ΚΥΡΙΑ ΜΕΤΡΑ ΘΕΣΗΣ

Καθηγητής Αντώνης Κ. Τραυλός (B.A., M.A., Ph.D.)
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΛΟΠΟΝΝΗΣΟΥ
Σχολή Επιστημών Ανθρώπινης Κίνησης και Ποιότητας Ζωής
Τμήμα Οργάνωσης και Διαχείρισης Αθλητισμού

1

ΚΥΡΙΑ ΜΕΤΡΑ ΘΕΣΗΣ

- Η σύνοψη των αριθμητικών δεδομένων γίνεται με τα μέτρα θέσης (δείκτες κεντρικής τάσης), στα οποία κατά κύριο λόγο περιλαμβάνεται
  - ο **αριθμητικός μέσος** ή μέση τιμή **(Μ),**
  - ο **διάμεσος** ή διάμεση τιμή **(Md)** και
  - η **κορυφή** ή επικρατούσα τιμή (Mo).
- Οι δείκτες αυτοί "μετράνε" τις τάσεις που επικρατούν στο κέντρο της κατανομής και για το λόγο αυτό τείνουν πάντα να εστιάζονται στις κεντρικές της θέσεις.

2

Αριθμητικός Μέσος (Μ, $\overline{\mathrm{X}}$)

Ο αριθμητικός μέσος μιας ομάδας i = 1, 2, . . ., N αριθμητικών τιμών X_i υπολογίζεται με τον τύπο:

(ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΟΣ) ΜΕΣΟΣ ή ΜΕΣΗ ΤΙΜΗ [(arithmetic) mean ή mean value] (M, X, Ȳ)

M = ΣX / N = άθροισμα των X / πλήθος τους (N)

Παραδείγματα με τιμές διαφορετικής ακρίβειας:

(3 + 4 + 2 + 6 + 8) / 5 = 23 / 5 = 4.6

(3.1 + 4.3 + 5.7 + 2.4) / 4 = 15.5 / 4 = 3.875 ≈ 3.9

(2.13 + 3.32 + 5.41) / 3 = 10.86 / 3 = 3.62

Μέσος Συχνοτικής Κατανομής

- Η μέθοδος αυτή χρησιμοποιείται συχνά στην περιγραφική στατιστική, ιδιαίτερα σε μεγάλες ομάδες αριθμητικών τιμών που μπορούν να πινακοποιηθούν ή είναι ήδη πινακοποιημένες σε μορφή απλής ή ομαδοποιημένης συχνοτικής κατανομής.
- Ο αριθμητικός μέσος λογαριάζεται με τον τύπο που ακολουθεί (όπου X_j και f_j είναι οι τιμές και οι συχνότητες τους αντίστοιχα και Σf=N η ολική συχνότητα, πλήθος κατανομής):

$$\overline{\mathrm{X}} = \frac{\sum fX}{\sum f} = \frac{f_1X_1 + f_2X_2 + \ldots + f_kX_k}{f_1 + f_2 + \ldots + f_k} = \frac{\sum fX}{N}$$

- Έτσι, αν σε μια ομάδα 13 αριθμών οι αριθμοί 3, 5, 1, 7 εμφανίζονται 1, 4, 6 και 2 φορές, αντίστοιχα, τότε με βάση τον τύπο αυτό ο αριθμητικός τους μέσος είναι ο 3.31 :

$$\overline{\mathrm{X}} = \frac{1\times 3 + 4\times 5 + 6\times 1 + 2\times 7}{1+4+6+2} = \frac{43}{13} = 3.307 \approx 3.3$$

Παράδειγμα - Μέσος απλής κατανομής : *μεροληπτικό δείγμα*

Πίνακας 4.1 - Ηλικίες 50 σπουδαστών

#	Ηλικία (X)	f	fX
1	20	6	120
2	21	15	315
3	22	21	462
4	23	4	92
5	24	2	48
6	25	2	50
	Σ =	50	1087

M = ΣfX / Σf = 1087 / 50 = 21.74

5

Μέσος απλής κατανομής: ***τυχαίο δείγμα και πληθυσμός***

Πίνακας 4.1 - Ηλικίες 50 σπουδαστών

#	Ηλικία (X)	f	fX
1	20	6	120
2	21	15	315
3	22	21	462
4	23	4	92
5	24	2	48
6	25	2	50
	Σ =	50	1087

M = ΣfX / Σf = 1087 / 50 = 21.74

Πίν. 4.3 - Πληθυσμός n=115 ηλικιών

#	X	f	fX
1	20	12	240
2	21	36	756
3	22	48	1056
4	23	11	253
5	24	5	120
6	25	3	75
	Σ =	115	2500

M = ΣfX / Σf = 2500 / 115 = 21.74

6

Μέσος ομαδοποιημένης κατανομής: *πληθυσμός*

- 100 αθλητές ομαδοποιήθηκαν ως προς το βάρος τους σε 9 ισομεγέθη διαστήματα (Πίν. 4.2).
- Οι μεσοτιμές (X) των διαστημάτων, οι συχνότητες (f), τα γινόμενα fX και ο υπολογισμός του μέσου βάρους δίνονται στον Πίνακα 4.2.
- Το μέσος βάρος των 100 αθλητών είναι 77.15 kg.
- Ο μέσος ομαδοποιημένης κατανομής μπορεί να διαφέρει, έστω και ελάχιστα, από τον μέσο που προκύπτει από τις αρχικές τιμές, δηλαδή ως M = ΣX/N.
- **Η διαφορά αυτή λέγεται σφάλμα (λόγω) ομαδοποίησης (grouping error)**.

Πίνακας 4.2 - Βάρη 100 αθλητών

#	Βάρος (όρια)	X	f	fX
1	56 - 60	58	1	58
2	61 - 65	63	8	504
3	66 - 70	68	11	748
4	71 - 75	73	19	1387
5	76 - 80	78	31	2418
6	81 - 85	83	15	1245
7	86 - 90	88	10	880
8	91 - 95	93	3	279
9	96 -100	98	2	196
		Σ =	100	7715

M = ΣfX / Σf = 7715 / 100 = 77.15

7

Σφάλμα ομαδοποίησης

- Το **σφάλμα ομαδοποίησης** προκαλείται λόγω της εκπροσώπησης των αρχικών τιμών κάθε διαστήματος από τη μεσοτιμή (X) του με αντίστοιχη συχνότητα (f) το άθροισμα των συχνοτήτων τους.
- Γενικά, σε ομαδοποιημένα δεδομένα ο μέσος βγαίνει ελάχιστα διαφορετικός από τον πραγματικό μέσο, ανάλογα με το πλήθος N και τον αριθμό των τάξεων της ομαδοποίησης.
- Κριτήριο για την επιλογή του μέσου με βάση τα αρχικά ή με βάση τα ομαδοποιημένα δεδομένα είναι ο βαθμός ακρίβειας μέτρησης των αρχικών δεδομένων.
- Αν το σφάλμα ομαδοποίησης είναι ασήμαντο, τότε για μεγάλα N προτείνεται η χρήση της ομαδοποίησης των δεδομένων.

