

## ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΣΗ ΕΡΓΩΝ

### Λύσεις ασκήσεων Α' εξεταστικής περιόδου χειμερινού εξαμήνου 2012–3

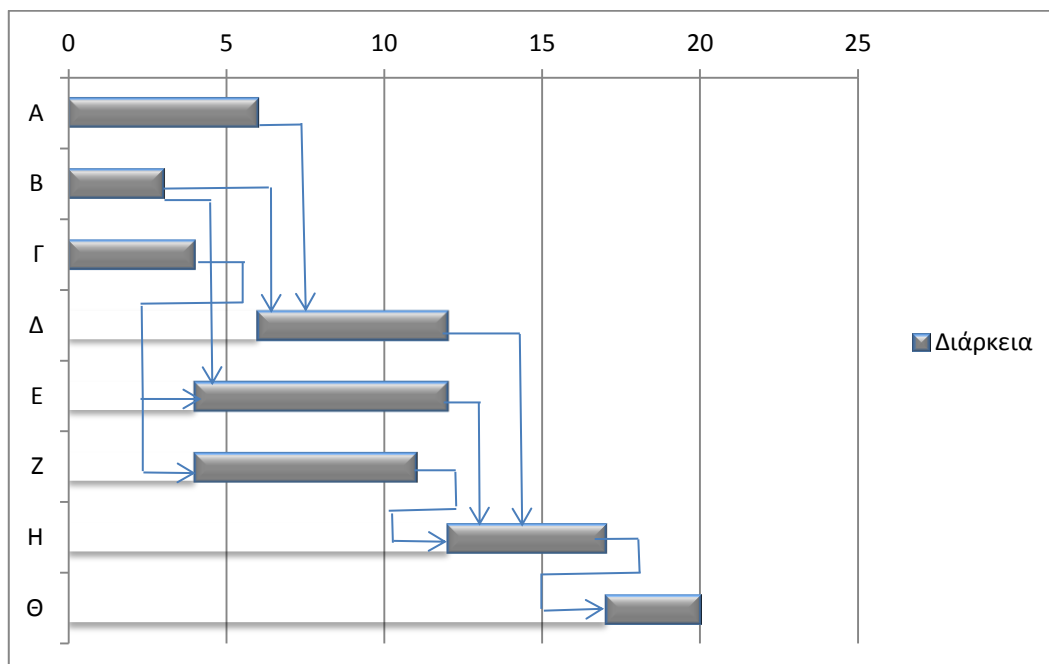
#### Θέμα 1 (4,0 μον.)

Δίνεται ο παρακάτω πίνακας δραστηριοτήτων έργου.

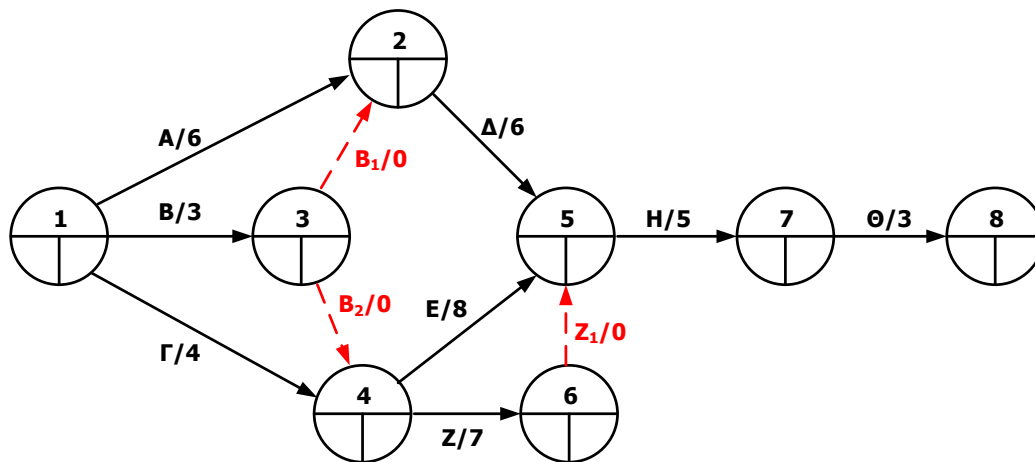
1. Να σχεδιαστεί το διασυνδεδεμένο διάγραμμα Gantt του έργου (1,0 μον.)
2. Να σχεδιαστεί το τοξωτό δίκτυο του έργου (1,5 μον.)
3. Να σχεδιαστεί το κομβικό δίκτυο του έργου και να προσδιοριστούν οι σχέσεις Τέλους - Έναρξης, FS(i,j), των εξαρτώμενων δραστηριοτήτων (1,5 μον.)

