



8. Στοιχεία Ρευστομηχανικής - Ρευστοδυναμικών Μηχανών.

8.1 Εισαγωγή. (1)

- Θα αναφερθούν βασικές αρχές της Ρευστομηχανικής η οποία ασχολείται με ρευστά τα οποία είναι ουσίες που παραμορφώνονται συνεχώς υπό την επίδραση διατμητικών τάσεων.
- Βασικές ιδιότητες των ρευστών – πυκνότητα, πίεση (υδροστατική πίεση), ιξώδες.
- Μια ροή χαρακτηρίζεται ως Στρωτή ή Τυρβώδης.
- **Στρωτή** είναι μια ροή κατά την οποία τα σωματίδια του ρευστού κινούνται με σταθερή ταχύτητα κατά στρώματα με την ίδια ταχύτητα κατά τη διεύθυνση της ροής και μόνο (πείραμα Reynolds). Δεν υπάρχει ανάμιξη γειτονικών στρωμάτων του ρευστού. Η ανταλλαγή ορμής μεταξύ των στρωμάτων γίνεται σε μοριακό επίπεδο με διάχυση.
- **Τυρβώδης (ιξώδης)** είναι μια ροή κατά την οποία τα σωματίδια κινούνται ακανόνιστα τυχαία προς όλες τις κατευθύνσεις. Οι ιδιότητες του ρευστού μεταβάλλονται με το χρόνο και τη θέση. Η περιγραφή της ροής γίνεται με στατιστικούς όρους.



8.1 Εισαγωγή.

(2)

- Ο Reynolds χρησιμοποιώντας σωλήνες διαφόρων διαμέτρων και νερό διαφόρων θερμοκρασιών κατέληξε στο ότι το είδος της ροής εξαρτάται από την τιμή μιας αδιάστατης παραμέτρου που δίνεται από τη σχέση:

$$\text{Re} = \frac{\rho u d}{\mu} \stackrel{v = \frac{\mu}{\rho}}{\implies} \text{Re} = \frac{u d}{\nu}$$

- Για μια τιμή του Re (κρίσιμη) η ροή μεταπίπτει από στρωτή σε τυρβώδη. ($\text{Re}_{cr}=2300$).
- Ενδιάμεση περιοχή – Μεταβατική.



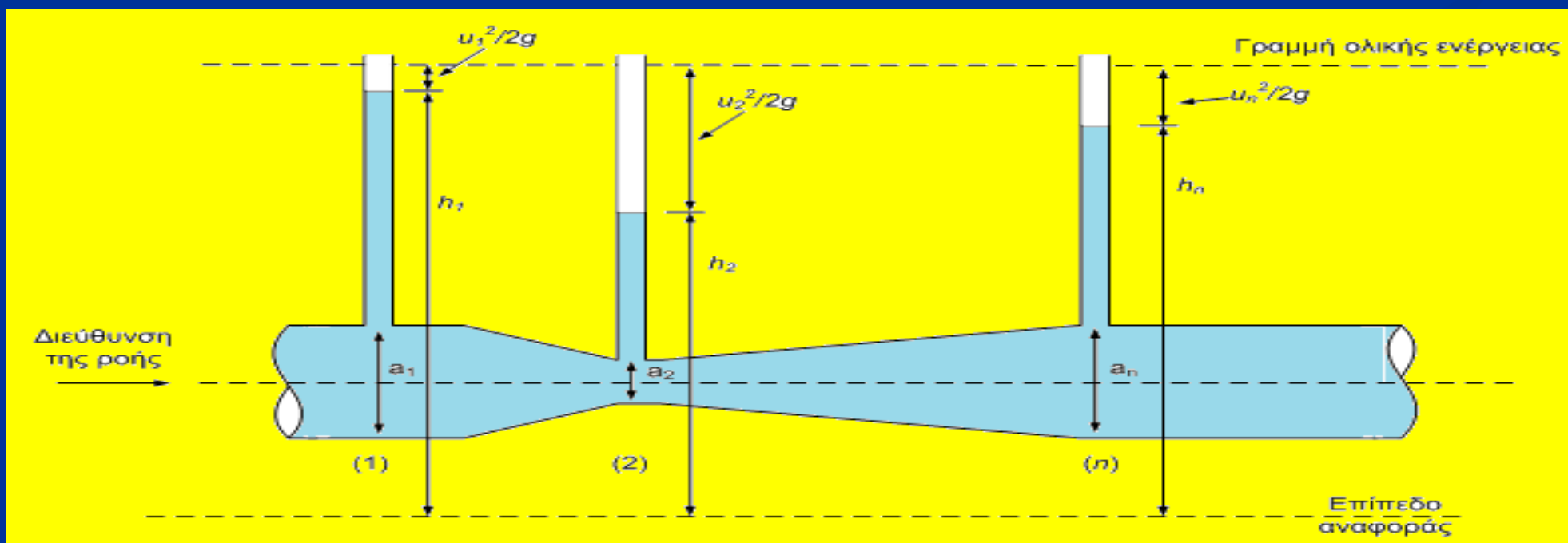
8.1 Εισαγωγή.

(3)

➤ Η βασική θεωρία της Μηχανικής των Ρευστών ξεκινά από το νόμο της συνέχειας που γράφεται:

$$\dot{m} = \rho \cdot u \cdot A \quad \begin{matrix} (1) \rightarrow (2) \\ \dot{m}_1 = \dot{m}_2 \end{matrix} \Rightarrow \rho_1 \cdot u_1 \cdot A_1 = \rho_2 \cdot u_2 \cdot A_2 \quad \begin{matrix} \rho_1 = \rho_2 \\ \Rightarrow \end{matrix}$$

$$\rho_1 \cdot u_1 \cdot A_1 = \rho_2 \cdot u_2 \cdot A_2 \Rightarrow u_1 \cdot A_1 = u_2 \cdot A_2 \Rightarrow u_1 \cdot \frac{\pi d_1^2}{4} = u_2 \cdot \frac{\pi d_2^2}{4}$$





8.2 Βασικές εξισώσεις Ρευστομηχανικής - Εξισώσεις Euler και Bernoulli. (1)

- Η εξίσωση Bernoulli χρησιμοποιείται στη Μηχανική των Ρευστών σε μια πρώτη προσέγγιση του ενεργειακού ισοζυγίου του ρευστού, θα πρέπει όμως να γίνεται προσεκτική χρήση λόγω των παραδοχών στις οποίες στηρίζεται.
- Το ρευστό θεωρείται ιδανικό (ανιζώδες) δηλ. η διατμητική τάση θεωρείται μηδενική. Η ροή τότε λέγεται ανιζώδης – ιδανική.
- Σε πραγματικές ροές για μεγάλες αποστάσεις και για μεγάλες μεταβολές ταχύτητας το ιζώδες θα πρέπει να λαμβάνεται υπόψιν (γιατί οδηγεί σε απώλειες - τριβές).
- Η εξ. Euler συνιστά τη διαφορική μορφή της εξ. Bernoulli η οποία προκύπτει μετά από ολοκλήρωση της εξ. Euler:

$$d\left(\frac{u^2}{2}\right) + d\left(\frac{p}{\rho}\right) + g(dh) = 0 \Rightarrow \frac{u^2}{2g} + \frac{p}{\rho g} + h = 0$$



8.2 Βασικές εξισώσεις Ρευστομηχανικής - Εξισώσεις Euler και Bernoulli. (2)

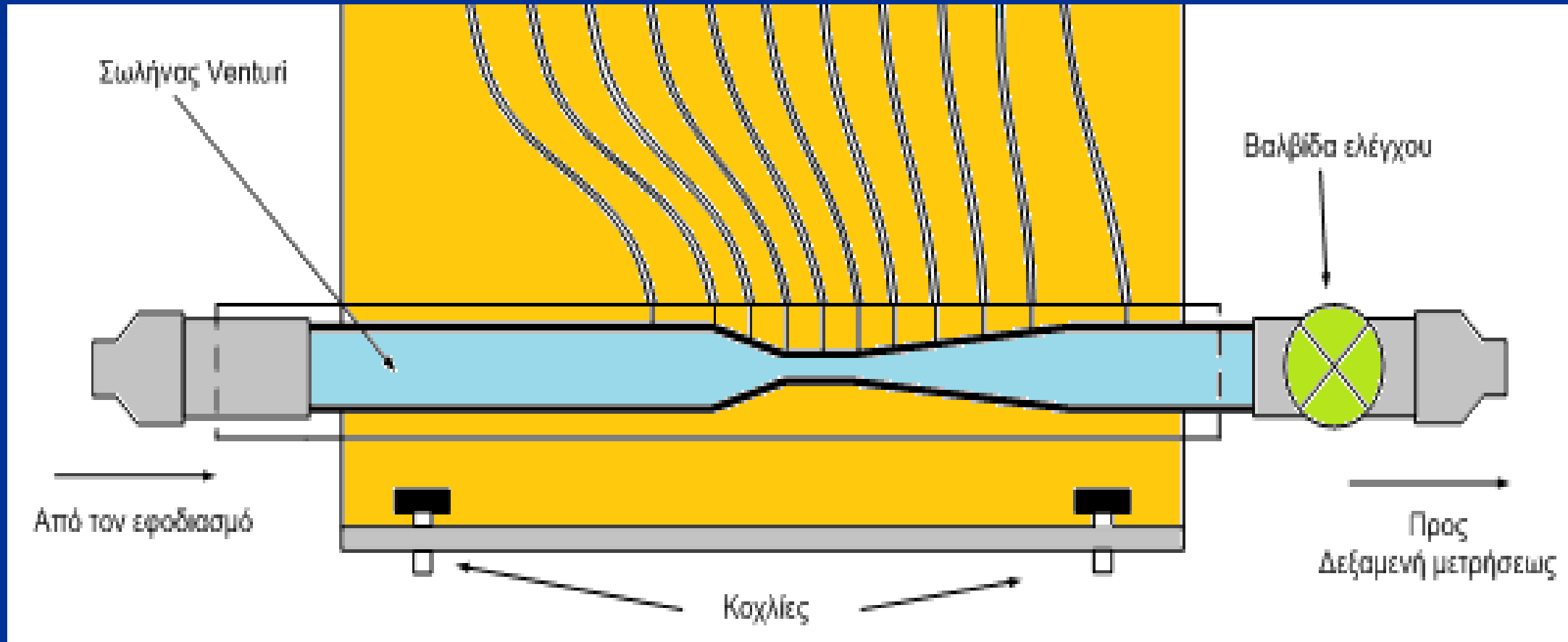
$$d\left(\frac{u^2}{2}\right) + d\left(\frac{p}{\rho}\right) + g(dh) = 0 \Rightarrow \frac{u^2}{2g} + \frac{p}{\rho g} + h = c$$

- Το σταθερό άθροισμα των 3 όρων λέγεται συνολικό ύψος ενώ το άθροισμα των 2 τελευταίων όρων καλείται πιεζομετρικό ύψος.
- Ο 1^{ος} όρος αναπαριστά κινητική ενέργεια ο 3^{ος} όρος αντιστοιχεί στο έργο του ρευστού που πρέπει να προσφερθεί ώστε να ανυψωθεί μια μάζα κατά ύψος h. Ο 2^{ος} όρος λέγεται ενέργεια πίεσης ή ενέργεια ροής.



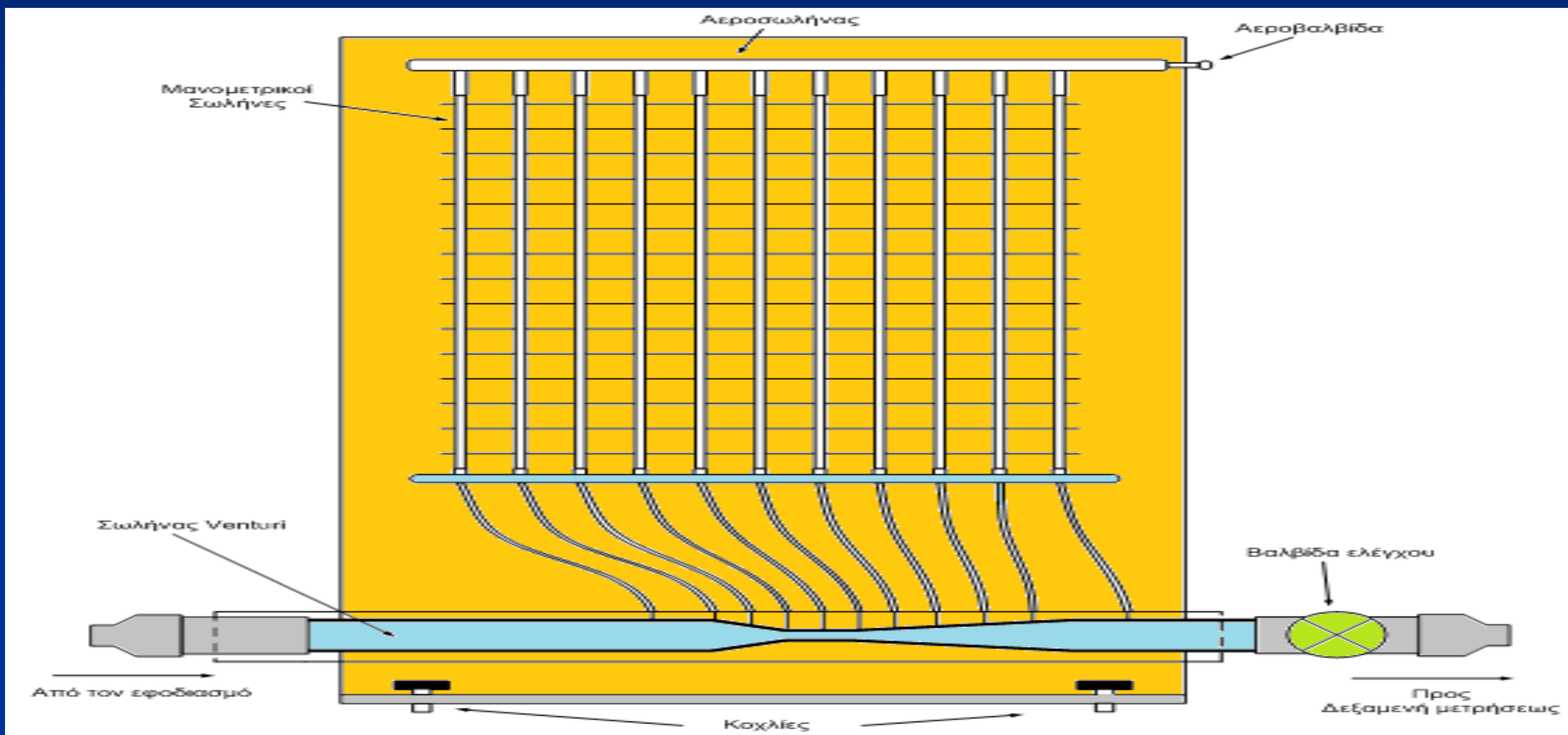
8.3 Σωλήνας Venturi. (1)

- Ο σωλήνας Venturi μπορεί να ειπωθεί ως μια διάταξη στραγγαλισμού λόγω της κατασκευαστικής διαμόρφωσης (λαιμός).





8.3 Σωλήνας Venturi. (2)





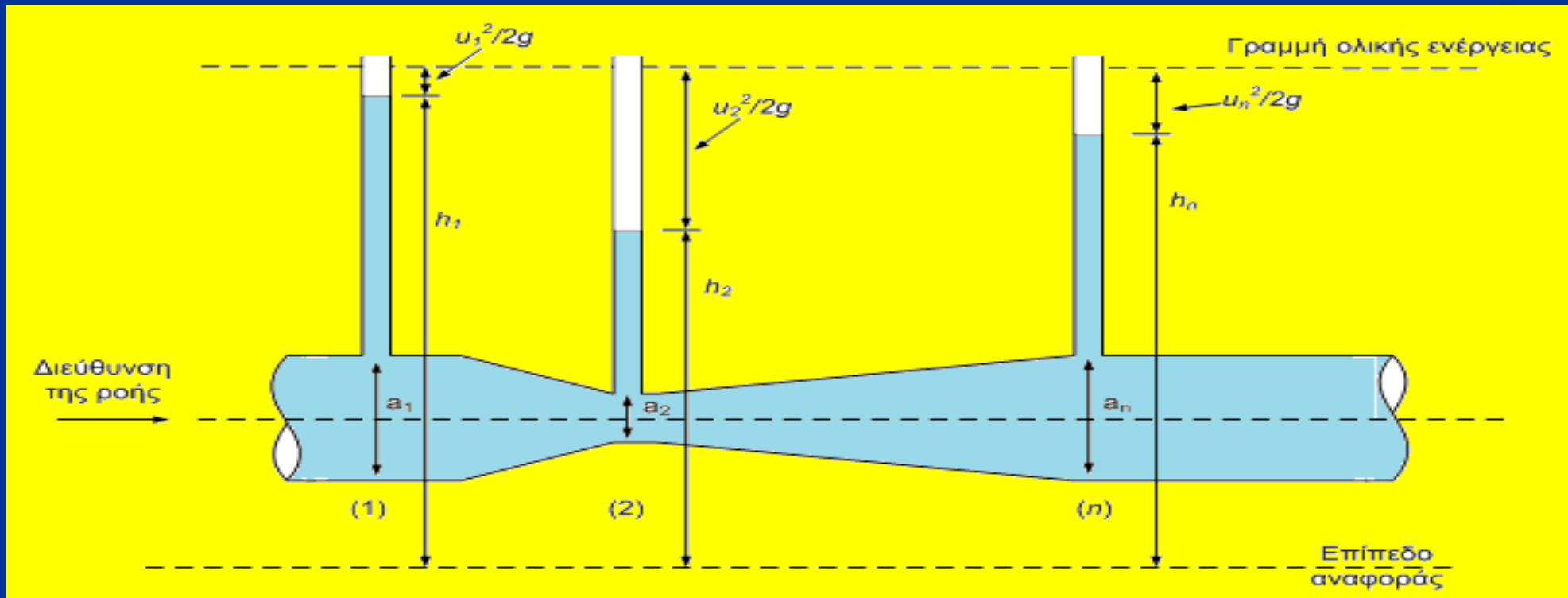
8.3 Σωλήνας Venturi.

