Πανεπιστημιο Πελοποννησου
Τμημα Πληροφορικης και Τηλεπικοινωνιων

Μηχανική Μάθηση
Διδάσκων: Γ. Νικολέντζος

Καλοκαίρι 2026 **ΕΞΕΤΑΣΗ Ιουλίου** Διάρκεια: 2 ώρες

Ονοματεπώνυμο: _____

Αριθμός Μητρώου: _____

Ερώτημα 1 (10%)

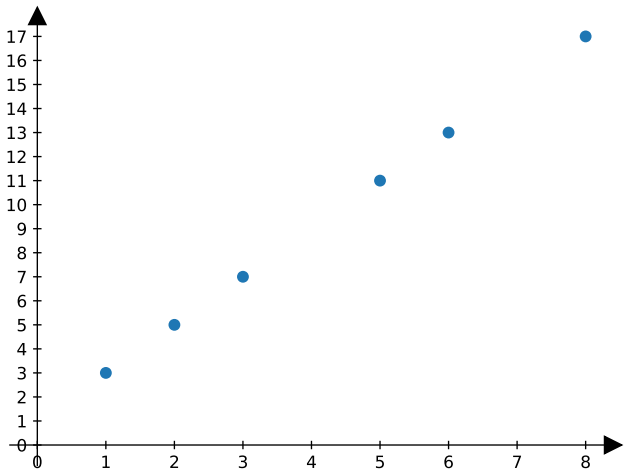
Σας δίνεται το παρακάτω σύνολο από δεδομένα μαζί με τις κλάσεις στις οποίες ανήκουν (κλάση 0 ή κλάση 1).

$$\begin{aligned}
\mathbf{x}_1 &= [1,1]^\top & y_1 &= 0 \\
\mathbf{x}_2 &= [1,7]^\top & y_2 &= 1 \\
\mathbf{x}_3 &= [3,3]^\top & y_3 &= 1 \\
\mathbf{x}_4 &= [5,4]^\top & y_4 &= 0 \\
\mathbf{x}_5 &= [2,5]^\top & y_5 &= 1 \\
\mathbf{x}_6 &= [1,0]^\top & y_6 &= 0
\end{aligned}$$

Χρησιμοποιήστε τον αλγόριθμο k-κοντινότερων γειτόνων (k-nearest neighbors) με $k = 3$ και την Ευκλείδεια απόσταση για να κατηγοριοποιήσετε τα δεδομένα του συνόλου ελέγχου $\mathbf{x}_7 = [3,5]^\top$ και $\mathbf{x}_8 = [0,0]^\top$.

Ερώτημα 2 (10%)

Θεωρήστε ότι χρησιμοποιείτε ως σύνολο εκπαίδευσης τα δεδομένα που φαίνονται στο παρακάτω Σχήμα ώστε να εκπαιδεύσετε τον αλγόριθμο γραμμικής παλινδρόμησης (linear regression).



Σημειώστε ότι υπάρχει ένα χαρακτηριστικό ως είσοδος (η τιμή στον άξονα x) κι η αντίστοιχη έξοδος είναι η τιμή στον άξονα y, κι ότι ο αλγόριθμος γραμμικής παλινδρόμησης έχει τη μορφή $\hat{y} = wx + b$. Ποιά είναι η

ελάχιστη τιμή του μέσου τετραγωνικού σφάλματος στα δεδομένα εκπαίδευσης την οποία μπορεί να επιτύχει ο αλγόριθμος, και για ποιές τιμές του βάρους w και της πόλωσης (bias) b προκύπτει η συγκεκριμένη τιμή σφάλματος; Υπολογίστε το μέσο τετραγωνικό σφάλμα για τις τιμές των w και b που επιλέξατε.