8

Σταθμικός Αριθμητικός Μέσος

- Σε περιπτώσεις που στις θέσεις των συχνοτήτων f έχουμε ακέραια ή δεκαδικά φορτία, ο αριθμητικός μέσος λέγεται **σταθμικός** και λογαριάζεται με βάση τον τύπο, όπου X_j είναι οι τιμές, w_j τα αντίστοιχα φορτία και k ο αριθμός των υποομάδων:

$$\overline{X} = \frac{\sum wX}{\sum w} = \frac{w_1 X_1 + w_2 X_2 + \ldots + w_k X_k}{w_1 + w_2 + \ldots + w_k}$$

9

Σταθμικός Αριθμητικός Μέσος ... συνέχεια

$$\overline{X} = \frac{\sum wX}{\sum w} = \frac{w_1 X_1 + w_2 X_2 + \ldots + w_k X_k}{w_1 + w_2 + \ldots + w_k}$$

- Ο σταθμικός αριθμητικός μέσος έχει πολλές εφαρμογές, από τον απλό υπολογισμό μιας ολικής ατομικής βαθμολογίας μέχρι τον υπολογισμό του ολικού μέσου συνδυασμένων υποομάδων δεδομένων, όπως γίνεται στην ανάλυση διασποράς.
- Η εφαρμογή του σταθμικού αριθμητικού μέσου αφορά την κλασική περίπτωση υπολογισμού του **ολικού αριθμητικού μέσου** μιας ομάδας αριθμών με βάση τους μέσους k υποομάδων με αντίστοιχα πλήθη N_1, N_2,... N_k:

$$\overline{X} = \frac{\sum N\overline{X}}{\sum N} = \frac{N_1 \overline{X}_1 + N_2 \overline{X}_2 + \ldots + N_k \overline{X}_k}{N_1 + N_2 + \ldots + N_k}$$

10

Σταθμικός Αριθμητικός Μέσος … συνέχεια

- Μια υποπερίπτωση του ολικού αριθμητικού μέσου είναι όταν οι k υποομάδες έχουν **ίσα πλήθη αριθμών** $N_1,= N_2= \ldots =N_k$, οπότε ο τύπος αυτός απλοποιείται στη μορφή

$$\overline{X}_{ολικός} = \frac{\sum \overline{X}}{k} = \frac{\overline{X}_1 + \overline{X}_2 + \ldots + \overline{X}_k}{k}$$

Παράδειγμα

- Για **παράδειγμα,** σε μια τάξη 90 μαθητών χωρισμένη σε τρία τμήματα με πλήθη **28, 30 & 32**, αντίστοιχα, μετά από μια γραπτή εξέταση σε κάποιο μάθημα οι μέσες βαθμολογίες των τριών τμημάτων ήταν **14.5, 16 & 14**. Η ολική μέση βαθμολογία της τάξης βρίσκεται με τον τύπο:

$$\overline{X} = \frac{28\times14.5+30\times16+32\times14}{28+30+32} = \frac{1334}{90} = 14.82$$

Παράδειγμα

- Αν τα τρία τμήματα είχαν **ιδιο αριθμό μαθητών, δηλαδή 30**, τότε η μέση ολική βαθμολογία της τάξης βγαίνει με τον τύπο

$$\overline{X}_{ολικός} = \frac{\sum \overline{X}}{k} = \frac{\overline{X}_1 + \overline{X}_2 + \ldots + \overline{X}_k}{k}$$

- και είναι:
- [14.5 + 16 + 14] / 3 = 44.5 / 3 = 14.83.

Σταθμικός αριθμητικός μέσος: *ατομική περίπτωση*

- Οι βαθμολογίες ενός μαθητή 6ης Δημοτικού στη Φ.Α. ήταν 9 στο μπάσκετ, 6 στο βόλεϊ, 7 στη γυμναστική και 10 στην αντοχή, αντίστοιχα (Πίν. 4.3).
- Οι αντίστοιχες βαρύτητες (%) στον καθορισμό της τελικής βαθμολογίας ήταν 25%, 25%, 30% και 20%.
- Η τελική βαθμολογία του στη Φ.Α. είναι 7.85.

$$\overline{X} = \frac{25 \times 9 + 25 \times 6 + 30 \times 7 + 20 \times 10}{25 + 25 + 30 + 20} = \frac{785}{100} = 7.85$$

Πίνακας 4.3 - Ατομικές Βαθμολογίες Φ.Α.

Εξέταση	Βαθμός (X)	% (w)	wX
Μπάσκετ	25	9	225
Βόλεϊ	25	6	150
Γυμναστική	30	7	210
Αντοχή	20	10	200
Σ =	100	32	785

M = ΣwX / Σw = 785 / 100 = 7.85

Σταθμικός αριθμητικός μέσος: *ομάδα αριθμών.*

- Σε ένα τμήμα 15 μαθητών έγιναν τελικές εξετάσεις Φ.Α. και δόθηκαν οι βαθμολογίες που αναφέρονται στον πίνακα.
- Τα βάρη στον καθορισμό της τελικής βαθμολογίας είχαν οριστεί να είναι **0.25** για το μπάσκετ, **0.25** για το βόλεϊ, **0.30** για τη γυμναστική και **0.20** για τον δρόμο αντοχής 2400 μ.

Πίνακας 4.4 - Ομαδικές Βαθμολογίες Φ.Α.

Μαθητές	Μπάσκετ	Βόλεϊ	Γυμναστική	Αντοχή	Βαθμός
1	7	6	8	7	7.05
2	10	8	9	8	8.80
3	9	9	8	7	8.30
4	6	7	8	7	7.05
5	8	10	9	8	8.80
6	7	9	7	8	7.70
7	8	6	8	9	7.70
8	9	7	8	9	8.20
9	6	8	7	8	7.20
10	7	9	6	7	7.20
11	8	10	9	8	8.80
12	10	10	9	9	9.50
13	9	8	7	8	7.95
14	7	8	7	6	7.05
15	10	9	8	7	8.55
Σ =	121	124	118	116	119.85
M =	8.07	8.27	7.87	7.73	8
W =	**0.25**	**0.25**	**0.30**	**0.20**	--
M =	2.02 +	2.07 +	2.36 +	1.55 =	8

Σταθμικός αριθμητικός μέσος: *ομάδα αριθμών.*

$$\overline{X} = \frac{\sum wX}{\sum w} = \frac{w_1 X_1 + w_2 X_2 + \ldots + w_k X_k}{w_1 + w_2 + \ldots + w_k}$$

- Με τον τύπο λογαριάστηκαν οι μέσες σταθμικές βαθμολογίες κατά άτομο (στήλη 6) και κατά άθλημα καθώς και η ολική μέση (σταθμική) βαθμολογία της τάξης, η οποία βγήκε 8.
- Ενδεικτικά, η τελική ατομική βαθμολογία για τον 3ο και τον 14ο μαθητή, αντίστοιχα, ήταν: **(0.25)9+(0.25)9+(0.30)8+(0.20)7=8.30 &** **(0.25)7+(0.25)8+(0.30)7+(0.20)6=7.05**.
- Επίσης, οι μέσες σταθμικές βαθμολογίες για το μπάσκετ και τη γυμναστική, αντίστοιχα, ήταν **(0.25)(8.07)=2.02 & (0.30)(7.87)= 2.36.**

