Πανεπιστημιο Πελοποννησου
Τμημα Πληροφορικης και Τηλεπικοινωνιων

Μηχανική Μάθηση
Διδάσκων: Γ. Νικολέντζος

Φθινόπωρο 2026 **ΕΞΕΤΑΣΗ Σεπτεμβρίου** Διάρκεια: 2 ώρες

Ονοματεπώνυμο: _____

Αριθμός Μητρώου: _____

Ερώτημα 1 (10%)

Σας δίνεται το παρακάτω σύνολο από δεδομένα μαζί με τις κλάσεις στις οποίες ανήκουν (κλάση 0 ή κλάση 1).

$$\begin{aligned}
\mathbf{x}_1 &= [1,1]^\top \qquad y_1 = 0 \\
\mathbf{x}_2 &= [1,7]^\top \qquad y_2 = 1 \\
\mathbf{x}_3 &= [3,3]^\top \qquad y_3 = 1 \\
\mathbf{x}_4 &= [5,4]^\top \qquad y_4 = 0 \\
\mathbf{x}_5 &= [2,5]^\top \qquad y_5 = 1 \\
\mathbf{x}_6 &= [1,0]^\top \qquad y_6 = 0
\end{aligned}$$

Χρησιμοποιήστε τον αλγόριθμο k-κοντινότερων γειτόνων (k-nearest neighbors) με $k = 3$ και την Ευκλείδεια απόσταση για να κατηγοριοποιήσετε τα δεδομένα του συνόλου ελέγχου $\mathbf{x}_7 = [3,5]^\top$ και $\mathbf{x}_8 = [0,0]^\top$.

Ερώτημα 2 (10%)

Έστω ένα μοντέλο το οποίο δεδομένου ενός διανύσματος εισόδου $\mathbf{x}$, υπολογίζει την έξοδο ως εξής (προς τα εμπρός πέρασμα):

$$\begin{aligned}
\mathbf{z}^{(1)} &= \mathrm{ReLU}\Big(\mathbf{W}^{(1)}\mathbf{x} + \mathbf{b}^{(1)}\Big) \\
\mathbf{z}^{(2)} &= \mathrm{ReLU}\Big(\mathbf{W}^{(2)}\mathbf{z}^{(1)} + \mathbf{b}^{(2)}\Big) \\
\hat{\mathbf{y}} &= \mathbf{W}^{(3)}\mathbf{z}^{(2)} + \mathbf{b}^{(3)}
\end{aligned}$$

όπου

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 1.0 \\ 0.5 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{W}^{(1)} = \begin{bmatrix} 1.2 & -1.0 \\ 0.1 & -0.5 \\ 0.2 & 1.2 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{b}^{(1)} = \begin{bmatrix} -0.4 \\ 1.8 \\ 0.2 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{W}^{(2)} = \begin{bmatrix} -1.0 & 0.8 & -0.1 \\ -0.1 & 0.2 & 0.0 \\ 1.4 & -1.5 & 2.2 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{b}^{(2)} = \begin{bmatrix} 0.5 \\ -1.0 \\ 0.1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{W}^{(3)} = \begin{bmatrix} 0.0 & 0.1 & 0.2 \\ -1.0 & 0.2 & 1.2 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{b}^{(3)} = \begin{bmatrix} 0.1 \\ -0.4 \end{bmatrix}$$

Υπολογίστε την έξοδο του μοντέλου $\hat{\mathbf{y}}$.

Ερώτημα 3 (10%)

Έστω ένα μοντέλο το οποίο δεδομένου ενός διανύσματος εισόδου $\mathbf{x}$ το οποίο έχει ετικέτα y, υπολογίζει την απώλεια ως εξής (προς τα εμπρός πέρασμα):

$$z = w_1 x + w_2 x^2 + b$$
$$\hat{y} = 1 + e^z$$
$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2}\big(\log \hat{y} - \log y\big)^2$$

