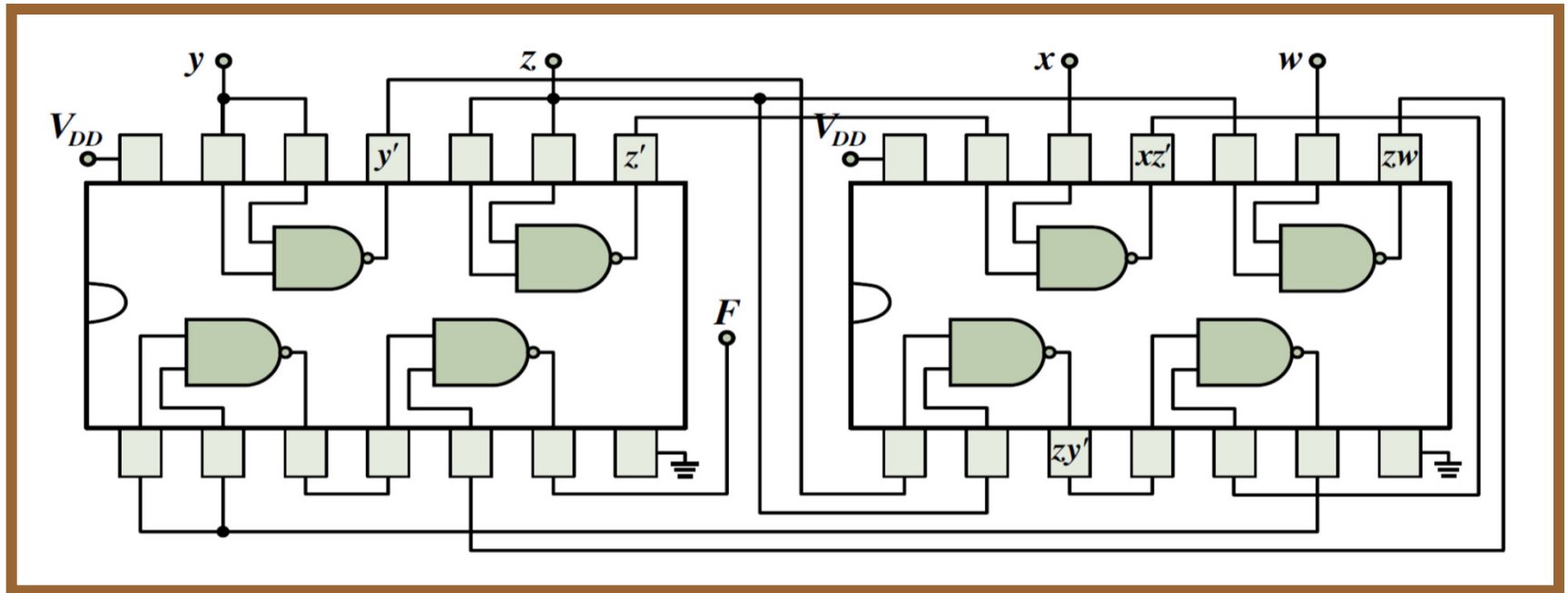


ΨΗΦΙΑΚΗ ΛΟΓΙΚΗ ΣΧΕΔΙΑΣΗ

- Ασκήσεις φροντιστηρίου -



Λάμπρος Μπισδούνης
Καθηγητής



Διδάσκων και ώρα / αίθουσα διδασκαλίας



Διδάσκων: Λάμπρος Μπισδούνης

Γραφείο: 1ος όροφος κτηρίου Α1



Τηλέφωνο: 2610 369293



E-mail: bisdounis@uop.gr



Διδασκαλία φροντιστηρίου: Πέμπτη 14:00 – 15:00
Αμφιθέατρο

Ιστοσελίδα μαθήματος (e-class): <https://eclass.uop.gr/courses/688>

1η ενότητα ασκήσεων

- Αναλογικά και ψηφιακά σήματα
- Μετατροπή αναλογικών σημάτων σε ψηφιακά
- Ψηφιακά συστήματα

Άσκηση 1

Ποια από τα παρακάτω μεγέθη είναι αναλογικά και ποια ψηφιακά;