Μαθητές	Μπάσκετ	Βόλεϊ	Γυμναστική	Αντοχή	Βαθμός
1	7	6	8	7	7.05
2	10	8	9	8	8.80
3	9	9	8	7	8.30
4	6	7	8	7	7.05
5	8	10	9	8	8.80
6	7	9	7	8	7.70
7	8	6	8	9	7.70
8	9	7	8	9	8.20
9	6	8	7	8	7.20
10	7	9	6	7	7.20
11	8	10	9	8	8.80
12	10	10	9	9	9.50
13	9	8	7	8	7.95
14	7	8	7	6	7.05
15	10	9	8	7	8.55
Σ =	121	124	118	116	119.85
M =	8.07	8.27	7.87	7.73	8
W =	**0.25**	**0.25**	**0.30**	**0.20**	--
M =	2.02 +	2.07 +	2.36 +	1.55 =	8

16

Ιδιότητες του Αριθμητικού Μέσου

Ιδιότητα 1η - Επηρεασμός από ακραίες τιμές

- Ο αριθμητικός μέσος επηρεάζεται από τις **ακριβείς θέσεις** των τιμών στην κατανομή.
  - Κάθε μεταβολή Δ_X μιας τιμής μεταφέρεται στον μέσο ανάλογα με το πλήθος N της κατανομής.
  - Γενικά, μια συνολική μεταβολή Δ_X σε πλήθος N αριθμών μεταβάλει τον μέσο τους κατά Δ_X /N.
  - Για τον λόγο αυτό, ο αριθμητικός μέσος είναι ιδιαίτερα ευαίσθητος στην παρουσία "ακραίων" τιμών στην κατανομή.
- Για **παράδειγμα,** ο μέσος των αριθμών 3, 2, 2, 1, 2 είναι ο 2 ενώ ο μέσος των αριθμών 3, 2, 2, 1, 17 είναι ο 5. Η μεταβολή του 5ου αριθμού από 2 σε 17 (Δ_X=+15 μονάδες) μεταφέρθηκε στον μέσο κατά +15/N = +15/5 = +3 μέρη, με αποτέλεσμα ο μέσος να γίνει 5, χωρίς να συνοψίσει αντιπροσωπευτικά τους αριθμούς, οι οποίοι μπορούν καλύτερα να αντιπροσωπευθούν από τον μεσαίο στη σειρά αριθμό 2 (1, 2, 2, 3,17).
- Για τη συγκεκριμένη ομάδα αριθμών το 17 αποτελεί μια **ακραία τιμή**, που αλλοίωσε την ιδιότητα του αριθμητικού μέσου να την συνοψίσει αριθμητικά.

Ιδιότητες του Αριθμητικού Μέσου

Ιδιότητα 2η - "Μηχανική" ισορροπία της κατανομής

- Ο αριθμητικός μέσος αποτελεί το μοναδικό σημείο διατήρησης της "μηχανικής" ισορροπίας της κατανομής, καθότι το αλγεβρικό άθροισμα των αποκλίσεων (d) των τιμών της από τον μέσο της είναι μηδέν.
- Για απλές ομάδες αριθμητικών δεδομένων ισχύει:

$$\sum d = \sum\left(X_i - \bar{X}\right) = \left(X_1 - \bar{X}\right) + \left(X_2 - \bar{X}\right) + \ldots + \left(X_N - \bar{X}\right)$$
$$= \left(d_1\right) + \left(d_2\right) + \ldots + \left(d_N\right) = 0$$

Ιδιότητες του Αριθμητικού Μέσου

Ιδιότητα 3η - *Ελάχιστο άθροισμα* των τετραγώνων των αποκλίσεων

- Επακόλουθο της 2ης ιδιότητας αποτελεί η επίσης σπουδαία και μοναδική ιδιότητα του αριθμητικού μέσου να παράγει ελάχιστο άθροισμα των τετραγώνων των αποκλίσεων του από κάθε αριθμό.
- Για απλές ομάδες αριθμητικών δεδομένων ισχύει:

$$\sum d^2 = \sum \left(X_i - \bar{X}\right)^2 = \left(X_1 - \bar{X}\right)^2 + \left(X_2 - \bar{X}\right)^2 + \ldots + \left(X_N - \bar{X}\right)^2 = \min$$

- Η ποσότητα $\Sigma d^2 = \Sigma(X_i - M)^2$, γνωστή ως "άθροισμα τετραγώνων", είναι θεμελιώδης για τον υπολογισμό των δεικτών διασποράς και άλλων συναφών στατιστικών που βασίζονται στην ανάλυση διασποράς (anova) και χρησιμοποιούνται γενικά στην επαγωγική στατιστική.
- Η ιδιότητα του ελάχιστου αθροίσματος των τετραγώνων αποτελεί ένα *μηχανικό ανάλογο* σύμφωνα με το οποίο ο αριθμητικός μέσος επέχει θέση κέντρου βάρους ή κεντροειδούς της κατανομής του.

19

Ιδιότητες του Αριθμητικού Μέσου

Ιδιότητα 4η – Δια-δειγματική σταθερότητα

- Ένα δευτερογενές, αλλά πολύ σημαντικό, χαρακτηριστικό του αριθμητικού μέσου είναι η δια-δειγματική του σταθερότητα,
  - δηλαδή η ικανότητα του να αναπαράγει (με μικρό σφάλμα εκτίμησης), τον αριθμητικό μέσο μ του πληθυσμού από τον οποίο προέρχεται.
- Έτσι, αν από έναν πληθυσμό πάρουμε πολλά (k) τυχαία δείγματα και λογαριάσουμε τους αντίστοιχους μέσους τους (M), θα διαπιστώσουμε ότι η **διακύμανση** τους θα είναι γενικά μικρή:
  - οι k αριθμητικοί μέσοι M θα διαφέρουν μεταξύ τους σχετικώς λίγο.

20

Ιδιότητες του Αριθμητικού Μέσου

Ιδιότητα 5η - Αδυναμία ανίχνευσης τάσεων ή σχέσεων

- Ο αριθμητικός μέσος δεν μπορεί να ανιχνεύσει τάσεις ή σχέσεις που πιθανό να υπάρχουν μεταξύ των δεδομένων μιας κατανομής.
- Η στατιστική πρακτική έχει δείξει ότι υπάρχουν περιπτώσεις, όπου οι μέσοι δύο ή και περισσότερων ομάδων αριθμών είναι σχεδόν ίσοι (δεν διαφέρουν σημαντικά), αλλά οι αριθμοί εντός των ομάδων τους παρουσιάζουν διαφορετικές εικόνες ή τάσεις, όπως συμβαίνει, για παράδειγμα, στις επαναληπτικές μετρήσεις και στις χρονοσειρές.

Διάμεση Τιμή ή Διάμεσος (Median -Md)

- Η διάμεση τιμή (Md) ή διάμεσος μιας κατανομής αποτελεί τον κεντρικότερο αριθμό της, είναι ανεπηρέαστος από τις θέσεις και τα μεγέθη των υπολοίπων αριθμών της κατανομής και προσδιορίζει στην κλίμακα τιμών της κατανομής ένα σημείο τέτοιο, ώστε αριστερά και δεξιά του να πέφτουν από **50% των τιμών της**, αντίστοιχα.
- Γραφικά, ο διάμεσος αντιστοιχεί στο σημείο εκείνο της κλίμακας της συχνοτικής καμπύλης (πολύγωνου) της κατανομής το οποίο χωρίζει κατακόρυφα τον χώρο κάτω από την καμπύλη σε δύο μέρη με ίσα εμβαδά.
- Αυτό συμβαίνει ανεξάρτητα από τον βαθμό λοξότητας και κυρτότητας της κατανομής.

