



ΠΟΣΟΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΣΤΗ ΔΙΟΙΚΗΣΗ

ΑΝΑΛΥΣΗ ΧΡΟΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΣΕΙΡΩΝ (Time-series Analysis)



Εξομάλυνση ΧΣ (λείανση-smoothing)

Αν μπορούν να αναγνωριστούν οι συνιστώσες που υπάρχουν σε μια ΧΣ, μπορούν να γίνουν αξιόπιστες προβλέψεις. Δυστυχώς, συχνά, η παρουσία της τυχαίας μεταβλητότητας (τυχαία συνιστώσα) συγκαλύπτει τις άλλες συνιστώσες και κάνει δύσκολη την αναγνώρισή τους.

Η εξομάλυνση αποτελεί έναν από τους απλούστερους τρόπους για τη μείωση της τυχαίας μεταβλητότητας.

Η εξομάλυνση αποτελεί μία εργασία με την οποία προσπαθούμε να απαλείψουμε τις τυχαίες διακυμάνσεις (συνήθως «ακανόνιστες» ακραίες τιμές) που πιθανόν να παρατηρούνται σε μία ΧΣ με σκοπό να φανούν σε πρώτη φάση οι επιμέρους κινήσεις της και να αναγνωριστεί καλύτερα ο τρόπος συμπεριφοράς της.

Τεχνικές ή μέθοδοι εξομάλυνσης ΧΣ

Κινητός μέσος κ

Μέσος αριθμητικός κ διαδοχικών όρων (κ: πλάτος του «παράθυρου» εξομάλυνσης)

Κάθε τιμή της ΧΣ αντικαθίσταται είτε από τον απλό μέσο είτε από τον σταθμισμένο μέσο κ γειτονικών σημείων

Ημερομηνία εισαγωγής	Αριθμός Εισαγωγών/ Ημέρα	κ=3	κ=5
1/1/1991	8		
2/1/1991	17		
3/1/1991	15	13,33	
4/1/1991	21	17,67	
5/1/1991	8	14,67	13,80
6/1/1991	9	12,67	14,00
7/1/1991	17	11,33	14,00
8/1/1991	19	15,00	14,80
9/1/1991	23	19,67	15,20
10/1/1991	15	19,00	16,60
11/1/1991	15	17,67	17,80
12/1/1991	7	12,33	15,80
13/1/1991	9	10,33	13,80
14/1/1991	19	11,67	13,00
15/1/1991	15	14,33	13,00