Πίνακας Δραστηριοτήτων Έργου		
Δραστηριότητα	Διάρκεια	Σχέσεις
A	6	Αρχή του έργου
B	3	Αρχή του έργου
Γ	4	Αρχή του έργου
Δ	6	Μετά το τέλος των A και B
E	8	Μετά το τέλος των B και Γ
Z	7	Μετά το τέλος της Γ
H	5	Μετά το τέλος των Δ, E και Z
Θ	3	Μετά το τέλος της H

#### 1. Διάγραμμα Gantt:



## 2. Τοξωτό δίκτυο έργου:



### Επεξηγήσεις:

Το Γεγονός 1 σηματοδοτεί την έναρξη του έργου και την ταυτόχρονη έναρξη των δραστηριοτήτων A, B και Γ.

Το Γεγονός 2 σηματοδοτεί το τέλος της δραστηριότητας A και την έναρξη της δραστηριότητας Δ, μετά την ολοκλήρωση των δραστηριοτήτων A και B.

Επειδή όμως η έναρξη της δραστηριότητας Δ προϋποθέτει το τέλος των δραστηριοτήτων A και B και επειδή δεν επιτρέπεται να έχουμε παράλληλες δραστηριότητες μεταξύ δύο Γεγονότων (στην περίπτωση μας από το Γεγονός 1 στο Γεγονός 2), εισάγουμε το Γεγονός 3, που σηματοδοτεί το τέλος της δραστηριότητας B, καθώς και την πλασματική δραστηριότητα  $B_1$ , που συνδέει τα Γεγονότα 3 και 2.

Ομοίως, το Γεγονός 4 σηματοδοτεί την έναρξη των δραστηριοτήτων E και Z, μετά την ολοκλήρωση των δραστηριοτήτων B και Γ. Επειδή δεν επιτρέπεται να έχουμε παράλληλες δραστηριότητες μεταξύ δύο Γεγονότων (στην περίπτωση μας από το Γεγονός 1 στο Γεγονός 4), εισάγουμε την πλασματική δραστηριότητα  $B_2$ , που συνδέει τα Γεγονότα 3 και 4.

