συνεχές, έχει ως εξής:

$$-V_{CC2} + I_B \cdot R_B + V_{BE} - I_E \cdot R_E + V_{CC1} = 0 \Rightarrow -V_{CC2} + \frac{I_C}{\beta} \cdot R_B + V_{BE} + \left(I_C + \frac{I_C}{\beta}\right) \cdot R_E + V_{CC1} = 0 \Rightarrow$$

$$I_C = \frac{V_{CC2} - V_{BE} - V_{CC1}}{\frac{R_B}{\beta} + R_E + \frac{R_E}{\beta}} \Rightarrow I_C = \frac{2 + 0.7 - 6}{\frac{200}{100} + 1 + \frac{1}{100}} \text{ mA} \Rightarrow I_C \approx -1.1 \text{ mA}.$$



Στον παραπάνω υπολογισμό χρησιμοποιήθηκαν οι σχέσεις $I_B = I_C / \beta$ και $I_E = -(I_C + I_B)$ που διέπουν τα ρεύματα των ακροδεκτών του τρανζίστορ.

Άσκηση 12^η

Ο 2^{ος} κανόνας Kirchhoff στο βρόχο 2 του παραπάνω κυκλώματος έχει ως εξής:

$$\begin{aligned} -V_{CC1} + I_E \cdot R_E + V_{EC} - I_C \cdot R_C &= 0 \Rightarrow -V_{CC1} - (I_C + I_B) \cdot R_E - V_{CE} - I_C \cdot R_C = 0 \Rightarrow \\ -V_{CC1} - \left(I_C + \frac{I_C}{\beta}\right) \cdot R_E - V_{CE} - I_C \cdot R_C &= 0 \Rightarrow V_{CE} = -V_{CC1} - I_C \cdot \left(R_E + \frac{R_E}{\beta} + R_C\right) \Rightarrow \\ V_{CE} &= [-6 - (-1.1 \cdot 10^{-3}) \cdot (1 \cdot 10^3 + 0,01 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^3)] \text{ V} \Rightarrow V_{CE} \approx -2,7 \text{ V}. \end{aligned}$$

Στον παραπάνω υπολογισμό χρησιμοποιήθηκαν οι σχέσεις $I_B = I_C / \beta$ και $I_E = -(I_C + I_B)$ που διέπουν τα ρεύματα των ακροδεκτών του τρανζίστορ.

Επομένως, το σημείο λειτουργίας του τρανζίστορ είναι: **$Q(V_{CE}, I_C) = (-2,7 \text{ V}, -1,1 \text{ mA})$** . Οι χαρακτηριστικές εξόδου [$I_C = f(V_{CE})$] του τρανζίστορ ρηρ βρίσκονται στο τρίτο τεταρτημόριο του συστήματος αξόνων της V_{CE} και του I_C και οι συντεταγμένες του σημείου λειτουργίας είναι αρνητικές.

Τα δύο ακραία σημεία της γραμμής φορτίου του ενισχυτή στο συνεχές, προκύπτουν από τον 2^ο κανόνα Kirchhoff στο βρόχο εξόδου του ενισχυτή, ο οποίος διατυπώθηκε στο προηγούμενο ερώτημα:

$$V_{CE} = -V_{CC1} - I_C \cdot \left(R_E + \frac{R_E}{\beta} + R_C\right).$$

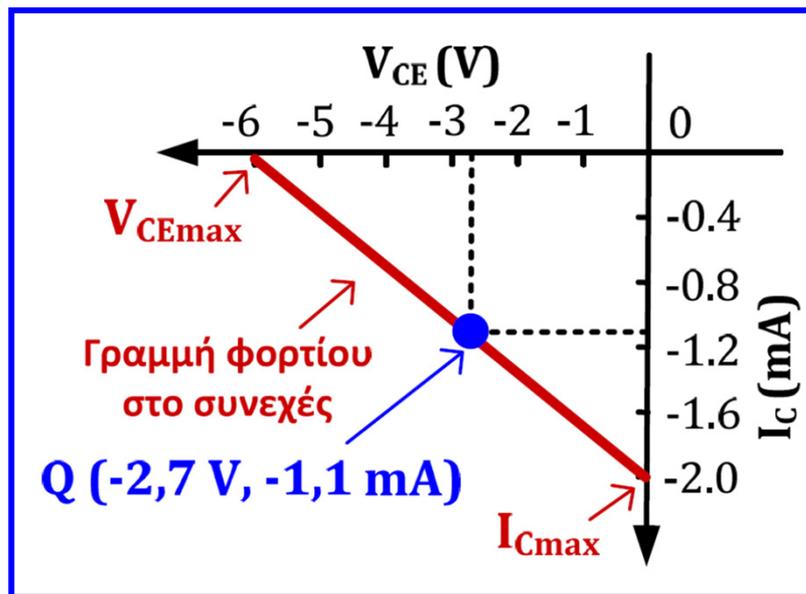
Στην παραπάνω σχέση όταν $V_{CE} = 0$, προκύπτει ότι:

$$I_{C\max} = \frac{-V_{CC1}}{R_E + \frac{R_E}{\beta} + R_C} \Rightarrow I_{C\max} = \frac{-6}{1 + 0,01 + 2} \text{ mA} \Rightarrow I_{C\max} \approx -2 \text{ mA},$$

ενώ όταν $I_C = 0$ προκύπτει ότι $V_{CE\max} = -V_{CC1} \Rightarrow V_{CE\max} = -6 \text{ V}$.