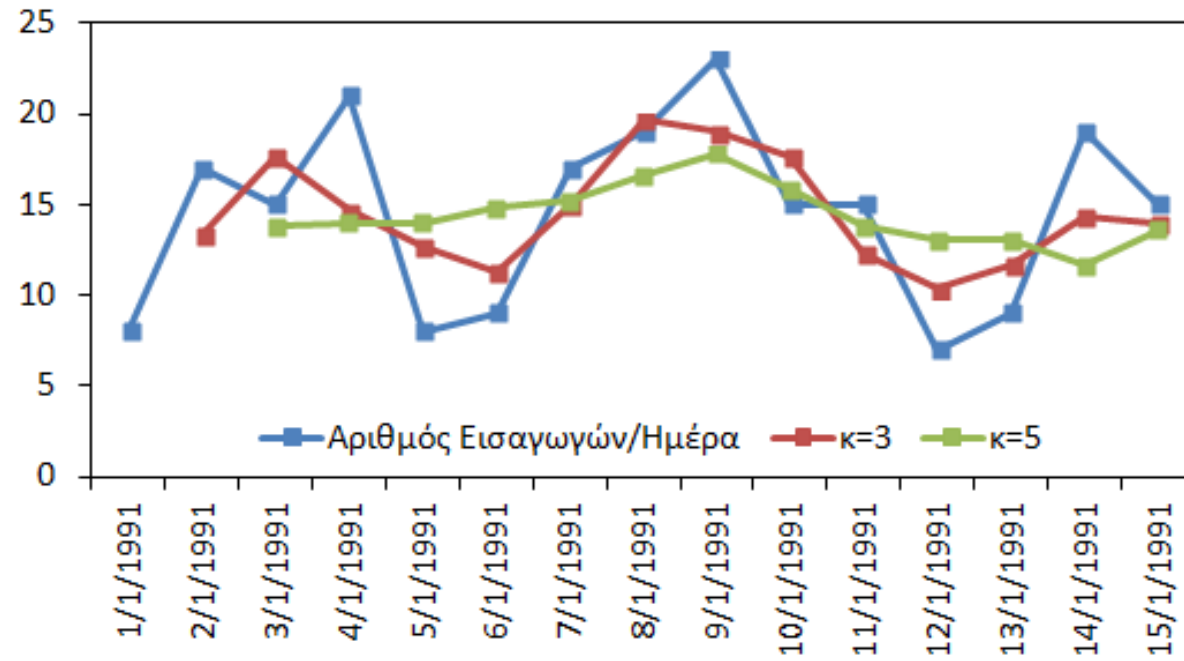
$(8+17+15)/3 = 13,33$

$(17+ 15+21)/3 = 17,67$

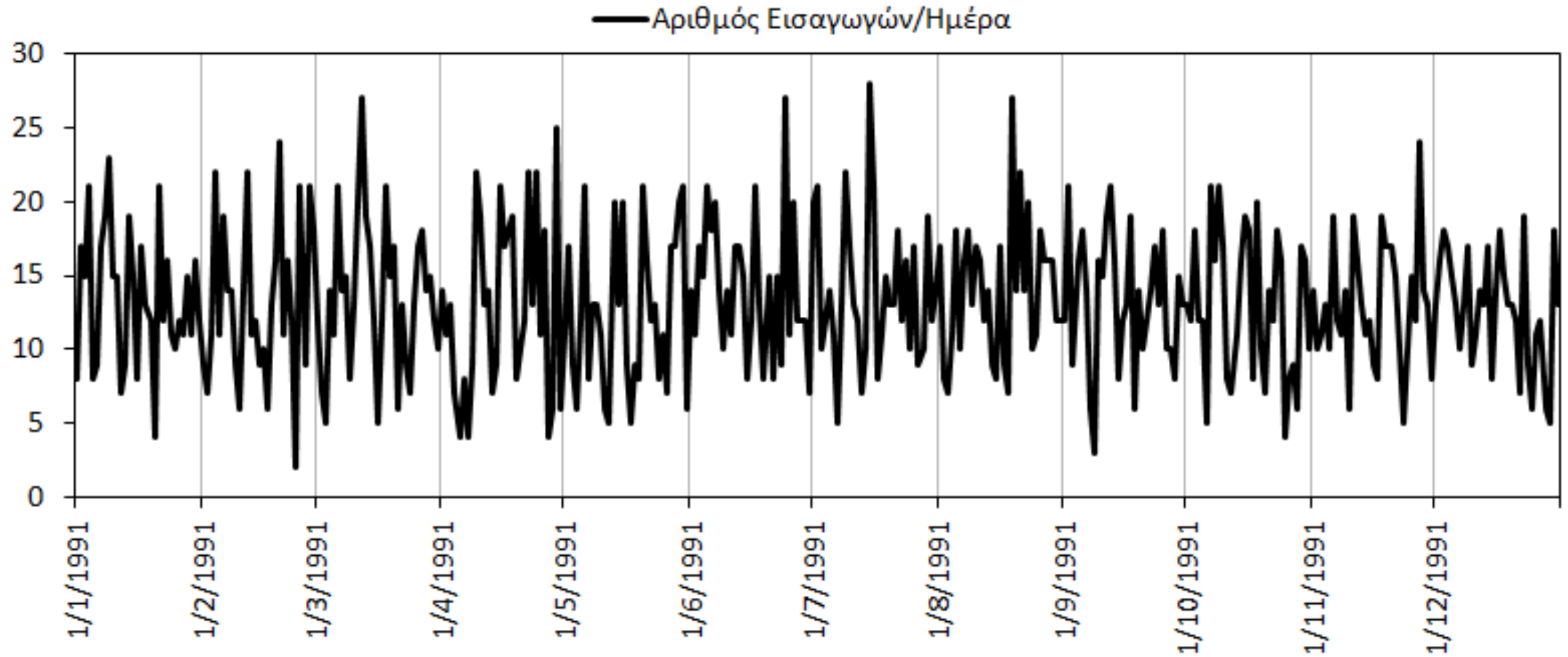
$(8+17+15+21+8)/5 = 13,80$

$(17+15+21+8+9)/5 = 14,00$

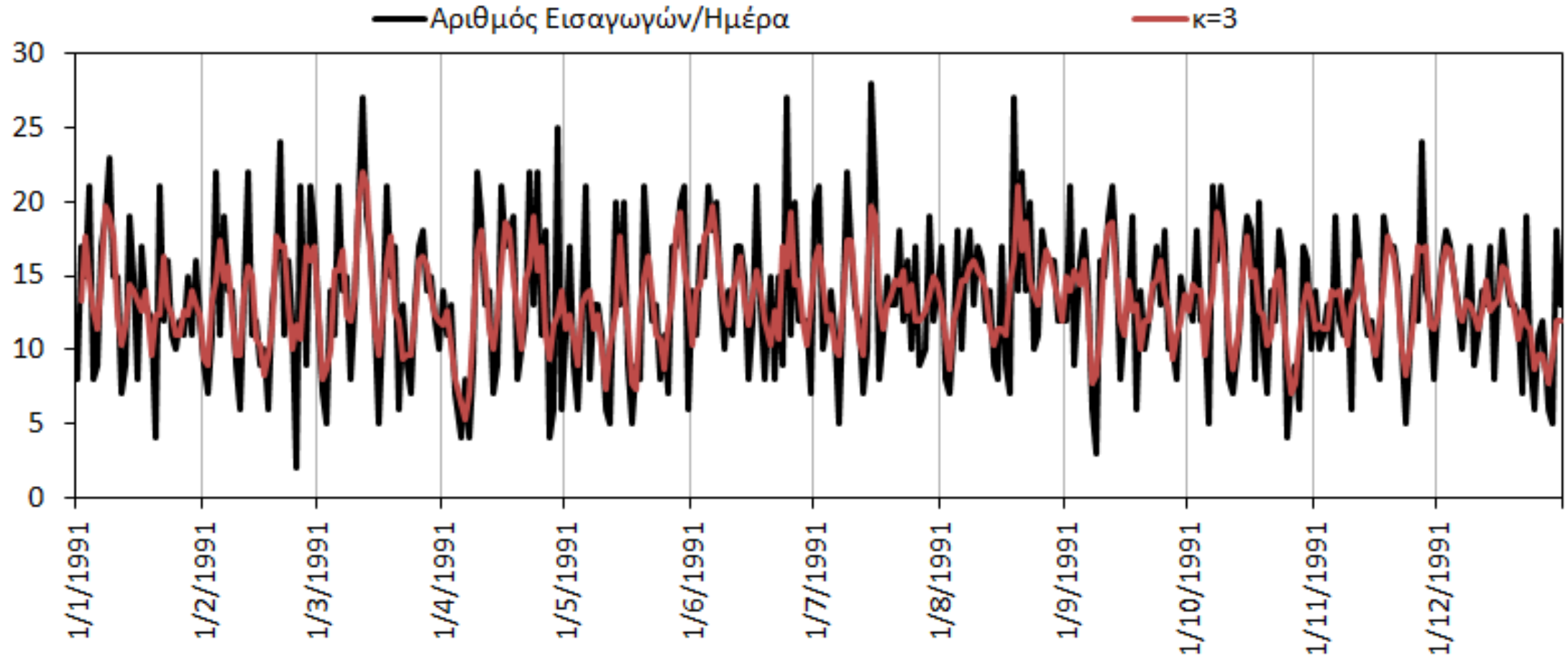
Τεχνικές ή μέθοδοι εξομάλυνσης ΧΣ



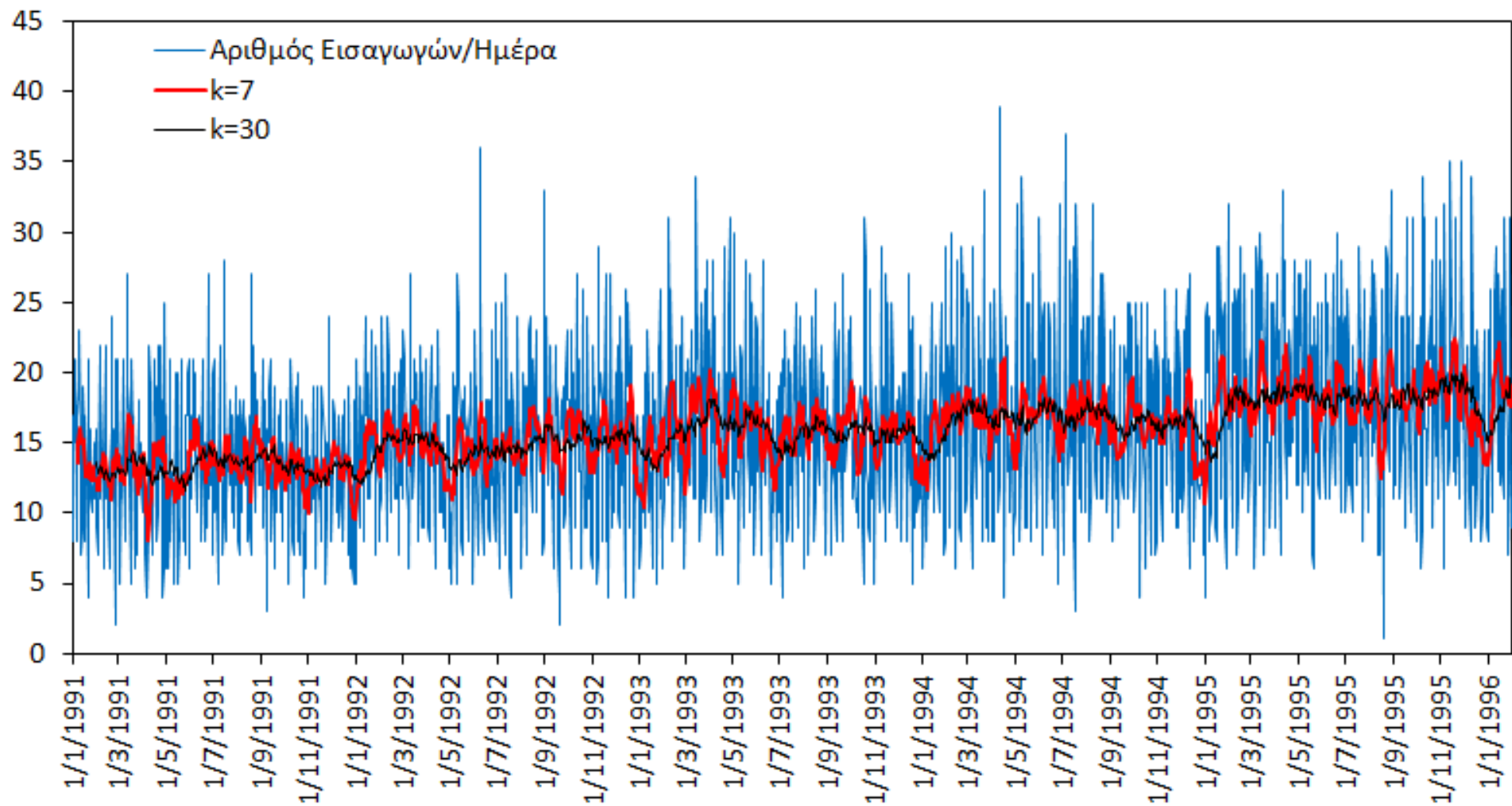
Τεχνικές ή μέθοδοι εξομάλυνσης ΧΣ



Τεχνικές ή μέθοδοι εξομάλυνσης ΧΣ



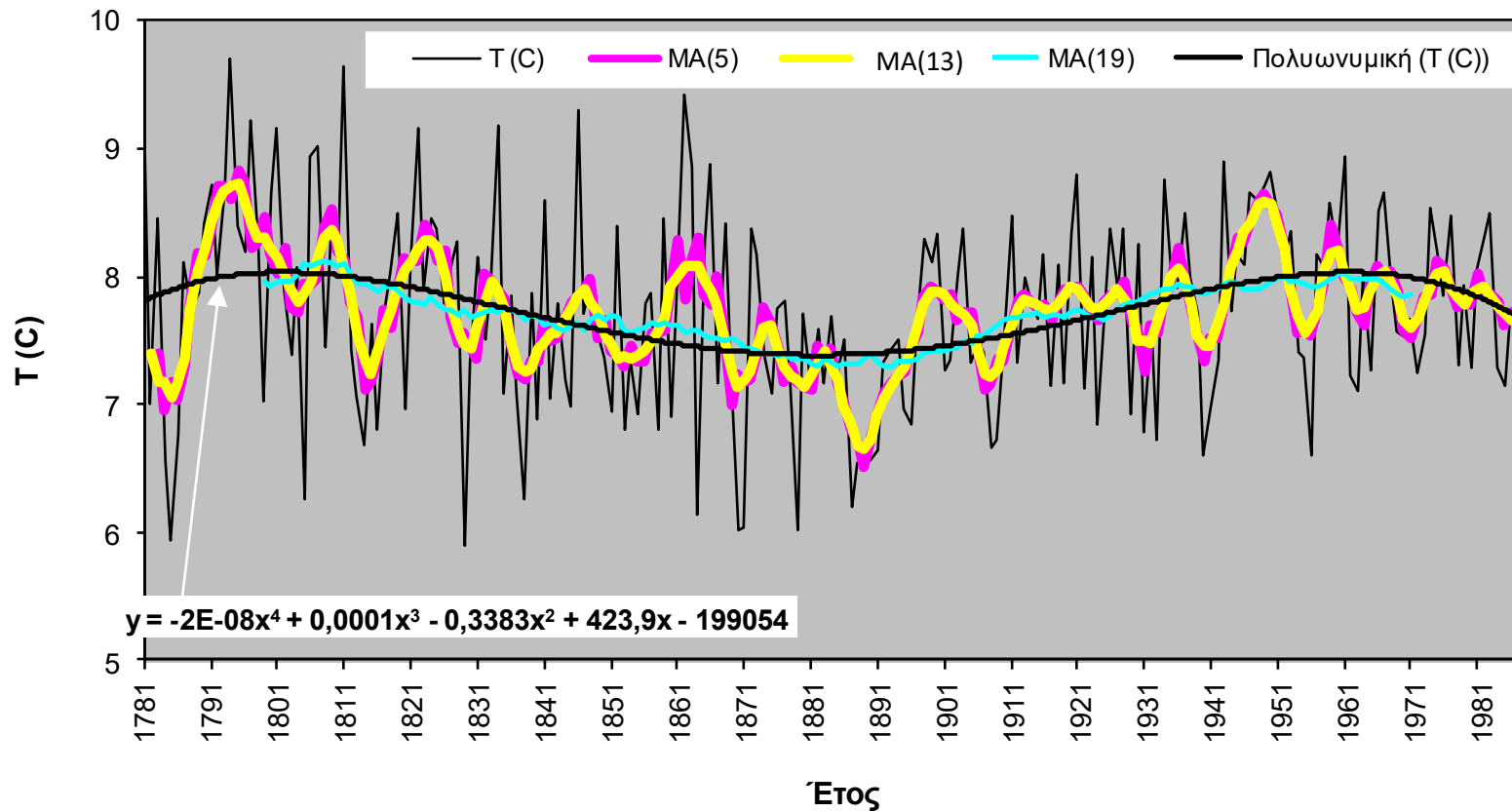
Τεχνικές εξομάλυνσης ΧΣ - Κινητός Μέσος



Καθορισμός του πλάτους k του Κινητού Μέσου

- Για ΧΣ χωρίς εποχικότητα συχνά μικρό k είναι κατάλληλο για την εξομάλυνση της ΧΣ, αν και συνήθως λαμβάνεται υπόψη το μέγεθος της τυχαίας συνιστώσας.