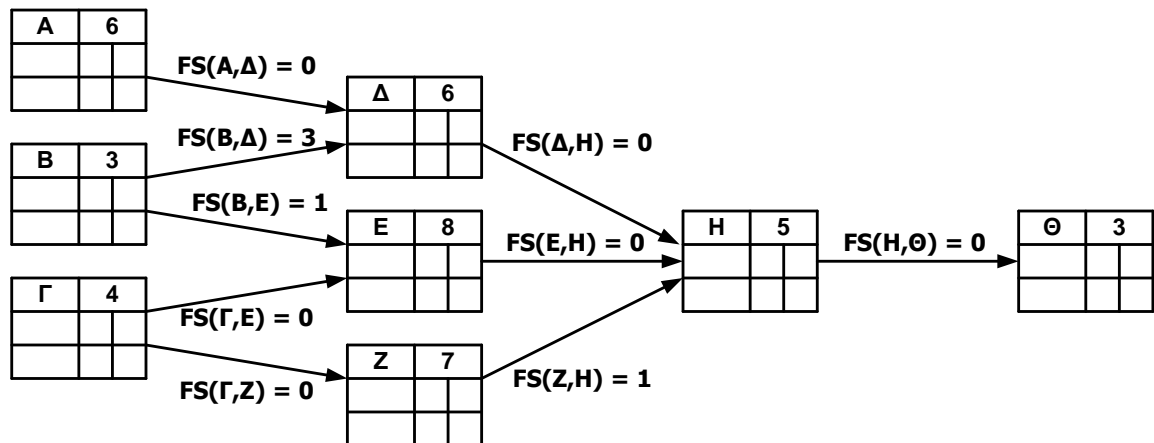
Το Γεγονός 5 σηματοδοτεί την ταυτόχρονη λήξη των δραστηριοτήτων Δ και E (12 χρονικές μονάδες μετά την έναρξη του έργου, όπως φαίνεται και από το διάγραμμα Gantt). Επίσης, το Γεγονός 5 σηματοδοτεί την έναρξη της δραστηριότητας H, η οποία όμως προϋποθέτει την ολοκλήρωση των δραστηριοτήτων E και Z. Επειδή δεν επιτρέπεται να έχουμε παράλληλες δραστηριότητες μεταξύ δύο Γεγονότων (στην περίπτωση μας από το Γεγονός 4 στο Γεγονός 5), εισάγουμε το Γεγονός 6, που σηματοδοτεί τη λήξη της δραστηριότητας Z, καθώς και την πλασματική δραστηριότητα  $Z_1$ , που συνδέει τα Γεγονότα 6 και 5.

Το Γεγονός 7 σηματοδοτεί το τέλος της δραστηριότητας H και την έναρξη της δραστηριότητας Θ, μετά την ολοκλήρωση της δραστηριότητας H.

Ομοίως, το Γεγονός 8 σηματοδοτεί το τέλος της δραστηριότητας Θ και ταυτόχρονα το τέλος του έργου.

Από το τοξωτό δίκτυο (αλλά και από το διάγραμμα Gantt) προκύπτει ότι η ελάχιστη διάρκεια του έργου είναι 20 χρονικές μονάδες.

### 3. Κομβικό δίκτυο:



#### Επεξηγήσεις:

Το έργο αρχίζει με την ταυτόχρονη έναρξη των δραστηριοτήτων A, B και Γ.

Η έναρξη της δραστηριότητας Δ προϋποθέτει την ολοκλήρωση των δραστηριοτήτων A και B. Η δραστηριότητα A έχει διάρκεια 6 χρονικές μονάδες και η δραστηριότητα B έχει διάρκεια 3 χρονικές μονάδες. Επομένως, η δραστηριότητα Δ ξεκινά αμέσως μετά το τέλος της δραστηριότητας A, οπότε έχουμε  $FS(A, \Delta) = 0$ , ενώ μεσολαβούν 3 χρονικές μονάδες από τη λήξη της δραστηριότητας B μέχρι την έναρξη της δραστηριότητας Δ, οπότε έχουμε  $FS(B, \Delta) = 3$ .

Ομοίως, η έναρξη της δραστηριότητας E προϋποθέτει την ολοκλήρωση των δραστηριοτήτων B και Γ. Η δραστηριότητα B έχει διάρκεια 3 χρονικές μονάδες και η δραστηριότητα Γ έχει διάρκεια 4 χρονικές μονάδες. Επομένως, η δραστηριότητα E ξεκινά αμέσως μετά το τέλος της δραστηριότητας Γ, οπότε έχουμε  $FS(\Gamma, E) = 0$ , ενώ μεσολαβεί 1 χρονική μονάδα από τη λήξη της δραστηριότητας B μέχρι την έναρξη της δραστηριότητας E, οπότε έχουμε  $FS(B, E) = 1$ .