(3)

➤ Ο νόμος της συνέχειας γράφεται:

$$\dot{m} = \rho \cdot u \cdot A \stackrel{(1) \rightarrow (2)}{\Rightarrow \dot{m}_1 = \dot{m}_2} \rho_1 \cdot u_1 \cdot A_1 = \rho_2 \cdot u_2 \cdot A_2 \stackrel{\rho_1 = \rho_2}{\Rightarrow}$$

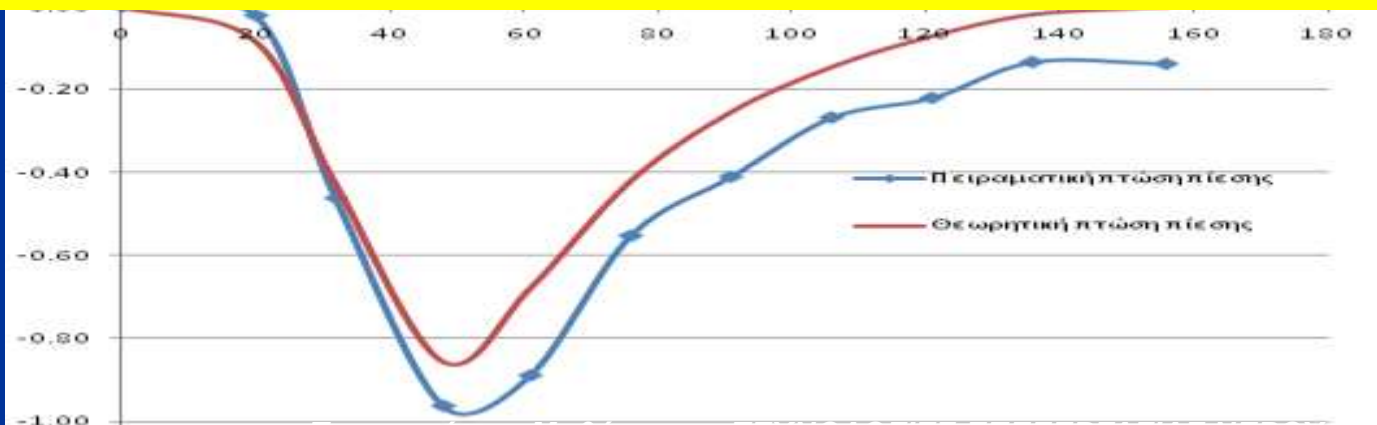
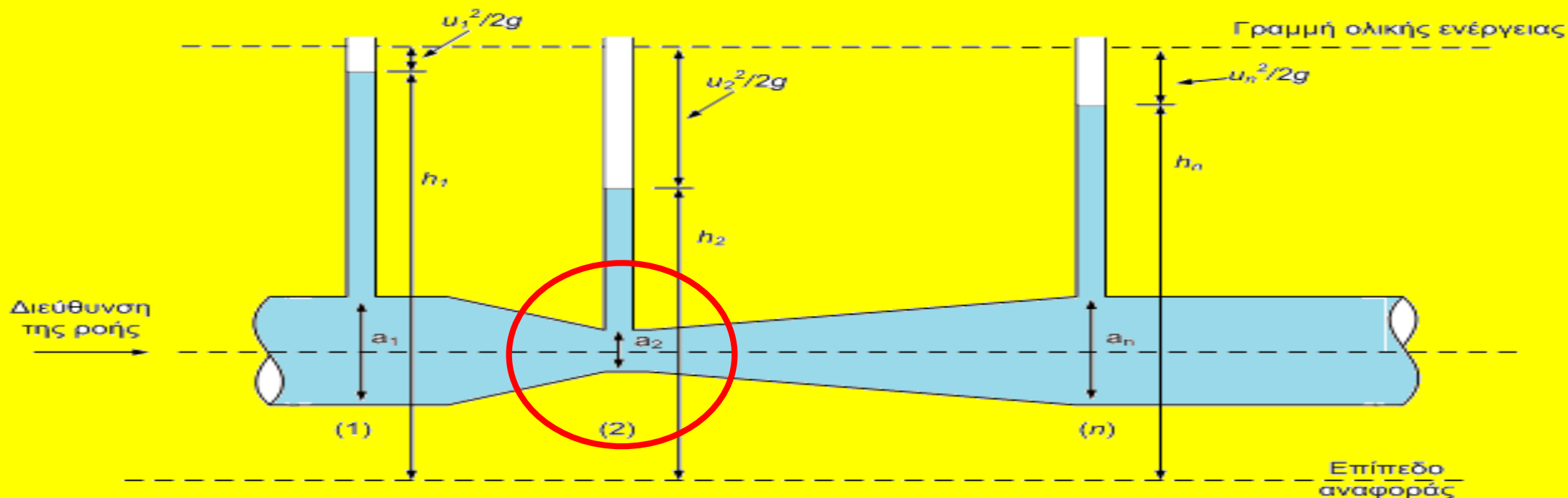
$$\rho_1 \cdot u_1 \cdot A_1 = \rho_2 \cdot u_2 \cdot A_2 \Rightarrow u_1 \cdot A_1 = u_2 \cdot A_2 \Rightarrow u_1 \cdot \frac{\pi d_1^2}{4} = u_2 \cdot \frac{\pi d_2^2}{4}$$





8.3 Σωλήνας Venturi.

(4)





8.4 Εξισώσεις - Μορφές Ενεργειακών Ισοζυγίων. (1)

➤ Το ενεργειακό Ισοζύγιο (εξ. Bernoulli) μεταξύ 2 θέσεων κατά μήκος μιας διαδρομής ιδανικού ρευστού σε μορφή πιέσεων γράφεται:

$$P_{tot} = P_{stat} + P_{dyn} + P_{hydro}$$

$$P_{1,stat} + P_{1,dyn} + P_{1,hydro} = P_{2,stat} + P_{2,dyn} + P_{2,hydro} \quad (\text{Pa})$$

$$\Rightarrow P_{1,stat} + \frac{1}{2} \rho u_1^2 + \rho g h_1 = P_{2,stat} + \frac{1}{2} \rho u_2^2 + \rho g h_2 \quad (\text{Pa})$$

$$\stackrel{(:\rho)}{\Rightarrow} \frac{P_{1,stat}}{\rho} + \frac{u_1^2}{2} + g h_1 = \frac{P_{2,stat}}{\rho} + \frac{u_2^2}{2} + g h_2 \quad (\text{Joule/kg})$$

$$\stackrel{(:g)}{\Rightarrow} \frac{P_{1,stat}}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} + h_1 = \frac{P_{2,stat}}{\rho g} + \frac{u_2^2}{2g} + h_2 \quad (\text{m})$$



8.4 Εξισώσεις - Μορφές Ενεργειακών Ισοζυγίων. (2)

$$\Rightarrow \frac{P_{1,stat}}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} + h_1 = \frac{P_{2,stat}}{\rho g} + \frac{u_2^2}{2g} + h_2 \quad (\text{m})$$

- Για πραγματικά ρευστά η τελευταία εξίσωση συμπληρώνεται με τις απώλειες κατά μήκος της διαδρομής και συνιστά την Εξ.Ενέργειας.

$$\frac{P_{1,stat}}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} + h_1 = \frac{P_{2,stat}}{\rho g} + \frac{u_2^2}{2g} + h_2 + \Delta H \quad (\text{m})$$



8.5 Εξίσωση Σωληνογραμμής

(1)

Δ1. ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑΤΙΚΗ ΑΣΚΗΣΗ 01

- Σε ένα ατμοηλεκτρικό εργοστάσιο απαιτείται η τοποθέτηση μιας αντλίας με εξαιρετικά υψηλές επιδόσεις. Να υπολογιστεί το μανομετρικό και η ισχύς της αντλίας με τα εξής δεδομένα:
 - Το παροχτευόμενο νερό έχει θερμοκρασία 200 °C και ταχύτητα στον τροφοδοτικό αγωγό που κυμαίνεται από 1.2 έως 2.0 m/s.
 - Η πυκνότητα του νερού σε αυτή τη θερμοκρασία είναι $\rho=865 \text{ kg/m}^3$,
 - Ο αγωγός από την πλευρά της κατάθλιψης ως το λέβητα έχει συνολικό μήκος $L=120 \text{ m}$, συντελεστή τριβής είναι $f=0.022$ και περιέχει 5 καμπύλα τμήματα με $K_1=0.7$, 5 μεταβατικά με $K_2=0.4$, 2 δικλείδες με $K_3=8$ και 8 διακλαδώσεις με $K_4=1$,
 - Ο προθερμαντήρας έχει απώλεια πίεσης 1.5 bar και ο ρυθμιστής παροχής 2.5 bar,
 - Ο βαθμός απόδοσης της αντλίας είναι $\eta=85\%$ και η παροχή μάζας 85kg/s,
 - Η πίεση λειτουργίας του λέβητα είναι 125 bar,
- Γεωδαιτικά ύψη δεν λαμβάνονται υπόψη.



8.5 Εξίσωση Σωληνογραμμής

(2)

Δ2. ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑΤΙΚΗ ΑΣΚΗΣΗ 02

Για την εγκατάσταση του παρακάτω σχήματος ισχύουν τα εξής δεδομένα:

Δεδομένα

- Τα μήκη από το δοχείο 1 προς την πλευρά της αναρρόφησης και από την κατάθλιψη προς το δοχείο 2 είναι $L_A=6\text{ m}$ και $L_K=300\text{ m}$,
- Οι συντελεστές τοπικών απωλειών είναι $\zeta_1=0.8$, $\zeta_2=0.5$, $\zeta_3=0.3$ και $\zeta_4=0.3$. Ο συντελεστής γραμμικών απωλειών (τριβής) είναι $f = 0.013$, Το ύψος αναρρόφησης είναι $h_A=3\text{m}$ ενώ το ύψος κατάθλιψης είναι $h_K=25\text{m}$, ενώ ισχύει $D_A = D_B = 350\text{ mm}$.

Ζητούμενα:

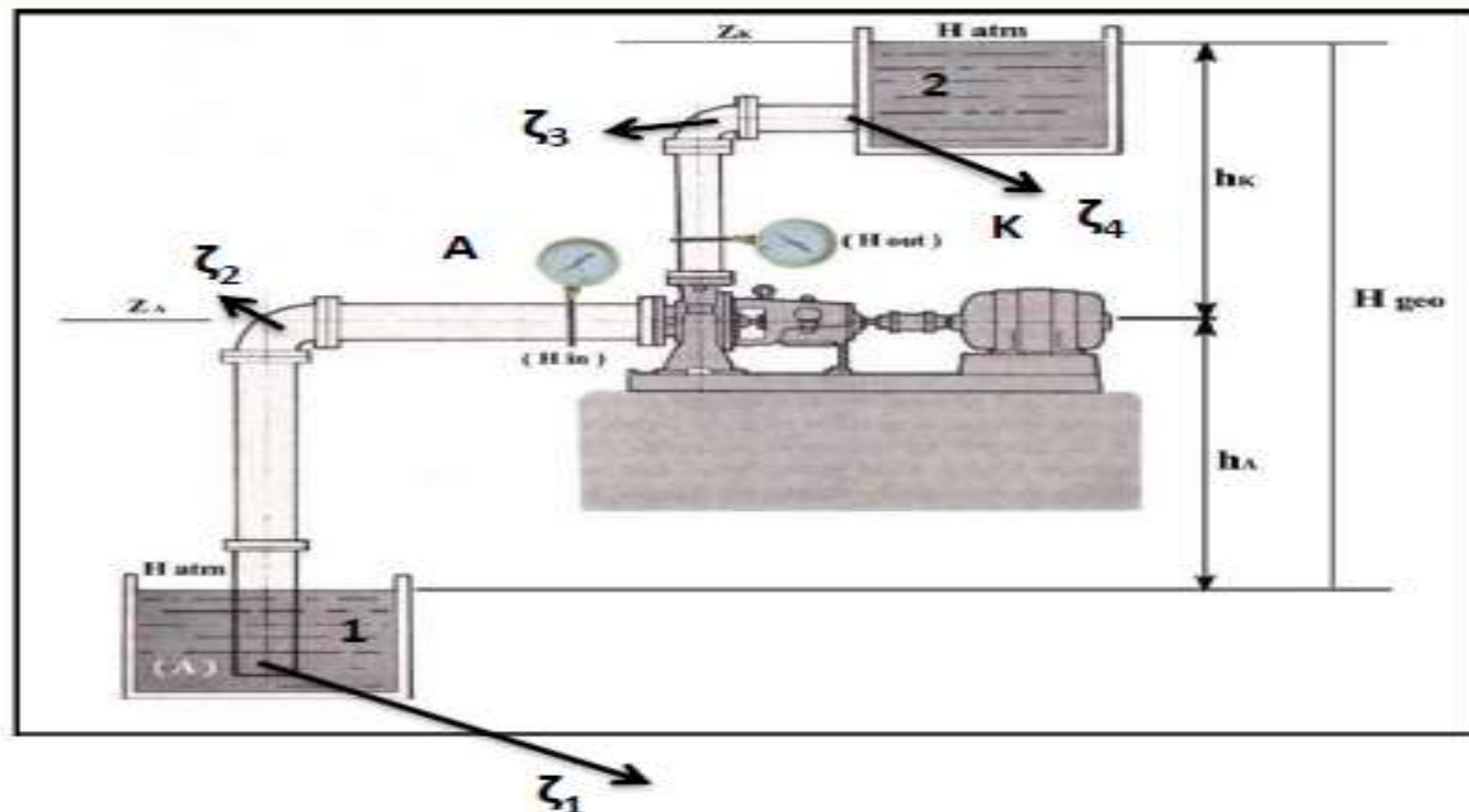
- Να υπολογισθεί το μανομετρικό της αντλίας ως συνάρτηση της παροχής της,
- Για την τιμή $Q=0.2\text{ m}^3/\text{s}$ και $\eta=85\%$ να υπολογιστούν το μανομετρικό και η ισχύς της αντλίας,
- Εάν η διάμετρος της αναρρόφησης/κατάθλιψης μειωθεί σε $D=300\text{ mm}$ πόση επιπλέον ισχύ πρέπει να δαπανηθεί ώστε να διατηρηθεί η παροχή και ο συντελεστής απόδοσης της αντλίας στα ίδια επίπεδα.
- Εάν ζητείται η διατήρηση της παροχής και της απαιτούμενης ισχύος της αντλίας στα ίδια επίπεδα, ποια θα πρέπει να είναι η τιμή του συντελεστή απόδοσης.



8.5 Εξίσωση Σωληνογραμμής – Άσκηση 6.1.

(3)

Άσκησεις 1 και 2 (σχήμα)





8.6 Εξίσωση Σωληνογραμμής – Άσκηση 6.1.

(1)

Για την εγκατάσταση του σχήματος ισχύουν τα εξής δεδομένα:

1. Τα μήκη από το δοχείο 1 προς την πλευρά της αναρρόφησης και από την κατάθλιψη προς το δοχείο 2 είναι $L_A=12$ m και $L_K=300$ m.
2. Οι συντελεστές τοπικών απωλειών είναι $\zeta_1=0.8$, $\zeta_2=0.5$, $\zeta_3=0.3$ και $\zeta_4=0.3$. Ο συντελεστής γραμμικών απωλειών (τριβής) είναι $\lambda=0.013$
3. Το ύψος αναρρόφησης είναι $h_A=10$ m ενώ το ύψος κατάθλιψης είναι $h_K=150$ m, ενώ ισχύει $D_A= D_B=53.1$ mm.

Για τη λειτουργία της εγκατάστασης προτείνεται η αντλία υψηλής πίεσης και σταθερών στροφών με τα παρακάτω χαρακτηριστικά λειτουργίας:

Μοντέλο Αντλίας: Wilo Helix V2213	D (mm)	53.1	Dσ (m)	0.25	ps(Pa)	2337			
Στροφές λειτουργίας N (rpm)	2900								
Παροχή Q (m ³ /h)	4	8	12	16	20	24	28	32	35
Μανομετρικό H (m)	232	225	217	208	193	171	141	104	74
Ισχύς P (kW)	7.36	9.39	11.30	13.10	14.70	15.80	16.10	16.30	16.30
NPSH (m)	1.07	1.08	1.22	1.52	2.02	2.75	3.71	4.83	6.46
η (%)	32.5%	52.0%	62.9%	69.3%	71.2%	69.8%	65.8%	56.1%	43.3%



8.6 Εξίσωση Σωληνογραμμής – Άσκηση 6.1.

(2)

Ζητούνται τα εξής:

1. Να υπολογισθεί το μανομετρικό της αντλίας ως συνάρτηση της παροχής της (Εξίσωση σωληνογραμμής)
2. Να γίνει γραφική παράσταση των χαρακτηριστικών καμπύλων λειτουργίας της αντλίας
3. Να βρεθεί το χαρακτηριστικό σημείο λειτουργίας της εγκατάστασης
4. Αξιολογήστε την επιλογή της συγκεκριμένης αντλίας για την υπάρχουσα εγκατάσταση

Ζήτημα 1^ο

Να υπολογισθεί το μανομετρικό της αντλίας ως συνάρτηση της παροχής της.

Εξίσωση σωληνογραμμής.

$$H_{\text{αντλίας}} = 160 + 0.0628Q^2$$



8.6 Εξίσωση Σωληνογραμμής – Άσκηση 6.1.

(3)

Ζήτημα 2°

Γραφική παράσταση χαρακτηριστικών λειτουργίας της αντλίας

	A[X]	H[Y]	P[Y]	η[Y]	C[Y]	B[Y]
	Q(m ³ /h)	H (m) pump	ISXYS (kW)	η %	NPSH (m)	Ha (m) losses
1	4	232	7.36	32.5	1.07	161.0048
2	8	225	9.39	52	1.08	164.0192
3	12	217	11.3	62.9	1.22	169.0432
4	16	208	13.1	69.3	1.52	176.0768
5	20	193	14.7	71.2	2.02	185.12
6	24	171	15.8	69.8	2.75	196.1728
7	28	141	16.1	65.8	3.71	209.2352
8	32	104	16.3	56.1	4.83	224.3072
9	35	74	16.3	43.3	6.46	236.93
10						—
11						—
12						—
13						—
14						—
15						—
16						—