- Μεγάλα k αφαιρούν καλύτερα την τυχαία συνιστώσα, αλλά η εξομάλυνση είναι λιγότερο «ευαίσθητη» σε αλλαγές της ΧΣ.
- Για ΧΣ με εποχικότητα συχνά χρησιμοποιείται k ίσο με το πλάτος ενός ετήσιου κύκλου.

Τεχνικές εξομάλυνσης ΧΣ - Κινητός Μέσος



- Mean annual temperature (in deg. C), 1781 – 1988, Munich-Riem. Πηγή: Hipel and Mcleod (1994).

<http://www-personal.buseco.monash.edu.au/~hyndman/TSDL/pruscha/year.dat>



Τεχνικές εξομάλυνσης ΧΣ - Κινητός Μέσος

Η χρήση κινητού μέσου :

- ✓ Επιτρέπει την εξάλειψη της κυκλικής, της εποχικής και της τυχαίας συνιστώσας
- ✓ Οδηγεί σε απώλεια δεδομένων της ΧΣ
- ✓ Παρουσιάζει ευαισθησία στις (απομακρυσμένες) ακραίες τιμές

Ο κινητός μέσος όρος έχει τοπικό χαρακτήρα και δεν λαμβάνει υπόψη τιμές που βρίσκονται έξω από το παράθυρο υπολογισμού του. Το πρόβλημα λύνεται με τη χρήση της:

Εξίσωση απλής εκθετικής εξομάλυνσης

$$s_t = \alpha * x_t + (1-\alpha) * s_{t-1}$$

Για $t \geq 2$

όπου:

x_t : η τιμή της ΧΣ τη στιγμή t

s_t : η εξομαλυμένη τιμή της ΧΣ τη στιγμή t

s_{t-1} : η εξομαλυμένη τιμή της ΧΣ τη στιγμή $t-1$

α : συντελεστής απόσβεσης ή εξομάλυνσης $0 \leq \alpha \leq 1$

Αρχική ΧΣ

$$X_0$$

$$X_1$$

$$X_2$$

...

...

$$X_{t-1}$$

$$X_t$$

Εξομαλυμένη ΧΣ

$$s_0 = X_0$$

$$s_1 = a * X_1 + (1 - a) * s_0 = a * X_1 + (1 - a) * X_0$$

$$s_2 = a * X_2 + (1 - a) * s_1 = a * X_2 + (1 - a) * [a * X_1 + (1 - a) * X_0]$$

$$= a * X_2 + (1 - a) * s_1 = a * X_2 + a * (1 - a) * X_1 + (1 - a)^2 * X_0$$

...

$$s_{t-1}$$

$$s_t = a * X_t + a * (1 - a) * X_{t-1} + \dots + (1 - a)^t * X_0$$

Όπως φαίνεται, κάθε τιμή εξομάλυνσης λαμβάνει υπόψη όλες τις προηγούμενες τιμές της χρονολογικής σειράς, με βαρύτητα που εξαρτάται από την τιμή του α