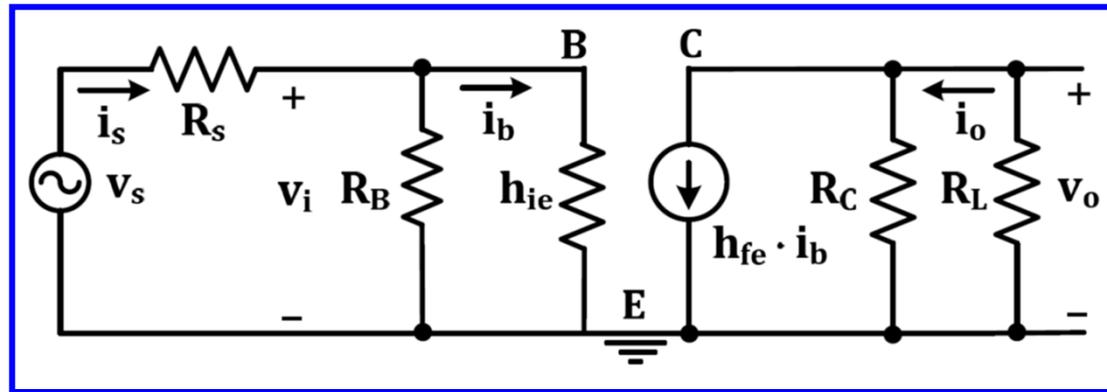
Άσκηση 12^η

Η γραμμή φορτίου στο συνεχές σχεδιάζεται στο παρακάτω σχήμα. Στο ίδιο σχήμα υποδεικνύεται και το σημείο λειτουργίας του τρανζίστορ, το οποίο αποτελεί σημείο της γραμμής φορτίου του ενισχυτή. Όπως οι χαρακτηριστικές εξόδου [$I_C = f(V_{CE})$] του τρανζίστορ n_{pn} , έτσι και η γραμμή φορτίου του ενισχυτή που περιλαμβάνει τρανζίστορ n_{pn} , βρίσκεται στο τρίτο τεταρτημόριο του συστήματος αξόνων της V_{CE} και του I_C .



Άσκηση 12^η

- β) Για το σχεδιασμό του ισοδύναμου κυκλώματος του ενισχυτή στο εναλλασσόμενο, λαμβάνουμε υπόψη ότι στις μεσαίες συχνότητες οι πυκνωτές λειτουργούν ως βραχυκυκλώματα. Η αντίσταση R_E δε συμμετέχει στο ισοδύναμο κύκλωμα, αφού βραχυκυκλώνεται λόγω της παρουσίας του πυκνωτή παράκαμψης. Επίσης, βραχυκυκλώνουμε τις δύο πηγές σταθερής τάσης (V_{CC1} και V_{CC2}), με αποτέλεσμα η αντίσταση R_B να συνδέεται μεταξύ της βάσης του τρανζίστορ και της γείωσης. Η αντίσταση R_C συνδέεται μεταξύ του συλλέκτη του τρανζίστορ και της γείωσης. Το τρανζίστορ είναι σε σύνδεση κοινού εκπομπού (ο εκπομπός είναι κοινός στην είσοδο και στην έξοδο του ενισχυτή).



Ο υπολογισμός της αντίστασης εισόδου του ενισχυτή, έχει ως εξής:

$$R_i = \frac{v_i}{i_s} \Rightarrow R_i = \frac{v_i}{i_{R_B} + i_b} \Rightarrow R_i = \frac{v_i}{\frac{v_i}{R_B} + \frac{v_i}{h_{ie}}} \Rightarrow R_i = \frac{1}{\frac{1}{R_B} + \frac{1}{h_{ie}}} \Rightarrow$$

$$R_i = \frac{h_{ie} \cdot R_B}{h_{ie} + R_B} \Rightarrow R_i = \frac{2 \cdot 200}{2 + 200} \text{ k}\Omega \Rightarrow R_i = 1,98 \text{ k}\Omega.$$

Άσκηση 12^η

Η αντίσταση εξόδου R_o του ενισχυτή για $R_L = \infty$, δηλαδή με ανοιχτοκυκλωμένη την αντίσταση R_L (ενισχυτής χωρίς φορτίο) και $v_i = 0$ ($\Rightarrow i_b = v_i / h_{ie} = 0$), είναι η αντίσταση R_C , αφού $R_o = v_o / i_o = R_C$, όπως προκύπτει από το παραπάνω ισοδύναμο κύκλωμα. Επομένως: **$R_o = 2 \text{ k}\Omega$** .

Η ενίσχυση τάσης που ζητείται υπολογίζεται με βάση το παραπάνω ισοδύναμο κύκλωμα, αφού αντικαταστήσουμε τις παράλληλα συνδεδεμένες αντιστάσεις R_C και R_L με μια ισοδύναμη αντίσταση:

$$R'_L = \frac{R_L \cdot R_C}{R_L + R_C} = \frac{1 \cdot 2}{1 + 2} \text{ k}\Omega = 0,667 \text{ k}\Omega .$$

Εφαρμόζοντας τον νόμο του Ohm στις αντιστάσεις R'_L και h_{ie} προκύπτουν οι παρακάτω σχέσεις:

$$v_o = - h_{fe} \cdot i_b \cdot R'_L = - 100 \cdot 0,667 \cdot 10^3 \cdot i_b \Rightarrow v_o = - 66,7 \cdot 10^3 \cdot i_b$$

$$i_b = \frac{v_i}{h_{ie}} .$$

Συνδυάζοντας τις δύο παραπάνω σχέσεις, προκύπτει ότι:

$$v_o = - 66,7 \cdot 10^3 \cdot \frac{v_i}{h_{ie}} \Rightarrow v_o = - 66,7 \cdot 10^3 \cdot \frac{v_i}{2 \cdot 10^3} \Rightarrow v_o = - 33,35 \cdot v_i .$$