Set Column Values

For row (i) 1 to 30

abs() Add Function

col(A) Add Column

Col(B)=

160+0.0628*(COL(A))^2

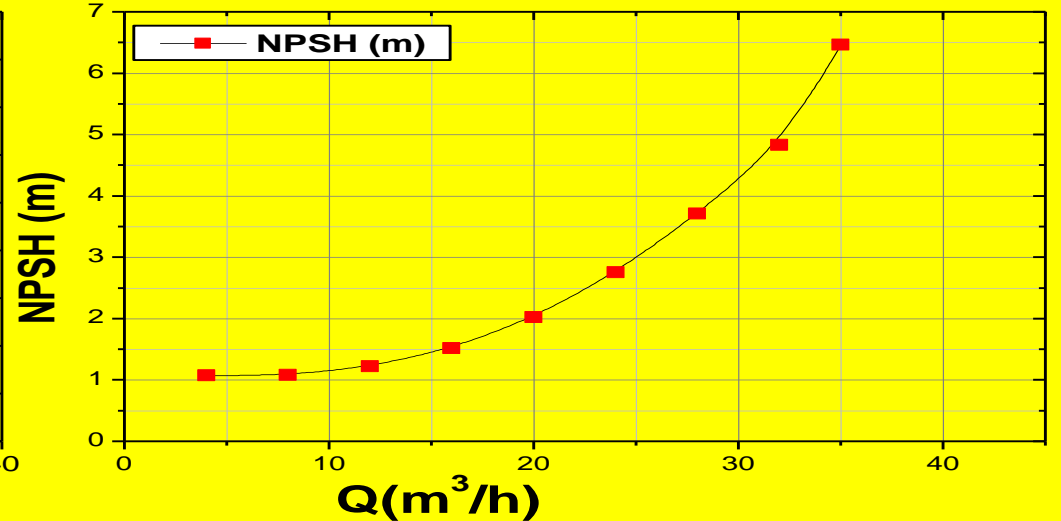
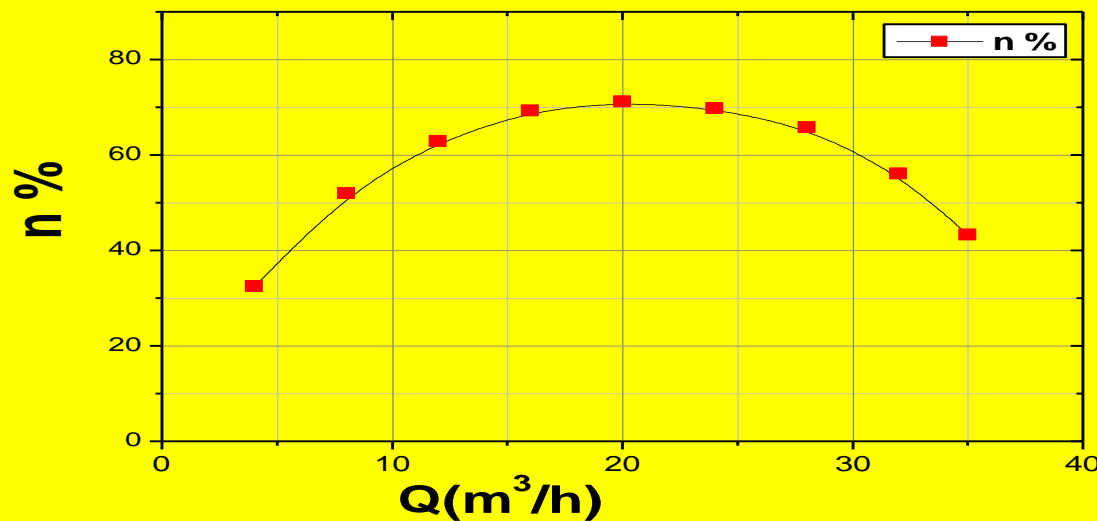
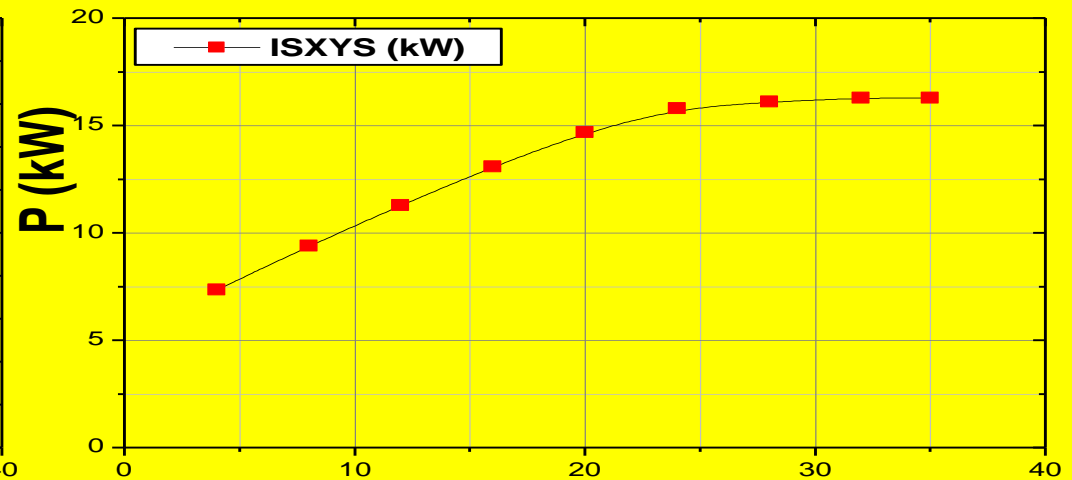
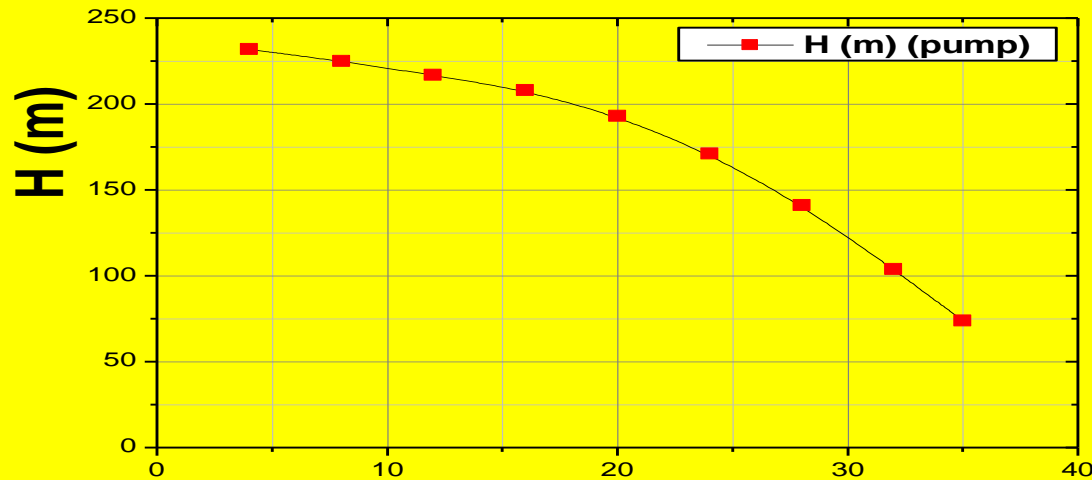
Undo OK Cancel



8.6 Εξίσωση Σωληνογραμμής – Άσκηση 6.1.

(4)

Ζήτημα 2^ο Γραφική παράσταση χαρακτηριστικών λειτουργίας της αντλίας



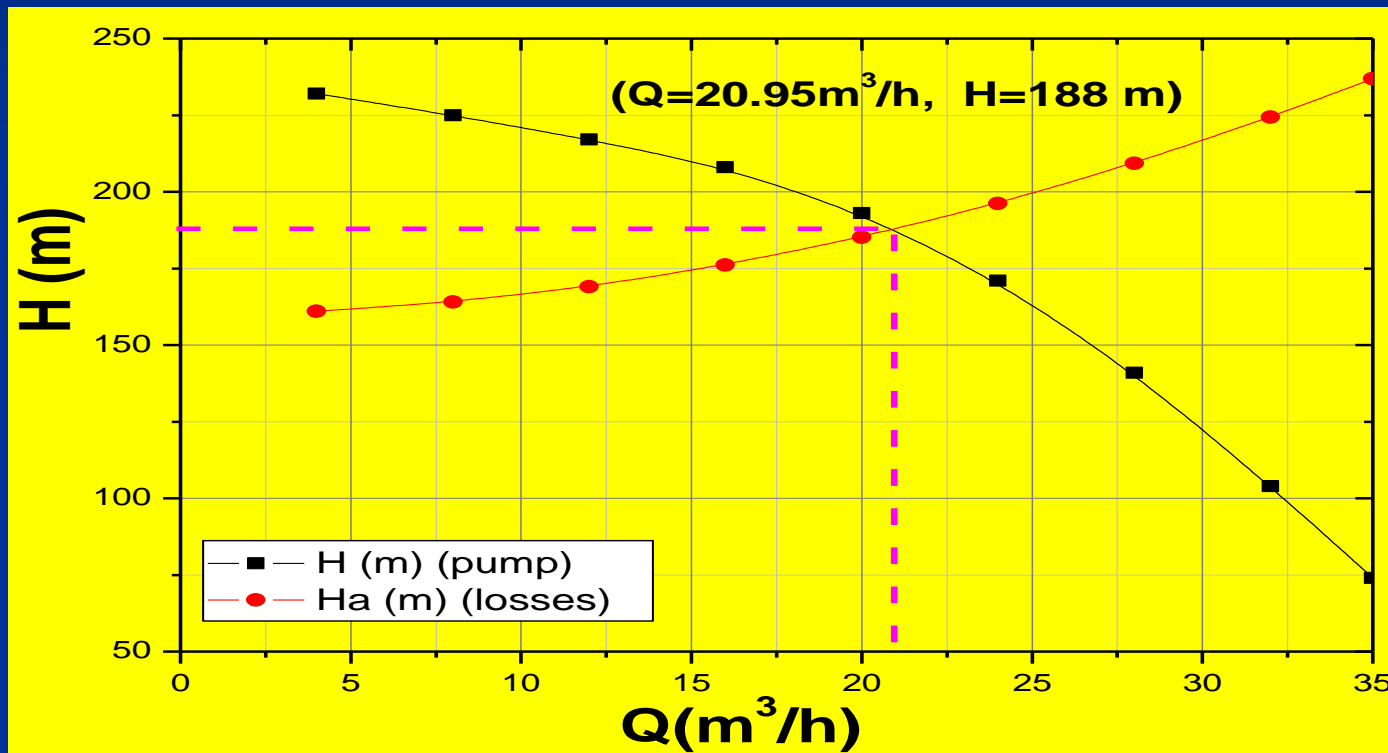


8.6 Εξίσωση Σωληνογραμμής – Άσκηση 6.1.

(5)

Ζήτημα 3^ο

Εύρεση Κανονικού Σημείου Λειτουργίας της εγκατάστασης.



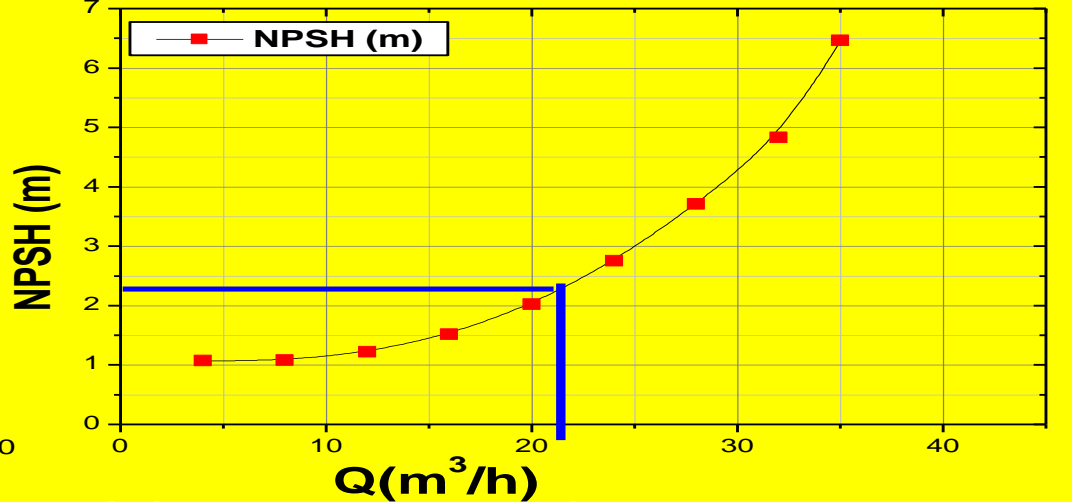
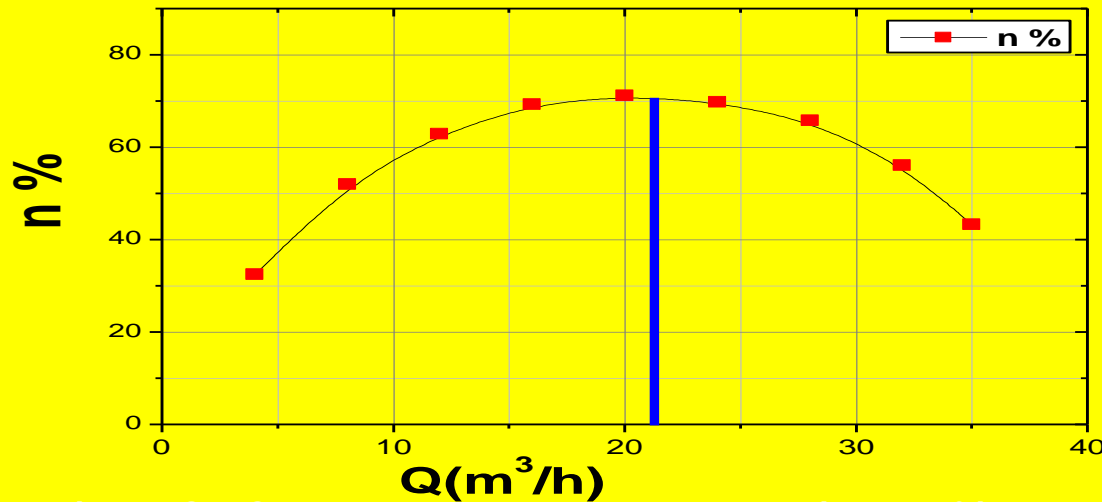
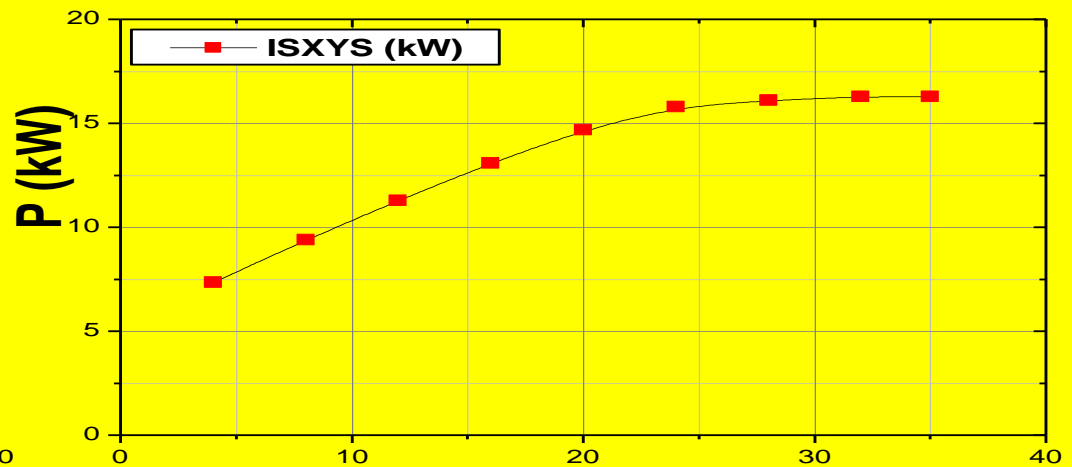
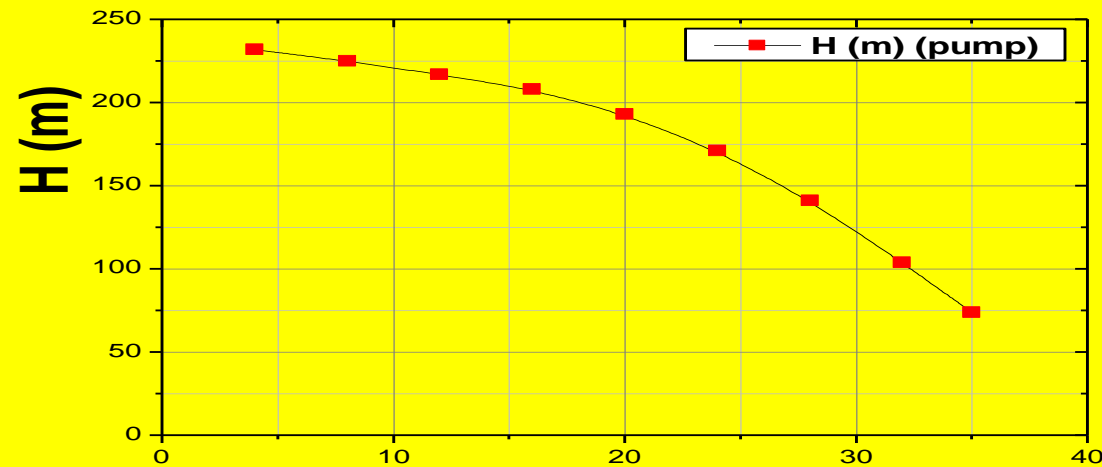
Σημείο Λειτουργίας Αντλίας: $Q=21$ m³/h, $H=190$ m, $P=15$ kW, $\eta=71\%$, $NPSH=2.05$ m



8.6 Εξίσωση Σωληνογραμμής – Άσκηση 6.1.

(6)

Ζήτημα 4^ο Αξιολόγηση της επιλογής της αντλίας για την υπάρχουσα εγκατάσταση.





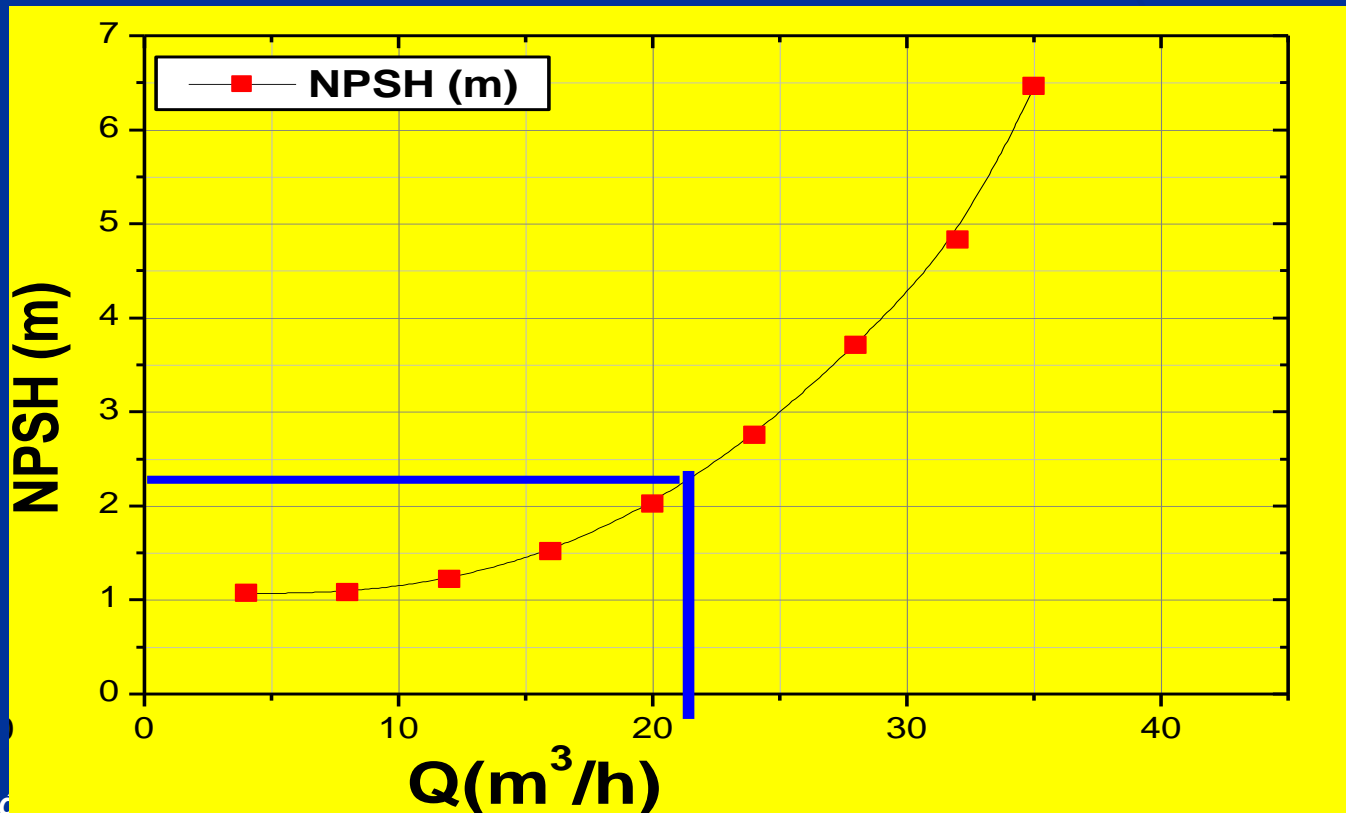
8.6 Εξίσωση Σωληνογραμμής – Άσκηση 6.1.

(7)

Ζήτημα 4^ο Αξιολόγηση της επιλογής της αντλίας για την υπάρχουσα εγκατάσταση.

Παρατηρείται ότι το σημείο λειτουργίας της εγκατάστασης είναι πολύ κοντά στο σημείο βέλτιστης απόδοσης της αντλίας. Οπότε καταρχήν η επιλογή της συγκεκριμένης αντλίας είναι αποδοτική.

Έλεγχος Συνθηκών Σπηλαίωσης





8.7 Εξίσωση Σωληνογραμμής – Άσκηση 6.2.