Σε απλές Κατανομές

- Σε ομάδα τιμών ή σε απλή κατανομή ο διάμεσος υπολογίζεται ως εξής:
  1. όταν η κατανομή έχει **περιττό** πλήθος Ν διάμεσος είναι η μεσαία σε σειρά μεγέθους τιμή (Md = $X_{(N+1/2)}$, ενώ
  2. όταν η κατανομή έχει άρτιο πλήθος Ν διάμεσος είναι ο μέσος των δύο μεσαίων σε σειρά μεγέθους τιμών (Md = [$X_{N/2}$ + $X_{N/2+1}$] / 2).

23

Ένα παράδειγμα

- Για **παράδειγμα,** οι αριθμοί 14, 2, 6, 3, 9, & 11 έχουν διάμεσο το 7.5, καθότι βάζοντας τους αριθμούς αυτούς σε σειρά (2, 3, 6, 9,11, 14), το 7.5 είναι ο μέσος των δύο μεσαίων αριθμών 6 & 9:(6 + 9)/2 = 7.5.
- Αν τώρα στην ομάδα αυτή βάλουμε και τον αριθμό 12, τότε διάμεσος είναι το 9 που αποτελεί το μεσαίο αριθμό της ομάδας.

- Σε δύο ακόμη σύντομα **παραδείγματα,** οι αριθμοί 4, 5, 5, 6, *7,7,7*,9 & 10 έχουν διάμεσο τον 7 (πρώτο από τα τρία 7), ενώ, αν βάλουμε στους αριθμούς αυτούς και τον αριθμό 12, διάμεσος και αυτή τη φορά είναι το 7 ως αποτέλεσμα του μέσου των δύο μεσαίων 7:(7 + 7)/2 = 14 /2=7.

24

Διάμεσος Απλής Κατανομής

Πίνακας 4.5 -Κατανομή 50 ηλικιών

#	X	f	cf	θέση
1	20	6	6	
2	21	15	21	
3	22	21	42	25.5η
4	23	4	46	
5	24	2	48	
6	25	2	50	

Md = η 25.5η τιμή = 22

- Ο διάμεσος της απλής κατανομής των 50 ηλικιών του Πίνακα 4.5 κατέχει την 25.5η θέση σε σειρά
- (N+1)/2 = (50+1) 12 =51/2 = 25.5
- ανήκει στην 3η κλάση με συχνότητα 21 και είναι ο μέσος της 25ης και 26ης ηλικίας, δηλαδή της 4ης και 5ης ηλικίας 22: Md = 22.
- Το πλήθος της κατανομής αυτής είναι άρτιο 50) και έτσι ο διάμεσος βγήκε από το μέσο των 2 μεσαίων σε σειρά μεγέθους ηλικιών: (22 + 22) / 2 = 22.

Διάμεσος Ομαδοποιημένης Κατανομής

- Σε ομαδοποιημένες κατανομές ο υπολογισμός του διάμεσου (Md) είναι πιο σύνθετος και γίνεται με τη μέθοδο της παρεμβολής ως εξής:

$$Md = L_k + \left(\frac{\frac{N}{2} - \sum_{j=1}^{k-1} f_j}{f_k} \right) \cdot E_k$$

- όπου k η κλάση του Md, L_k το κατώτερο όριο του διαστήματος της, N το πλήθος της κατανομής, **Σf_j το άθροισμα των συχνοτήτων των κλάσεων πριν την k,** f_k η συχνότητα της κλάσης k, και E_k το εύρος της.

Πίνακας 4.6 -Διάμεσος Ομαδοποιημένης Κατανομής

j	Βάρος	f	cf	θέση
1	56-60	1	1	
2	61-65	8	9	
3	66-70	11	20	
4	71-75	19	39	
5	76-80	31	70	50.5η
6	81-85	15	85	
7	86-90	10	95	
8	91-95	3	98	
9	96-100	2	100	

Md = 73.05 kg (58ο βάρος)

Πίνακας 4.6 -Διάμεσος Ομαδοποιημένης Κατανομής

j	Βάρος	f	cf	θέση
1	56-60	1	1	
2	61-65	8	9	
3	66-70	11	20	
4	71-75	19	39	
5	76-80	31	70	50.5η
6	81-85	15	85	
7	86-90	10	95	
8	91-95	3	98	
9	96-100	2	100	

Md = 73.05 kg (58ο βάρος)

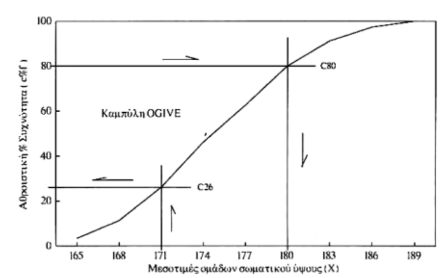
- Ο διάμεσος της ομαδοποιημένης κατανομής των 100 βαρών του πίνακα 4.6 κατέχει την 50.5η θέση σε σειρά και επομένως ανήκει στο 5ο διάστημα, άρα είναι μια τιμής μεταξύ 76 και 80 kg.
- Το κατώτερο όριο του 5ου διαστήματος είναι L_k= 76, το πλήθος της κατανομής είναι N = 100, **η αθροιστική συχνότητα για όλα τα διαστήματα πριν το 5ο είναι $\Sigma f_4 = 39$**, **η συχνότητα του 5ου διαστήματος είναι $f_5 = 70$,** και το εύρος του E = 4.
- Έτσι, με βάση με τον τύπο 4.7 ο διάμεσος (Md) είναι 77 kg:

$$Md = L_k + \left(\frac{\frac{N}{2} - \sum_{j=1}^{k-1} f_j}{f_k} \right) \cdot E_k \qquad Md = 76 + \left(\frac{\frac{100}{2} - 39}{39} \right) \times 4 = 76 + \frac{11}{39} \times 4 = 76 + \frac{44}{39} = 76 + 1.13 = 77.13 \approx 77$$

27

Διάμεση Τιμή (Md) απλής ή ομαδοποιημένης κατανομής

- Η διάμεση τιμή (Md) απλής ή ομαδοποιημένης κατανομής μπορεί να υπολογιστεί και γραφικά από την καμπύλη της αθροιστικής % συχνότητας (c%f).
- Η ακρίβεια προσέγγισης της Md εξαρτάται από την ανάλυση της κλίμακας μέτρησης και από την ακρίβεια εξομάλυνσης της καμπύλης της κατανομής.
- Η διαδικασία αυτή είναι όμοια με αυτή του γραφικού υπολογισμού των εκατοστημορίων (**Ogive**):
  - -χάραξη οριζόντιας γραμμής από τη θέση 50% της κλίμακας c%f
  - -χάραξη κατακόρυφης γραμμής από το σημείο τομής της οριζόντιας γραμμής με την καμπύλη και
  - -εντοπισμός της τιμής Md από το σημείο τομής της κατακόρυφης γραμμής με την (οριζόντια) κλίμακα των τιμών της κατανομής.