Η σημασία του συντελεστή α

- ▶ $\alpha = 0$ η τρέχουσα παρατήρηση δεν λαμβάνεται υπόψη και η εξομαλυμένη τιμή συνίσταται εξ ολοκλήρου από την προηγούμενη εξομαλυμένη τιμή.
- ▶ $\alpha = 1$, οι προηγούμενες τιμές αγνοούνται
- ▶ $0 < \alpha < 1$, παράγονται ενδιάμεσα αποτελέσματα

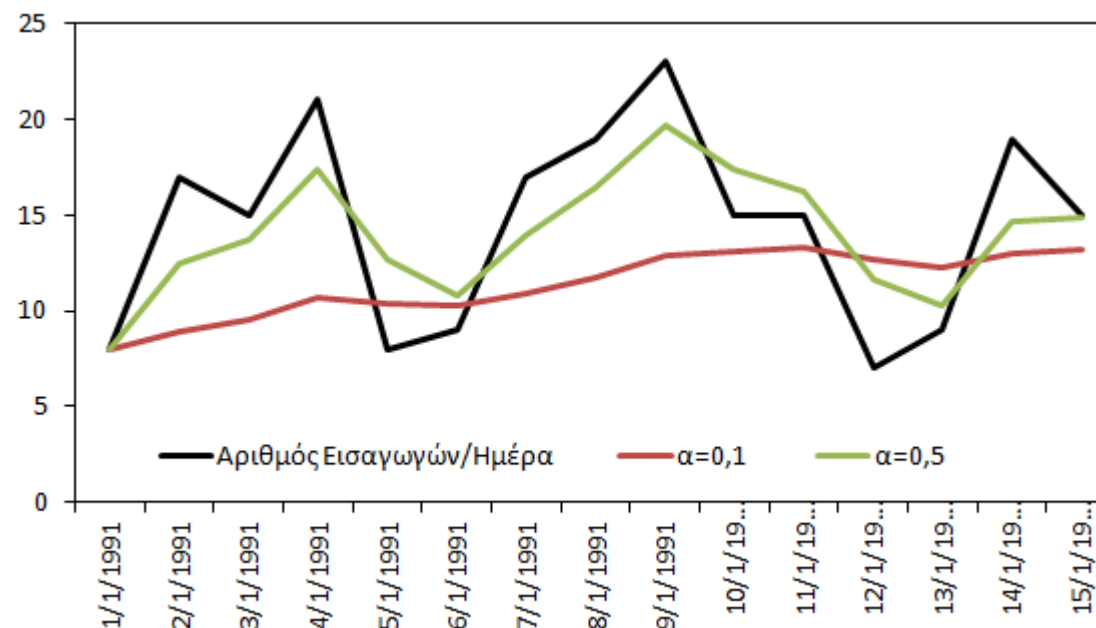
Η τιμή του α επιλέγεται ανάλογα με το βαθμό της επιθυμητής εξομάλυνσης.

- Μικρές τιμές του α αποδίδουν μεγάλη εξομάλυνση
- Μεγάλες τιμές του α παράγουν μικρή εξομάλυνση

Τεχνικές εξομάλυνσης ΧΣ – Απλή Εκθετική εξομάλυνση

Η σημασία του συντελεστή α

Ημερομηνία εισαγωγής	Αριθμός Εισαγωγών/ Ημέρα	$\alpha=0,1$	$\alpha=0,5$
1/1/1991	8	8,00	8,00
2/1/1991	17	8,90	12,50
3/1/1991	15	9,51	13,75
4/1/1991	21	10,66	17,38
5/1/1991	8	10,39	12,69
6/1/1991	9	10,25	10,84
7/1/1991	17	10,93	13,92
8/1/1991	19	11,74	16,46
9/1/1991	23	12,86	19,73
10/1/1991	15	13,08	17,37
11/1/1991	15	13,27	16,18
12/1/1991	7	12,64	11,59
13/1/1991	9	12,28	10,30
14/1/1991	19	12,95	14,65
15/1/1991	15	13,15	14,82





Τεχνικές εξομάλυνσης ΧΣ – Διπλή Εκθετική εξομάλυνση

Για κάθε χρονική στιγμή t υπολογίζεται η εξομαλυμένη τιμή s_t και η τάση T_t ως εξής:

- ✓ $s_1 = x_1$
- ✓ $T_1 = x_1 - x_0$
- ✓ $s_2 = ax_2 + (1-a)(s_1 + T_1)$
- ✓ $T_2 = \gamma(s_2 - s_1) + (1-\gamma)T_1$
-
- ✓ $s_t = ax_t + (1-a)(s_{t-1} + T_{t-1})$
- ✓ $T_t = \gamma(s_t - s_{t-1}) + (1-\gamma)T_{t-1}$