(1)

Για την εγκατάσταση του σχήματος της προηγούμενης άσκησης ισχύουν τα εξής δεδομένα:

1. Τα μήκη από το δοχείο 1 προς την πλευρά της αναρρόφησης και από την κατάθλιψη προς το δοχείο 2 είναι $L_A=12$ m και $L_K=300$ m.
2. Οι συντελεστές τοπικών απωλειών είναι $z_1=0.8$, $z_2=0.5$, $z_3=0.3$ και $z_4=0.3$. Ο συντελεστής γραμμικών απωλειών (τριβής) είναι $\lambda=0.013$
3. Το ύψος αναρρόφησης είναι $h_A=10$ m ενώ το ύψος κατάθλιψης είναι $h_K=100$ m, ενώ ισχύει $D_A= D_B=53.1$ mm.

Για τη λειτουργία της εγκατάστασης προτείνεται η αντλία υψηλής πίεσης η οποία οδηγείται με τη χρήση μετατροπέα στροφών (inverter), τα χαρακτηριστικά της οποίας παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα.

Ζητούνται τα εξής:

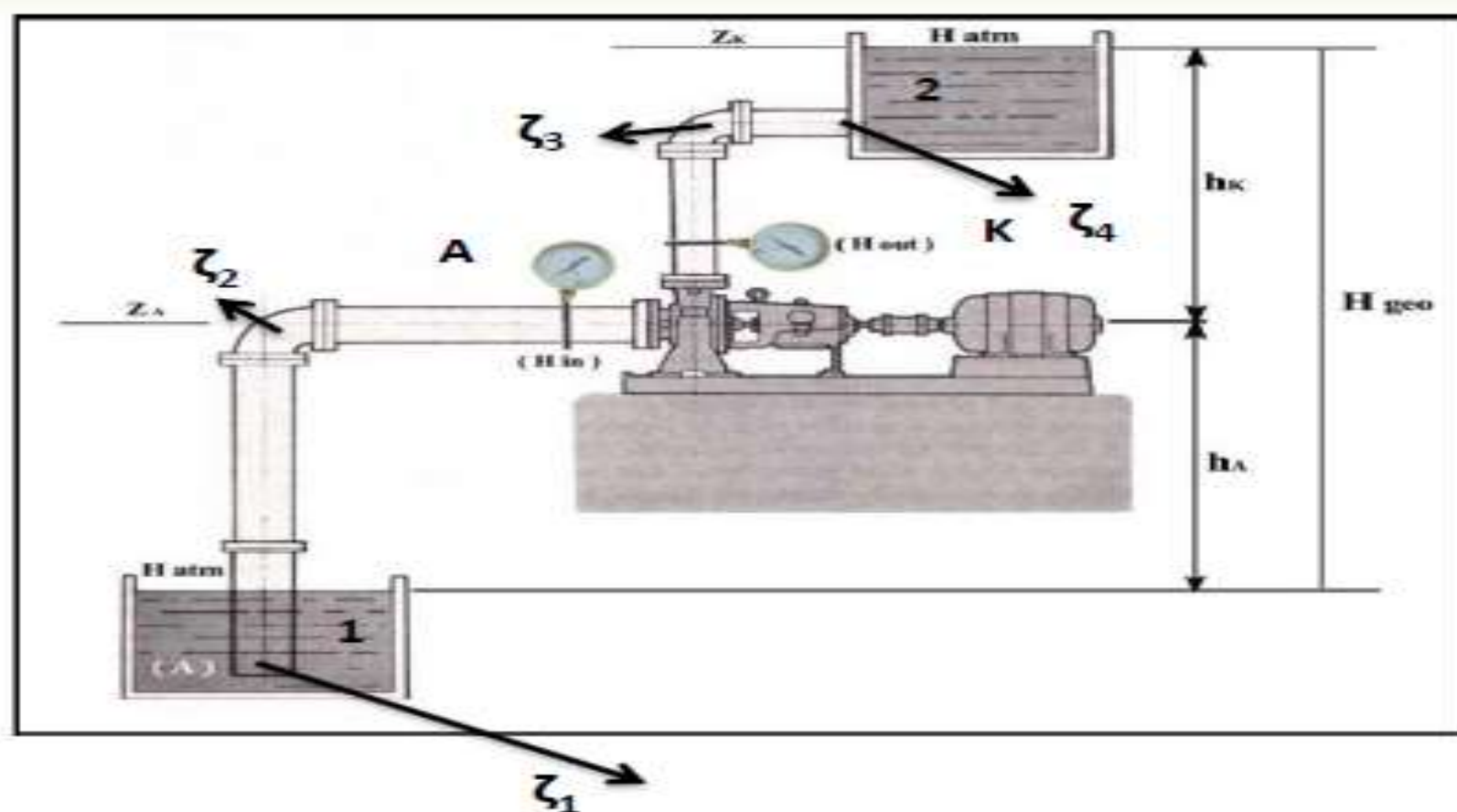
1. Να υπολογισθεί το μανομετρικό της αντλίας ως συνάρτηση της παροχής της (Εξίσωση σωληνογραμμής)
2. Να γίνει γραφική παράσταση των χαρακτηριστικών καμπύλων λειτουργίας της αντλίας
3. Να βρεθεί το χαρακτηριστικό σημείο λειτουργίας της εγκατάστασης για το εύρος στροφών της αντλίας
4. Αξιολογήστε την επιλογή της συγκεκριμένης αντλίας για την υπάρχουσα εγκατάσταση ανάλογα με την επιλογή που κάνατε στην ερώτηση 3.



8.7 Εξίσωση Σωληνογραμμής – Άσκηση 6.2.

(2)

Άσκησεις 1 και 2 (σχήμα)





8.7 Εξίσωση Σωληνογραμμής – Άσκηση 6.2.

(3)

Μοντέλο Αντλίας: Wilo Helix V2209

D (mm) 53.1 Dσ (m) 0.25 ps(Pa) 2337

N (rpm)	3600										
Παροχή(m ³ /h)	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44
Μανομετρικό Αντλίας (m) (N=3600)	230	225	219	211	201	189	170	146	119	85	49
Ισχύς (kW)	8.48	10.20	12.10	14.00	15.90	17.20	18.10	18.70	19.10	18.90	18.90
NPSH (m)	1.55	1.63	1.63	1.84	2.26	2.89	3.68	4.69	5.95	7.49	10.40
η (%)	29.6%	47.5%	58.7%	65.0%	69.9%	71.5%	71.2%	68.1%	61.6%	49.9%	31.1%

N (rpm)	3110										
Παροχή(m ³ /h)	4	8	12	16	20	24	28	32	36	38	
Μανομετρικό Αντλίας (m) (N=3110)	164	160	153	146	137	119	101	74	45	27.70	
Ισχύς (kW)	5.18	6.55	8.06	9.37	10.50	11.20	11.50	11.50	11.40	11.20	
NPSH (m)	1.21	1.21	1.30	1.63	2.22	2.93	3.94	5.02	7.03	8.88	
η (%)	34.5%	52.5%	62.4%	68.4%	71.5%	7.0%	66.5%	56.6%	38.7%	25.6%	

N (rpm)	2030										
Παροχή(m ³ /h)	4	8	12	16	20	24					
Μανομετρικό Αντλίας (m) (N=2030)	71	68	63	53	39	20					
Ισχύς (kW)	1.75	2.36	2.91	3.32	3.46	3.26					
NPSH (m)	0.63	0.63	0.96	1.47	2.39	3.68					
η (%)	44.1%	62.6%	70.7%	71.2%	62.4%	40.0%					



8.7 Εξίσωση Σωληνογραμμής – Άσκηση 6.2.

(4)

Ζήτημα 1

Να υπολογισθεί η εξίσωση σωληνογραμμής (μανομετρικό της αντλίας ως συνάρτηση της παροχής. (υπολογίσθηκε στην Άσκηση 6.1)

$$H_{\text{αντλίας}} = 110 + 0.0628Q^2$$

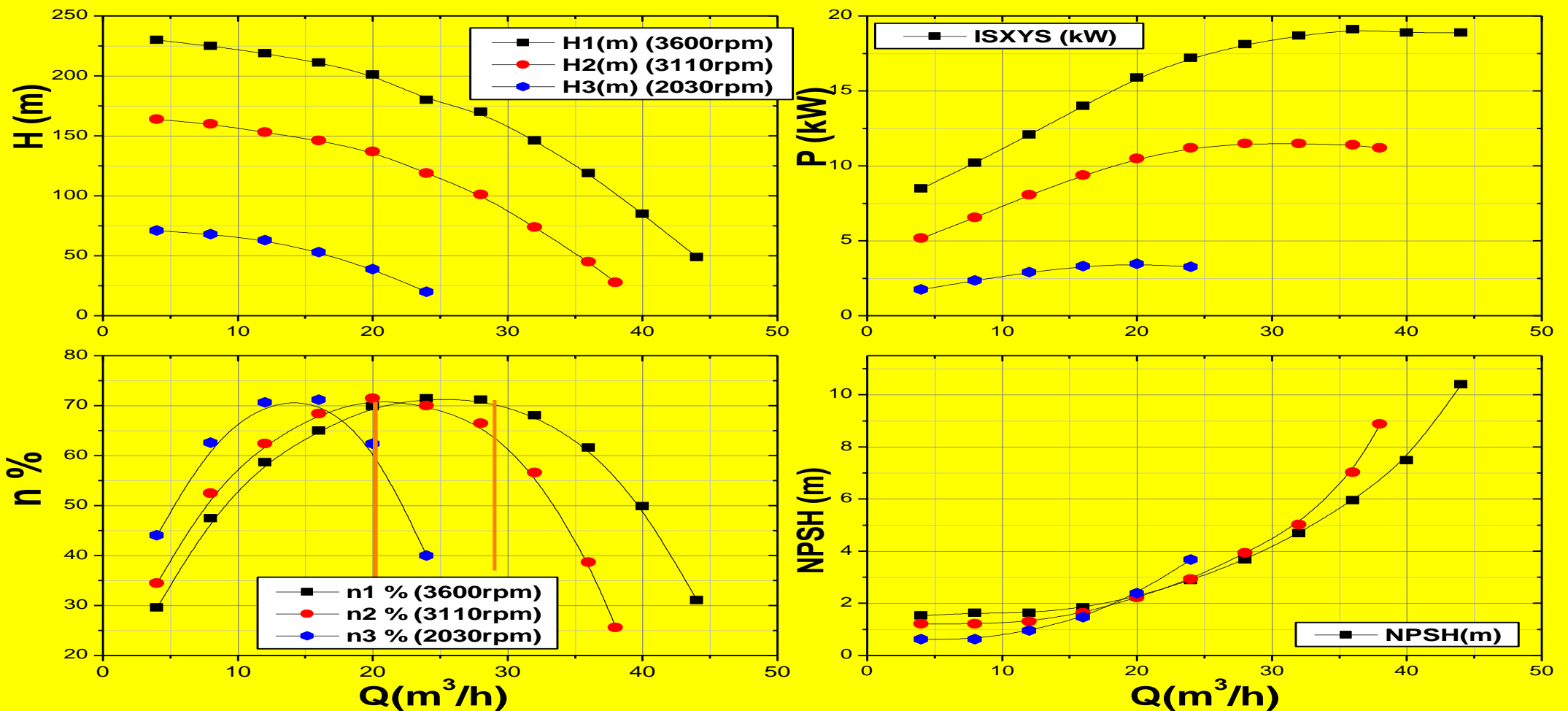


8.7 Εξίσωση Σωληνογραμμής – Άσκηση 6.2.

(5)

Ζήτημα 2^ο

Γραφική παράσταση χαρακτηριστικών λειτουργίας της αντλίας
(σε κοινούς άξονες και για τις 3 δυνατότητες στροφών της αντλίας).

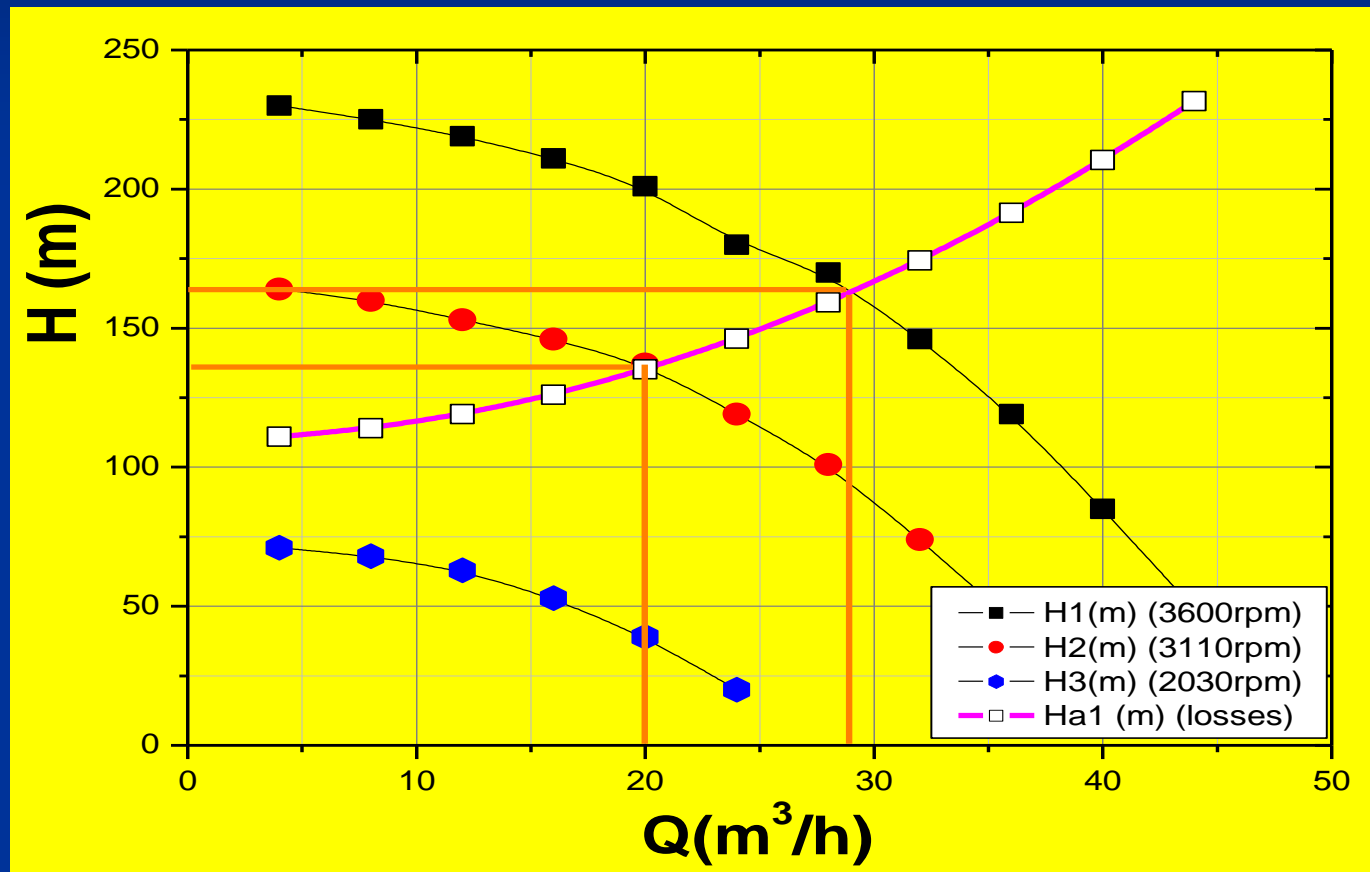




8.7 Εξίσωση Σωληνογραμμής – Άσκηση 6.2.

(6)

Ζήτημα 3^ο Εύρεση χαρακτηριστικού σημείου λειτουργίας της εγκατάστασης.



Προκύπτουν 2 σημεία κατά την τομή της εξίσωσης Σωληνογραμμής με τις χαρακτηριστικές της αντλίας (για τις διαφορετικές στροφές λειτουργίας).

Δηλ.

1^ο $H_{\alpha 1} = 164\text{m}$ $Q_1 = 28.9 \text{ m}^3/\text{h}$

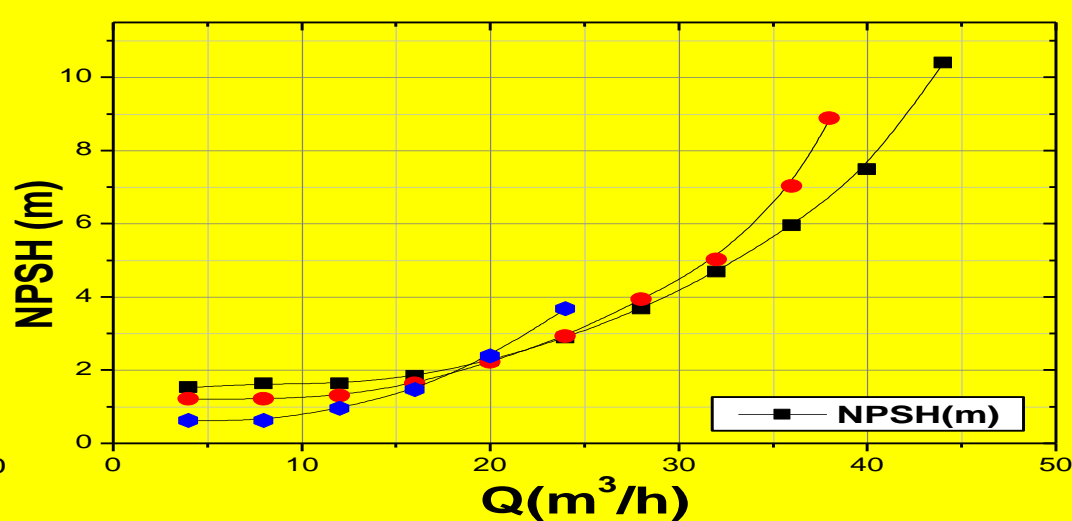
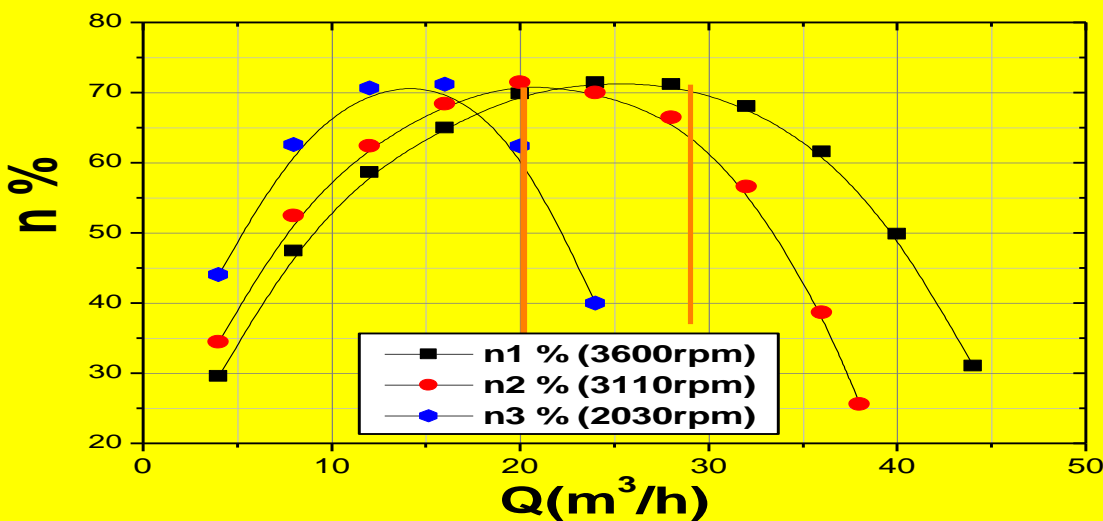
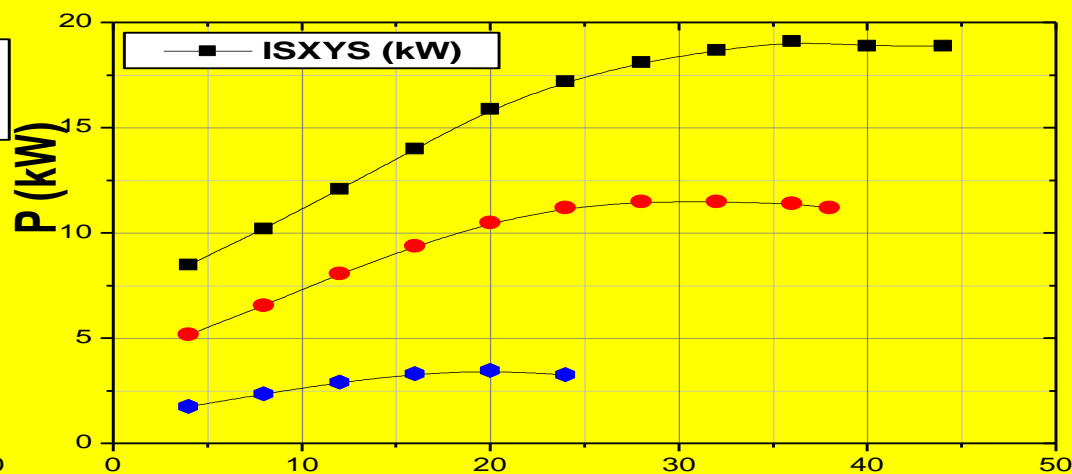
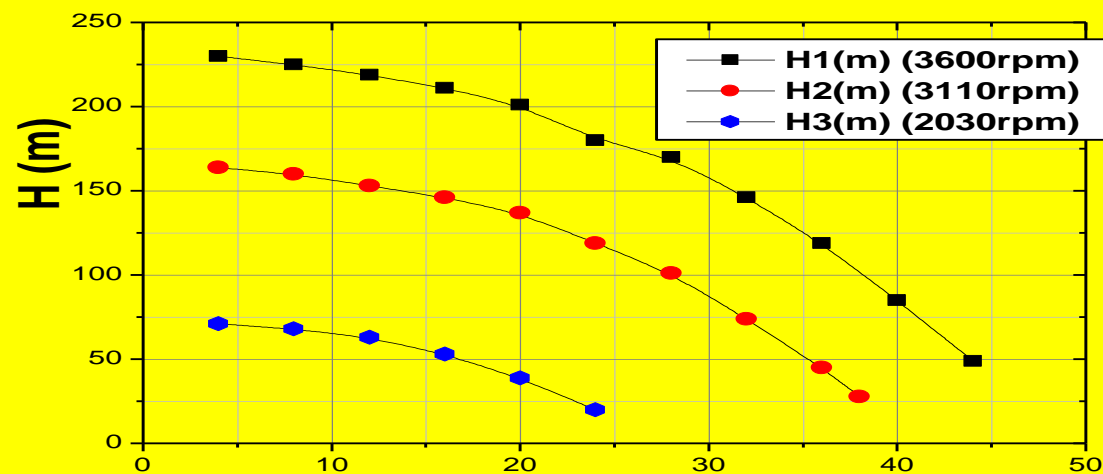
2^ο $H_{\alpha 2} = 135\text{m}$ $Q_2 = 20.0 \text{ m}^3/\text{h}$