Από το διαιρέτη τάσης στην είσοδο του ισοδύναμου κυκλώματος του ενισχυτή, προκύπτει ότι:

$$v_i = \frac{R_i}{R_i + R_s} \cdot v_s .$$

Άσκηση 12^η

Μετά τα παραπάνω, η ζητούμενη ενίσχυση τάσης, υπολογίζεται ως εξής:

$$v_o = -33,35 \cdot v_i \Rightarrow v_o = -33,35 \cdot \frac{R_i}{R_i + R_s} \cdot v_s \Rightarrow v_o = -\frac{33,35 \cdot 1,98 \cdot 10^3}{1,98 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^3} \cdot v_s \Rightarrow$$
$$v_o = -22,16 \cdot v_s \Rightarrow \frac{v_o}{v_s} = -22,16 \Rightarrow \mathbf{A_{vs} = -22,16}.$$

Για τον υπολογισμό της ενίσχυσης ρεύματος, αξιοποιούμε την παρουσία του διαιρέτη ρεύματος που σχηματίζουν οι αντιστάσεις R_C και R_L στην έξοδο του ισοδύναμου κυκλώματος του ενισχυτή στο εναλλασσόμενο, για τον οποίο ισχύει ότι:

$$i_o = \frac{R_C}{R_C + R_L} \cdot h_{fe} \cdot i_b.$$

Επίσης, αξιοποιούμε την παρουσία του διαιρέτη ρεύματος που σχηματίζουν οι αντιστάσεις R_B και h_{ie} στην είσοδο του ισοδύναμου κυκλώματος του ενισχυτή στο εναλλασσόμενο, για τον οποίο ισχύει ότι:

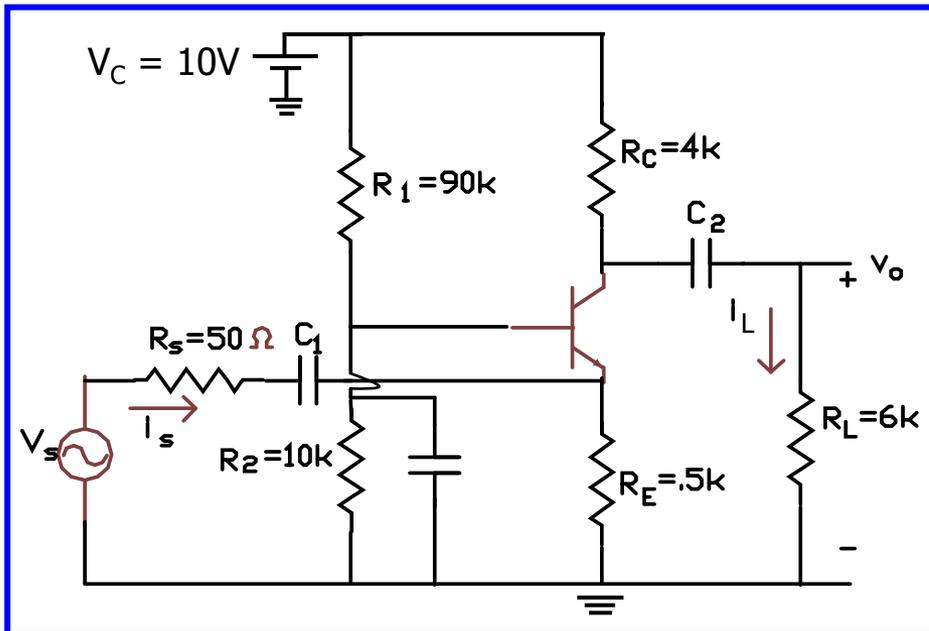
$$i_b = \frac{R_B}{R_B + h_{ie}} \cdot i_s.$$

Αντικαθιστώντας στην πρώτη σχέση, το ρεύμα i_b όπως αυτό δίνεται από την δεύτερη σχέση, καταλήγουμε στον υπολογισμό της ζητούμενης ενίσχυσης ρεύματος (A_i) του ενισχυτή:

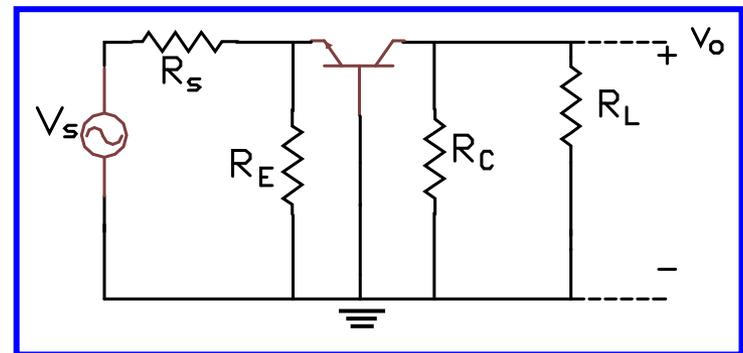
$$i_o = \frac{R_C}{R_C + R_L} \cdot h_{fe} \cdot \frac{R_B}{R_B + h_{ie}} \cdot i_s \Rightarrow \frac{i_o}{i_s} = \frac{R_C \cdot h_{fe}}{R_C + R_L} \cdot \frac{R_B}{R_B + h_{ie}} \Rightarrow A_i = \frac{R_C \cdot h_{fe}}{R_C + R_L} \cdot \frac{R_B}{R_B + h_{ie}} \Rightarrow$$
$$A_i = \frac{2 \cdot 10^3 \cdot 100}{2 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^3} \cdot \frac{200 \cdot 10^3}{200 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^3} \Rightarrow \mathbf{A_i = 66}.$$