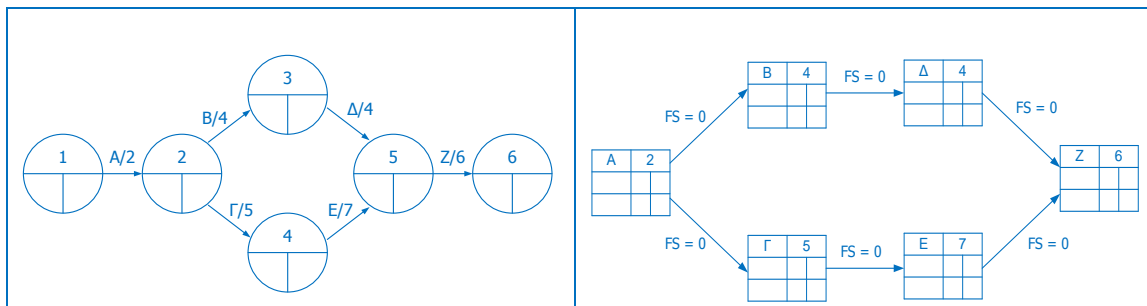
Η δραστηριότητα Z ξεκινά αμέσως μετά το τέλος της Γ, οπότε έχουμε  $FS(\Gamma, Z) = 0$ .

Η έναρξη της δραστηριότητας H προϋποθέτει την ολοκλήρωση των δραστηριοτήτων Δ, E και Z. Όπως φαίνεται και από το διάγραμμα Gantt, το τέλος των δραστηριοτήτων Δ και E συμβαίνει 12 χρονικές μονάδες από την έναρξη του έργου, ενώ το τέλος της δραστηριότητας Z συμβαίνει 11 χρονικές μονάδες από την έναρξη του έργου. Επομένως η δραστηριότητα H ξεκινά αμέσως μετά την ταυτόχρονη λήξη των δραστηριοτήτων Δ και E, οπότε έχουμε  $FS(\Delta, H) = 0$  και  $FS(E, H) = 0$ , ενώ μεσολαβεί 1 χρονική μονάδα από τη λήξη της δραστηριότητας Z μέχρι την έναρξη της δραστηριότητας H, οπότε έχουμε  $FS(Z, H) = 1$ .

Τέλος, η δραστηριότητα Θ ξεκινά αμέσως μετά το τέλος της H, οπότε έχουμε  $FS(H, \Theta) = 0$ .

## Θέμα 2 (2,0 μον.)

Στα παρακάτω σχήματα δίνονται το τοξωτό και το κομβικό δίκτυο ενός έργου. Με επίλυση του ενός από τα δύο δίκτυα να προσδιοριστεί η κρίσιμη διαδρομή.



### Επίλυση Τοξωτού Δικτύου:

#### Ενωρίτεροι χρόνοι γεγονότων:

*Σημείωση:* Ο υπολογισμός των ενωρίτερων χρόνων των γεγονότων γίνεται με σάρωση του δικτύου από αριστερά προς τα δεξιά, δηλ. από την έναρξη προς τη λήξη του έργου, θέτοντας ως ενωρίτερο χρόνο του πρώτου γεγονότος του δικτύου την τιμή μηδέν (έναρξη του έργου).

$$EX_1 = 0$$

$$EX_2 = EX_1 + X\Delta_A = 0 + 2 = 2$$

$$EX_3 = EX_2 + X\Delta_B = 2 + 4 = 6$$

$$EX_4 = EX_2 + X\Delta_\Gamma = 2 + 5 = 7$$

Στο γεγονός 5 καταλήγουν δύο διαδρομές, επομένως:

$$EX_5(1) = EX_3 + X\Delta_\Delta = 6 + 4 = 10$$

$$EX_5(2) = EX_4 + X\Delta_E = 7 + 7 = 14$$

$$EX_5 = \max\{EX_5(1), EX_5(2)\} = \max\{10, 14\} = 14$$

$$EX_6 = EX_5 + X\Delta_Z = 14 + 6 = 20$$

Επομένως, ο ελάχιστος χρόνος υλοποίησης του έργου είναι 20 χρονικές μονάδες.