8.7 Εξίσωση Σωληνογραμμής – Άσκηση 6.2.

(7)

Ζήτημα 4ο Αξιολόγηση Επιλογής Χαρακτηριστικού σημείου λειτουργίας αντλίας.





8.7 Εξίσωση Σωληνογραμμής – Άσκηση 6.2.

(8)

Ζήτημα 4ο Αξιολόγηση Επιλογής Χαρακτηριστικού σημείου λειτουργίας αντλίας.

Το χαρακτηριστικό σημείο λειτουργίας επιλέγεται με κριτήριο τον συντελεστή απόδοσης. Επιλέγεται δηλ. εκείνο που δίνει τον υψηλότερο συντελεστή απόδοσης. Παρατηρούμε ότι και τα δύο υποψήφια σημεία δίνουν απόδοση ~70%. Επομένως η επιλογή θα γίνει με βάση 2^ο κριτήριο την καταναλισκόμενη ισχύ. Επιλέγεται δηλ. το σημείο με την μικρότερη καταναλισκόμενη ισχύ.

ΣΗΜΕΙΟ 1

για $H_{\alpha 1} = 164\text{m}$ $Q_1 = 28.9 \text{ m}^3/\text{h}$

$P_{w1} = 18.45 \text{ kW}$

ΣΗΜΕΙΟ 2

για $H_{\alpha 2} = 135\text{m}$ $Q_1 = 20.0 \text{ m}^3/\text{h}$

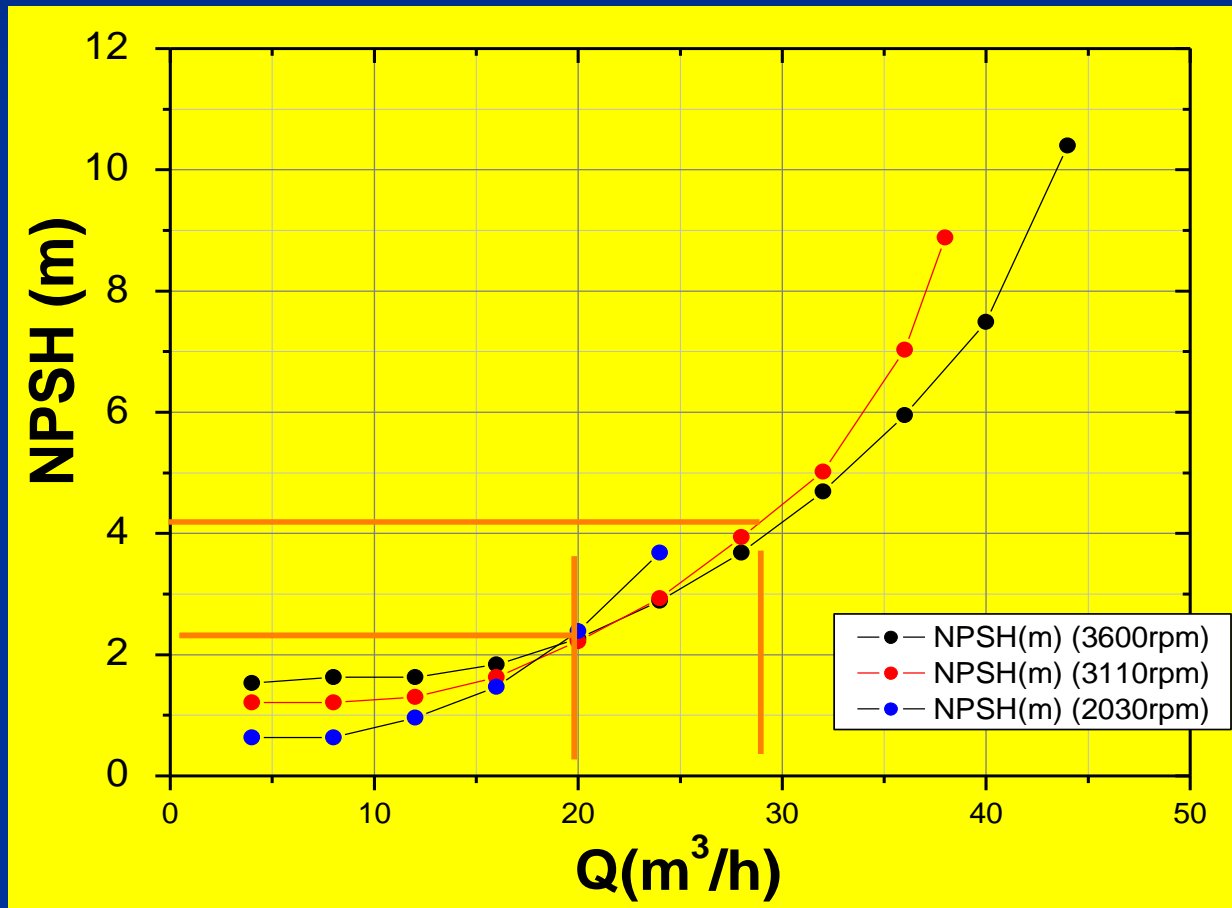
$P_{w2} = 10.5 \text{ kW}$



8.7 Εξίσωση Σωληνογραμμής – Άσκηση 6.2.

(9)

Έλεγχος Συνθηκών Σπηλαίωσης

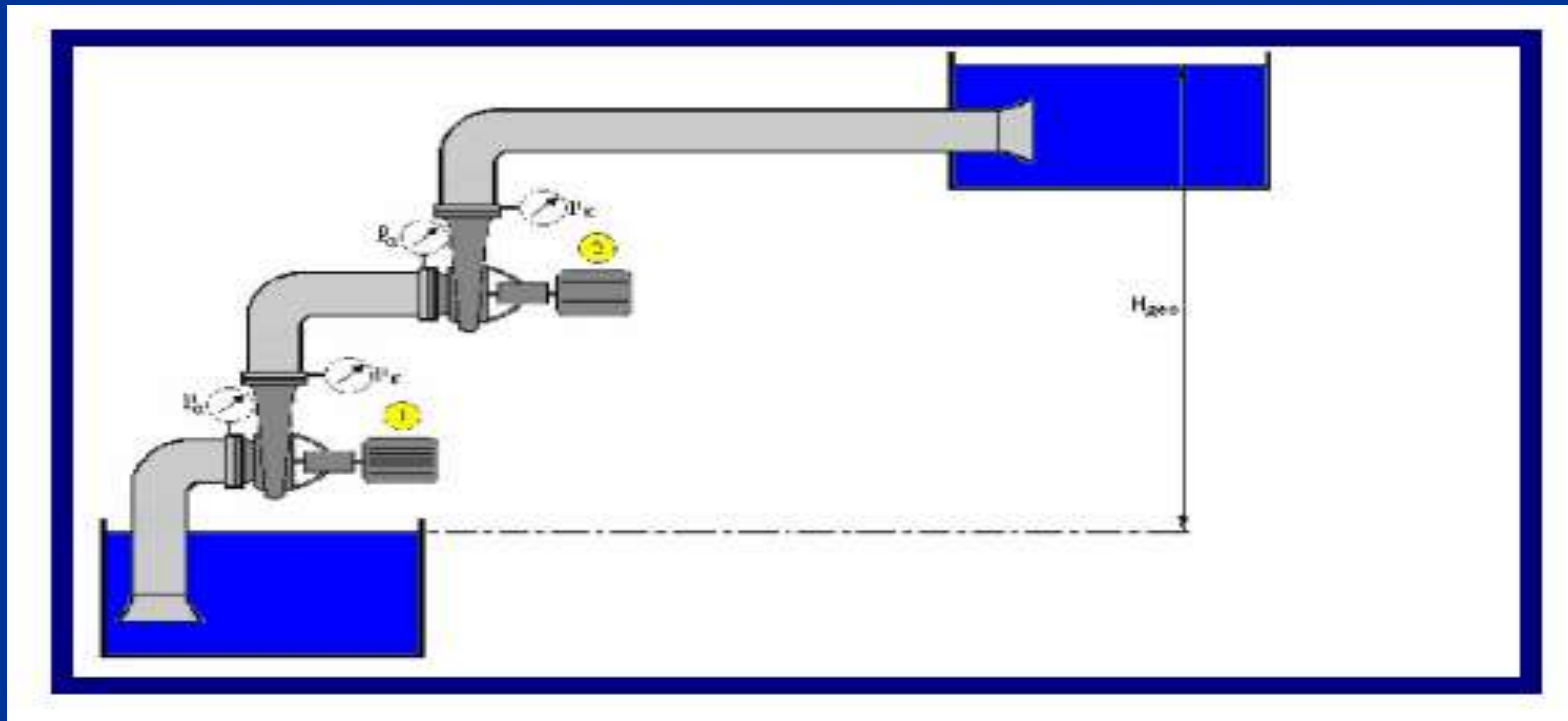




8.8 Συνεργασία Αντλιών σε σειρά.

(1)

- Δύο ή περισσότερες αντλίες συνδέονται σε σειρά όταν η κατάθλιψη της πρώτης συνδέεται με την αναρρόφηση της δεύτερης. Στην περίπτωση αυτή η συνολική παροχή θα είναι ίση με την παροχή κάθε αντλίας ενώ το συνολικό ύψος (μανομετρικό) θα είναι ίσο με το άθροισμα των υψών για κοινή παροχή.

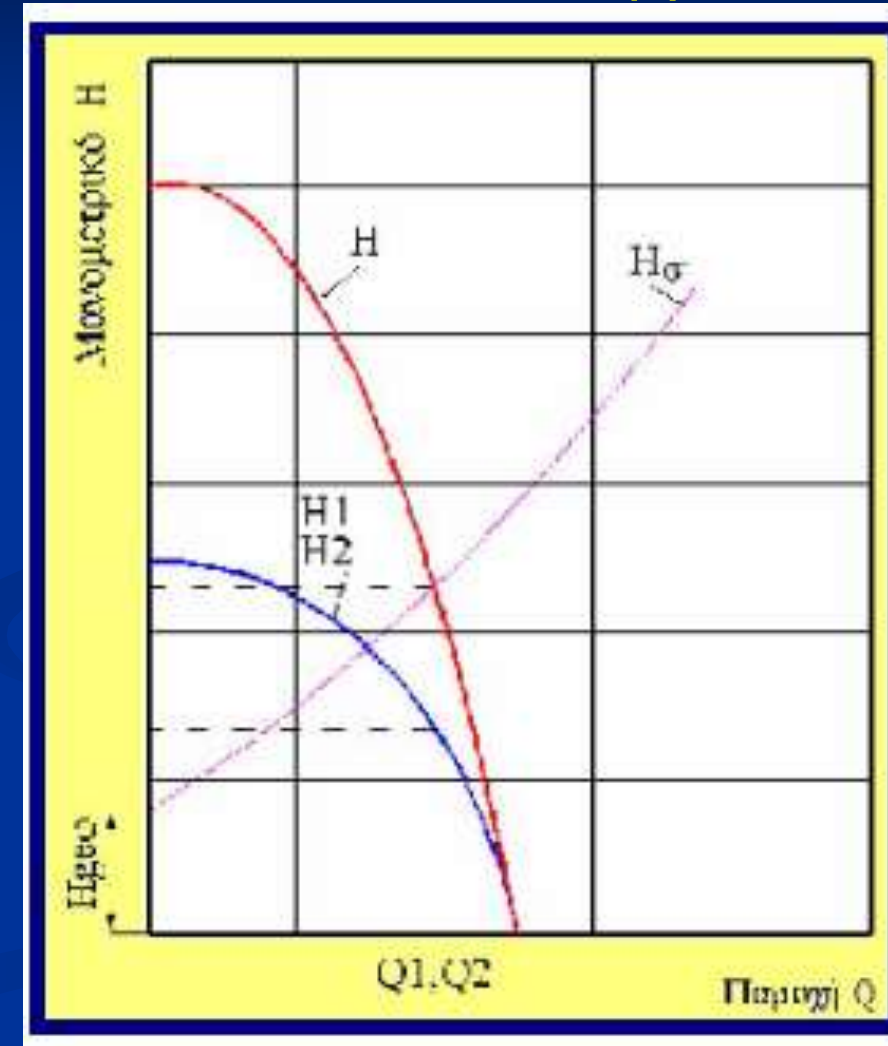




8.8 Συνεργασία Αντλιών σε σειρά.

- Ειδικότερα και προκειμένου για **όμοιες αντλίες** σε σύνδεση σειράς, κάθε σημείο της συνισταμένης χαρακτηριστικής, έχει την ιδιότητα να διαθέτει διπλάσιο μανομετρικό αλλά ίδια παροχή με την αρχική αντλία.
- Έτσι κατά τη σύνδεση δύο όμοιων αντλιών η χαρακτηριστική **$H = f(Q)$** της σύνδεσης σειράς προκύπτει με διπλασιασμό του ύψους των τεταγμένων των διαφόρων σημείων της $H = f(Q)$ μιας εκ των δύο αντλιών.
- Γενικότερα κατά τη σύνδεση σειράς ανόμοιων αντλιών (με διαφορετικές χαρακτηριστικές (μανομετρικού – παροχής), η χαρακτηριστική της σύνδεσης σειράς προκύπτει με πρόσθεση των τεταγμένων του ύψους των χαρακτηριστικών των αντλιών για την κοινή παροχή και των δύο αντλιών.

(2)





8.8 Συνεργασία Αντλιών σε σειρά.

(3)

- Αναφορικά με την κατασκευή καμπύλης Παροχής – Ολικού Ύψους καταστρώνουμε την εξίσωση ενεργειακού ισοζυγίου όπου το ολικό ύψος παροχής $H(m)$ μια αντλίας συνίσταται, στην διαφορά ισχύος του νερού στα κατά κιλό μονάδα ανάμεσα στον τομέα παροχής (κατάθλιψη) και σ' αυτόν της αναρρόφησης ως ακολούθως:
- ($D_A = 0.061m$ $D_K = 0.146m$)

$$\frac{p_A}{\rho g} + \frac{u_A^2}{2g} + z_A + H_a = \frac{p_K}{\rho g} + \frac{u_K^2}{2g} + z_K \Rightarrow H_a = \left(\frac{p_K}{\rho g} - \frac{p_A}{\rho g} \right) + \left(\frac{u_K^2}{2g} - \frac{u_A^2}{2g} \right) + (z_K - z_A) \rightarrow \rightarrow (1) \cdot \eta$$

όπου: η

$(z_K - z_A)$: διαφορά ύψους κατάθλιψης – αναρρόφησης. η

$\left(\frac{p_K}{\rho g} - \frac{p_A}{\rho g} \right)$: διαφορά ύψους πίεσης κατάθλιψης – αναρρόφησης η

$\left(\frac{u_K^2}{2g} - \frac{u_A^2}{2g} \right)$: διαφορά ύψους ταχύτητας κατάθλιψης – αναρρόφησης. η



8.8.1 Συνεργασία Αντλιών σε σειρά. – Άσκηση 8.1 (1)

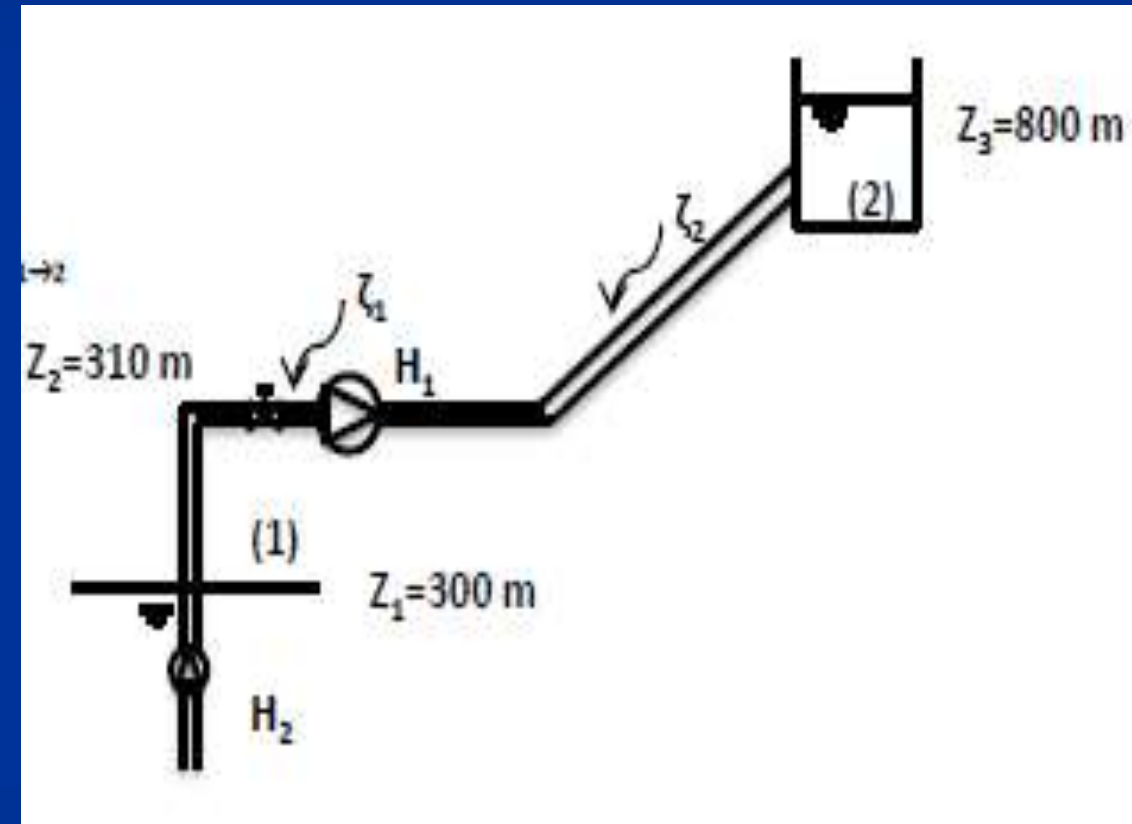
- Δύο αντλίες με τις παρακάτω χαρακτηριστικές καμπύλες λειτουργίας συνεργάζονται για την αντλητική εγκατάσταση του σχήματος (Υδροηλεκτρικός Σταθμός).
- Δίνονται $z_1=300\text{m}$, $z_2=310\text{m}$, $z_3=850\text{m}$, $\zeta_1=0.15$, $\zeta_2=2.91$, $h_{\text{atm}}=10\text{m}$.