Άσκηση 13^η

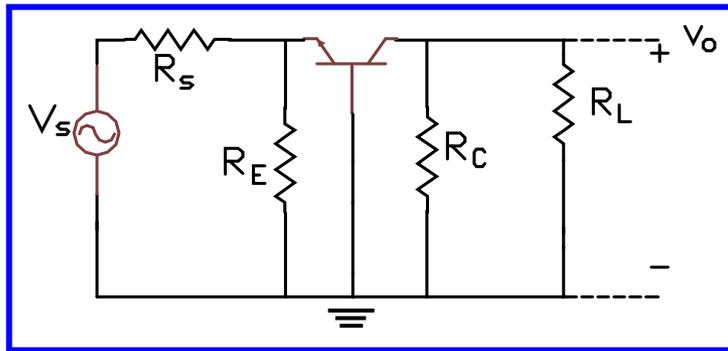
Για τον ενισχυτή του σχήματος θα υπολογίσουμε για την περιοχή μεσαίων συχνοτήτων: την ενίσχυση τάσης $A_{v_s} = v_o / v_s$, την ενίσχυση ρεύματος $A_{i_L} = i_L / i_s$ και τις αντιστάσεις εισόδου και εξόδου του ενισχυτή. Δίνονται: $h_{fe} = 100$ και $h_{ie} = 1 \text{ k}\Omega$.



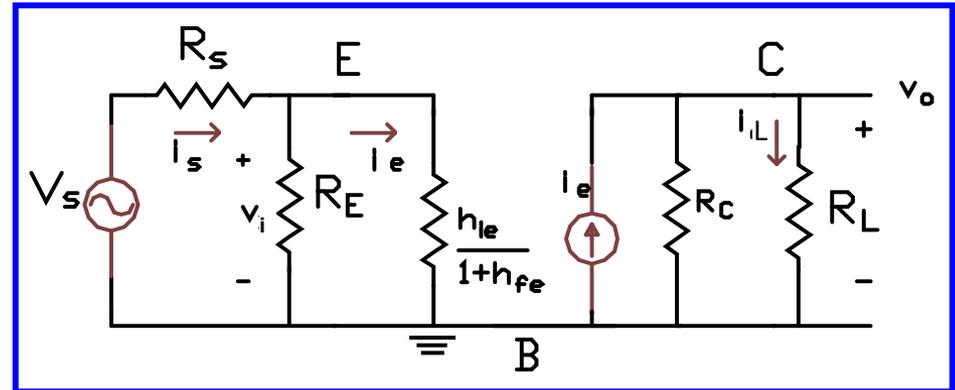
Ο ενισχυτής αυτός, στο εναλλασσόμενο αντιστοιχεί στο παρακάτω κύκλωμα. Κάθε ακροδέκτης που συνδέεται σε σταθερή πηγή θεωρείται γείωση όσον αφορά τη λειτουργία μικρού σήματος. Επίσης, οι πυκνωτές θεωρούνται ως βραχυκυκλώματα. Συνεπώς, οι αντιστάσεις R_1 , R_2 είναι βραχυκυκλωμένες και δε λαμβάνονται υπόψη στο εναλλασσόμενο.



Άσκηση 13^η



ac
⇔



Κατά την ανάλυση **αγνοούμε την R_E** διότι $R_E \gg h_{ie} / (1+h_{fe})$. Εάν δεν αγνοηθεί η αντίσταση εκπομπού, η ανάλυση γίνεται με παρόμοιο τρόπο.

$$R'_L = R_C \parallel R_L = 2.4 \text{ k}\Omega$$

$$v_o = i_e \cdot R'_L$$

$$i_e = \frac{v_i}{\frac{h_{ie}}{1+h_{fe}}}$$

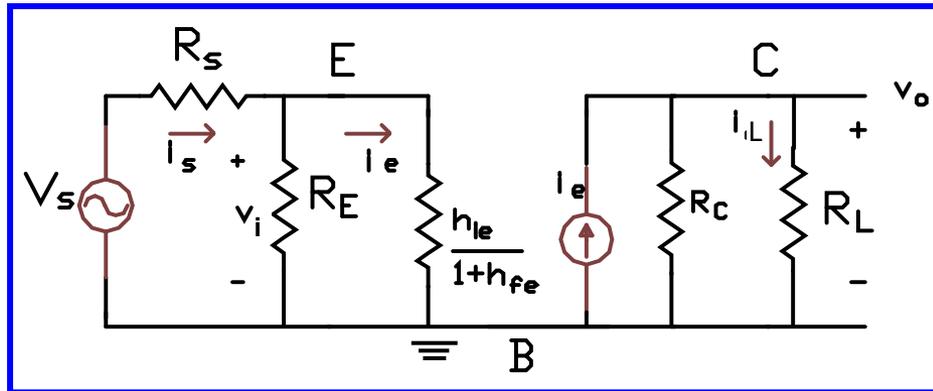
$$v_o = \frac{v_i}{\frac{h_{ie}}{1+h_{fe}}} R'_L$$

$$R_i = R_E \parallel \frac{h_{ie}}{1+h_{fe}} \approx \frac{h_{ie}}{1+h_{fe}} = 10 \Omega$$