- α. Επιλογές του διακόπτη που ελέγχει το «μάτι» ηλεκτρικής κουζίνας
- β. Ρεύμα που διαρρέει ηλεκτρικό κύκλωμα
- γ. Θερμοκρασία εσωτερικού χώρου
- δ. Πάπιες σε λίμνη
- ε. Ροή νερού σε σωλήνα ύδρευσης

Άσκηση 1

Το μέγεθος της επιλογής (α) είναι ψηφιακό, αφού ο διακόπτης μπορεί να κινηθεί μόνο σε συγκεκριμένες θέσεις που υποδεικνύουν τη θερμοκρασία που επιλέγεται κάθε φορά. Το μέγεθος της επιλογής (β) είναι αναλογικό, διότι το ρεύμα σε ένα κύκλωμα μπορεί να λαμβάνει οποιαδήποτε τιμή σε μία συνεχή περιοχή τιμών. Το ίδιο ισχύει και για τα μεγέθη των επιλογών (γ) και (ε). Όσον αφορά την επιλογή (δ), πρόκειται για ψηφιακό μέγεθος, αφού ο αριθμός των παπιών της λίμνης λαμβάνει μόνο διακριτές (ακέραιες) τιμές και όχι οποιαδήποτε τιμή μιας συνεχούς περιοχής τιμών.