Εικ. 3.11 - Καμπύλη ogive (c%f) : γραφική ανάλυση εκατοστημορίων

28

Επικρατούσα Τιμή (Mo)

- Η επικρατούσα τιμή ή κορυφή (Mo) μιας ομάδας αριθμών είναι η τιμή με τη μεγαλύτερη συχνότητα εμφάνισης, δηλαδή η πιο κοινή τιμή.
  - Γενικά υποδηλώνει κάτι που είναι μόδα, που συνηθίζεται δηλαδή περισσότερο από άλλα ομοειδή πράγματα.
- Για **παράδειγμα,** η κορυφή των αριθμών 3, 5, 5, 6, 8, 11 είναι το 5, των αριθμών 3, 5, 5, 6, 8, 8, 8,11 είναι το 8 και των αριθμών 3, 5, 5, 5, 6, 8, 8, 8,11 είναι το 5 και το 8 (δύο κορυφές).
- Ένα σύνολο αριθμών λέγεται **μονοκόρυφο.** όταν έχει μία επικρατούσα τιμή, **δικόρυφο,** όταν έχει δύο επικρατούσες τιμές και **πολυκόρυφο,** όταν έχει πολλές επικρατούσες τιμές.
- Η πρακτική αξία αυτών των περιπτώσεων αφορά κύρια τις κατανομές συχνοτήτων, που στην πλειονότητα τους είναι μονοκόρυφες αλλά μερικές φορές παρουσιάζουν δύο ή και τρεις κορυφές.
- Ακόμα υπάρχουν περιπτώσεις κατανομών με τάσεις δικόρυφες ή πολυκόρυφες, οπότε είναι πρακτικά χρήσιμο να αναφέρουμε και την τάση και όχι μόνο την επικρατούσα τιμή.
- Δηλαδή μπορούμε να μιλάμε για 1ην 2η και μερικές φορές και 3η σε σειρά επικρατούσα τιμή.

29

- Σε **απλές κατανομές,** ο εντοπισμός της επικρατούσας τιμής είναι εύκολος.
- Εντοπίζουμε απλά ποιος είναι ο αριθμός με τη μεγαλύτερη συχνότητα (f).

- Ανάλυση συχνοτήτων κατανομής : ύψη (N=115)

Κλάσεις k	Τιμές X	Συχνότητα f	Αθροιστική Συχνότητα cf	Σχετική Συχνότητα %f	Αθροιστική Σχετική Συχνότητα c%f
1	164	1	1	0.9	0.9
2	165	3	4	2.6	3.5
3	166	0	4	0.0	3.5
4	167	1	5	0.9	4.3
5	168	3	8	2.6	7.0
6	169	5	13	4.3	11.3
7	170	5	18	4.3	15.6
8	171	6	24	5.2	20.9
9	172	6	30	5.2	26.1
10	173	2	32	1.7	27.8
11	174	8	40	7.0	34.8
12	175	13	53	11.3	46.1
13	176	7	60	6.1	52.2
14	177	9	69	7.8	60.0
15	178	3	72	2.6	62.6
16	179	10	82	8.7	71.3
17	180	3	85	2.6	73.9
18	181	7	92	6.1	80.0
19	182	5	97	4.3	84.3
20	183	4	101	3.5	87.8
21	184	4	105	3.5	91.3
22	185	5	110	4.3	95.6
23	186	1	111	0.9	96.5
24	187	1	112	0.9	97.4
25	188	2	114	1.7	99.1
26	189	0	114	0.0	99.1
27	190	1	115	0.9	100.0
--	Σf =	115	Σ%f =	100	--

Τα αποτελέσματα στις στήλες %f & c%f στρογγυλοποιήθηκαν στο ένα δεκαδικό ψηφίο.

Ιδιότητα της Mo

- Μια σημαντική ιδιότητα της Mo είναι ότι παρουσιάζει τη μεγαλύτερη πιθανότητα (f_k/N) από τις άλλες τιμές της κατανομής.
- Για παράδειγμα, στην κατανομή των 115 ηλικιών η πιθανότητα εμφάνισης της διάμεσης τιμής Mo=22, που έχει τη μέγιστη συχνότητα f=48, είναι 48/115=0.42 ή 42%.
- Η ιδιότητα αυτή έχει μεγάλη πρακτική αξία σε δειγματοληψίες από μεγάλα πλήθη κατηγορικών (ποιοτικών) μεταβλητών.

- Κατανομή ηλικιών (N=115)

#	X	f	N/2
1	20	12	
2	21	36	
3	22	48	57.5
4	23	11	
5	24	5	
6	25.	3	

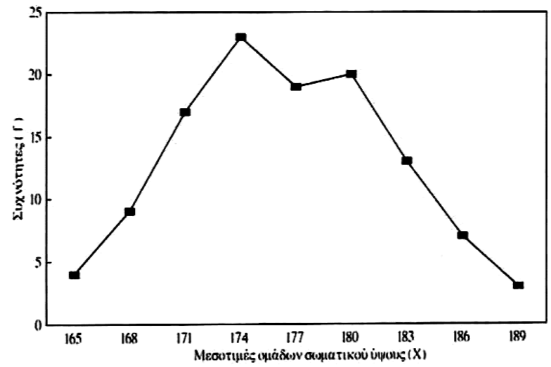
Md = 22 (58η ηλικία)

Χρησιμότητα της Mo

- **Κλασικό παράδειγμα** αποτελούν οι δειγματοληψίες σε ιδιότητες της σωματικής πλευρικότητας, όπως είναι η προτίμηση στο δεξί ή στο αριστερό χέρι για την εκτέλεση κάποιας κινητικής δεξιότητας ή λειτουργίας.
- Σύμφωνα με τη βιβλιογραφία, επειδή επικρατούσα πλευρά είναι γενικά η δεξιά κατά 90%, η πιθανότητα συμπερίληψης ενός δεξιόχειρα σε ένα τυχαίο δείγμα N ατόμων είναι 90%, ενός αριστερόχειρα 8% και ενός με μικτή χειροπλευρικότητα περίπου 2%.
  - Η πρακτική δυσκολία, λόγω της επικρατούσας δεξιοχειρίας, για τυχαία επιλογή ίσου αριθμού ατόμων και από τις τρεις κατηγορίες χειροπλευρικότητας είναι τεράστια.
  - Τέτοια προβλήματα σχετικά με την Mo δεν είναι σπάνια στη σύγχρονη ερευνητική πρακτική.
- Στο συνέχεια θα δούμε αναλυτικά μερικά κλασικά παραδείγματα καταλληλότητας και ακαταλληλότητας χρήσης της επικρατούσας τιμής συγκριτικά με τους άλλους δείκτες της κεντρικής τάσης.

Άλλοι τρόποι

- Η Mo μιας μεγάλης κατανομής μπορεί να υπολογιστεί κατά προσέγγιση και γραφικά ως η κορυφή της εξομαλυσμένης καμπύλης του πολύγωνου συχνοτήτων της κατανομής.
- Η ακρίβεια προσέγγισης της Mo εξαρτάται από την ανάλυση της καμπύλης και την ακρίβεια εξομάλυνσης της.
- Η διαδικασία περιλαμβάνει:
  - τη χάραξη οριζόντιας γραμμής εφαπτόμενης στην κορυφή της εξομαλυσμένης καμπύλης συχνοτήτων f της κατανομής,
  - τη χάραξη κατακόρυφης γραμμής από το σημείο επαφής της οριζόντιας γραμμής με την κορυφή της καμπύλης, και
  - τον εντοπισμό της τιμής Mo από το σημείο τομής της κατακόρυφης γραμμής με την (οριζόντια) κλίμακα των τιμών της κατανομής.