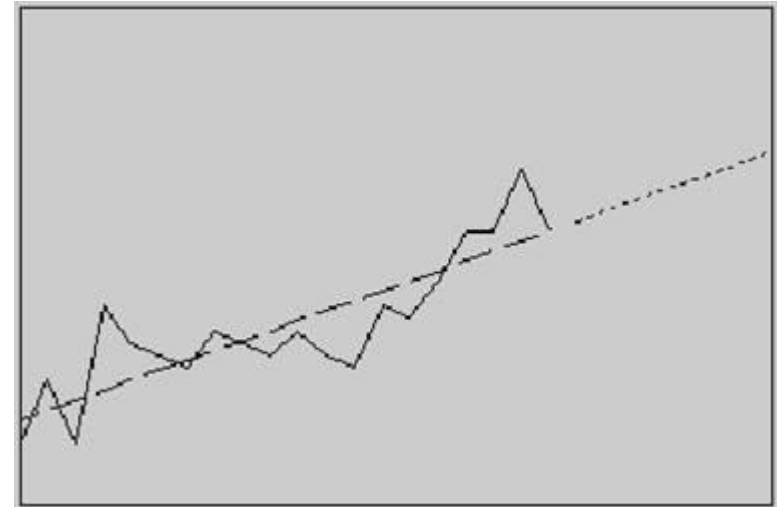
Είναι αποτελεσματική όταν υπάρχει τάση



Πρόβλεψη ΧΣ

Ανάλυση Τάσης

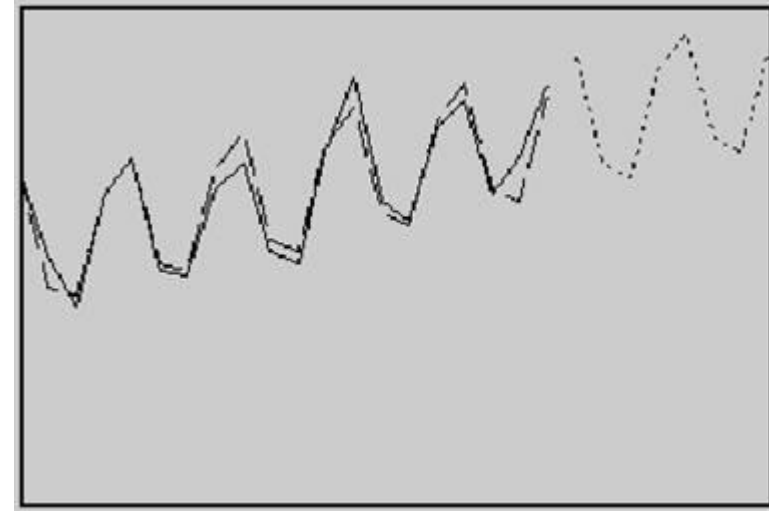
- Χρησιμοποιείται για :
 - ✓ Δεδομένα με σταθερή τάση και χωρίς εποχική συνιστώσα
 - ✓ Πρόγνωση μακριάς διάρκειας
 - ✓ Μορφή γραμμής πρόγνωσης: Συνέχιση της γραμμής προσαρμογής της τάσης στα δεδομένα





Ανάλυση με το προσθετικό υπόδειγμα

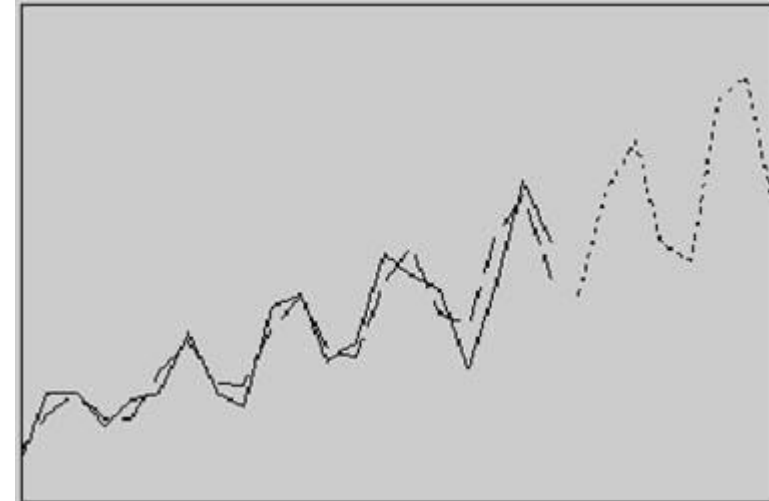
- Χρησιμοποιείται για:
 - ✓ Δεδομένα με χωρίς τάση ή σταθερή τάση και με σταθερή εποχική συνιστώσα. Μέγεθος εποχικής συνιστώσας όχι ανάλογο με την τιμή των δεδομένων
 - ✓ Πρόγνωση μακριάς διάρκειας
 - ✓ Μορφή γραμμής πρόγνωσης: ευθεία γραμμή με κλίση της τάσης και με πρόσθεση της εποχικής συνιστώσας