Υπολογίστε το προς τα πίσω πέρασμα του δικτύου. Δηλαδή πρέπει να υπολογίσετε την μερική παράγωγο της απώλειας $\mathcal{L}$ ως προς τις παραμέτρους του μοντέλου, δηλαδή τις παρακάτω ποσότητες:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial w_1} \qquad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial w_2} \qquad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial b}$$

Ερώτημα 4 (10%)

Ο παρακάτω πίνακας δείχνει το αν θα γίνει ένα άτομο αποδεκτό σε ένα συγκεκριμένο Πανεπιστήμιο ανάλογα με το βαθμό που έγραψε στα Μαθηματικά και την Έκθεση:

Μαθηματικά	Έκθεση	Αποδοχή
18	16	Ναι
15	17	Ναι
12	10	Οχι
16	14	Ναι
12	15	Οχι
10	16	Οχι
16	10	Οχι
14	18	Ναι

Έστω ότι εφαρμόζετε τον αλγόριθμο AdaBoost στο παραπάνω σύνολο δεδομένων, κι έστω ότι ο πρώτος αδύναμος αλγόριθμος ταξινόμησης του AdaBoost προβλέπει ότι ένα άτομο γίνεται αποδεκτό αν ο βαθμός του στην Έκθεση είναι μεγαλύτερος από 13.5, διαφορετικά δεν γίνεται αποδεκτό. Να υπολογίσετε το σφάλμα του αλγορίθμου ταξινόμησης err_1, το βάρος του α_1, καθώς και τα νέα βάρη $\mathbf{w}$ των δεδομένων εκπαίδευσης.

Ερώτημα 5 (10%)

Ο παρακάτω πίνακας δείχνει αν εγκρίθηκαν ή όχι οι αιτήσεις δανείων κάποιων ατόμων ανάλογα με τις τιμές σε τρείς δείκτες (εισόδημα, πιστωτικό ιστορικό, απασχόληση).

Εισόδημα	Πιστωτικό Ιστορικό	Απασχόληση	Έγκριση Δανείου;
Υψηλό	Καλό	Σταθερή	Ναι
Υψηλό	Καλό	Ασταθής	Ναι
Υψηλό	Όχι καλό	Σταθερή	Όχι
Μέσο	Καλό	Σταθερή	Ναι
Μέσο	Όχι καλό	Σταθερή	Όχι
Μέσο	Καλό	Ασταθής	Ναι
Χαμηλό	Καλό	Σταθερή	Όχι
Χαμηλό	Όχι καλό	Ασταθής	Όχι
Χαμηλό	Όχι καλό	Σταθερή	Όχι
Υψηλό	Όχι καλό	Ασταθής	Όχι

(α) Υπολογίστε την Εντροπία του συνόλου εκπαίδευσης ως προς τη μεταβλητή «Έγκριση Δανείου;».

(β) Ποιά από τις τρείς μεταβλητές θα χρησιμοποιηθεί σαν ρίζα από τον αλγόριθμο κατασκευής δέντρου απόφασης;

Ερώτημα 6 (10%)

Σας δίνονται τα ακόλουθα δεδομένα στον δισδιάστατο χώρο:

Σημείο	x	y
A	1	1
B	0	1
C	2	1
D	1	0
E	8	9
F	10	9
G	10	10

(α) Χρησιμοποιήσετε τον αλγόριθμο k-means με Ευκλείδεια απόσταση για να ομαδοποιήσετε τα δεδομένα. Ας υποθέσουμε ότι τα αρχικά κεντροειδή (centroids) είναι τα σημεία A και F. Εκτελέστε τον αλγόριθμο k-means για δύο επαναλήψεις. Στο τέλος κάθε επανάληψης δείξτε:

(i) Τις νέες ομάδες (clusters).

(ii) Τα νέα κεντροειδή.

(β) Συγκλίνει ο αλγόριθμος μετά τη δεύτερη επανάληψη; Εάν τα αρχικά κεντροειδή ήταν τα σημεία E και F, πιστεύετε ότι θα χρειαζόταν τον ίδιο αριθμό επαναλήψεων για να συγκλίνει; Εξηγείστε.

Καλή επιτυχία!