Αντλία 1

N (rpm)	750					
Q1(m ³ /s)	0.00	2.00	4.00	4.75	6.00	8.00
H1(m)	800	675	520	450	325	0
n1 (%)	0%	52%	77%	80%	70%	0%

Αντλία 2

N (rpm)	1000				
Q2(m ³ /s)	0.00	2.00	4.00	6.00	8.00
H2(m)	100	99	80	49	0
n2 (%)	0%	63%	80%	60%	0%





8.8.1 Συνεργασία Αντλιών σε σειρά. – Άσκηση 8.1 (2)

Δύο αντλίες με τις παρακάτω χαρακτηριστικές καμπύλες λειτουργίας συνεργάζονται για την αντλητική εγκατάσταση του σχήματος (Υδροηλεκτρικός Σταθμός).

Δίνονται $z_1=300\text{m}$, $z_2=310\text{m}$, $z_3=850\text{m}$, $\zeta_1=0.15$, $\zeta_2=2.91$, $h_{\text{atm}}=10\text{m}$.

Ζητούμενα:

1. Να υπολογίσετε το σημείο λειτουργίας της εγκατάστασης,
2. Να υπολογίσετε την καταναλισκόμενη ισχύ για κάθε αντλία, στο σημείο λειτουργίας,
3. Να υπολογιστεί ο ειδικός αριθμός στροφών για κάθε αντλία, στο σημείο λειτουργίας.

Βήματα για την Επίλυση.

1. Υπολογισμός εξίσωσης σωληνογραμμής για τη σύνδεση των αντλιών, ($H_g=500+3.06Q^2$).
2. Κατασκευή γραφήματος με α) τις χαρακτηριστικές των 2 αντλιών, β) την εξίσωση σωληνογραμμής, γ) τη χαρακτηριστική του μανομετρικού της συνεργασίας των αντλιών.
3. Υπολογισμός του σημείου λειτουργίας της συνεργασίας των αντλιών.

$$(Q, H) = (4.32 \text{ m}^3/\text{s}, 567\text{m})$$

4. Υπολογισμός καταναλισκόμενης ισχύος για κάθε αντλία στο σημείο λειτουργίας της συνεργασίας.
Υπολογισμός ειδικού αριθμού στροφών.

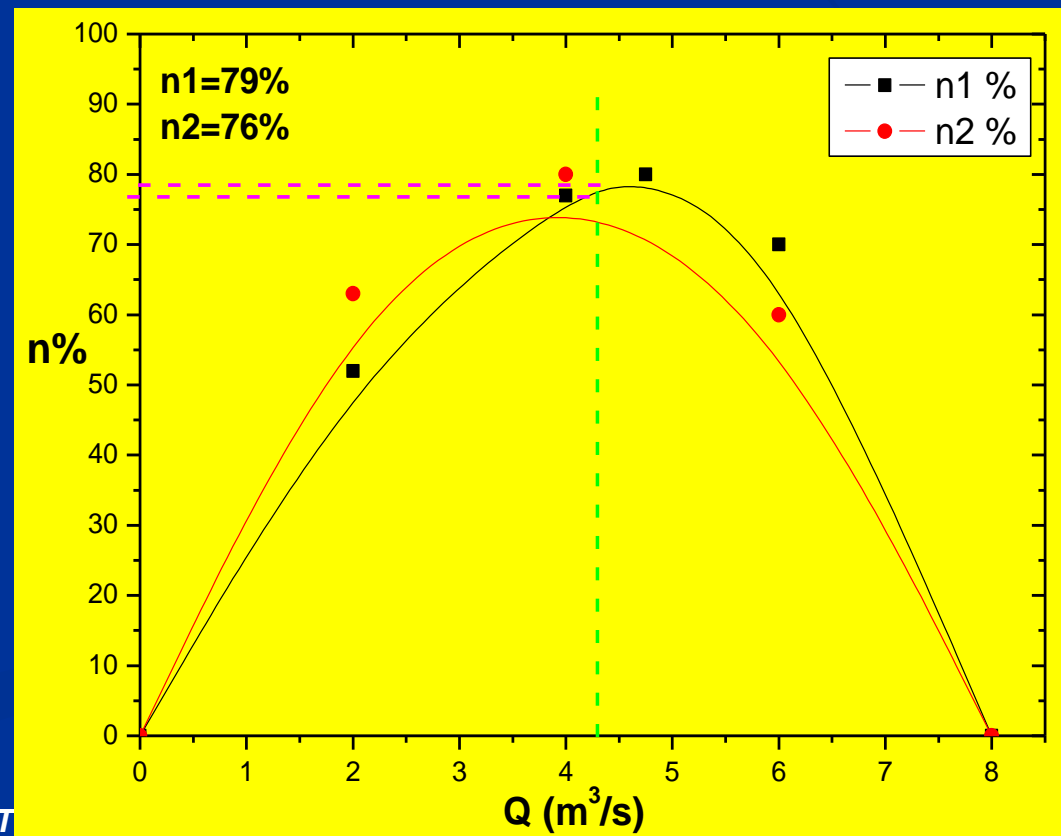
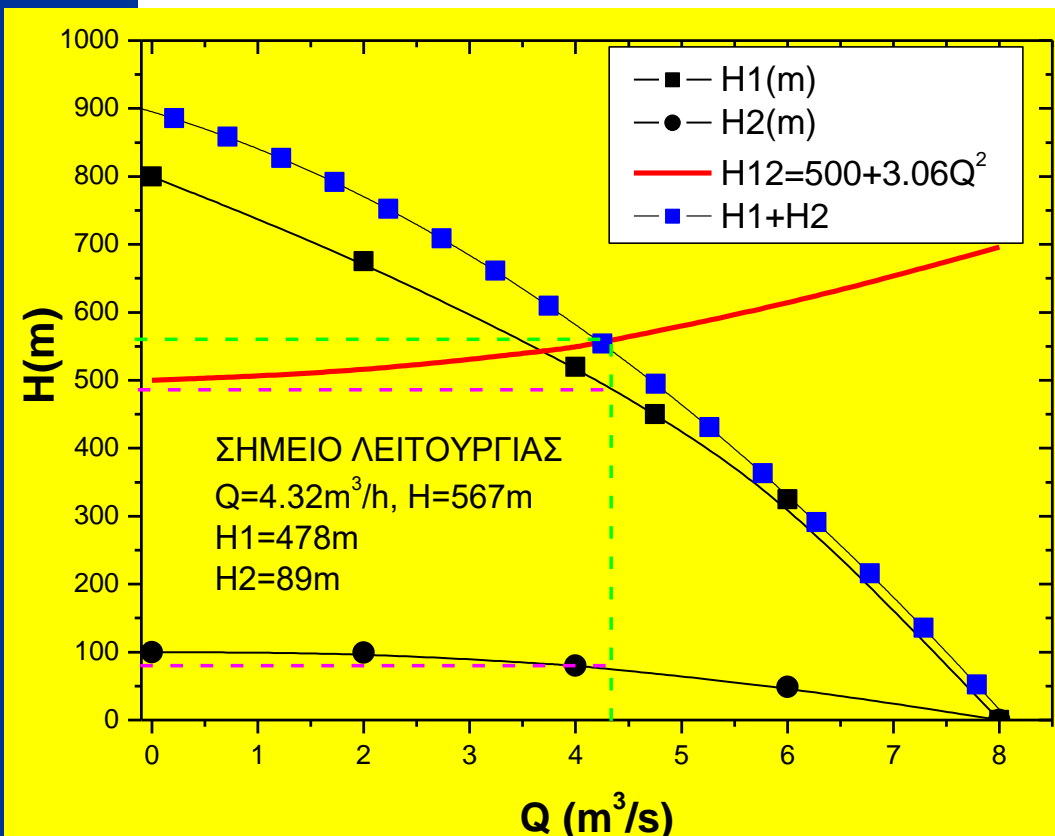


8.8.1 Συνεργασία Αντλιών σε σειρά. – Άσκηση 8.1

(3)

Αντλία 1						
N (rpm)	750					
Q1(m ³ /s)	0.00	2.00	4.00	4.75	6.00	8.00
H1(m)	800	675	520	450	325	0
n1 (%)	0%	52%	77%	80%	70%	0%

Αντλία 2					
N (rpm)	1000				
Q2(m ³ /s)	0.00	2.00	4.00	6.00	8.00
H2(m)	100	99	80	49	0
n2 (%)	0%	63%	80%	60%	0%





8.8.1 Συνεργασία Αντλιών σε σειρά. – Άσκηση 8.1

(4)

Ειδικός αριθμός στροφών (N_s)

- Όταν θέλουμε να συγκρίνουμε διαφορετικές αντλίες, είναι καλύτερα να χρησιμοποιούμε αδιάστατους αριθμούς οι οποίοι περιέχουν τις κυριότερες λειτουργικές παραμέτρους.
- Ένας από τις κυριότερους αδιάστατους αριθμούς για τις αντλίες, είναι ο **ειδικός αριθμός στροφών N_s** ο οποίος προκύπτει από διαστατική ανάλυση και σχέσεις ομοιότητας με μια πρότυπη αντλία η οποία έχει παροχή $Q=1 \text{ m}^3/\text{h}$ και μανομετρικό $H=1\text{m}$.

$$N_s = N \frac{Q^{1/2}}{(gH)^{3/4}}$$

Για σταθερές στροφές μιας αντλίας $N(\text{rpm})$ αύξηση του N_s μπορεί να συμβαίνει με αύξηση της παροχής Q ή με μείωση του μανομετρικού της αντλίας. Μείωση του μανομετρικού μπορεί να συμβαίνει με αύξηση της διαμέτρου στον αγωγό εισαγωγής της αντλίας.

Δηλ. μεγάλες τιμές του N_s σημαίνει μεγάλη επιφάνεια εισόδου (μεγάλες τιμές παροχής Q) και μικρή διάμετρο πτερωτής.



8.8.2 Συνεργασία Αντλιών σε σειρά. – Άσκηση 8.2

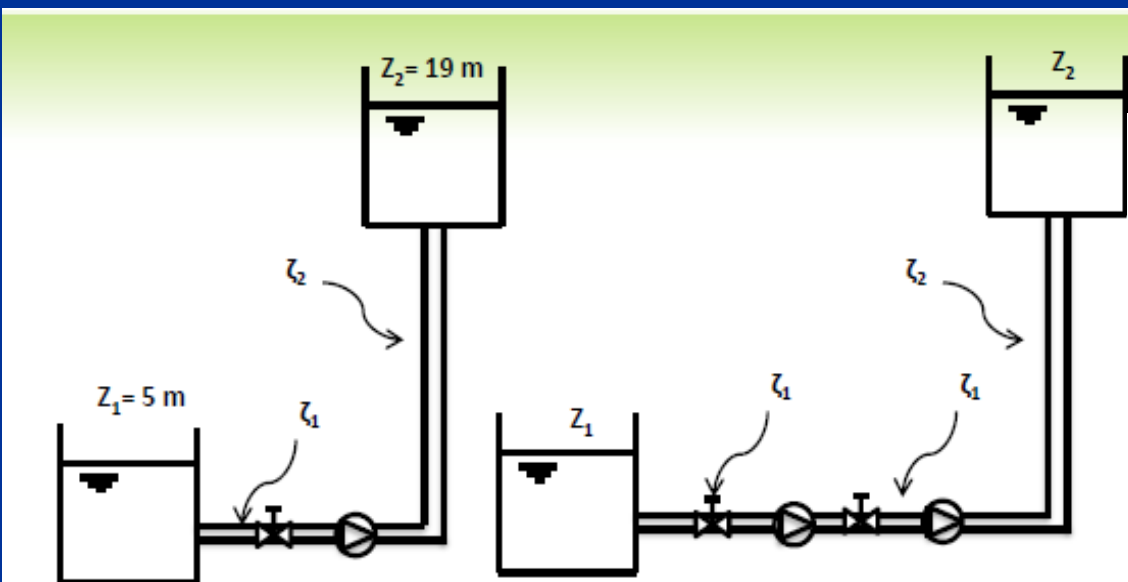
(1)

Στα σχήματα 1-2 δίνονται εναλλακτικές συνδεσμολογίες φυγοκεντρικής αντλίας της οποίας οι χαρακτηριστικές καμπύλες δίνονται στον Πίνακα.

Δίνονται επίσης $z_1=5\text{m}$, $z_2=19\text{m}$, $\zeta_1=1.00\text{e-}6\text{ m}^{-5}\text{h}^2$, $\zeta_2=4.5\text{e-}6\text{ m}^{-5}\text{h}^2$, $h_{\text{atm}}=10\text{m}$.

Ζητούμενα.

1. Να υπολογίσετε το σημείο λειτουργίας για τις περιπτώσεις 1-2 δηλ. μονή αντλία, δίδυμες αντλίες σε σειρά,
2. Να υπολογίσετε την καταναλισκόμενη ισχύ για όλες τις περιπτώσεις,
3. Να υπολογίσετε τον ειδικό αριθμό στροφών για όλες τις περιπτώσεις.



Σχήμα 1. Μονή Αντλία

Σχήμα 2. Αντλίες σε σειρά

N (rpm)	1500						
Q (m^3/h)	0	400	600	800	1000	1200	1500
H (m)	40.0	39.0	37.5	34.0	28.0	19.0	0.0
η (%)	0.0%	64.5%	76.0%	80.0%	72.0%	57.0%	0.0%



8.8.2 Συνεργασία Αντλιών σε σειρά. – Άσκηση 8.2 (2)

Στα σχήματα 1-2 δίνονται εναλλακτικές συνδεσμολογίες φυγοκεντρικής αντλίας της οποίας οι χαρακτηριστικές καμπύλες δίνονται στον Πίνακα.

Δίνονται επίσης $z_1=5\text{m}$, $z_2=19\text{m}$, $\zeta_1=1.00\text{e-}6\text{ m}^{-5}\text{h}^2$, $\zeta_2=4.5\text{e-}6\text{ m}^{-5}\text{h}^2$, $h_{\text{atm}}=10\text{m}$.

Λύση Άσκησης

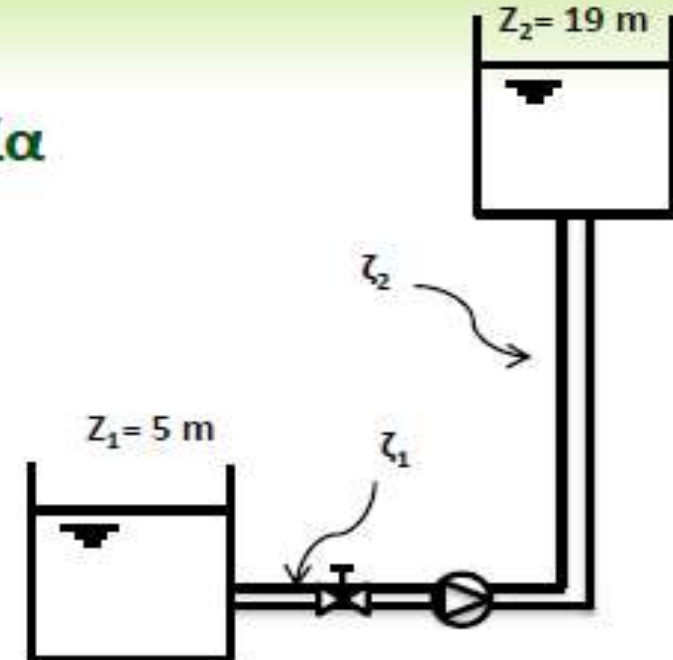
Εξίσωση Σωληνογραμμής για μονή αντλία

$$h_1 + \frac{1}{2g}u_1^2 + z_1 + H_{\text{αντλίας}} = h_2 + \frac{1}{2g}u_2^2 + z_2 + h_{v_{1 \rightarrow 2}}$$

Όμως $u_1 = u_2 = 0$, $h_1 = h_2 = h_{\text{atm}}$, άρα

$$H_{\text{αντλίας}} = (z_2 - z_1) + (\zeta_1 + \zeta_2) Q^2 \Rightarrow$$

$$H_{\text{αντλίας}} = 14 + 5.5 \cdot 10^{-6} Q^2$$



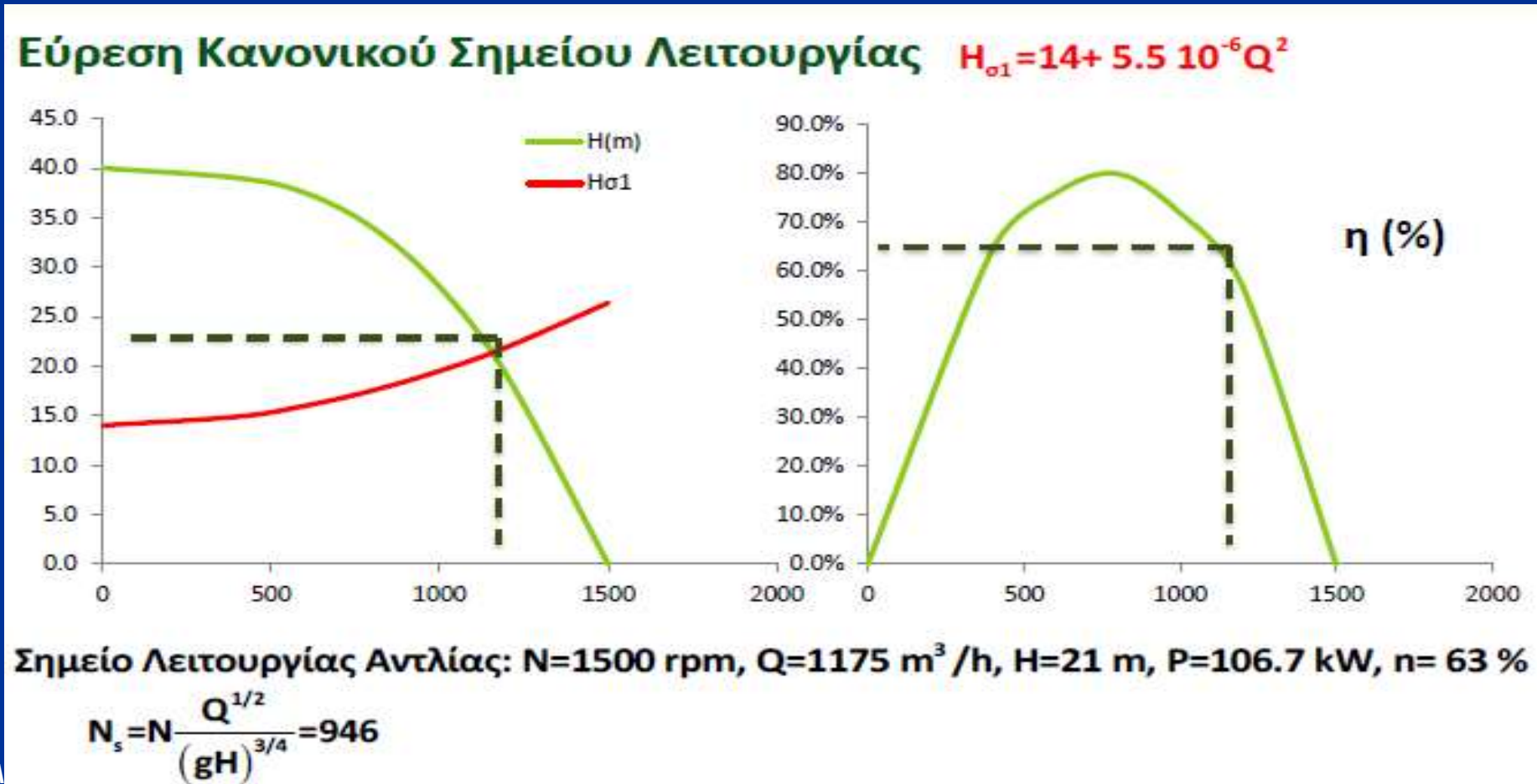
Σχήμα 1. Μονή Αντλία



8.8.2 Συνεργασία Αντλιών σε σειρά. – Άσκηση 8.2 (3)

Στα σχήματα 1-2 δίνονται εναλλακτικές συνδεσμολογίες φυγοκεντρικής αντλίας της οποίας οι χαρακτηριστικές καμπύλες δίνονται στον Πίνακα.