#### Βραδύτεροι χρόνοι γεγονότων:

*Σημείωση:* Ο υπολογισμός των βραδύτερων χρόνων των γεγονότων γίνεται με σάρωση του δικτύου από δεξιά προς τα αριστερά, δηλ. από το τέλος προς την αρχή του έργου. Ο βραδύτερος χρόνος για το τελικό γεγονός είναι ίσος είτε με τον τακτό χρόνο, εάν δίνεται, είτε με τον ενωρίτερο χρόνο του τελικού γεγονότος.

Δεν δίνεται τακτός χρόνος. Άρα:

$$BX_6 = EX_6 = 20$$

$$BX_5 = BX_6 - X\Delta_Z = 20 - 6 = 14$$

$$BX_4 = BX_5 - X\Delta_E = 14 - 7 = 7$$

$$BX_3 = BX_5 - X\Delta_\Delta = 14 - 4 = 10$$

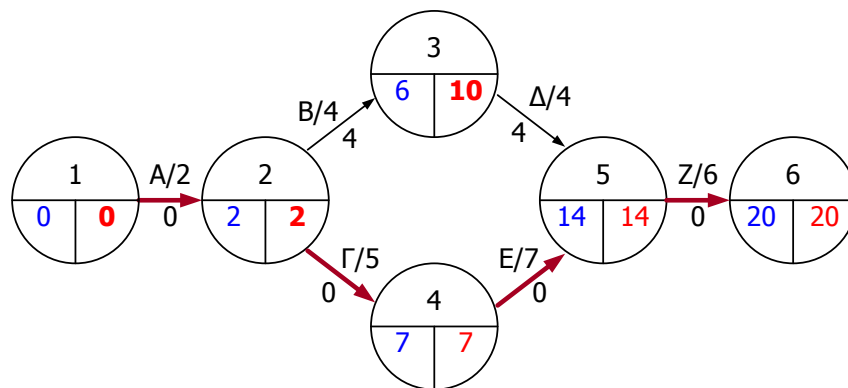
Στο γεγονός 2 καταλήγουν δύο διαδρομές, επομένως:

$$\begin{aligned}
 BX_2(1) &= BX_3 - X\Delta_B = 10 - 4 = 6 \\
 BX_2(2) &= BX_4 - X\Delta_\Gamma = 7 - 5 = 2 \\
 BX_2 &= \min\{BX_2(1), BX_2(2)\} = \min\{6, 2\} = 2 \\
 BX_1 &= BX_2 - X\Delta_A = 2 - 2 = 0
 \end{aligned}$$

**Συνολικό περιθώριο χρόνου δραστηριοτήτων:**

$$\begin{aligned}
 \Sigma\text{ΠΧ}_A &= BX_2 - EX_1 - X\Delta_A = 2 - 0 - 2 = 0 \\
 \Sigma\text{ΠΧ}_B &= BX_3 - EX_2 - X\Delta_B = 10 - 2 - 4 = 4 \\
 \Sigma\text{ΠΧ}_\Gamma &= BX_4 - EX_2 - X\Delta_\Gamma = 7 - 2 - 5 = 0 \\
 \Sigma\text{ΠΧ}_\Delta &= BX_5 - EX_3 - X\Delta_\Delta = 14 - 6 - 4 = 4 \\
 \Sigma\text{ΠΧ}_E &= BX_5 - EX_4 - X\Delta_E = 14 - 7 - 7 = 0 \\
 \Sigma\text{ΠΧ}_Z &= BX_6 - EX_5 - X\Delta_Z = 20 - 14 - 6 = 0
 \end{aligned}$$