$$v_i = \frac{R_i}{R_s + R_i} v_s = 0.167 v_s$$

$$A_{vs} = \frac{v_o}{v_s} = \frac{0.167 R'_L}{\frac{h_{ie}}{1+h_{fe}}} = 40.5$$

Άσκηση 13^η



$$i_L = \frac{R_c}{R_c + R_L} i_e$$

$$A_{iL} = \frac{i_L}{i_s} = \frac{R_c}{R_c + R_L} = 0.4$$

$$R_o = R_C = 4 \text{ k}\Omega$$

Ο ενισχυτής κοινής βάσης δεν παρέχει ενίσχυση ρεύματος

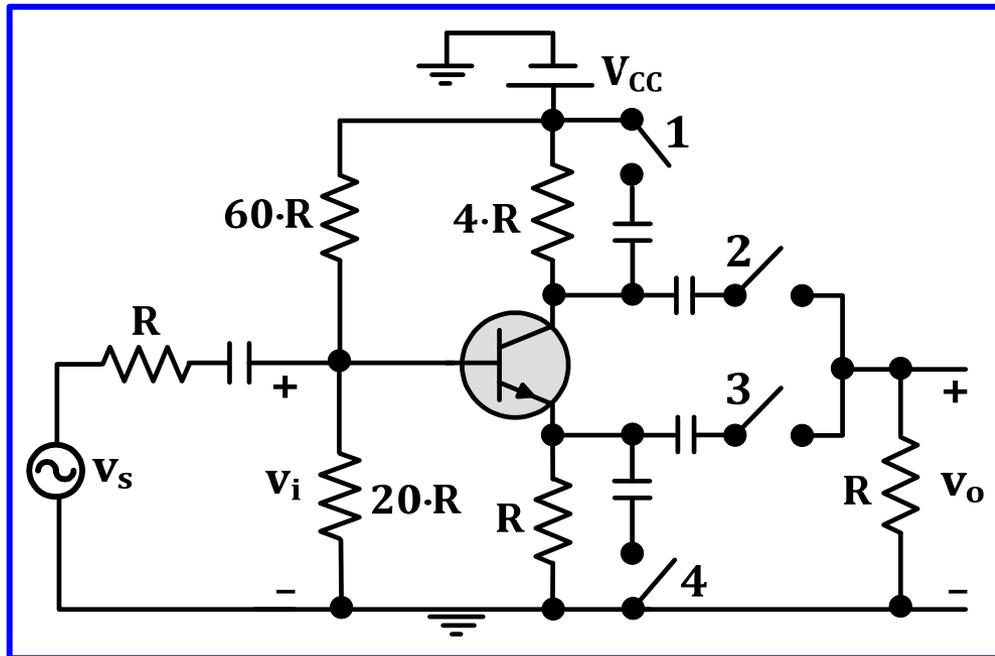
Άσκηση 14^η

Για τον ενισχυτή του σχήματος, δίνονται: $V_{CC} = 8\text{ V}$, $R = 1\text{ k}\Omega$, ενώ για το τρανζίστορ δίνονται: $V_{BE} = 0,7\text{ V}$, $h_{ie} = 2\text{ k}\Omega$, $\beta = h_{fe} = 100$, καθώς και ότι λειτουργεί στην ενεργό περιοχή.

α) Θα προσδιορίσουμε το σημείο λειτουργίας του τρανζίστορ.

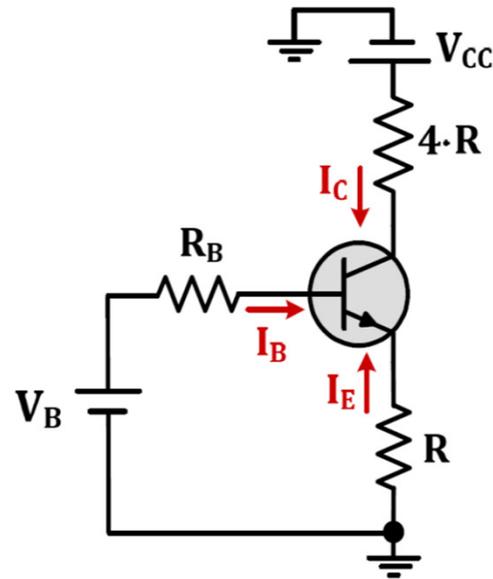
β) Θα σχεδιάσουμε την γραμμή φορτίου του ενισχυτή στο συνεχές.

γ) Θα υπολογίσουμε την ενίσχυση τάσης $A_v = v_o / v_s$ στην περιοχή των μεσαίων συχνοτήτων, όταν οι διακόπτες 1 και 3 είναι ανοικτοί και οι διακόπτες 2 και 4 είναι κλειστοί, καθώς και όταν οι διακόπτες 1 και 3 είναι κλειστοί και οι διακόπτες 2 και 4 είναι ανοικτοί.



Άσκηση 14^η

- α) Για την ευκολότερη ανάλυση του ενισχυτή στο συνεχές ρεύμα με στόχο τον προσδιορισμό του σημείου λειτουργίας του τρανζίστορ, εξάγουμε το ισοδύναμο κύκλωμα του ενισχυτή κατά Thevenin που ακολουθού. Επισημαίνεται ότι οι πυκνωτές στο συνεχές ρεύμα λειτουργούν ως ανοικτά κυκλώματα.



$$R_B = \frac{60 \cdot R \cdot 20 \cdot R}{60 \cdot R + 20 \cdot R} = \frac{1200}{80} \cdot R = 15 \cdot R = 15 \text{ k}\Omega, \quad V_B = \frac{20 \cdot R}{60 \cdot R + 20 \cdot R} \cdot V_{CC} = \frac{20}{80} \cdot 8 \text{ V} = 2 \text{ V}.$$