Ερώτημα 3 (10%)

Έστω ένα μοντέλο το οποίο δεδομένου ενός διανύσματος εισόδου $\mathbf{x}$ το οποίο έχει ετικέτα y, υπολογίζει την απώλεια ως εξής (προς τα εμπρός πέρασμα):

$$z = w_1 x + w_2 x^2 + b$$
$$\hat{y} = 1 + e^z$$
$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2}\big(\log \hat{y} - \log y\big)^2$$

Υπολογίστε το προς τα πίσω πέρασμα του δικτύου. Δηλαδή πρέπει να υπολογίσετε την μερική παράγωγο της απώλειας $\mathcal{L}$ ως προς τις παραμέτρους του μοντέλου, δηλαδή τις παρακάτω ποσότητες:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial w_1} \qquad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial w_2} \qquad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial b}$$

Ερώτημα 4 (10%)

Δίνονται οι πίνακες $\mathbf{I}_1$ και $\mathbf{I}_2$ οι οποίοι αποτελούν αναπαραστάσεις δυο εικόνων οι οποίες απεικονίζουν έναν κύκλο (σε διαφορετική θέση σε κάθε εικόνα), καθώς και ένα φίλτρο $\mathbf{K}$ (ή πυρήνας) ενός συνελικτικού επιπέδου ενός νευρωνικού δικτύου.

1	1	1	0	0	0
1	0	1	0	0	0
1	1	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0

$\mathbf{I}_1$

0	0	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0
0	1	0	1	0	0
0	1	1	1	0	0
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0

$\mathbf{I}_2$

1	1	1
1	-1	1
1	1	1

$\mathbf{K}$

(α) Εφαρμόστε το φίλτρο στις δυο εικόνες και κατασκευάστε τους νέους πίνακες που προκύπτουν. Έπειτα εφαρμόστε max pooling με μέγεθος παραθύρου 2×2 και κατασκευάστε τους νέους πίνακες που προκύπτουν.

(β) Τι παρατηρείτε; Τι επιτυγχάνει η εφαρμογή του max pooling στην έξοδο της συνέλιξης μεταξύ των εικόνων και του φίλτρου; Εξηγήστε.

Ερώτημα 5 (10%)

Ο παρακάτω πίνακας δείχνει αν 4 άτομα έπαιξαν beach volley ανάλογα με τις καιρικές συνθήκες που επικρατούσαν.

Καιρός	Θερμοκρασία	Υγρασία	Άνεμος	Έπαιξαν;
Ηλιοφάνεια	Υψηλή	Υψηλή	Αδύναμος	Όχι
Συννεφιά	Υψηλή	Υψηλή	Αδύναμος	Ναι
Ηλιοφάνεια	Μέση	Κανονική	Δυνατός	Ναι
Συννεφιά	Μέση	Υψηλή	Δυνατός	Ναι
Βροχή	Μέση	Υψηλή	Δυνατός	Όχι
Βροχή	Χαμηλή	Κανονική	Δυνατός	Όχι
Βροχή	Μέση	Υψηλή	Αδύναμος	Ναι
Ηλιοφάνεια	Υψηλή	Υψηλή	Δυνατός	Όχι
Συννεφιά	Υψηλή	Κανονική	Αδύναμος	Ναι
Βροχή	Μέση	Υψηλή	Δυνατός	Όχι

(α) Υπολογίστε την Εντροπία του συνόλου εκπαίδευσης ως προς τη μεταβλητή «Έπαιξαν;».

(β) Ποιά από τις 4 μεταβλητές θα χρησιμοποιηθεί σαν ρίζα από τον αλγόριθμο κατασκευής δέντρου απόφασης;

Ερώτημα 6 (10%)

Σας δίνονται τα ακόλουθα δεδομένα στον δισδιάστατο χώρο:

Σημείο	x	y
A	1	1
B	0	1
C	2	1
D	1	0
E	8	9
F	10	9
G	10	10

(α) Χρησιμοποιήσετε τον αλγόριθμο k-means με Ευκλείδεια απόσταση για να ομαδοποιήσετε τα δεδομένα. Ας υποθέσουμε ότι τα αρχικά κεντροειδή (centroids) είναι τα σημεία A και F. Εκτελέστε τον αλγόριθμο k-means για δύο επαναλήψεις. Στο τέλος κάθε επανάληψης δείξτε:

(i) Τις νέες ομάδες (clusters).

(ii) Τα νέα κεντροειδή.

(β) Συγκλίνει ο αλγόριθμος μετά τη δεύτερη επανάληψη; Εάν τα αρχικά κεντροειδή ήταν τα σημεία E και F, πιστεύετε ότι θα χρειαζόταν τον ίδιο αριθμό επαναλήψεων για να συγκλίνει; Εξηγείστε.

Καλή επιτυχία!