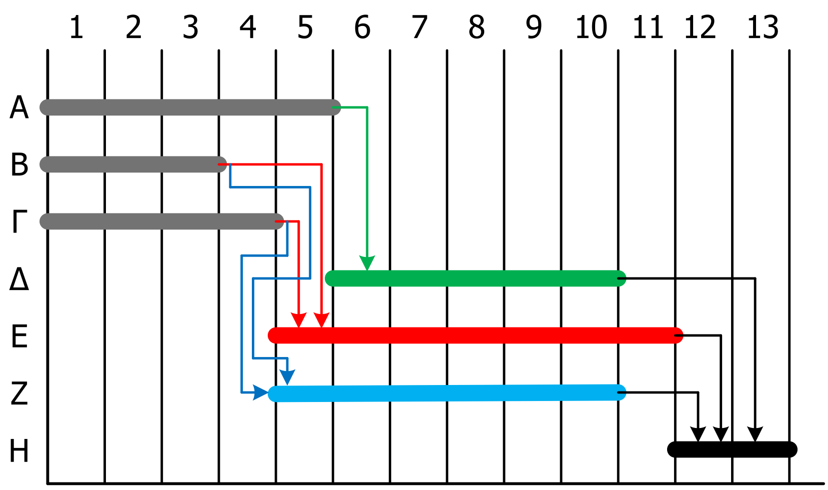
Λύσεις ασκήσεων εξεταστικής περιόδου Ιανουαρίου 2017

Θέμα 1 (6,0)

Δίνεται το παρακάτω διασυνδεόμενο διάγραμμα Gantt ενός έργου.



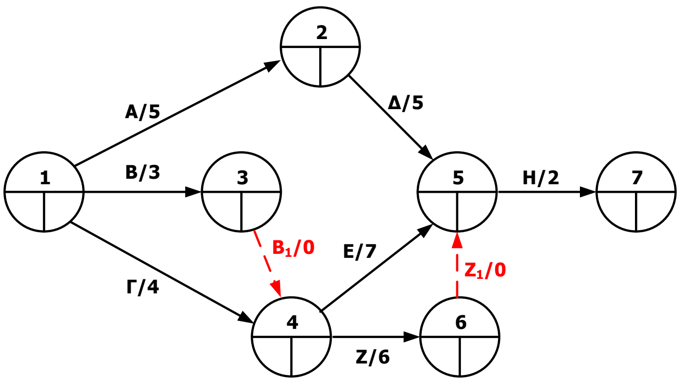
1. Να συμπληρωθεί ο Πίνακας Δραστηριοτήτων του έργου (1,0 μον.)
2. Να σχεδιαστεί το τοξωτό δίκτυο του έργου (1,5 μον.)
3. Να προσδιοριστούν οι σχέσεις Τέλους - Έναρξης, FS(i,j), των εξαρτώμενων δραστηριοτήτων και να σχεδιαστεί το κομβικό δίκτυο του έργου (1,5 μον.)
4. Με επίλυση είτε του τοξωτού είτε του κομβικού δικτύου να προσδιοριστεί η κρίσιμη διαδρομή (2,0 μον.).

Λύση

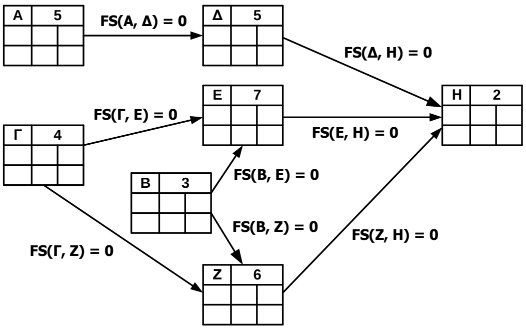
Πίνακας Δραστηριοτήτων:

Πίνακας Δραστηριοτήτων Έργου			
Δραστηριότητα	**Διάρκεια**	**Σχέσεις**	
Α	5	Αρχή του έργου	
Β	3	Αρχή του έργου	
Γ	4	Αρχή του έργου	
Δ	5	Μετά το τέλος της Α	FS(Α, Δ) = 0
Ε	7	Μετά το τέλος των Β και Γ	FS(Β, Ε) = 0, FS(Γ, Ε) = 0
Ζ	6	Μετά το τέλος των Β και Γ	FS(Β, Ζ) = 0, FS(Γ, Ζ) = 0
Η	2	Μετά το τέλος των Δ, Ε και Ζ	FS(Δ, Η) = 0, FS(Ε, Η) = 0, FS(Ζ, Η) = 0

Τοξωτό δίκτυο:



Κομβικό Δίκτυο:



Προσδιορισμός κρίσιμης διαδρομής:

Κρίσιμη διαδρομή σε ένα δίκτυο έργου είναι η διαδρομή που αποτελείται από συνδεόμενες μεταξύ τους κρίσιμες δραστηριότητες, δηλαδή δραστηριότητες κάθε μια από τις οποίες έχει μηδενικό συνολικό περιθώριο χρόνου (ΣΠΧ=0).

