



Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών
και Μηχανικών Υπολογιστών

ΣΗΜΑΤΑ ΚΑΙ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΟΣ ΟΔΗΓΟΣ

Εργαστηριακή Άσκηση 1 «Σήματα Συνεχούς Χρόνου»

Λύσεις Ασκήσεων

Μιχάλης Παρασκευάς
Καθηγητής

Οκτώβριος 2023

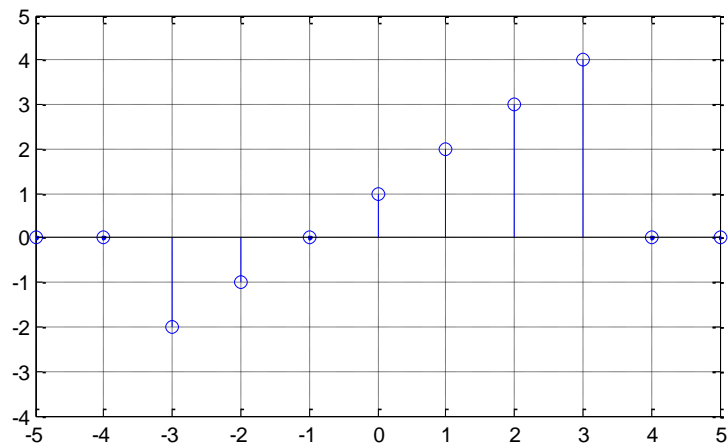
Μέρος Α' – Στοιχειώδη Σήματα Συνεχούς Χρόνου**Άσκηση 1**

Να σχεδιάσετε το σήμα $x(t) = -2\delta(t+3) - \delta(t+2) + \delta(t) + 2\delta(t-1) + 3\delta(t-2) + 4\delta(t-3)$ στο χρονικό διάστημα $[-5,5]$.

Απάντηση:

```
clear all; syms t
d(t) = dirac(t);
t = -5:5;
x = -2*subs(d(t+3),inf,1) - subs(d(t+2),inf,1) + ...
    subs(d(t),inf,1) + 2*subs(d(t-1),inf,1) + ...
    3*subs(d(t-2),inf,1) + 4*subs(d(t-3),inf,1);
stem(t,x), grid on
xlim([-5,5]), ylim([-4 5])
```

Αποτελέσματα:

**Άσκηση 2**

Να υπολογίσετε την τιμή καθενός από τα παρακάτω ολοκληρώματα:

- $I_1 = \int_{-3}^2 (2t^3 + \pi)\delta(t)dt$
- $I_2 = \int_{-7}^{-2} (5t^2 + t - 1)\delta'(t)dt$
- $I_3 = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-2t} \delta(3t-5)dt$
- $I_4 = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta'(t) \cos(\pi t) dt$

Απάντηση:

```
clear all; syms t
d(t) = dirac(t);
x1(t) = (2*t^3 + pi)*d(t);
I1 = simplify( int(x1,-3,2) )
x2(t) = (5*t^2 + t - 1)*diff(d(t));
I2 = simplify( int(x2,-7,-2) )
x3(t) = exp(-2*t)*d(3*t-5);
I3 = simplify( int(x3,-inf,inf) )
x4(t) = diff(d(t))*cos(pi*t);
I4 = simplify( int(x4,-inf,inf) )
```

Αποτελέσματα:

$$I1(t) = \rho i$$

$$I2(t) = 0$$

$$I3(t) = \exp(-10t/3)/3$$

$$I4(t) = 0$$

Άσκηση 3

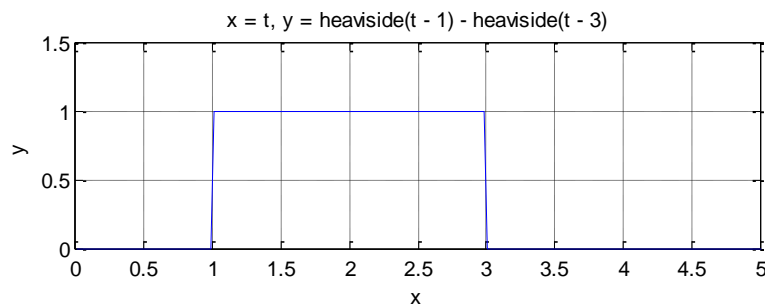
Να σχεδιάσετε το σήμα $x(t) = u(t - 3) - u(t - 1)$ και να υπολογίσετε την πρώτη παράγωγό του.