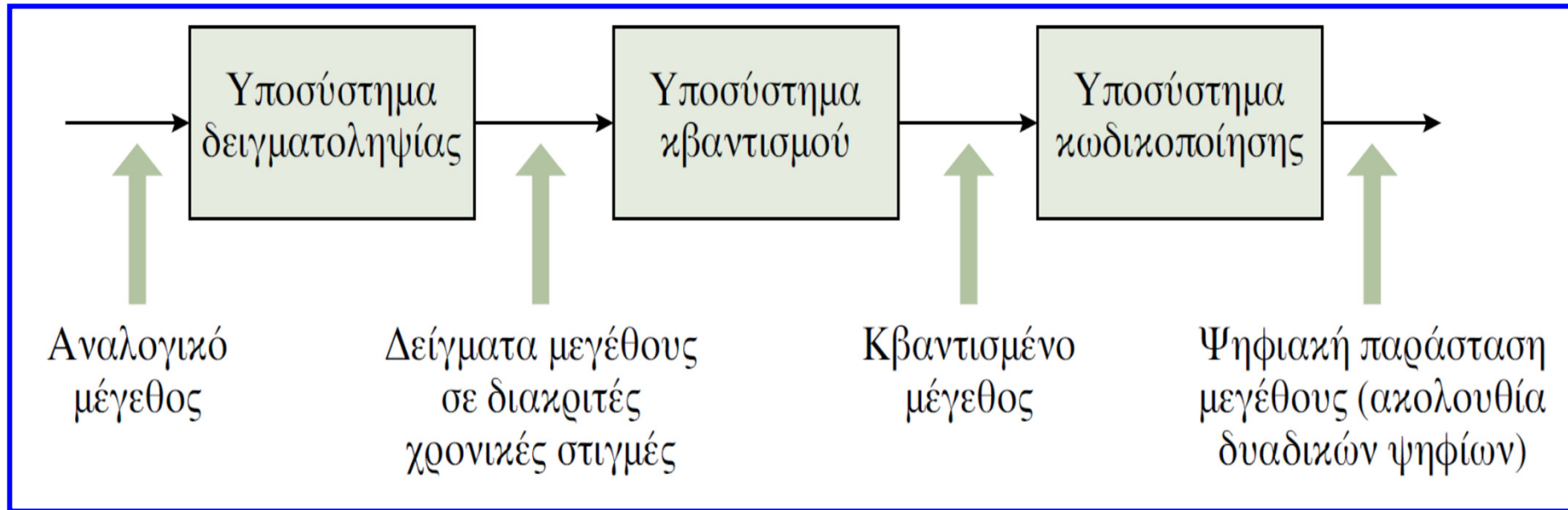
Μετατροπή αναλογικών σημάτων σε ψηφιακά

- Αναλογική παράσταση μεγέθους (**αναλογικό σήμα**): γραφική παράστασή με το χρόνο.
- **Δειγματοληψία (sampling)**: λήψη δειγμάτων του μεγέθους σε διακριτές χρονικές στιγμές.
- Η αναπαράσταση της τιμής κάθε δείγματος με έναν αριθμό πεπερασμένου πλήθους ψηφίων, αποτελεί την **ψηφιοποίηση (digitization)**, αποτέλεσμα της οποίας είναι η ψηφιακή παράσταση του μεγέθους, δηλαδή μια απλή ακολουθία αριθμών που αναπαριστά το μέγεθος των διαδοχικών δειγμάτων (**ψηφιακό σήμα**).
- Η ψηφιοποίηση προϋποθέτει αρχικά τη διαίρεση της κλίμακας του μεγέθους σε **επίπεδα (στάθμες)**, ώστε κάθε δείγμα του μεγέθους να αντιστοιχιστεί στο πλησιέστερο επίπεδο, διαδικασία που αναφέρεται ως **κβαντισμός (quantization)**.

Μετατροπή αναλογικών σημάτων σε ψηφιακά

- Η διαδικασία της ψηφιοποίησης ολοκληρώνεται με την **κωδικοποίηση (encoding, coding)**, κατά την οποία κάθε επίπεδο κβαντισμού και κατά συνέπεια κάθε δείγμα που αντιστοιχεί στο επίπεδο αυτό, κωδικοποιείται με μία απλή ακολουθία αριθμών.
- Συνήθως, ακολουθείται η **δυναδική κωδικοποίηση**, στην οποία χρησιμοποιούνται **δυναδικά ψηφία (binary digits ή bits)** που μπορούν να λάβουν δύο τιμές 0 και 1.
- Για τη δυναδική κωδικοποίηση **2^N τιμών ενός μεγέθους**, απαιτούνται **N δυναδικά ψηφία**.
- Η παράσταση που προκύπτει από τον κβαντισμό (κβαντισμένο σήμα) και κατά συνέπεια η ψηφιακή παράσταση (ψηφιακό σήμα), δεν αποδίδουν με ακρίβεια το αναλογικό μέγεθος. Το σφάλμα που εισάγεται αναφέρεται ως **σφάλμα κβαντισμού**.