Πολύγωνο συχνοτήτων κατανομής

Καταλληλότητα των Μέτρων Θέσης … συνέχεια

- Η καταλληλότητα χρήσης των τριών δεικτών κεντρικής τάσης (M, Md & Mo) εξαρτάται από ορισμένους παράγοντες διαφοροποίησης τους, όπως είναι το **είδος της κλίμακας** μέτρησης και η **μορφή της κατανομής**.
  - Το **είδος της κλίμακας** με βάση την οποία μετρούνται τα αρχικά δεδομένα καθορίζει σε μέγιστο βαθμό την καταλληλότητα των δεικτών κεντρικής τάσης.
- **Αρχικά, όπως έχει ήδη εξηγηθεί, όταν τα δεδομένα έχουν μετρηθεί σε ονομαστική κλίμακα, τότε καταλληλότερος δείκτης είναι η επικρατούσα τιμή (Mo).**
- Ο λόγος είναι ότι η Mo προσδιορίζει με μεγαλύτερη ακρίβεια από τους άλλους δείκτες την ονομαστική κατηγορία, διάκριση ή διαβάθμιση με την υψηλότερη συχνότητα και κατά συνέπεια με τη μεγαλύτερη πιθανότητα εμφάνισης.
- Έτσι κριτήριο επιλογής της επικρατούσας τιμής είναι η επαναληπτικότητα (συχνότητα).

Καταλληλότητα των Μέτρων Θέσης ... συνέχεια

- Όταν η κλίμακα μέτρησης είναι **τακτική,** που ως γνωστό δεν επηρεάζεται ούτε από τα μεγέθη των τιμών ούτε από τις συχνότητες τους, τότε κατάλληλος δείκτης κεντρικής τάσης είναι η **διάμεση τιμή (Md),** ο οποίος έχει την ιδιότητα να μένει ανεπηρέαστος από την παρουσία ακραίων τιμών και, επειδή κατέχει πάντα την κεντρικότερη θέση στη κατανομή, η επιλογή του βασίζεται στη τοποθέτηση των δεδομένων σε σειρά μεγέθους τιμής.
- Αξίζει να τονίσουμε ότι, επειδή οι μονάδες της τακτικής κλίμακας δεν είναι ίσες σε όλα τα σημεία της, η χρήση του αριθμητικού μέσου είναι αδόκιμη και ο δείκτης αυτός μπορεί να βγει παραποιημένος.

Καταλληλότητα των Μέτρων Θέσης ... συνέχεια

- Οι δύο άλλες κλίμακες μέτρησης, δηλαδή η **κλίμακα λόγου** και η **κλίμακα διαστήματος,** έχουν ισαπέχουσες μονάδες και παράγουν δεδομένα κατάλληλα για αριθμητικές πράξεις.
- Αυτός είναι ο κυριότερος λόγος για τον οποίο ο **αριθμητικός μέσος (Μ)** θεωρείται ο καταλληλότερος δείκτης κεντρικής τάσης για κατανομές αυτών των δύο κλιμάκων μέτρησης.
- Όπως έχουμε σημειώσει παραπάνω, ο αριθμητικός μέσος είναι σταθερός και αξιόπιστος και μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε διάφορες στατιστικές αναλύσεις και αριθμητικές επεξεργασίες, σε αντίθεση με τους δύο άλλους δείκτες κεντρικής τάσης.

Στη Πράξη ……..

- ……., η συντριπτική πλειοψηφία των μετρήσεων γίνεται στην κλίμακα λόγου για την οποία υπάρχουν αναρίθμητες στατιστικές τεχνικές και μέθοδοι, σε αντίθεση με την κλίμακα διαστήματος για την οποία οι στατιστικές τεχνικές είναι λιγότερες και όχι τόσο ικανοποιητικές.
- Αυτό εξηγεί επίσης γιατί ο αριθμητικός μέσος (M) είναι ο πλέον συνήθης δείκτης κεντρικής τάσης που συνοψίζει πληρέστερα μια κατανομή, της οποίας μάλιστα, όπως έχουμε δει, αποτελεί και το μοναδικό σημείο πάνω στο οποίο διατηρείται η "μηχανική" ισορροπία της κατανομής.

37

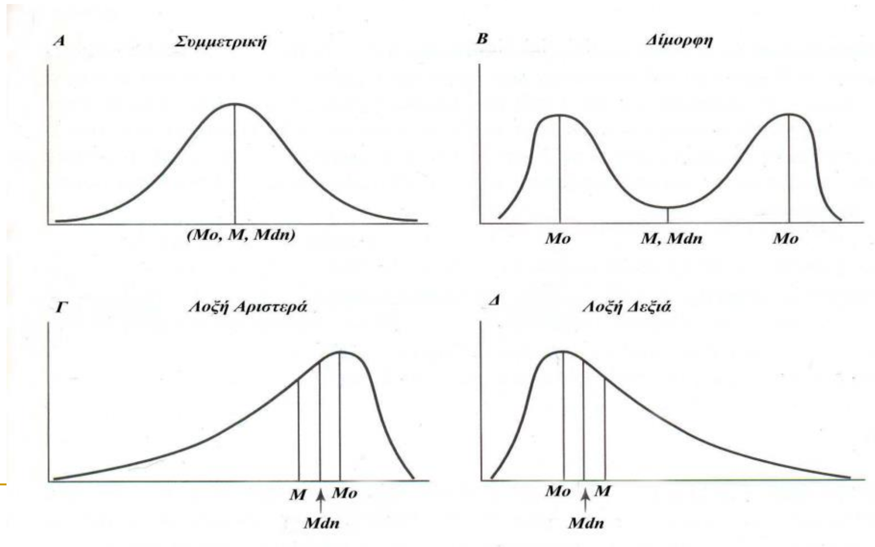
Κατανομή, κλίμακες και τα 3 μέτρα κεντρικής θέσης

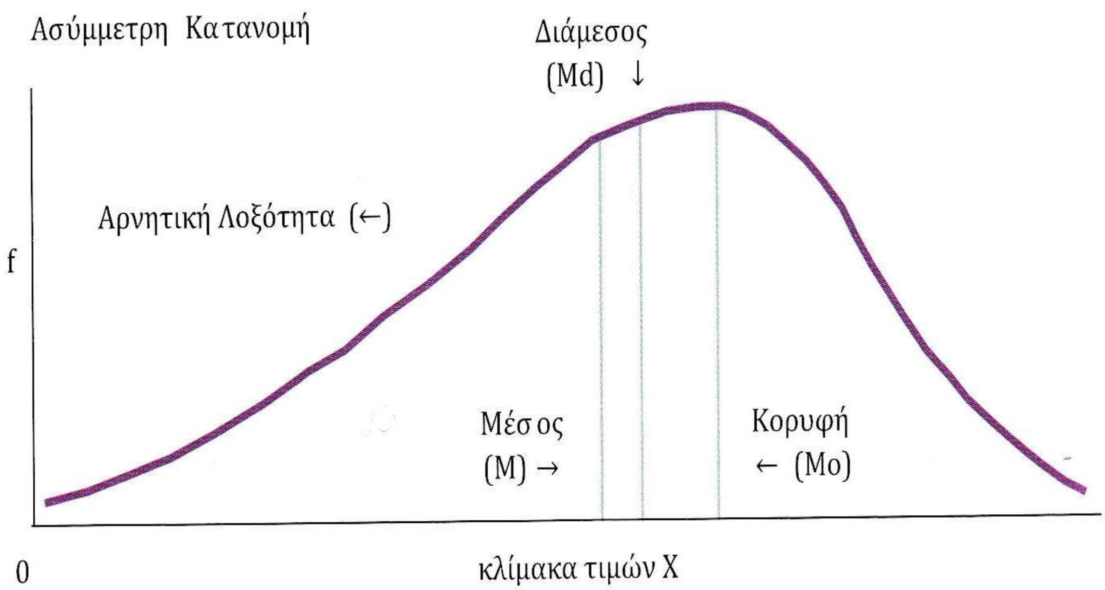
Μορφή Κατανομής	Κλίμακα Μέτρησης: Ονομαστική	Διατακτική	Διαστημική	Αναλογική
Συμμετρική Κατανομή	Mo	Md	M	M
Λοξή Κατανομή	Mo	Md	M ή Md	M ή Md
Στατιστική Ανάλυση	μη παραμετρική (non parametric)		παραμετρική (parametric) ή μη παραμετρική	
Παράδειγμα	Γλώσσα	Σειρά Επιτυχίας	Βαθμός Γυμναστικής	Μυϊκή Δύναμη

M = μέσος, Md = διάμεσος, Mo = κορυφή.