Απάντηση:

```
clear all; syms t
u(t) = heaviside(t);
x(t) = u(t-1) - u(t-3);
ezplot(t, x(t)), grid on
xlim([0,5]), ylim([0 1.5])
```

```
s = diff(x(t))
```

Αποτελέσματα:



```
s = dirac(t - 1) - dirac(t - 3)
```

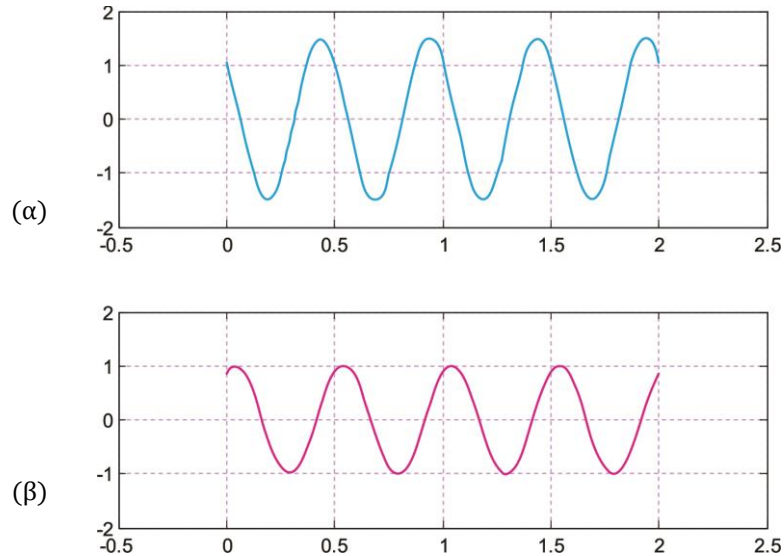
Άσκηση 4

Να σχεδιαστούν στο Matlab σε διάρκεια 4 περιόδων και σε ίδια κλίμακα πλάτους και χρόνου τα σήματα $x_1(t) = 1.5 \cos(4\pi t + \pi/4)$ και $x_2(t) = \sin(4\pi t + \pi/3)$.

Απάντηση:

```
A1 = 1.5; A2 = 1;
% Ορισμός τιμών παραμέτρων Ω(t), θ(t) και T για A1 και A2
w01 = 4*pi; w02 = 4*pi; phase1 = pi/4; phase2 = pi/3;
T01 = (2*pi)/w01; T02 = (2*pi)/w02;
% Δημιουργία κλίμακας χρόνου 4 περιόδων και υπολογισμός σημάτων
t = 0 : 0.01 : 4*T01;
x1 = A1*cos(w01*t + phase1); x2 = A2*sin(w02*t + phase2);
subplot(211); plot(t, x1); grid on; axis([-0.5 2.5 -2 2 ])
subplot(212); plot(t, x2, 'r'); grid on; axis([-0.5 2.5 -2 2 ])
```

Αποτελέσματα:



$$(\alpha) x_1(t) = 1.5 \cos(4\pi t + \pi/4), (\beta) x_2(t) = \sin(4\pi t + \pi/3)$$