Μετατροπή αναλογικών σημάτων σε ψηφιακά



Μετατροπή αναλογικών σημάτων σε ψηφιακά



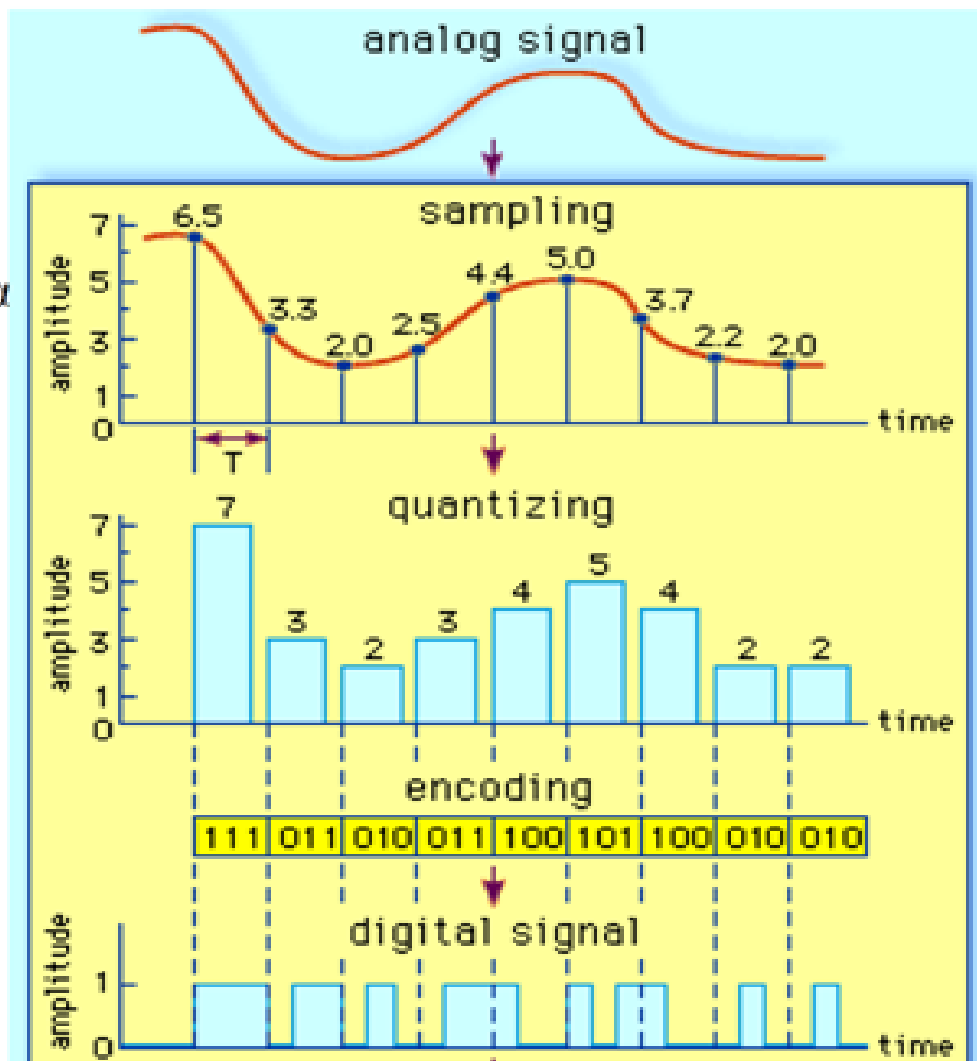
Άσκηση 2

Αναλογικό σήμα

Δειγματοληπτημένο σήμα

Κβαντισμένο σήμα

Ψηφιακό σήμα



Άσκηση 2

Δειγματοληπτημένο σήμα	6.5	3.3	2.0	2.5	4.4	5.0	3.7	2.2	2.0
Κβαντισμένο σήμα	7	3	2	3	4	5	4	2	2
Σφάλμα κβαντισμού	0.5	0.3	0.0	0.5	0.4	0.0	0.3	0.2	0.0
Ψηφιακό σήμα	111	011	010	011	100	101	100	010	010

Δειγματοληψία και κβαντισμός

- Η **δειγματοληψία** ενός αναλογικού σήματος $x_a(t)$ επιτυγχάνεται λαμβάνοντας δείγματα αυτού ανά T δευτερόλεπτα: $x = x_a(nT)$.
- x είναι το σήμα διακριτού χρόνου που προκύπτει από την δειγματοληψία, T το χρονικό διάστημα μεταξύ διαδοχικών δειγμάτων (**περίοδος δειγματοληψίας**) και n ο αριθμός των δειγμάτων. $F = 1 / T$: **ρυθμός ή συχνότητα δειγματοληψίας**.
- Ο **κβαντισμός** είναι μη αντιστρέψιμη διαδικασία. Στον ομοιόμορφο κβαντισμό η απόσταση (διαφορά) Δ μεταξύ δύο επιπέδων κβαντισμού, δηλαδή των προκαθορισμένων τιμών στις οποίες στρογγυλοποιούνται οι τιμές του δειγματοληπτημένου σήματος, είναι σταθερή.

Δειγματοληψία και κβαντισμός

- **Σφάλμα κβαντισμού**: διαφορά μεταξύ αρχικής (x) και κβαντισμένης τιμής (x_q). Η απόλυτη τιμή του περιορίζεται (μέγιστη τιμή) στο μισό της διαφοράς μεταξύ δύο επιπέδων κβαντισμού.

$$e_q = x - x_q$$
$$-\frac{\Delta}{2} \leq e_q \leq \frac{\Delta}{2}$$

$$\Delta = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{L - 1} = \frac{R}{L - 1}$$