38

Σχετικά τώρα με τη **μορφή της κατανομής** έχουμε τις εξής περιπτώσεις





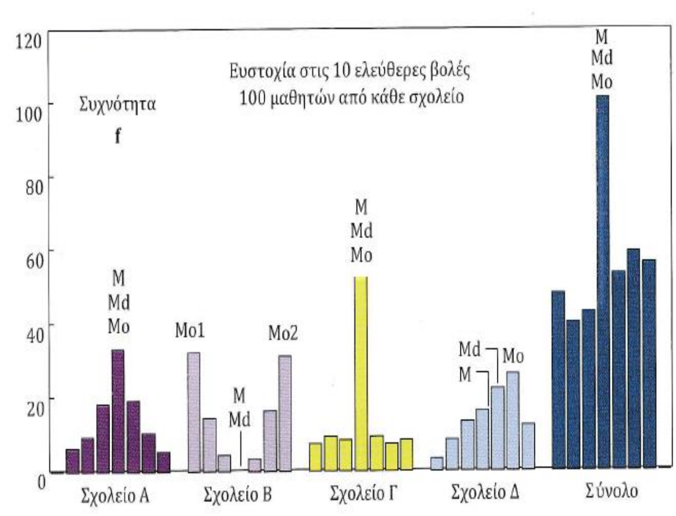
Σχήμα 4.1 - Μέτρα θέσης σε κατανομή με αρνητική λοξότητα: Μέσος < Διάμεσος < Κορυφή

Σχέσεις M, Md & Mo : *τύποι κατανομών*

- Στο παρακάτω παράδειγμα αναλύονται τέσσερις χαρακτηριστικές περιπτώσεις σχέσης μεταξύ των τριών δεικτών κεντρικής τάσης και της μορφής της κατανομής.
- Τα αποτελέσματα ενός υποθετικού πειράματος ευστοχίας ελεύθερων βολών, σε σύνολο 40 προσπαθειών κατά άτομο, με τυχαία δειγματοληψία 100 μαθητών από κάθε ένα από 4 τυχαία επιλεγμένα σχολεία της περιοχής Αθηνών, παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα.
- Οι αριθμητικές τάσεις των δεδομένων αυτών απεικονίζονται στην εικόνα 4.2.

Ευστοχία σε 40 βολές 100 μαθητών 4 σχλείων

Κλάσεις k	Εύστοχες Βολές	Σχολείο Α	Σχολείο Β	Σχολείο Γ	Σχολείο Δ	Σύνολο Α+Β+Γ+Δ
1	5	6	32	7	3	48
2	10	9	14	9	8	40
3	15	18	4	8	13	43
4	20	33	0	52	16	101
5	25	19	3	9	22	53
6	30	10	16	7	26	59
7	35	5	31	8	12	56
Σ =	--	100	100	100	100	400
Μέση Τιμή (M) =		20	20	20	24	21
Διάμεση Τιμή (Md) =		20	20	20	25	20
Επικρ. Τιμή (Mo) =		20	5	20	30	20



Σχήμα 4.2 - Δείκτες κεντρικής τάσης (M, Md, Mo) και τύποι κατανομών

Εύλογα Ερωτήματα

- Δύο εύλογα ερωτήματα μπορούν να διατυπωθούν σχετικά με τα αποτελέσματα της παραπάνω περιγραφικής ανάλυσης:
  - Το πρώτο, *ποιος δείκτης κεντρικής τάσης είναι ο καταλληλότερος* (αντιπροσωπευτικότερος) για κάθε μία από τις 4 κατανομές ευστοχίας;
  - Το δεύτερο, πρακτικής φύσης, *ποιου σχολείου τα αποτελέσματα μπορούν να θεωρηθούν φυσιολογικά* από πλευράς διδακτικής (και με βάση βέβαια τη στατιστική λογική);

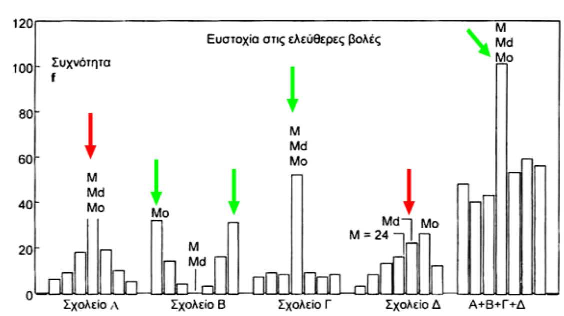
Ευστοχία σε 40 βολές 100 μαθητών 4 σχλείων

Κλάσεις k	Εύστοχες Βολές	Σχολείο Α	Σχολείο Β	Σχολείο Γ	Σχολείο Δ	Σύνολο Α+Β+Γ+Δ
1	5	6	32	7	3	48
2	10	9	14	9	8	40
3	15	18	4	8	13	43
4	20	33	0	52	16	101
5	25	19	3	9	22	53
6	30	10	16	7	26	59
7	35	5	31	8	12	56
Σ =	--	100	100	100	100	400
Μέση Τιμή (M) =		20	20	20	24	21
Διάμεση Τιμή (Md) =		20	20	20	25	20
Επικρ. Τιμή (Mo) =		20	5	20	30	20

- Σχετικά με το **πρώτο ερώτημα,** είναι σαφές ότι για την **κατανομή Α** καταλληλότερος είναι ο αριθμητικός μέσος (M=20), ενώ για την **κατανομή Δ** είναι ο διάμεσος (Md=25).
- Στην **κατανομή Β** η αναφορά στο διάμεσο ή στο μέσο (M=Md=20) μπορεί να παραποιήσει την πραγματική εικόνα, καθότι η συχνότητα στη θέση των δεικτών αυτών ήταν μηδενική. Η κατανομή αυτή παρουσιάζει γενικά δικόρυφη τάση και κατά συνέπεια το σωστότερο θα ήταν να αναφερθεί ότι περίπου οι μισοί μαθητές είναι πολύ εύστοχοι και οι άλλοι μισοί είναι πολύ άστοχοι.
  - Έτσι, είναι προτιμότερο να χρησιμοποιηθούν οι δύο επικρατούσες τιμές Mo,=5 και Mo2=35 αντί οι δύο άλλοι δείκτες (M & Md).
- Τέλος, η **κατανομή Γ** καθώς και η ολική κατανομή μπορούν να εκπροσωπηθούν καλύτερα από τις επικρατούσες τιμές (Mo=20).