Δίνονται επίσης $z_1=5\text{m}$, $z_2=19\text{m}$, $\zeta_1=1.00\text{e-}6\text{ m}^{-5}\text{h}^2$, $\zeta_2=4.5\text{e-}6\text{ m}^{-5}\text{h}^2$, $h_{\text{atm}}=10\text{m}$.





8.8.2 Συνεργασία Αντλιών σε σειρά. – Άσκηση 8.2

(4)

Στα σχήματα 1-2 δίνονται εναλλακτικές συνδεσμολογίες φυγοκεντρικής αντλίας της οποίας οι χαρακτηριστικές καμπύλες δίνονται στον Πίνακα.

Δίνονται επίσης $z_1=5\text{m}$, $z_2=19\text{m}$, $\zeta_1=1.00\text{e-}6 \text{ m}^{-5}\text{h}^2$, $\zeta_2=4.5\text{e-}6 \text{ m}^{-5}\text{h}^2$, $h_{\text{atm}}=10\text{m}$.

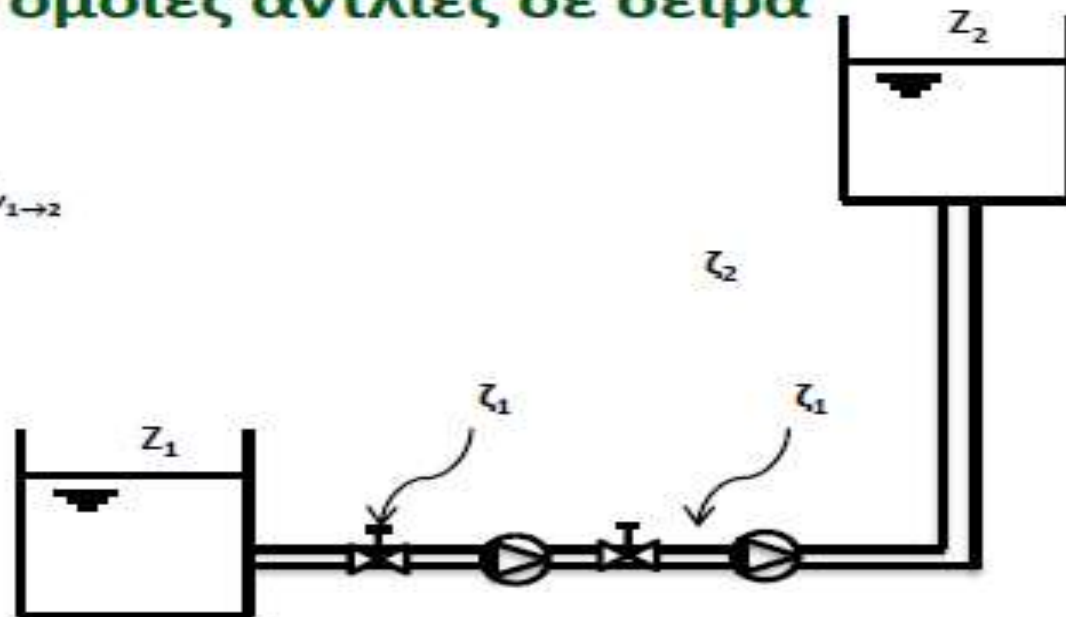
Εξίσωση Σωληνογραμμής για όμοιες αντλίες σε σειρά

$$h_1 + \frac{1}{2g} u_1^2 + z_1 + 2 H_{\text{αντλίας}} = h_2 + \frac{1}{2g} u_2^2 + z_2 + h_{v_1 \rightarrow 2}$$

Όμως $u_1 = u_2 = 0$, $h_1 = h_2 = h_{\text{atm}}$, άρα

$$H_{\text{ο1}} = (z_2 - z_1) + (2 \zeta_1 + \zeta_2) Q^2 \Rightarrow$$

$$H_{\text{ο1}} = 14 + 6.5 \cdot 10^{-6} Q^2$$

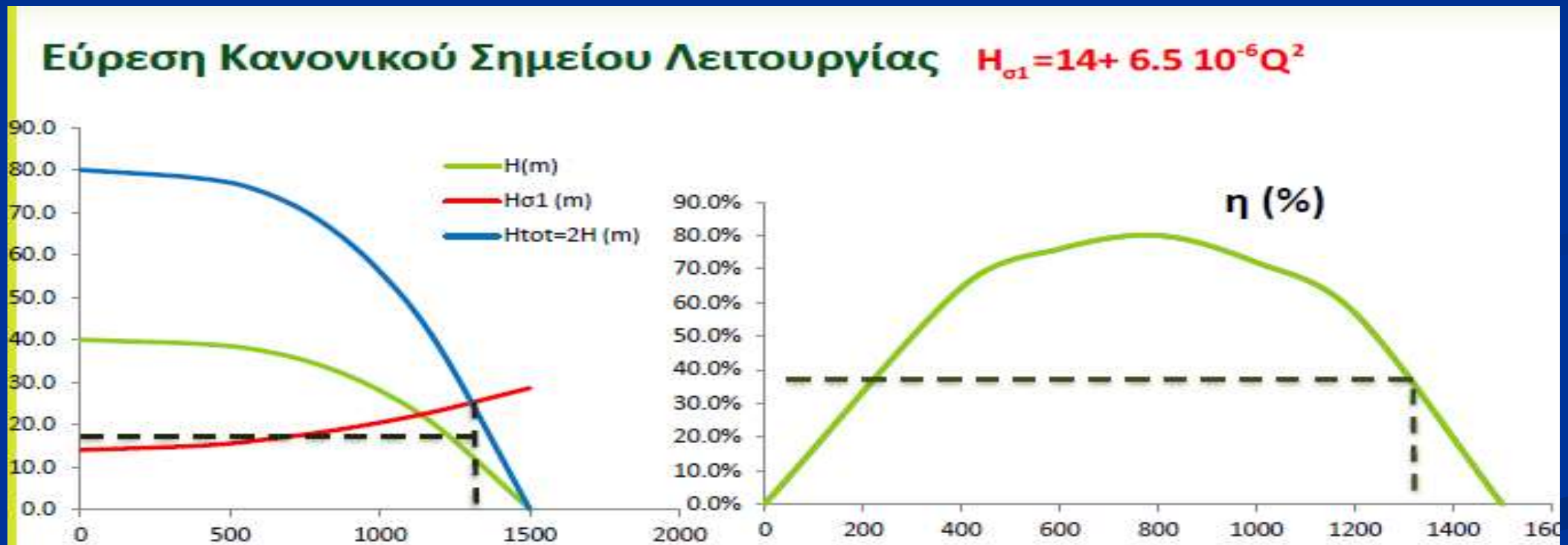




8.8.2 Συνεργασία Αντλιών σε σειρά. – Άσκηση 8.2 (5)

Στα σχήματα 1-2 δίνονται εναλλακτικές συνδεσμολογίες φυγοκεντρικής αντλίας της οποίας οι χαρακτηριστικές καμπύλες δίνονται στον Πίνακα.

Δίνονται επίσης $z_1=5\text{m}$, $z_2=19\text{m}$, $\zeta_1=1.00\text{e-}6\text{ m}^{-5}\text{h}^2$, $\zeta_2=4.5\text{e-}6\text{ m}^{-5}\text{h}^2$, $h_{\text{atm}}=10\text{m}$.



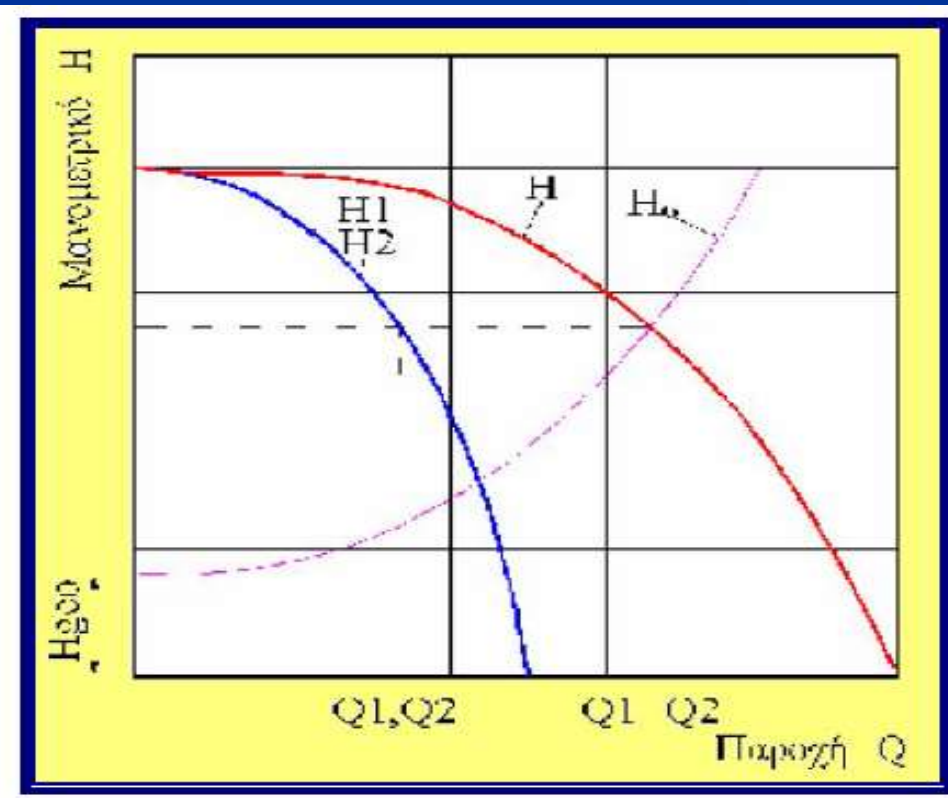
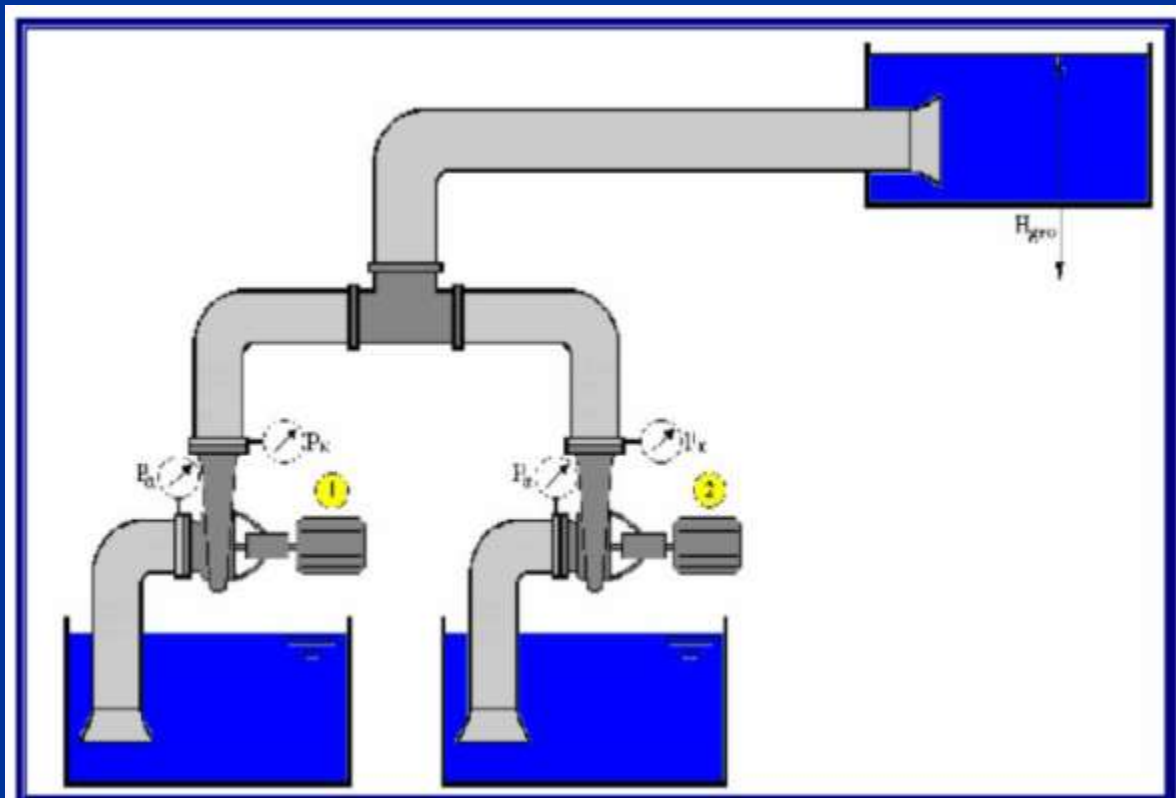
Σημείο Λειτουργίας Αντλίας: $N=1500\text{ rpm}$, $Q=1350\text{ m}^3/\text{h}$, $H=14\text{ m}$, $P=294.3\text{ kW}$, $\eta=35\%$

$$N_s = N \frac{Q^{1/2}}{(gH)^{3/4}} = 1374$$



9.1 Συνεργασία Αντλιών σε Παράλληλη σύνδεση. (1)

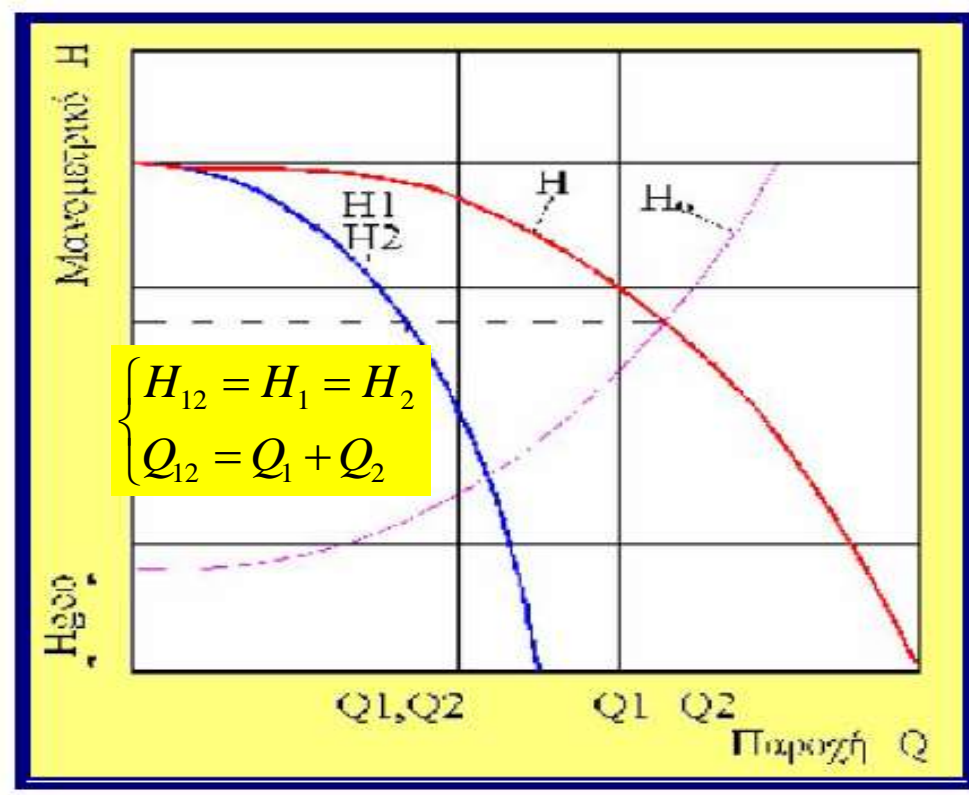
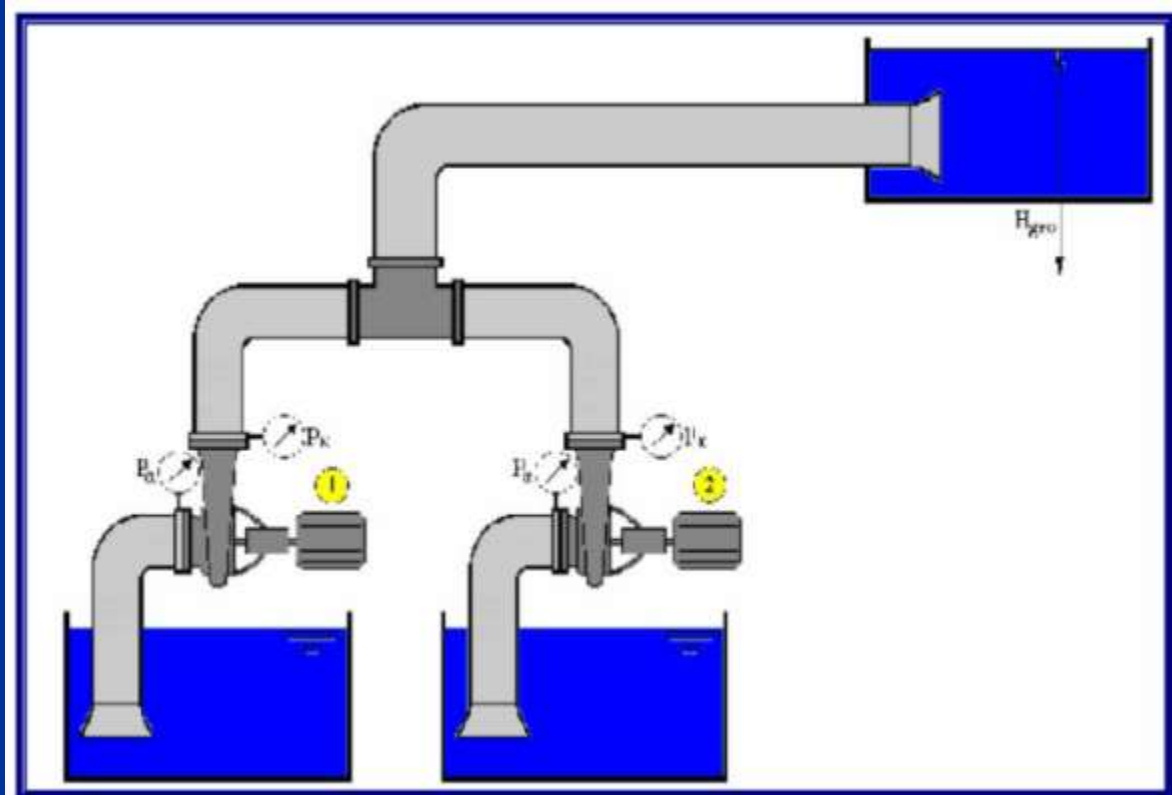
- Πολλές φορές είναι δυνατόν οι ανάγκες μιας αντλητικής εγκατάστασης να μην καλύπτονται από μόνο μια αντλία. Για αυτόν τον λόγο χρησιμοποιούνται δύο ή περισσότερες αντλίες, οι οποίες είναι μεταξύ τους συνδεδεμένες παράλληλα ή σε σειρά.
- Κάθε είδος συνδεσμολογίας έχει τις δικές του ιδιαιτερότητες, τις οποίες και ο μηχανικός προσπαθεί να εκμεταλλευτεί προκειμένου να προσδώσει στο αντλητικό σύστημα μεγαλύτερη ευελιξία.