Επομένως, οι δραστηριότητες Α, Γ, Ε και Ζ είναι κρίσιμες, επειδή έχουν μηδενικό συνολικό περιθώριο χρόνου, και καθορίζουν την κρίσιμη διαδρομή του έργου Α – Γ – Ε – Ζ ή 1 – 2 – 4 – 5 – 6:



**Επίλυση Κομβικού Δικτύου:**

**Ενωρίτεροι χρόνοι δραστηριοτήτων:**

*Σημείωση:* Ο υπολογισμός των ενωρίτερων χρόνων των δραστηριοτήτων γίνεται με σάρωση του δικτύου από αριστερά προς τα δεξιά, δηλ. από την έναρξη προς τη λήξη του έργου, θέτοντας ως ενωρίτερο χρόνο της πρώτης δραστηριότητας του δικτύου την τιμή μηδέν (έναρξη του έργου).

$$\begin{aligned}
 EXE_A &= 0 \\
 EXT_A &= EXE_A + X\Delta_A = 0 + 2 = 2 \\
 EXE_B &= EXT_A + FS(A, B) = 2 + 0 = 2 \\
 EXT_B &= EXE_B + X\Delta_B = 2 + 4 = 6 \\
 EXE_\Gamma &= EXT_A + FS(A, \Gamma) = 2 + 0 = 2 \\
 EXT_\Gamma &= EXE_\Gamma + X\Delta_\Gamma = 2 + 5 = 7
 \end{aligned}$$

$$EXE_{\Delta} = EXT_B + FS(B, \Delta) = 6 + 0 = 6$$

$$EXT_{\Delta} = EXE_{\Delta} + X\Delta_{\Delta} = 6 + 4 = 10$$

$$EXE_E = EXT_{\Gamma} + FS(\Gamma, E) = 7 + 0 = 7$$

$$EXT_E = EXE_E + X\Delta_E = 7 + 7 = 14$$

Στη δραστηριότητα Z καταλήγουν δύο διαδρομές, επομένως:

$$EXE_Z(1) = EXT_{\Delta} + FS(\Delta, Z) = 10 + 0 = 10$$

$$EXE_Z(2) = EXT_E + FS(E, Z) = 14 + 0 = 14$$

$$EXE_Z = \max\{EXE_Z(1), EXE_Z(2)\} = \max\{10, 14\} = 14$$

$$EXT_Z = EXE_Z + X\Delta_Z = 14 + 6 = 20$$

Επομένως, ο ελάχιστος χρόνος υλοποίησης του έργου είναι 20 χρονικές μονάδες.

#### Βραδύτεροι χρόνοι δραστηριοτήτων:

*Σημείωση:* Ο υπολογισμός των βραδύτερων χρόνων των δραστηριοτήτων γίνεται με σάρωση του δικτύου από δεξιά προς τα αριστερά, δηλ. από το τέλος προς την αρχή του έργου.

Ο βραδύτερος χρόνος τέλους για την τελική δραστηριότητα είναι ίσος είτε με τον τακτό χρόνο, εάν δίνεται, είτε με το μεγαλύτερο από τους ενωρίτερους χρόνους τέλους όλων των δραστηριοτήτων.

Δεν δίνεται τακτός χρόνος. Άρα:

$$BXT_Z = EXT_Z = 20$$

$$BXE_Z = BXT_Z - X\Delta_Z = 20 - 6 = 14$$

$$BXT_E = BXE_Z - FS(E, Z) = 14 - 0 = 14$$

$$BXE_E = BXT_E - X\Delta_E = 14 - 7 = 7$$

$$BXT_{\Delta} = BXE_Z - FS(\Delta, Z) = 14 - 0 = 14$$

$$BXE_{\Delta} = BXT_{\Delta} - X\Delta_{\Delta} = 14 - 4 = 10$$

$$BXT_{\Gamma} = BXE_E - FS(\Gamma, E) = 7 - 0 = 7$$

$$BXE_{\Gamma} = BXT_{\Gamma} - X\Delta_{\Gamma} = 7 - 5 = 2$$

$$BXT_B = BXE_{\Delta} - FS(B, \Delta) = 10 - 0 = 10$$

$$BXE_B = BXT_B - X\Delta_B = 10 - 4 = 6$$

Στη δραστηριότητα A καταλήγουν δύο διαδρομές, επομένως:

$$BXT_A(1) = BXE_B - FS(A, B) = 6 - 0 = 6$$

$$BXT_A(2) = BXE_{\Gamma} - FS(A, \Gamma) = 2 - 0 = 2$$

$$BXT_A = \min\{BXT_A(1), BXT_A(2)\} = \min\{6, 2\} = 2$$

$$BXE_A = BXT_A - X\Delta_A = 2 - 2 = 0$$

#### Περιθώρια χρόνου δραστηριοτήτων:

#### Συνολικό περιθώριο χρόνου δραστηριοτήτων:

$$\Sigma\PX_A = BXT_A - EXE_A - X\Delta_A = 2 - 0 - 2 = 0$$

$$\Sigma\PX_B = BXT_B - EXE_B - X\Delta_B = 10 - 2 - 4 = 4$$

$$\Sigma\PX_{\Gamma} = BXT_{\Gamma} - EXE_{\Gamma} - X\Delta_{\Gamma} = 7 - 2 - 5 = 0$$

$$\Sigma\PX_{\Delta} = BXT_{\Delta} - EXE_{\Delta} - X\Delta_{\Delta} = 14 - 6 - 4 = 4$$

$$\Sigma\PX_E = BXT_E - EXE_E - X\Delta_E = 14 - 7 - 7 = 0$$

$$\Sigma\PX_Z = BXT_Z - EXE_Z - X\Delta_Z = 20 - 14 - 6 = 0$$

Επομένως, οι δραστηριότητες A, Γ, E και Z είναι κρίσιμες, επειδή έχουν μηδενικό συνολικό περιθώριο χρόνου, και καθορίζουν την κρίσιμη διαδρομή του έργου: A – Γ – E – Z.

*Σημείωση:* Για τον καθορισμό της κρίσιμης διαδρομής αρκεί ο υπολογισμός του συνολικού περιθωρίου χρόνου των δραστηριοτήτων, όμως για την πληρότητα επίλυσης του δικτύου παρατίθεται και ο υπολογισμός του ελεύθερου περιθωρίου χρόνου των δραστηριοτήτων.

Ελεύθερο περιθώριο χρόνου δραστηριοτήτων:

$ΕΠΧ_Z = 0$  (τέλος του έργου)

$ΕΠΧ_E = ΕΧΕ_Z - ΕΧΤ_E - FS(E, Z) = 14 - 14 - 0 = 0$

$ΕΠΧ_Δ = ΕΧΕ_Z - ΕΧΤ_Δ - FS(Δ, Z) = 14 - 10 - 0 = 4$

$ΕΠΧ_Γ = ΕΧΕ_E - ΕΧΤ_Γ - FS(Γ, E) = 7 - 7 - 0 = 0$

$ΕΠΧ_B = ΕΧΕ_Δ - ΕΧΤ_B - FS(B, Δ) = 6 - 6 - 0 = 0$

Στη δραστηριότητα A καταλήγουν δύο διαδρομές, επομένως:

$ΕΠΧ_A(1) = ΕΧΕ_B - ΕΧΤ_A - FS(A, B) = 2 - 2 - 0 = 0$

$ΕΠΧ_A(2) = ΕΧΕ_Γ - ΕΧΤ_A - FS(A, Γ) = 2 - 2 - 0 = 0$

$ΕΠΧ_A = \min\{ΕΠΧ_A(1), ΕΠΧ_A(2)\} = \min\{0, 0\} = 0$