R: περιοχή κβαντισμού

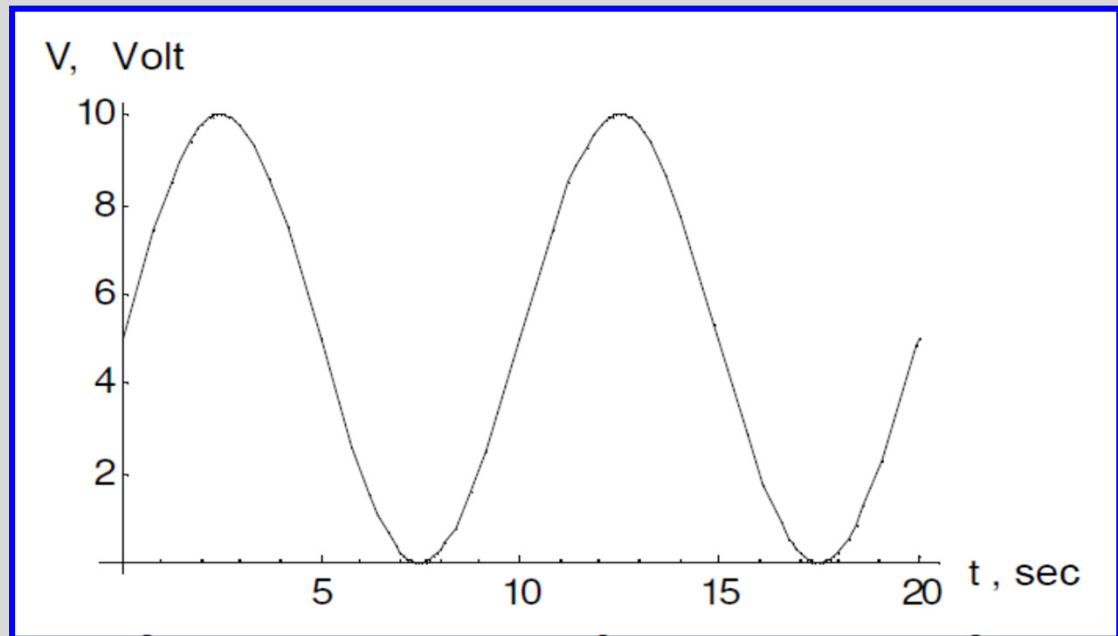
- Η αύξηση του πλήθους των επιπέδων κβαντισμού (L) οδηγεί στη μείωση του σφάλματος.

Άσκηση 3

Για την μετατροπή αναλογικού σήματος x ($x \in [0, x_{\max}]$) σε ψηφιακό χρησιμοποιούμε τον κβαντιστή L επίπεδα κβαντισμού.

Δίνεται η κυματομορφή του αναλογικού σήματος (τάση πλάτους 10 Volt, ως συνάρτηση του χρόνου t):

$$v(t) = 5 \sin\left(2\pi \frac{1}{10} t\right) + 5$$



Άσκηση 3

- Πόσες στάθμες του παραπάνω κβαντιστή απαιτούνται, έτσι ώστε το σφάλμα μετατροπής από αναλογικό σε ψηφιακό να είναι το πολύ 15% της μέγιστης τιμής του σήματος ;
- Να σχεδιάσετε το σήμα στην εξοδο του κβαντιστή για 10 sec, με όσα επίπεδα υπολογίσατε, εάν λαμβανεται δειγματοληψία του σήματος κάθε 1 sec.

Άσκηση 3

- Η απόσταση (διαφορά) Δ μεταξύ δύο επιπέδων κβαντισμού, δηλαδή των προκαθορισμένων τιμών στις οποίες αντιστοιχίζονται οι τιμές του δειγματοληπτημένου σήματος είναι:

$$\Delta = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{L - 1} = \frac{X_{\max} - 0}{L - 1} = \frac{X_{\max}}{L - 1} = \frac{V_{\max}}{L - 1}$$

- Το μέγιστο σφάλμα ισούται με το μισό της διαφοράς μεταξύ δύο επιπέδων κβαντισμού:

$$e_{q \max} = \frac{\Delta}{2} = \frac{V_{\max}}{2(L - 1)}$$

Άσκηση 3

Το ποσοστό του σφάλματος επί της μέγιστης τιμής του σήματος είναι:

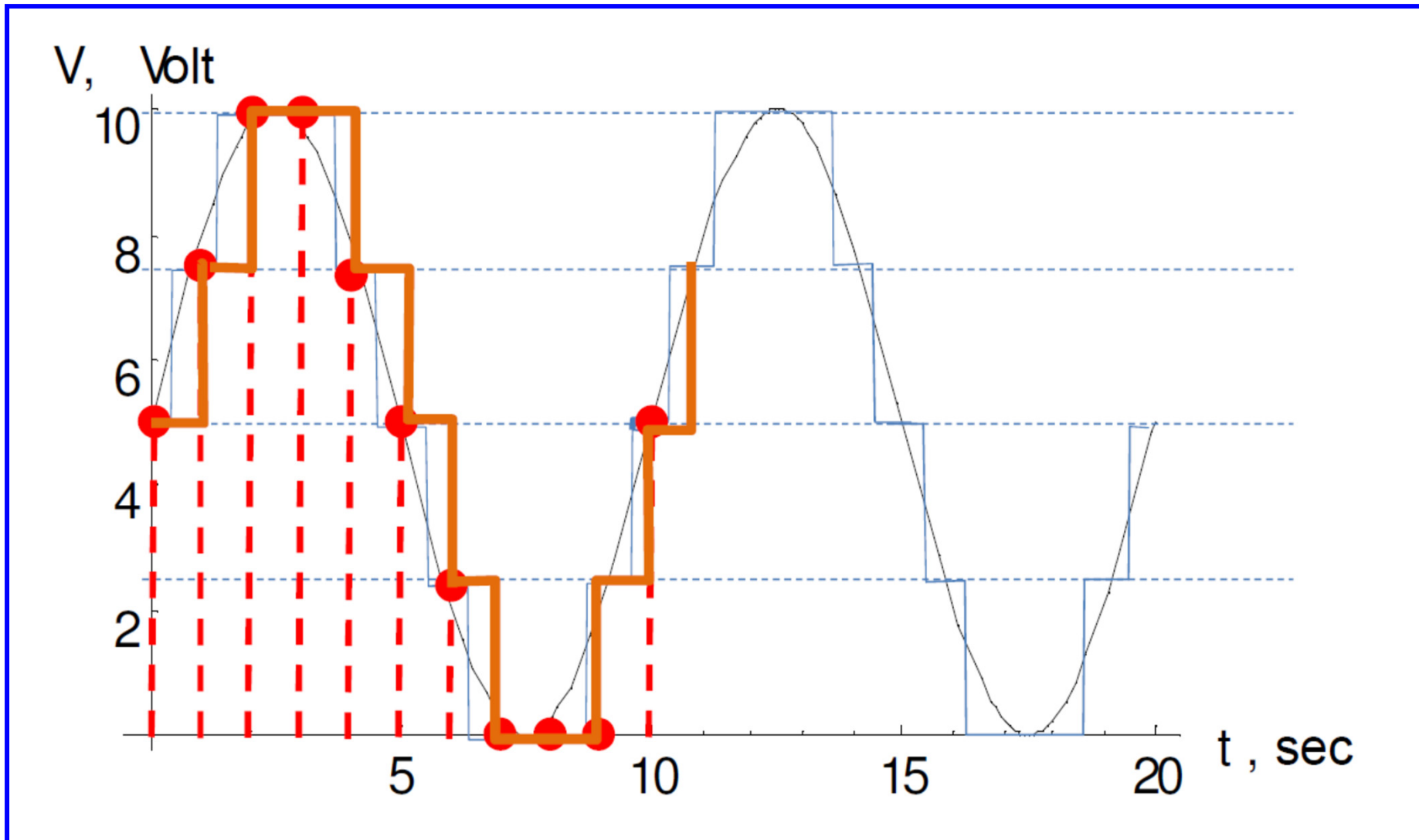
$$\frac{e_{q\max}}{V_{\max}} 100 = \frac{V_{\max}}{V_{\max}} 100 = \frac{100}{2(L-1)}$$

Για να επιτευχθεί σφάλμα το πολύ 15%, απαιτείται πλήθος επιπέδων L , τέτοιο ώστε:

$$\frac{100}{2(L-1)} \leq 15 \Rightarrow L-1 \geq \frac{100}{30} \Rightarrow L \geq 4.333$$

Επομένως το πλήθος επιπέδων κβαντισμού θα πρέπει να είναι **5**, που σημαίνει ότι $\Delta = 10 / (5 - 1) = 10 / 4 = \mathbf{2.5 V}$.