Άσκηση 14^η

Ο 2^{ος} κανόνας Kirchhoff στο βρόχο εισόδου του παραπάνω κυκλώματος έχει ως εξής:

$$\begin{aligned} -V_B + I_B \cdot R_B + V_{BE} - I_E \cdot R &= 0 \Rightarrow -V_B + I_B \cdot R_B + V_{BE} + (I_C + I_B) \cdot R = 0 \Rightarrow \\ -V_B + \frac{I_C}{\beta} \cdot R_B + V_{BE} + \left(I_C + \frac{I_C}{\beta}\right) \cdot R &= 0 \Rightarrow I_C = \frac{V_B - V_{BE}}{\frac{R_B}{\beta} + \left(1 + \frac{1}{\beta}\right) \cdot R} \Rightarrow I_C = \frac{V_B - V_{BE}}{\frac{15 \cdot R}{\beta} + \left(\frac{\beta + 1}{\beta}\right) \cdot R} \Rightarrow \\ I_C = \frac{V_B - V_{BE}}{\frac{\beta + 16}{\beta} \cdot R} \Rightarrow I_C &= \frac{2 - 0.7}{\frac{116}{100} \cdot 1} \text{ mA} \Rightarrow I_C = 1.12 \text{ mA}. \end{aligned}$$

Στον παραπάνω υπολογισμό χρησιμοποιήθηκαν οι σχέσεις $I_B = I_C / \beta$ και $I_E = -(I_C + I_B)$ που διέπουν τα ρεύματα των ακροδεκτών του τρανζίστορ.

Ο 2^{ος} κανόνας Kirchhoff στο βρόχο εξόδου του παραπάνω κυκλώματος έχει ως εξής:

$$\begin{aligned} -V_{CC} + I_C \cdot 4 \cdot R + V_{CE} - I_E \cdot R &= 0 \Rightarrow -V_{CC} + I_C \cdot 4 \cdot R + V_{CE} + (I_C + I_B) \cdot R = 0 \Rightarrow \\ V_{CE} = V_{CC} - I_C \cdot 4 \cdot R - \left(I_C + \frac{I_C}{\beta}\right) \cdot R &= 0 \Rightarrow V_{CE} = V_{CC} - I_C \cdot \left(4 \cdot R + R + \frac{R}{\beta}\right) \Rightarrow \\ V_{CE} = \left[8 - 1.12 \cdot 10^{-3} \cdot \left(4 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^3 + \frac{1 \cdot 10^3}{100}\right)\right] \text{ V} &\Rightarrow V_{CE} \approx 2.4 \text{ V}. \end{aligned}$$

Επομένως, το σημείο λειτουργίας του τρανζίστορ είναι: **Q (V_{CE} , I_C) = (2.4 V, 1.12 mA)**.

Άσκηση 14^η

β) Τα δύο ακραία σημεία της γραμμής φορτίου του ενισχυτή στο συνεχές, προκύπτουν από τον 2^ο κανόνα Kirchhoff στο βρόχο εξόδου του ενισχυτή, ο οποίος διατυπώθηκε στο προηγούμενο ερώτημα:

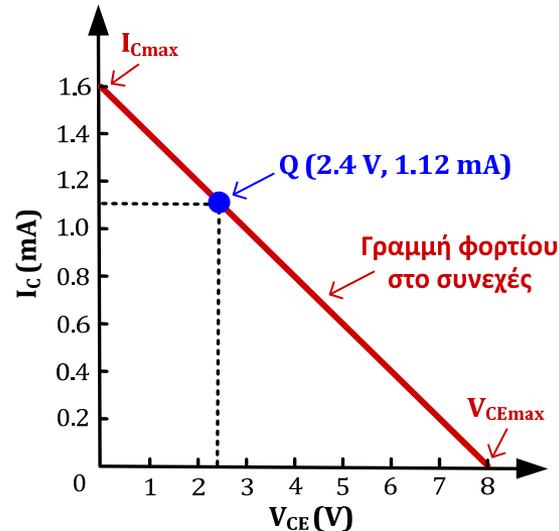
$$V_{CE} = V_{CC} - I_C \cdot \left(4 \cdot R + R + \frac{R}{\beta} \right).$$

Στην παραπάνω σχέση όταν $V_{CE} = 0$, προκύπτει ότι:

$$I_{Cmax} = \frac{V_{CC}}{4 \cdot R + R + \frac{R}{\beta}} = \frac{8}{4 \cdot 1 + 1 + \frac{1}{100}} \text{ mA} \approx 1.6 \text{ mA},$$

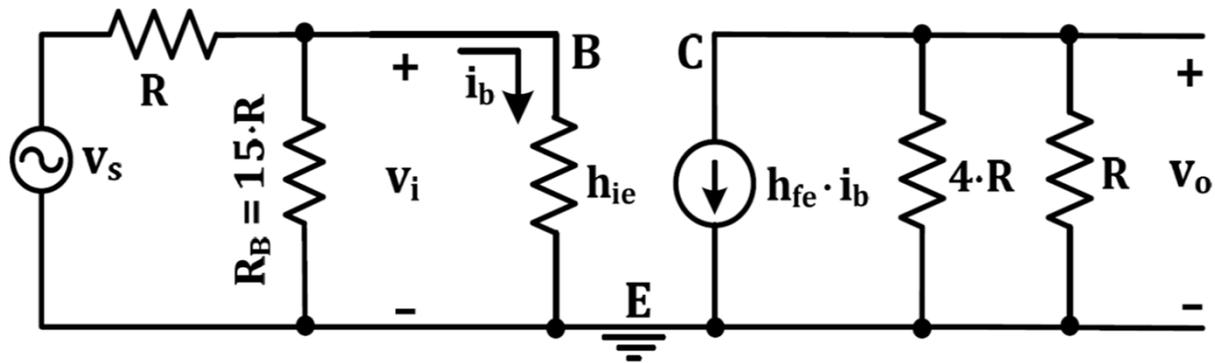
ενώ όταν $I_C = 0$ προκύπτει ότι $V_{CEmax} = V_{CC} = 8 \text{ V}$.