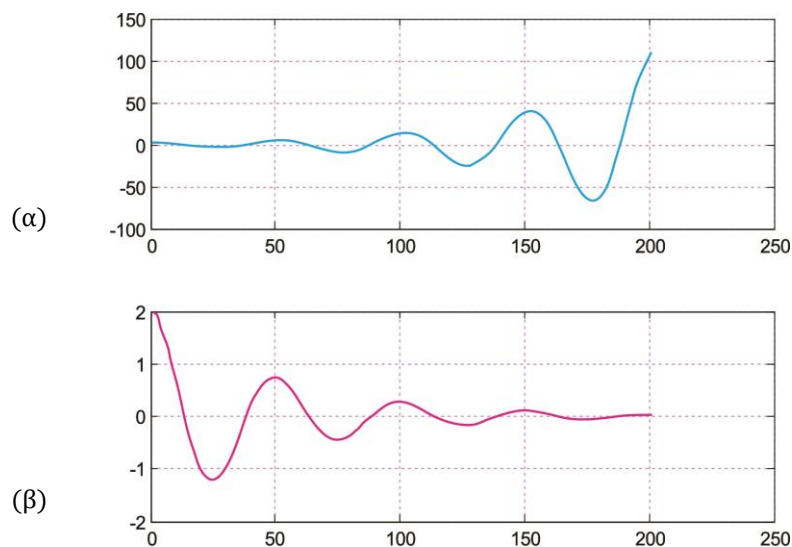
Άσκηση 5

Να σχεδιαστεί στο Matlab το σήμα $x(t) = Ae^{at} \cos(\Omega_0 t + \varphi)$ για τιμές $A = 2$, $\Omega_0 = 4\pi$, $\varphi = 0^\circ$ και για τιμές του $a = 2$ και $a = -2$.

Απάντηση:

```
A = 2; a1 = 2; a2 = -2;
w0 = 4*pi; fi = 0;
T0 = (2*pi)/w0;
t = 0 : 0.01 : 4*T0;
x1 = A*exp(a1*t).*cos(w0*t+fi);
x2 = A*exp(a2*t).*cos(w0*t+fi);
subplot(211); plot(x1); grid on;
subplot(212); plot(x2); grid on;
```

Αποτελέσματα:



$$(\alpha) x_1(t) = 2 e^{2t} \cos(4\pi t), (\beta) x_2(t) = 2 e^{-2t} \cos(4\pi t)$$

Μέρος Β' - Χαρακτηριστικές Παράμετροι και Ιδιότητες Σημάτων**Άσκηση 1**

Να υπολογιστεί η ενέργεια και η ισχύς του σήματος $x(t) = \cos(\pi t/2 + \pi/4)$.

```
syms t T
x = cos(pi*t/2 + pi/4);
Ex = int(x^2, -inf, inf)
Px = limit( (1/T) * int(x^2, 0, T),
T, inf)
Ex = Inf
Px = 0.5
```

Άσκηση 2

Να προσδιορίσετε την άρτια και την περιττή συνιστώσα του σήματος συνεχούς χρόνου $x(t) = e^{j\Omega t}$.

Απάντηση: Ακολουθεί ο κώδικας Matlab:

```
syms t w
x(t) = exp(j*w*t);
xe(t) = 0.5 * [x(t) + x(-t)]; xe = simplify(xe)
xo(t) = 0.5 * [x(t) - x(-t)]; xo = simplify(xo)
```

Η απάντηση που λαμβάνουμε είναι:

```
xe(t) = cos(t*w)
xo(t) = sin(t*w)*i
```

Άσκηση 3

Να υπολογίσετε και να σχεδιάσετε την άρτια και την περιττή συνιστώσα του σήματος:

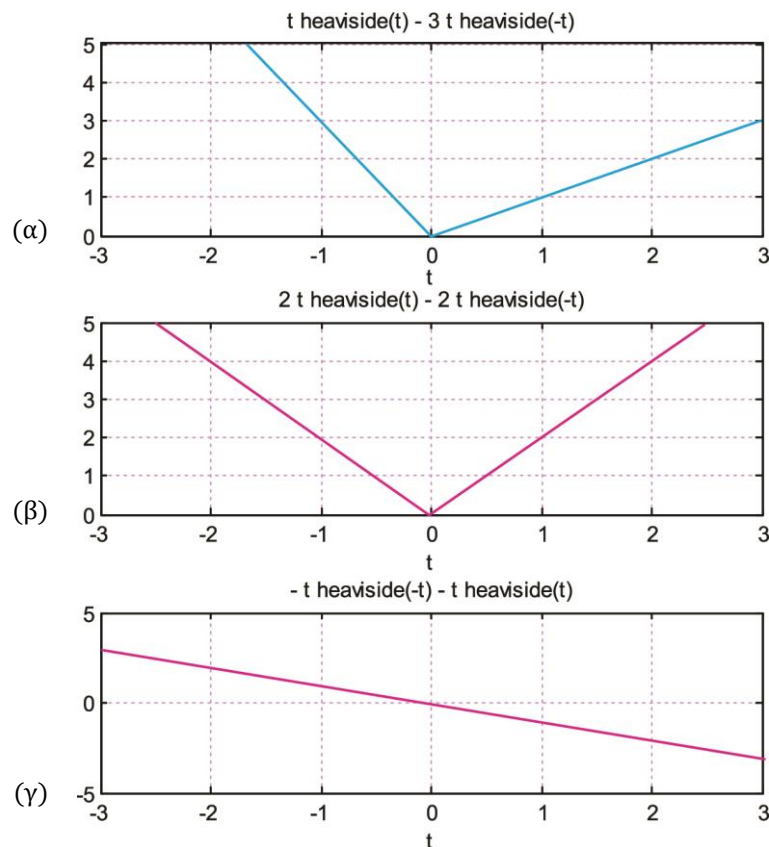
$$x(t) = \begin{cases} -3t, & t < 0 \\ t, & t \geq 0 \end{cases}$$

Απάντηση: Ακολουθεί ο κώδικας Matlab:

```
syms t
u(t) = heaviside(t);

% Δημιουργία σήματος x(t)
x1(t) = -3*t * u(-t);
x2(t) = t * u(t);
x(t) = x1(t) + x2(t);

xe(t) = 0.5 * [x(t) + x(-t)]; % Άρτια συνιστώσα
xo(t) = 0.5 * [x(t) - x(-t)]; % Περιττή συνιστώσα
subplot(311); ezplot(x); grid on; axis([-3 3 0 5]);
subplot(312); ezplot(xe); grid on; axis([-3 3 0 5]);
subplot(313); ezplot(xo); grid on; axis([-3 3 -5 5]);
```



(α) Αρχικό σήμα $x(t)$, (β) Άρτια συνιστώσα $x_e(-t)$, (γ) Περιττή συνιστώσα $x_o(t)$

Άσκηση 4

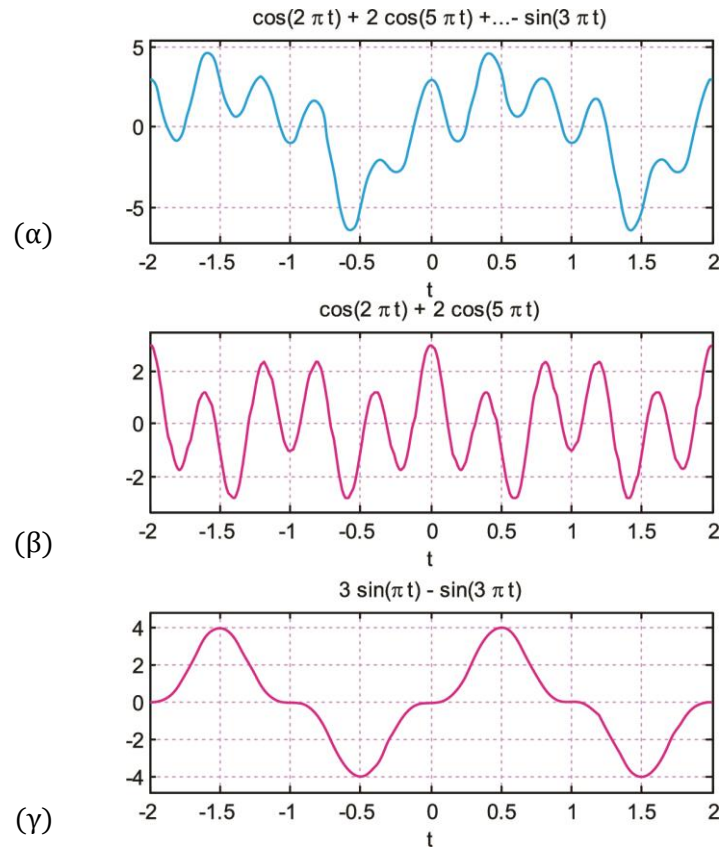
Να προσδιορίσετε και να σχεδιάσετε στο Matlab την άρτια και την περιττή συνιστώσα του σήματος:

$$x(t) = \cos(2\pi t) - \sin(3\pi t) + 2\cos(5\pi t) + \sin(\pi t)$$

Απάντηση: Ακολουθεί ο κώδικας Matlab:

```
syms t
x(t) = cos(2*pi*t) - sin(3*pi*t) + 2*cos(5*pi*t) + 3*sin(pi*t);
xe(t) = 0.5 * ( x(t) + x(-t) );
xo(t) = 0.5 * ( x(t) - x(-t) );
subplot(311); ezplot(x(t), [-2 2]); grid on
subplot(312); ezplot(xe(t), [-2 2]); grid on
subplot(313); ezplot(xo(t), [-2 2]); grid on
```

Από το επόμενο σχήμα παρατηρούμε ότι το σήμα $x_e(t)$ εμφανίζει άρτια συμμετρία, ενώ το σήμα $x_o(t)$ εμφανίζει περιττή συμμετρία, επομένως η επίλυση είναι ορθή.



(α) Αρχικό σήμα $x(t)$, (β) Άρτια συνιστώσα $x_e(-t)$, (γ) Περιττή συνιστώσα $x_o(t)$

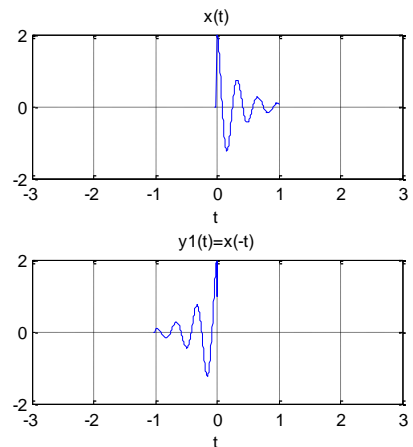
Άσκηση 5

Δίνεται το σήμα $x(t) = 2\cos(6\pi t) e^{-3t} [u(t) - u(t-1)]$. Να σχεδιάσετε τα σήματα $x(t)$, $y_1(t) = x(-t)$, $y_2(t) = x(t+1)$, $y_3(t) = x(2t)$, $y_4(t) = x(t/2)$, $y_5(t) = x(1-t)$ και $y_6(t) = x(2t+2)$.

Απάντηση: Ακολουθεί ο κώδικας Matlab και τα αποτελέσματα:

```
clear all; syms t
a = 3; b = 2;
p(t) = heaviside(t) - heaviside(t-1);
x(t) = 2*cos(6*pi*t) * exp(-3*t) * p(t)

y1(t) = x(-t);
y2(t) = x(t+1);
y3(t) = x(2*t);
y4(t) = x(t/2);
y5(t) = x(1-t);
y6(t) = x(2*t+2);
```



```

figure(1);
subplot(211);
ezplot(x); title('x(t)');
axis([-a, a, -b, b]); grid on;
subplot(212);
ezplot(y1); title('y1(t)=x(-t)');
axis([-a, a, -b, b]); grid on;

figure(2);
subplot(211);
ezplot(y2); title('y2(t)=x(t+1)')
axis([-a, a, -b, b]); grid on;
subplot(212);
ezplot(y3); title('y3(t)=x(2t)')
axis([-a, a, -b, b]); grid on;

figure(3);
subplot(311);
ezplot(y4); title('y4(t)=x(t/2)')
axis([-a, a, -b, b]); grid on;
subplot(312);
ezplot(y5); title('y5(t)=x(1-t)')
axis([-a, a, -b, b]); grid on;
subplot(313);
ezplot(y6); title('y6(t)=x(2t+2)')
axis([-a, a, -b, b]); grid on;

```