Ανάλυση με το πολλαπλασιαστικό υπόδειγμα

- Χρησιμοποιείται για:
 - ✓ Δεδομένα με χωρίς τάση ή σταθερή τάση και με σταθερή εποχική συνιστώσα. Μέγεθος εποχικής συνιστώσας ανάλογο με την τιμή των δεδομένων
 - ✓ Πρόγνωση μακριάς διάρκειας
 - ✓ Μορφή γραμμής πρόγνωσης: ευθεία γραμμή με κλίση της τάσης πολλαπλασιασμένη με την εποχική συνιστώσα

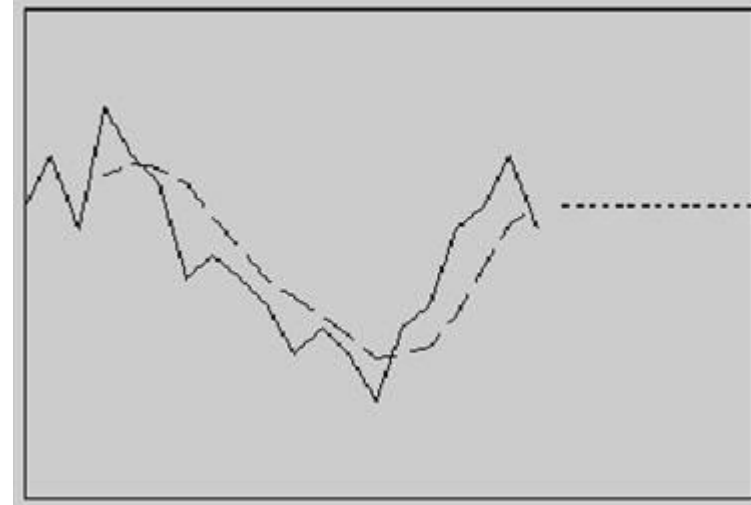




Πρόβλεψη ΧΣ

Κινητοί μέσοι όροι

- Χρησιμοποιούνται όταν:
 - ✓ Η ΧΣ δεν έχει τάση και εποχική συνιστώσα
 - ✓ Πρόγνωση μικρής διάρκειας
 - ✓ Μορφή γραμμής πρόγνωσης: ευθεία οριζόντια γραμμή

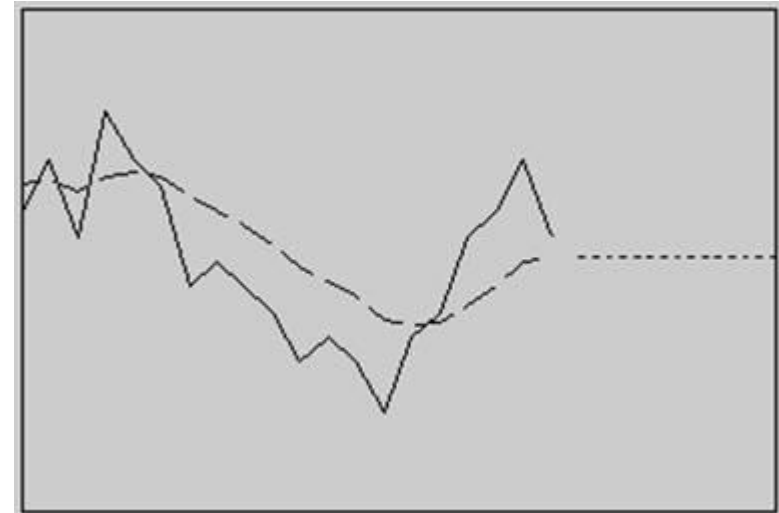




Πρόβλεψη ΧΣ

Απλή εκθετική εξομάλυνση

- Χρησιμοποιείται για:
 - ✓ Δεδομένα χωρίς τάση και χωρίς εποχική συνιστώσα.
 - ✓ Πρόγνωση μικρής διάρκειας
 - ✓ Μορφή γραμμής πρόγνωσης: ευθεία οριζόντια γραμμή





Πρόβλεψη ΧΣ

Διπλή εκθετική εξομάλυνση

- Χρησιμοποιείται για:
 - ✓ Δεδομένα με σταθερή ή μη σταθερή τάση και χωρίς εποχική συνιστώσα.
 - ✓ Πρόγνωση μικρής διάρκειας
 - ✓ Μορφή γραμμής πρόγνωσης: ευθεία γραμμή με κλίση ίση με την τελευταία εκτίμηση της τάσης