Η γραμμή φορτίου στο συνεχές σχεδιάζεται στο παρακάτω σχήμα. Στο ίδιο σχήμα υποδεικνύεται και το σημείο λειτουργίας του τρανζίστορ, το οποίο προφανώς αποτελεί σημείο της γραμμής φορτίου του ενισχυτή.



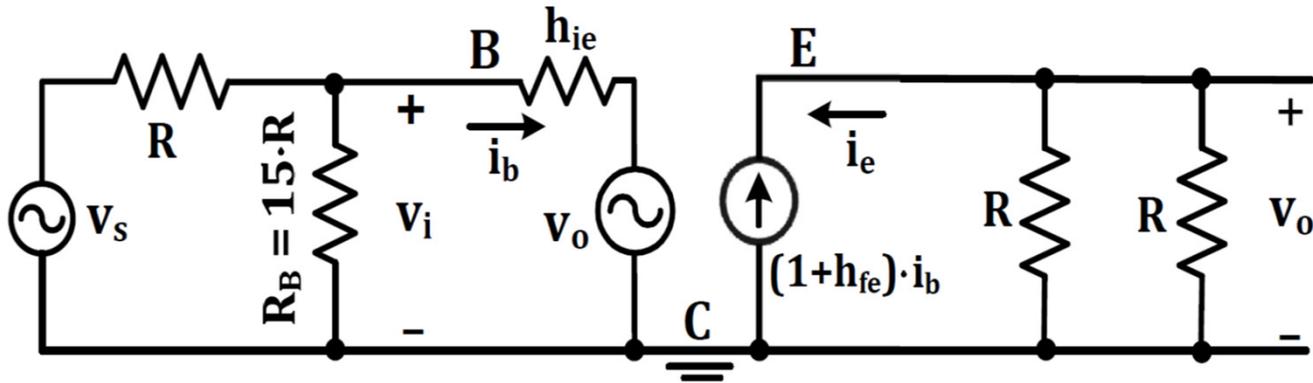
Άσκηση 14^η

- γ) Για την περίπτωση γ_1 , όπου οι διακόπτες 1 και 3 είναι ανοικτοί και οι διακόπτες 2 και 4 είναι κλειστοί, το ισοδύναμο κύκλωμα του ενισχυτή στο εναλλασσόμενο δίνεται στο παρακάτω σχήμα. Ο πυκνωτής του κυκλώματος στην περιοχή των μεσαίων συχνοτήτων λειτουργούν ως βραχυκυκλώματα. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα τη μη συμμετοχή της αντίστασης εκπομπού (R) στο ισοδύναμο κύκλωμα. Επίσης, η πηγή σταθερής τάσης βραχυκυκλώνεται με αποτέλεσμα την παράλληλη σύνδεση των αντιστάσεων $60 \cdot R$ και $20 \cdot R$ και την αντικατάστασή τους με την αντίσταση $R_B = 15 \cdot R = 15 \text{ k}\Omega$. Η έξοδος του ενισχυτή λαμβάνεται από το συλλέκτη του τρανζίστορ, συνεπώς το τρανζίστορ είναι σε σύνδεση κοινού εκπομπού.



Άσκηση 14^η

Για την περίπτωση γ_2 , όπου οι διακόπτες 1 και 3 είναι κλειστοί και οι διακόπτες 2 και 4 είναι ανοικτοί, το ισοδύναμο κύκλωμα του ενισχυτή στο εναλλασσόμενο δίνεται στο παρακάτω σχήμα. Η πηγή σταθερής τάσης βραχυκυκλώνεται με αποτέλεσμα την παράλληλη σύνδεση των αντιστάσεων $60 \cdot R$ και $20 \cdot R$ και την αντικατάστασή τους με την αντίσταση $R_B = 15 \cdot R = 15 \text{ k}\Omega$. Ο πυκνωτής του κυκλώματος στην περιοχή των μεσαίων συχνοτήτων λειτουργούν ως βραχυκυκλώματα. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα τη μη συμμετοχή της αντίστασης συλλέκτη ($4 \cdot R$) στο ισοδύναμο κύκλωμα. Η έξοδος του ενισχυτή λαμβάνεται από τον εκπομπό του τρανζίστορ, συνεπώς το τρανζίστορ είναι σε σύνδεση κοινού συλλέκτη.