Στην περίπτωση αυτή απαιτείται η επίλυση του δικτύου για να προσδιορίσουμε το συνολικό περιθώριο χρόνου για κάθε μια δραστηριότητα.

Επίλυση Τοξωτού Δικτύου

<u>Ενωρίτεροι χρόνοι γεγονότων:</u>

$ΕΧ_1 = 0$ (έναρξη του έργου)

$ΕΧ_2 = ΕΧ_1 + ΧΔ_A = 0 + 5 = 5$

$ΕΧ_3 = ΕΧ_1 + ΧΔ_B = 0 + 3 = 3$

Στο γεγονός 4 καταλήγουν δυο διαδρομές (δραστηριότητες), επομένως

$ΕΧ_4(1) = ΕΧ_3 + ΧΔ_{B1} = 3 + 0 = 3$ (επειδή η B_1 είναι πλασματική δραστηριότητα)

$ΕΧ_4(2) = ΕΧ_1 + ΧΔ_Γ = 0 + 4 = 4$

$ΕΧ_4 = \max\{ΕΧ_4(1), ΕΧ_4(2)\} = \max\{3, 4) = 4$

$ΕΧ_6 = ΕΧ_4 + ΧΔ_Z = 4 + 6 = 10$

Στο γεγονός 5 καταλήγουν τρεις διαδρομές (δραστηριότητες), επομένως

$ΕΧ_5(1) = ΕΧ_2 + ΧΔ_Δ = 5 + 5 = 10$

$ΕΧ_5(2) = ΕΧ_4 + ΧΔ_E = 4 + 7 = 11$

$ΕΧ_5(3) = ΕΧ_6 + ΧΔ_{Z1} = 10 + 0 = 10$ (επειδή η Z_1 είναι πλασματική δραστηριότητα)

$ΕΧ_5 = \max\{ΕΧ_5(1), ΕΧ_5(2), ΕΧ_5(3)\} = \max\{10, 11, 10) = 11$

$ΕΧ_7 = ΕΧ_5 + ΧΔ_H = 11 + 2 = 13$

<u>Βραδύτεροι χρόνοι γεγονότων:</u>

Επειδή δεν έχει δοθεί τακτός χρόνος έργου, θέτουμε:

$ΒΧ_7 = ΕΧ_7 = 13$

$ΒΧ_5 = ΒΧ_7 – ΧΔ_H = 13 – 2 = 11$

$ΒΧ_6 = ΒΧ_5 – ΧΔ_{Z1} = 11 – 0 = 11$ (επειδή η Z_1 είναι πλασματική δραστηριότητα)

Στο γεγονός 4 καταλήγουν (αντίστροφα) δύο διαδρομές, επομένως:

$BX_4(1) = BX_5 – XΔ_E = 11 – 7 = 4$

$BX_4(2) = BX_6 – XΔ_Z = 11 – 6 = 5$

$BX_4 = \min\{ BX_4(1), BX_4(2)\} = \min\{4, 5\} = 4$

$BX_3 = BX_4 – XΔ_{B1} = 4 – 0 = 4$ (επειδή η B_1 είναι πλασματική δραστηριότητα)

$BX_2 = BX_5 – XΔ_Δ = 11 – 5 = 6$

Στο γεγονός 1 καταλήγουν (αντίστροφα) τρεις διαδρομές, επομένως:

$BX_1(1) = BX_2 – XΔ_A = 6 – 5 = 1$

$BX_1(2) = BX_3 – XΔ_B = 4 – 3 = 1$

$BX_1(3) = BX_4 – XΔ_Γ = 4 – 4 = 0$

$BX_1 = \min\{ BX_1(1), BX_1(2), BX_1(3)\} = \min\{1, 1, 0\} = 0$

<u>Συνολικά περιθώρια χρόνου δραστηριοτήτων:</u>

$ΣΠΧ_A = BX_2 – EX_1 – XΔ_A = 6 – 0 – 5 = 1$

$ΣΠΧ_B = BX_3 – EX_1 – XΔ_B = 4 – 0 – 3 = 1$

$\mathbf{ΣΠΧ_Γ = BX_4 – EX_1 – XΔ_Γ = 4 – 0 – 4 = 0}$

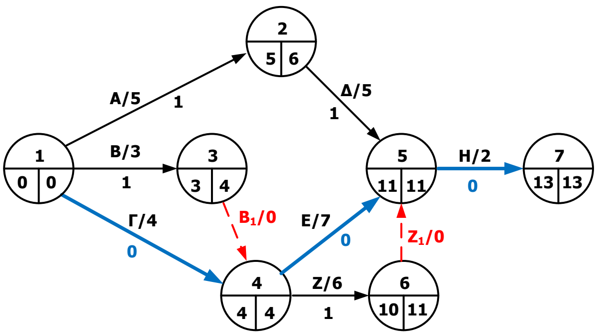
$ΣΠΧ_Δ = BX_5 – EX_3 – XΔ_Δ = 11 – 5 – 5 = 1$

$\mathbf{ΣΠΧ_E = BX_5 – EX_4 – XΔ_E = 11 – 4 – 7 = 0}$

$ΣΠΧ_Z = BX_6 – EX_4 – XΔ_Z = 11 – 4 – 6 = 1$

$\mathbf{ΣΠΧ_H = BX_7 – EX_5 – XΔ_H = 13 – 11 – 2 = 0}$

Επομένως, κρίσιμες δραστηριότητες είναι οι Γ, Ε, Η και η κρίσιμη διαδρομή είναι η 1-4-5-7.



Επίλυση Κομβικού Δικτύου

<u>Ενωρίτεροι χρόνοι δραστηριοτήτων:</u>

<u>Σημείωση:</u> Ο υπολογισμός των ενωρίτερων χρόνων των δραστηριοτήτων γίνεται με σάρωση του δικτύου από αριστερά προς τα δεξιά, δηλ. από την έναρξη προς τη λήξη του έργου, θέτοντας ως ενωρίτερο χρόνο της πρώτης δραστηριότητας του δικτύου την τιμή μηδέν (έναρξη του έργου).

$EXE_A = 0$

$EXT_A = EXE_A + XΔ_A = 0 + 5 = 5$

$EXE_B = 0$
$EXT_B = EXE_B + X\Delta_B = 0 + 3 = 3$

$EXE_\Gamma = 0$
$EXT_\Gamma = EXE_\Gamma + X\Delta_\Gamma = 0 + 4 = 4$

$EXE_\Delta = EXT_A + FS(A, \Delta) = 5 + 0 = 5$
$EXT_\Delta = EXE_\Delta + X\Delta_\Delta = 5 + 5 = 10$

Στη δραστηριότητα Ε καταλήγουν δύο διαδρομές, επομένως:
$EXE_E(1) = EXT_B + FS(B, E) = 3 + 0 = 3$
$EXE_E(2) = EXT_\Gamma + FS(\Gamma, E) = 4 + 0 = 4$
$EXE_E = \max\{EXE_E(1), EXE_E(2)\} = \max\{3, 4\} = 4$
$EXT_E = EXE_E + X\Delta_E = 4 + 7 = 11$

Στη δραστηριότητα Ζ καταλήγουν δύο διαδρομές, επομένως:
$EXE_Z(1) = EXT_B + FS(B, Z) = 3 + 0 = 3$
$EXE_Z(2) = EXT_\Gamma + FS(\Gamma, Z) = 4 + 0 = 4$
$EXE_Z = \max\{EXE_Z(1), EXE_Z(2)\} = \max\{3, 4\} = 4$
$EXT_Z = EXE_Z + X\Delta_Z = 4 + 6 = 10$

Στη δραστηριότητα Η καταλήγουν τρεις διαδρομές, επομένως:
$EXE_H(1) = EXT_\Delta + FS(\Delta, H) = 10 + 0 = 10$
$EXE_H(2) = EXT_E + FS(E, H) = 11 + 0 = 11$
$EXE_H(3) = EXT_Z + FS(Z, H) = 10 + 0 = 10$
$EXE_H = \max\{EXE_H(1), EXE_H(2), EXE_H(3)\} = \max\{10, 11, 10\} = 11$
$EXT_H = EXE_H + X\Delta_H = 11 + 2 = 13$

Επομένως, <u>ο ελάχιστος χρόνος υλοποίησης του έργου είναι 13 χρονικές μονάδες.</u>

<u>Βραδύτεροι χρόνοι δραστηριοτήτων:</u>

<u>Σημείωση:</u> Ο υπολογισμός των βραδύτερων χρόνων των δραστηριοτήτων γίνεται με σάρωση του δικτύου από δεξιά προς τα αριστερά, δηλ. από το τέλος προς την αρχή του έργου.
Ο βραδύτερος χρόνος τέλους για την τελική δραστηριότητα είναι ίσος είτε με τον τακτό χρόνο, εάν δίνεται, είτε με το μεγαλύτερο από τους ενωρίτερους χρόνους τέλους όλων των δραστηριοτήτων.