Άσκηση 3



Άσκηση 4

- α. Ποιο χαρακτηριστικό προσδίδει στα ψηφιακά συστήματα η χρήση δύο απολύτως διακριτών περιοχών τάσης που αντιστοιχούν στις λογικές τιμές 0 και 1; Γιατί είναι προτιμότερη η υιοθέτηση περιοχών τάσης με μεγάλο εύρος;
- β. Ποια είναι τα πλεονεκτήματα των ψηφιακών συστημάτων έναντι των αναλογικών και ποιο το βασικό τους μειονέκτημα;

Άσκηση 4

α. Λόγω, του ότι τα ψηφιακά συστήματα χρησιμοποιούν δύο απολύτως διακριτές περιοχές τάσης, κατά την επεξεργασία, μεταφορά και αποθήκευσή τους τα ψηφιακά σήματα παρουσιάζουν στιβαρότητα όσον αφορά την επίδραση θορύβου, την επίδραση, δηλαδή, τυχαίων, ανεπιθύμητων μικροδιακυμάνσεων των σημάτων που παράγονται ενδογενώς στα κυκλώματα. Για τον ίδιο λόγο είναι προτιμότερη η υιοθέτηση περιοχών τάσης με μεγάλο εύρος.

Άσκηση 4

β. Τα πλεονεκτήματα των ψηφιακών συστημάτων έναντι των αναλογικών συνοψίζονται στην υψηλή αξιοπιστία και ακρίβεια που παρέχουν κατά την επεξεργασία, αποθήκευση & μεταφορά δεδομένων, την ευελιξία και το χαμηλό κόστος τους. Το βασικό μειονέκτημα των ψηφιακών συστημάτων είναι η ανάγκη για μετατροπή της κατά φύση αναλογικής μορφής των μεγεθών σε ψηφιακή, που οδηγεί σε πρόσθετη καθυστέρηση, πολυπλοκότητα και κόστος.