Άσκηση 14^η

Για την περίπτωση γ_1 , η ενίσχυση τάσης που ζητείται υπολογίζεται με βάση το πρώτο ισοδύναμο κύκλωμα του ενισχυτή, αφού αρχικά αντικαταστήσουμε τις παράλληλα συνδεδεμένες αντιστάσεις $4 \cdot R$ και R με μια ισοδύναμη αντίσταση:

$$R_L = \frac{4 \cdot R \cdot R}{4 \cdot R + R} = \frac{4}{5} \cdot R = \frac{4}{5} \cdot 1 \text{ k}\Omega = 0.8 \text{ k}\Omega.$$

Εφαρμόζοντας τον νόμο του Ohm στις αντιστάσεις R_L και h_{ie} , προκύπτουν οι παρακάτω σχέσεις:

$$v_o = -h_{fe} \cdot i_b \cdot R_L = -100 \cdot 0.8 \cdot 10^3 \cdot i_b \Rightarrow v_o = -80 \cdot 10^3 \cdot i_b, \quad i_b = \frac{v_i}{h_{ie}}.$$

Συνδυάζοντας τις δύο παραπάνω σχέσεις, προκύπτει ότι:

$$v_o = -80 \cdot 10^3 \cdot \frac{v_i}{h_{ie}} \Rightarrow v_o = -80 \cdot 10^3 \cdot \frac{v_i}{2 \cdot 10^3} \Rightarrow v_o = -40 \cdot v_i.$$

Από την παράλληλη σύνδεση των αντιστάσεων R_B και h_{ie} και το διαιρέτη τάσης στην είσοδο του ισοδύναμου κυκλώματος του ενισχυτή, προκύπτει ότι:

$$R_i = \frac{R_B \cdot h_{ie}}{R_B + h_{ie}} = \frac{15 \cdot 2}{15 + 2} \text{ k}\Omega = 1.765 \text{ k}\Omega, \quad v_i = \frac{R_i}{R_i + R} \cdot v_s \Rightarrow v_i = \frac{1.765}{1.765 + 1} \cdot v_s \Rightarrow v_i = 0.64 \cdot v_s.$$

Μετά τα παραπάνω, η ζητούμενη ενίσχυση τάσης για την περίπτωση γ_1 , υπολογίζεται ως εξής:

$$v_o = -40 \cdot v_i \Rightarrow v_o = -40 \cdot 0.64 \cdot v_s \Rightarrow v_o = -25.6 \cdot v_s \Rightarrow \frac{v_o}{v_s} = -25.6 \Rightarrow \mathbf{A_v = -25.6}.$$

Άσκηση 14^η

Για την περίπτωση γ_2 , η ενίσχυση τάσης που ζητείται υπολογίζεται με βάση το δεύτερο ισοδύναμο κύκλωμα του ενισχυτή, αφού αντικαταστήσουμε αρχικά τις παράλληλα συνδεδεμένες αντιστάσεις R και R με μια ισοδύναμη αντίσταση:

$$R_L = \frac{R \cdot R}{R + R} = \frac{R}{2} = 0.5 \text{ k}\Omega .$$

Εφαρμόζοντας τον νόμο του Ohm στις αντιστάσεις R_L και h_{ie} , προκύπτουν οι παρακάτω σχέσεις:

$$v_o = (1 + h_{fe}) \cdot i_b \cdot R_L = 101 \cdot 0.5 \cdot 10^3 \cdot i_b \Rightarrow v_o = 50.5 \cdot 10^3 \cdot i_b .$$

$$i_b = \frac{v_i - v_o}{h_{ie}} \Rightarrow i_b = \frac{v_i - v_o}{2 \cdot 10^3} .$$

Συνδυάζοντας τις δύο παραπάνω σχέσεις, προκύπτει ότι:

$$v_o = 50.5 \cdot 10^3 \cdot i_b \Rightarrow v_o = 50.5 \cdot 10^3 \cdot \frac{v_i - v_o}{2 \cdot 10^3} \Rightarrow v_o = 25.25 \cdot (v_i - v_o) \Rightarrow$$

$$v_o = 25.25 \cdot v_i - 25.25 \cdot v_o \Rightarrow 26.25 \cdot v_o = 25.25 \cdot v_i \Rightarrow v_o = 0.962 \cdot v_i .$$

$$i_b = \frac{v_i - v_o}{h_{ie}} = \frac{R_B(i_s - i_b) - (1 + h_{fe})i_b R_L}{h_{ie}} = \frac{R_B i_s - [R_B + (1 + h_{fe})R_L]i_b}{h_{ie}}$$
$$\Rightarrow i_b = \frac{R_B}{h_{ie} + R_B + (1 + h_{fe})R_L} i_s \Rightarrow i_b = 0.22 \cdot i_s$$

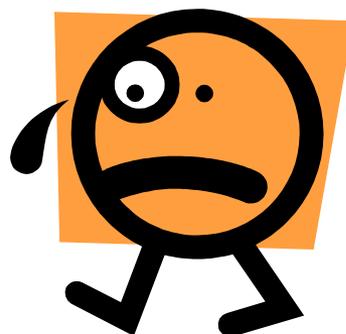
Άσκηση 14^η

Η αντίσταση εισόδου του ενισχυτή υπολογίζεται ως εξής:

$$R_i = \frac{v_i}{i_i} = \frac{v_i}{i_s} = \frac{v_{h_{ie}} + v_o}{i_s} = \frac{h_{ie}i_b + (1 + h_{fe})i_b R_L}{i_s} = \frac{[h_{ie} + (1 + h_{fe})R_L]i_b}{i_s}$$
$$\Rightarrow R_i = (52.5 \cdot 0.22 \cdot i_s) / i_s \Rightarrow R_i = 11.55 \text{ k}\Omega$$

Η ζητούμενη ενίσχυση τάσης για την **περίπτωση γ_2** , υπολογίζεται ως εξής:

$$v_o = 0.962 \cdot v_i \Rightarrow v_o = 0.962 \cdot [R_i / (R_i + R)] \cdot v_s$$
$$\Rightarrow v_o = 0.962 \cdot [11.55 / (11.55 + 1)] \cdot v_s \Rightarrow \mathbf{A_{v_s} = v_o / v_s = 0.89}$$



Τέλος 2^{ης} ενότητας