<u>Δεν δίνεται τακτός χρόνος</u>. Άρα:

$BXT_H = EXT_H = 13$
$BXE_H = BXT_H - X\Delta_H = 13 - 2 = 11$

$BXT_Z = BXE_H - FS(Z, H) = 11 - 0 = 11$
$BXE_Z = BXT_Z - X\Delta_Z = 11 - 6 = 5$

$BXT_E = BXE_H - FS(E, H) = 11 - 0 = 11$

$ΒΧΕ_Ε = ΒΧΤ_Ε – ΧΔ_Ε = 11 – 7 = 4$

$ΒΧΤ_Δ = ΒΧΕ_Η – FS(Δ, Η) = 11 – 0 = 11$
$ΒΧΕ_Δ = ΒΧΤ_Δ – ΧΔ_Δ = 11 – 5 = 6$

Στη δραστηριότητα Γ καταλήγουν δύο διαδρομές, επομένως:
$ΒΧΤ_Γ(1) = ΒΧΕ_Ε – FS(Γ, Ε) = 5 – 0 = 5$
$ΒΧΤ_Γ(2) = ΒΧΕ_Z – FS(Γ, Ζ) = 4 – 0 = 4$
$ΒΧΤ_Γ = \min\{ΒΧΤ_Γ(1), ΒΧΤ_Γ(2)\} = \min\{5, 4\} = 4$
$ΒΧΕ_Γ = ΒΧΤ_Γ – ΧΔ_Γ = 4 – 4 = 0$

Στη δραστηριότητα Β καταλήγουν δύο διαδρομές, επομένως:
$ΒΧΤ_Β(1) = ΒΧΕ_Ε – FS(Β, Ε) = 4 – 0 = 4$
$ΒΧΤ_Β(2) = ΒΧΕ_Z – FS(Β, Ζ) = 4 – 0 = 4$
$ΒΧΤ_Β = \min\{ΒΧΤ_Β(1), ΒΧΤ_Β(2)\} = \min\{4, 4\} = 4$
$ΒΧΕ_Β = ΒΧΤ_Β – ΧΔ_Β = 4 – 3 = 1$

$ΒΧΤ_Α = ΒΧΕ_Δ – FS(Α, Δ) = 6 – 0 = 6$
$ΒΧΕ_Α = ΒΧΤ_Α – ΧΔ_Α = 6 – 5 = 1$

<u>Περιθώρια χρόνου δραστηριοτήτων:</u>

<u>Συνολικό περιθώριο χρόνου δραστηριοτήτων:</u>

$ΣΠΧ_Α = ΒΧΤ_Α – ΕΧΕ_Α – ΧΔ_Α = 6 – 0 – 5 = 1$
$ΣΠΧ_Β = ΒΧΤ_Β – ΕΧΕ_Β – ΧΔ_Β = 4 – 0 – 3 = 1$
$\mathbf{ΣΠΧ_Γ = ΒΧΤ_Γ – ΕΧΕ_Γ – ΧΔ_Γ = 4 – 0 – 4 = 0}$
$ΣΠΧ_Δ = ΒΧΤ_Δ – ΕΧΕ_Δ – ΧΔ_Δ = 11 – 5 – 5 = 1$
$\mathbf{ΣΠΧ_Ε = ΒΧΤ_Ε – ΕΧΕ_Ε – ΧΔ_Ε = 11 – 4 – 7 = 0}$
$ΣΠΧ_Z = ΒΧΤ_Z – ΕΧΕ_Z – ΧΔ_Z = 11 – 4 – 6 = 1$
$\mathbf{ΣΠΧ_Η = ΒΧΤ_Η – ΕΧΕ_Η – ΧΔ_Η = 13 – 11 – 2 = 0}$

Επομένως, οι δραστηριότητες Γ, Ε και Η είναι κρίσιμες, επειδή έχουν μηδενικό συνολικό περιθώριο χρόνου, και καθορίζουν την κρίσιμη διαδρομή του έργου: Γ – Ε – Η.