Άσκηση 5

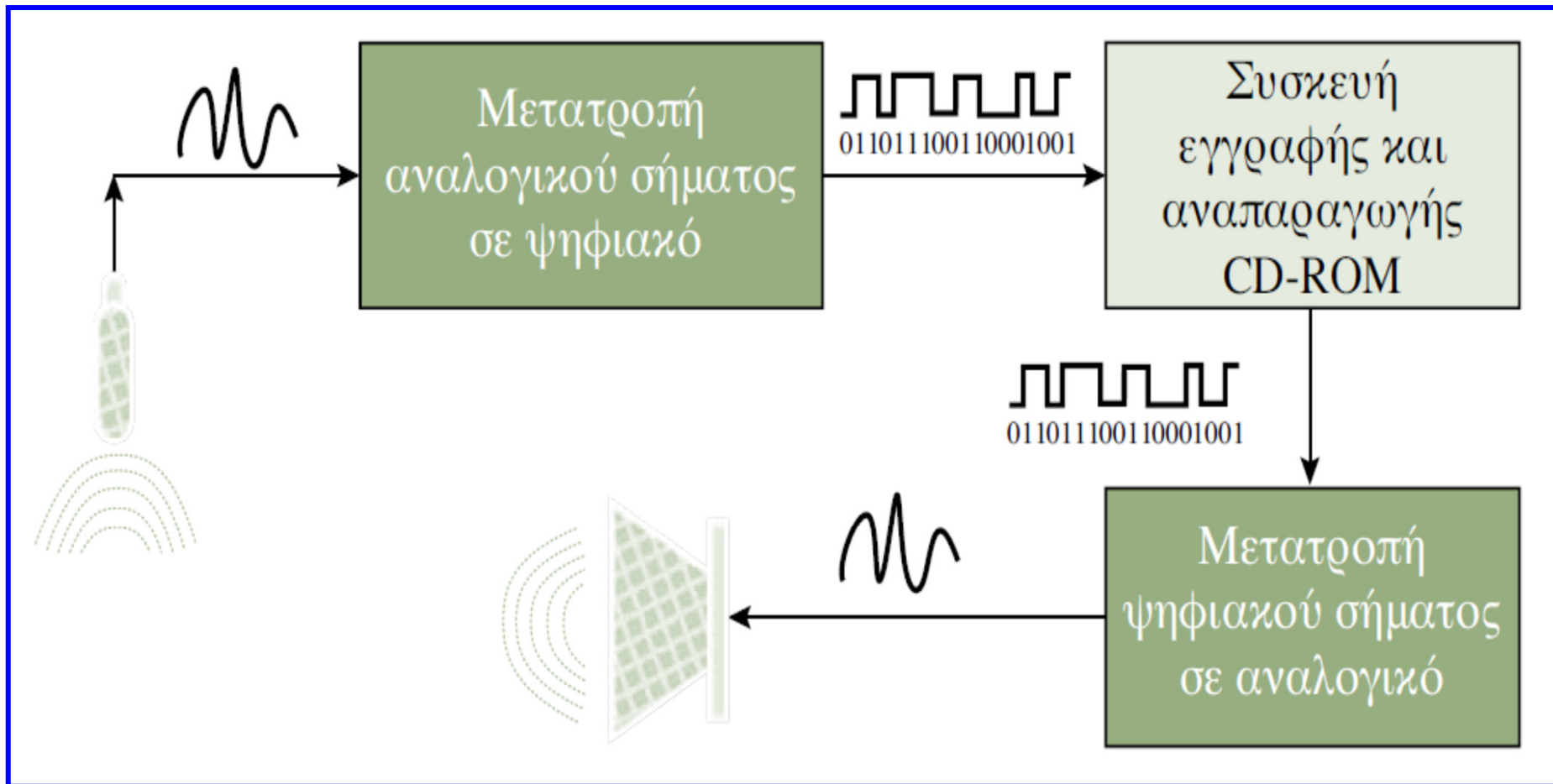
Σχεδιάστε με τη μορφή συνοπτικού διαγράμματος ένα σύστημα που συλλέγει μέσω μικροφώνου τη φωνή ενός τραγουδιστή και τους ήχους που παράγουν οι μουσικοί ενός συγκροτήματος, αποθηκεύει τα δεδομένα αυτά σε CD-ROM και στη συνέχεια τα αναπαράγει για την ακρόασή τους από ένα μεγάφωνο. Εξηγήστε το ρόλο κάθε υποσυστήματος που χρησιμοποιήσατε και υποδείξτε το είδος του σήματος που εισέρχεται και εξέρχεται από κάθε υποσύστημα, δίνοντας έμφαση στις μετατροπές σημάτων που απαιτούνται. Εάν για την ψηφιοποίηση του ήχου χρησιμοποιούνται 1000 επίπεδα κβαντισμού, πόσα δυαδικά ψηφία απαιτούνται για την κωδικοποίηση κατά την εγγραφή του CD-ROM;

Άσκηση 5

Το μικρόφωνο μετατρέπει το ηχητικό σήμα σε σήμα ηλεκτρικής τάσης. Αντίστοιχα, το μεγάφωνο μετατρέπει το σήμα ηλεκτρικής τάσης που δέχεται σε ηχητικό σήμα. Το σύστημα περιλαμβάνει δύο υποσυστήματα μετατροπής: το πρώτο μετατρέπει το αναλογικό σήμα σε ψηφιακό, ώστε να διενεργηθεί η εγγραφή του στο CD-ROM, ενώ το δεύτερο μετατρέπει το ψηφιακό σήμα που είναι αποθηκευμένο στο CD-ROM σε αναλογικό, ώστε να τροφοδοτηθεί ο ενισχυτής που προηγείται του μεγαφώνου.

Για τη δυαδική κωδικοποίηση 2^N επιπέδων κβαντισμού απαιτούνται N δυαδικά ψηφία. Συνεπώς, αφού για την ψηφιοποίηση του ήχου απαιτούνται 1000 επίπεδα κβαντισμού, τα δυαδικά ψηφία που αρκούν για την κωδικοποίηση κατά την εγγραφή του CD-ROM είναι 10 (αφού $2^{10} = 1024$).

Άσκηση 5





Τέλος 1^{ης} ενότητας ασκήσεων