Ευστοχία σε 40 βολές 100 μαθητών 4 σχλείων

Κλάσεις k	Εύστοχες Βολές	Σχολείο Α	Σχολείο Β	Σχολείο Γ	Σχολείο Δ	Σύνολο Α+Β+Γ+Δ
1	5	6	32	7	3	48
2	10	9	14	9	8	40
3	15	18	4	8	13	43
4	20	33	0	52	16	101
5	25	19	3	9	22	53
6	30	10	16	7	26	59
7	35	5	31	8	12	56
Σ =	--	100	100	100	100	400
Μέση Τιμή (M) =		20	20	20	24	21
Διάμεση Τιμή (Md) =		20	20	20	25	20
Επικρ. Τιμή (Mo) =		20	5	20	30	20

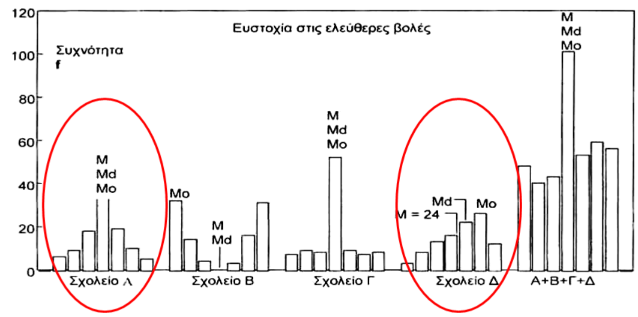


Δείκτες κεντρικής τάσης (M. Md. Mo) & τύποι κατανομών

- Σχετικά τώρα με το ***δεύτερο ερώτημα,*** είναι εμφανές ότι από τις τέσσερις αυτές κατανομές η πλέον φυσιολογική από διδακτικής άποψης είναι η **Α λόγω της συμμετρικής της μορφής**, ενώ η **Δ** αρμόζει περισσότερο για παίχτες υψηλού επιπέδου και σίγουρα μπορεί να αποτελέσει **κατανομή-στόχο** για το σχολικό αθλητικό επίπεδο.
- Να γίνουν δηλαδή οι περισσότεροι μαθητές-παίχτες πολύ εύστοχοι, κάτι που μάλλον είναι πρακτικά δύσκολο.

Ευστοχία σε 40 βολές 100 μαθητών 4 σχλείων

Κλάσεις k	Εύστοχες Βολές	Σχολείο Α	Σχολείο Β	Σχολείο Γ	Σχολείο Δ	Σύνολο Α+Β+Γ+Δ
1	5	6	32	7	3	48
2	10	9	14	9	8	40
3	15	18	4	8	13	43
4	20	33	0	52	16	101
5	25	19	3	9	22	53
6	30	10	16	7	26	59
7	35	5	31	8	12	56
Σ =	--	100	100	100	100	400
Μέση Τιμή (Μ) =		20	20	20	24	21
Διάμεση Τιμή (Md) =		20	20	20	25	20
Επικρ. Τιμή (Mo) =		20	5	20	30	20

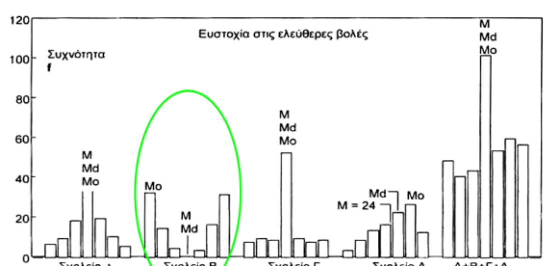


Δείκτες κεντρικής τάσης (M. Md. Mo) & τύποι κατανομών

- Η **κατανομή Β** είναι επίσης δύσκολο να εμφανιστεί στην πράξη και, αν συμβεί αυτό, θα μπορούσε να σημαίνει ότι, για να υπάρχει αυτό το χάσμα στην ικανότητα ευστοχίας των μαθητών, κάτι δεν λειτουργεί καλά σχετικά με τη διδασκαλία του μπάσκετ και ειδικά των βολών στο συγκεκριμένο σχολείο.
- Πιθανή αιτία για μια τέτοια περίπτωση θα μπορούσε να είναι κάποιο αντίστοιχο πρόβλημα στην κατανομή των κινήτρων, του ενδιαφέροντος ή/και των ευκαιριών των μαθητών για ισότιμη προπόνηση και εξάσκηση.
  - Σίγουρα σε μια σχολική κοινωνία με ίσες ευκαιρίες ένα τέτοιο φαινόμενο δεν είναι καθόλου κολακευτικό από πλευράς παιδαγωγικής.

Ευστοχία σε 40 βολές 100 μαθητών 4 σχλείων

Κλάσεις k	Εύστοχες Βολές	Σχολείο Α	Σχολείο Β	Σχολείο Γ	Σχολείο Δ	Σύνολο Α+Β+Γ+Δ
1	5	6	32	7	3	48
2	10	9	14	9	8	40
3	15	18	4	8	13	43
4	20	33	0	52	16	101
5	25	19	3	9	22	53
6	30	10	16	7	26	59
7	35	5	31	8	12	56
Σ =	--	100	100	100	100	400
Μέση Τιμή (Μ) =		20	20	20	24	21
Διάμεση Τιμή (Md) =		20	20	20	25	20
Επικρ. Τιμή (Mo) =		20	5	20	30	20

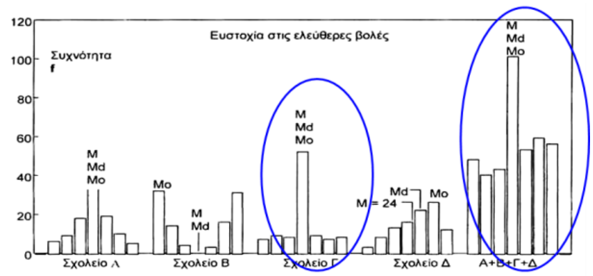


Δείκτες κεντρικής τάσης (M. Md. Mo) & τύποι κατανομών

- Τέλος, με την **κατανομή Γ** και με την **ολική κατανομή** υπάρχει, επίσης πρόβλημα, καθότι φαίνεται ότι κυριαρχεί μια έντονη επικράτηση των μέτριων σε ευστοχία μαθητών, πράγμα που επίσης αποτελεί σημαντικό διδακτικό πρόβλημα, αποτέλεσμα ίσως έλλειψης ενδιαφέροντος και προσπάθειας πιθανά λόγω αντικινήτρων ή / και ανεπαρκούς εξάσκησης.

Ευστοχία σε 40 βολές 100 μαθητών 4 σχλείων

Κλάσεις k	Εύστοχες Βολές	Σχολείο Α	Σχολείο Β	Σχολείο Γ	Σχολείο Δ	Σύνολο Α+Β+Γ+Δ
1	5	6	32	7	3	48
2	10	9	14	9	8	40
3	15	18	4	8	13	43
4	20	33	0	52	16	101
5	25	19	3	9	22	53
6	30	10	16	7	26	59
7	35	5	31	8	12	56
Σ =	--	100	100	100	100	400
Μέση Τιμή (M) =		20	20	20	24	21
Διάμεση Τιμή (Md) =		20	20	20	25	20
Επικρ. Τιμή (Mo) =		20	5	20	30	20



- Δείκτες κεντρικής τάσης (M. Md. Mo) & τύποι κατανομών

Σας ευχαριστώ για την προσοχή σας

ΑΚΤ