9.1 Συνεργασία Αντλιών σε Παράλληλη σύνδεση. (2)

- Δύο αντλίες συνδέονται παράλληλα όταν οι καταθλίψεις τους συνδέονται στον ίδιο σωλήνα εξόδου. Σε αντίθεση με τη σύνδεση σειράς κατά την οποία η παροχή παραμένει σταθερή και ίδια με την παροχή καθεμιάς των προς σύνδεση αντλιών, στην περίπτωση παράλληλης σύνδεσης η συνισταμένη χαρακτηριστική προκύπτει αθροίζοντας την παροχή των δύο αρχικών αντλιών. Κάθε σημείο της συνισταμένης χαρακτηριστικής έχει παροχή το άθροισμα των παροχών των αντλιών για το ίδιο μανομετρικό. (Εδώ θεωρούνται 2 όμοιες αντλίες με $H_1 = H_2$)





9.1 Συνεργασία Αντλιών σε Παράλληλη σύνδεση. (3)

- Η κατάσταση της εξίσωσης ενεργειακού ισοζυγίου που θα οδηγήσει και στην εξίσωση σωληνογραμμής για την παράλληλη σύνδεση αντλιών είναι μια υψηλότερου βαθμού δυσκολίας διαδικασία. Δίνεται ο πίνακας χαρακτηριστικών των δύο αντλιών.

Αντλία 1

N (rpm)	2900									
Q1(m ³ /h)	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
H1(m)	30	29.5	28.5	27	25	21.5	17.5	12.5	7	0
η (%)	0%	30%	48%	63%	74%	80%	76%	62%	43%	0%

Αντλία 2

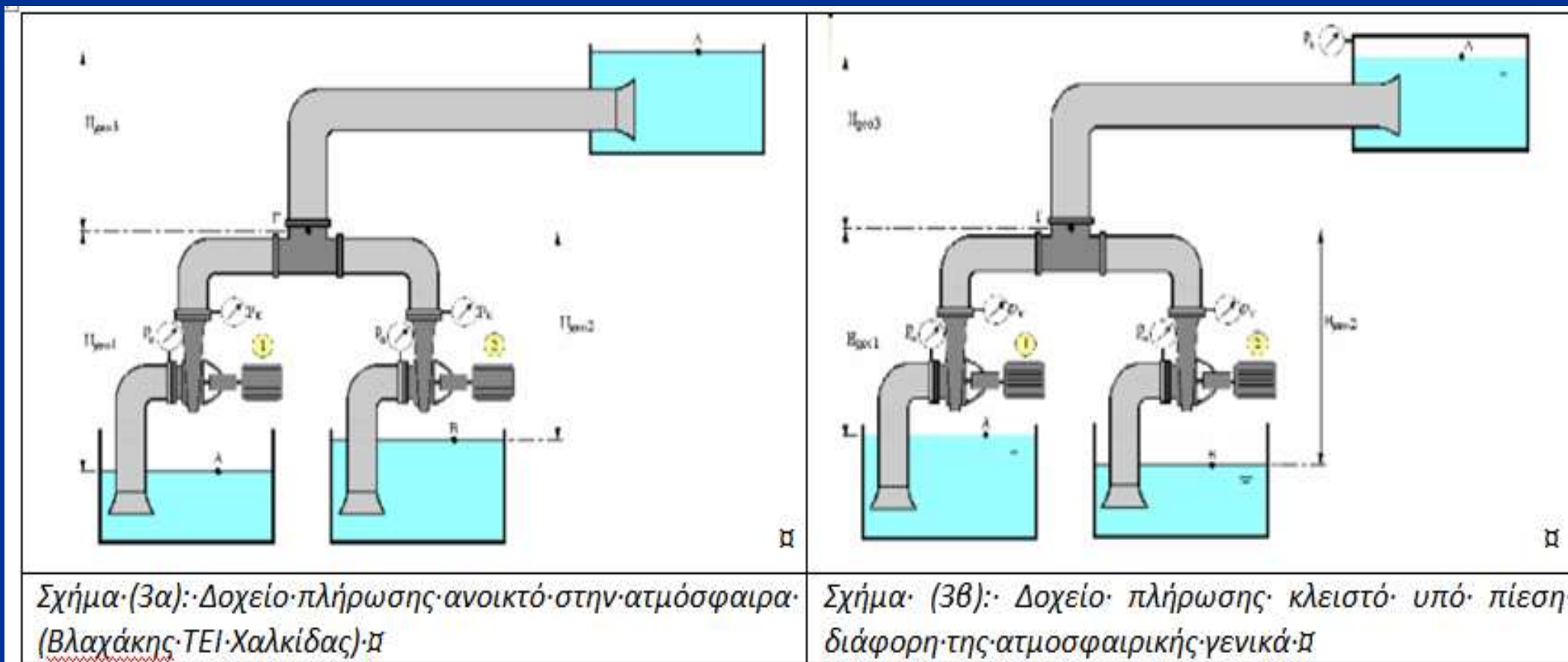
N (rpm)	2900													
Q2 (m ³ /h)	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130
H2(m)	44.5	44	43	42	41	39.5	37.5	35	32.5	29	25	19.5	11.4	0
η (%)	0%	25%	38%	51%	62%	71%	78%	83%	85%	82%	75%	62%	43%	0%



9.1 Συνεργασία Αντλιών σε Παράλληλη σύνδεση.

(4)

- Η κατάσταση της εξίσωσης ενεργειακού ισοζυγίου που θα οδηγήσει και στην εξίσωση σωληνογραμμής για την παράλληλη σύνδεση αντλιών είναι μια υψηλότερου βαθμού δυσκολίας διαδικασία. Δίνεται ο πίνακας χαρακτηριστικών των δύο αντλιών.





9.1 Συνεργασία Αντλιών σε Παράλληλη σύνδεση.

(5)

- Στις παραπάνω τοπολογίες παράλληλης σύνδεσης αντλιών ορίζονται γαιοδειακά ύψη ως προς το σημείο σύγκλισης των προς σύνδεση αντλιών. Η εφαρμογή που ακολουθεί θα γίνει για το Σχήμα 3β. Για το αντλητικό σύστημα ισχύουν:

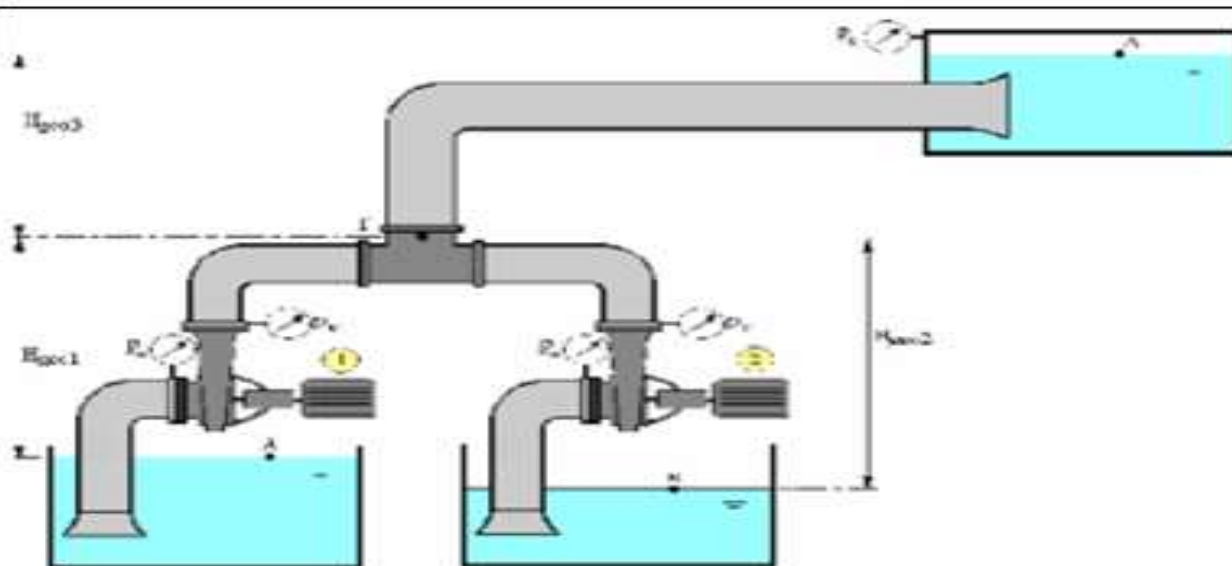
Σημείο Α: Ελεύθερη επιφάνεια δεξαμενής αναρρόφησης Αντλίας-1

Σημείο Β: Ελεύθερη επιφάνεια δεξαμενής αναρρόφησης Αντλίας-2

Σημείο Γ: Κατάθλιψη συνδυασμού των δύο αντλιών

Σημείο Δ: Ελεύθερη επιφάνεια δεξαμενής πλήρωσης

Προσοχή!!! Δίνεται $h_{\Delta} = 5.1m$



$$H_{geo1} = Z_{\Gamma} - Z_A = 2m$$

$$\zeta_{AG} = 0.001$$

$$H_{geo2} = Z_{\Gamma} - Z_B = 1m$$

$$\zeta_{BG} = 0.001$$

$$H_{geo3} = Z_{\Delta} - Z_{\Gamma} = 1.5m$$

$$\zeta_{G\Delta} = 0.0006$$

Σχήμα (3β): Δοχείο πλήρωσης κλειστό υπό πίεση· διαφορά της ατμοσφαιρικής γενικά· π



9.1 Συνεργασία Αντλιών σε Παράλληλη σύνδεση. (6)

Διαδρομές Ρευστού. – Εξισώσεις Ενεργειακού Ισοζυγίου Διαδρομών.

➤ Διαδρομή **A** → **Γ** (Δεξαμενή αναρρόφησης-1 → Κατάθλιψη Συστήματος αντλιών).

$$\begin{aligned} h_A + Z_A + H_{a1} &= h_\Gamma + Z_\Gamma + \Delta h_{A\Gamma} \Rightarrow h_\Gamma = h_A + Z_A + H_{a1} - (Z_\Gamma + \Delta h_{A\Gamma}) \Rightarrow \\ h_\Gamma &= h_A + H_{a1} - (Z_\Gamma - Z_A) - \Delta h_{A\Gamma} \Rightarrow \boxed{h_\Gamma = h_A + H_{a1} - H_{geo1} - \zeta_{A\Gamma} Q_1^2} \end{aligned} \quad (A1)$$

➤ Διαδρομή **B** → **Γ** (Δεξαμενή αναρρόφησης-2 → Κατάθλιψη Συστήματος αντλιών).

$$\begin{aligned} h_B + Z_B + H_{a2} &= h_\Gamma + Z_\Gamma + \Delta h_{B\Gamma} \Rightarrow h_\Gamma = h_B + Z_B + H_{a2} - (Z_\Gamma + \Delta h_{AB}) \Rightarrow \\ h_\Gamma &= h_B + H_{a2} - (Z_\Gamma - Z_B) - \Delta h_{AB} \Rightarrow \boxed{h_\Gamma = h_B + H_{a2} - H_{geo2} - \zeta_{B\Gamma} Q_2^2} \end{aligned} \quad (B1)$$

➤ Διαδρομή **Γ** → **Δ** (Κατάθλιψη Συστήματος αντλιών → Δοχείο Πλήρωσης).

$$\begin{aligned} h_\Gamma + Z_\Gamma &= h_\Delta + Z_\Delta + \Delta h_{\Gamma\Delta} \Rightarrow h_\Gamma = h_\Delta + (Z_\Delta - Z_\Gamma) + \Delta h_{\Gamma\Delta} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \boxed{h_\Gamma = h_\Delta + H_{geo3} + \zeta_{\Gamma\Delta} Q_{12}^2} \end{aligned} \quad (\Gamma 1)$$



9.1 Συνεργασία Αντλιών σε Παράλληλη σύνδεση. (7)

Κατασκευή Χαρακτηριστικών και εξισώσεων απωλειών για τις ανεξάρτητες αντλίες.

Σε κοινούς άξονες κατασκευάζουμε γραφικές παραστάσεις που περιλαμβάνουν:

- το μανομετρικό κάθε αντλίας $H_{a_i} = f(Q_i)$, από τους πίνακες των αντλιών,
- την εξίσωση σωληνογραμμής (απώλειες κάθε διαδρομής), $H_{\sigma_i} = f(Q_i)$, δηλ. $H_{\sigma_i} = H_{geo,i} + \zeta_i Q_i^2$
- τη διαφορά μεταξύ του μανομετρικού κάθε αντλίας και της αντίστοιχης εξίσωσης απωλειών σωληνογραμμής.
- Από τις εξισώσεις (Α1, Β1, Γ1), αφαιρώντας τα μανομετρικά των αντλιών προκύπτουν οι εξισώσεις απωλειών για κάθε τμήμα σωληνογραμμής. Αναλυτικότερα είναι:



9.1 Συνεργασία Αντλιών σε Παράλληλη σύνδεση. (8)

Κατασκευή Χαρακτηριστικών και εξισώσεων απωλειών για τις ανεξάρτητες αντλίες.

➤ Από τις εξισώσεις (A1, B1, Γ1), αφαιρώντας τα μανομετρικά των αντλιών προκύπτουν οι εξισώσεις απωλειών για κάθε τμήμα σωληνογραμμής. Αναλυτικότερα είναι:

$$H_{\sigma_i} = H_{geo,i} + \zeta_i Q_i^2$$

$$h_{\Gamma} = h_A + H_{a1} - H_{geo1} - \zeta_{A\Gamma} Q_1^2 \Rightarrow h_{\Gamma} - h_A = H_{a1} - (H_{geo1} + \zeta_{A\Gamma} Q_1^2) \quad (A2)$$

$$h_{\Gamma} = h_B + H_{a2} - H_{geo2} - \zeta_{B\Gamma} Q_2^2 \Rightarrow h_{\Gamma} - h_B = H_{a2} - (H_{geo2} + \zeta_{B\Gamma} Q_2^2) \quad (B2)$$

$$h_{\Gamma} = h_{\Delta} + \zeta_{\Gamma\Delta} Q_{12}^2 + H_{geo3} \Rightarrow h_{\Gamma} - h_{\Delta} = \zeta_{\Gamma\Delta} Q_{12}^2 + H_{geo3} \Rightarrow h_{\Gamma} - h_{\Delta} = H_{geo3} + \zeta_{\Gamma\Delta} (Q_1 + Q_2)^2 \quad (\Gamma2)$$

Στο σχήμα που ακολουθεί οι απώλειες σωληνογραμμής για κάθε τμήμα σωληνώσεων σημειώνονται:

$$H_{s1} = H_{geo1} + \zeta_{A\Gamma} Q_1^2$$

$$H_{s2} = H_{geo2} + \zeta_{B\Gamma} Q_2^2$$



9.1 Συνεργασία Αντλιών σε Παράλληλη σύνδεση. (9)

Κατασκευή Χαρακτηριστικών και εξισώσεων απωλειών για τις ανεξάρτητες αντλίες.

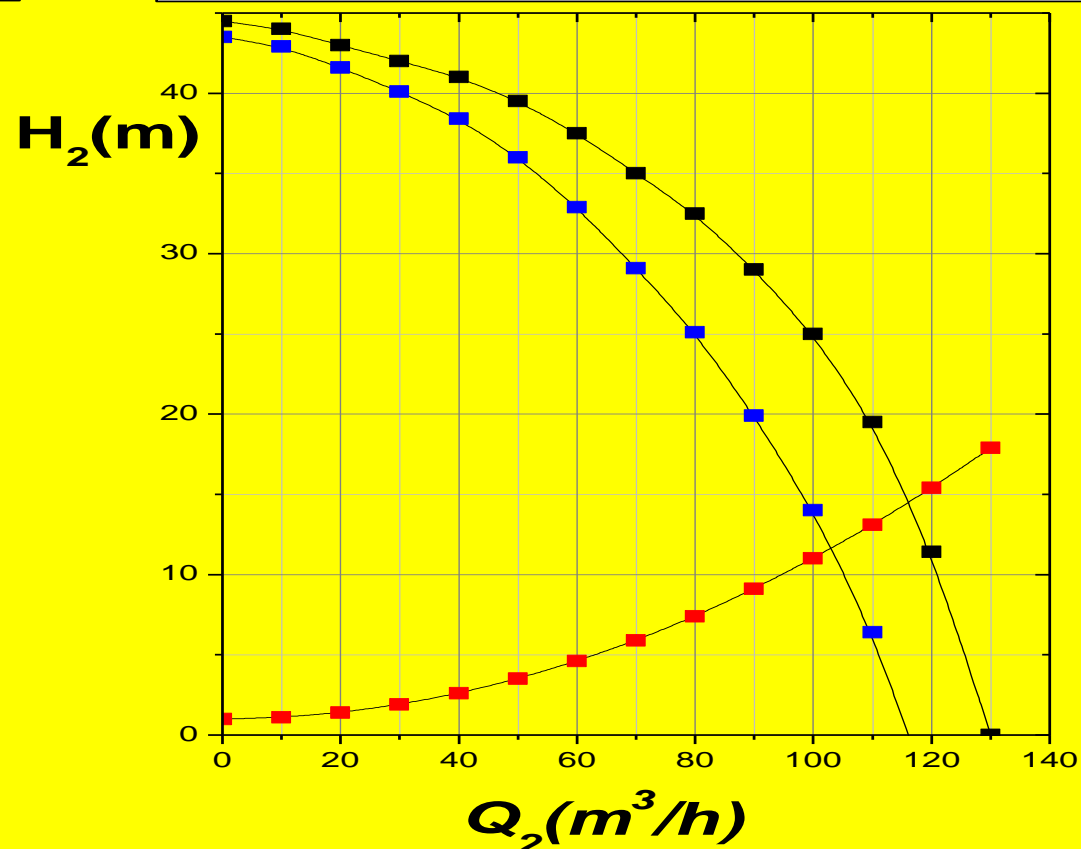
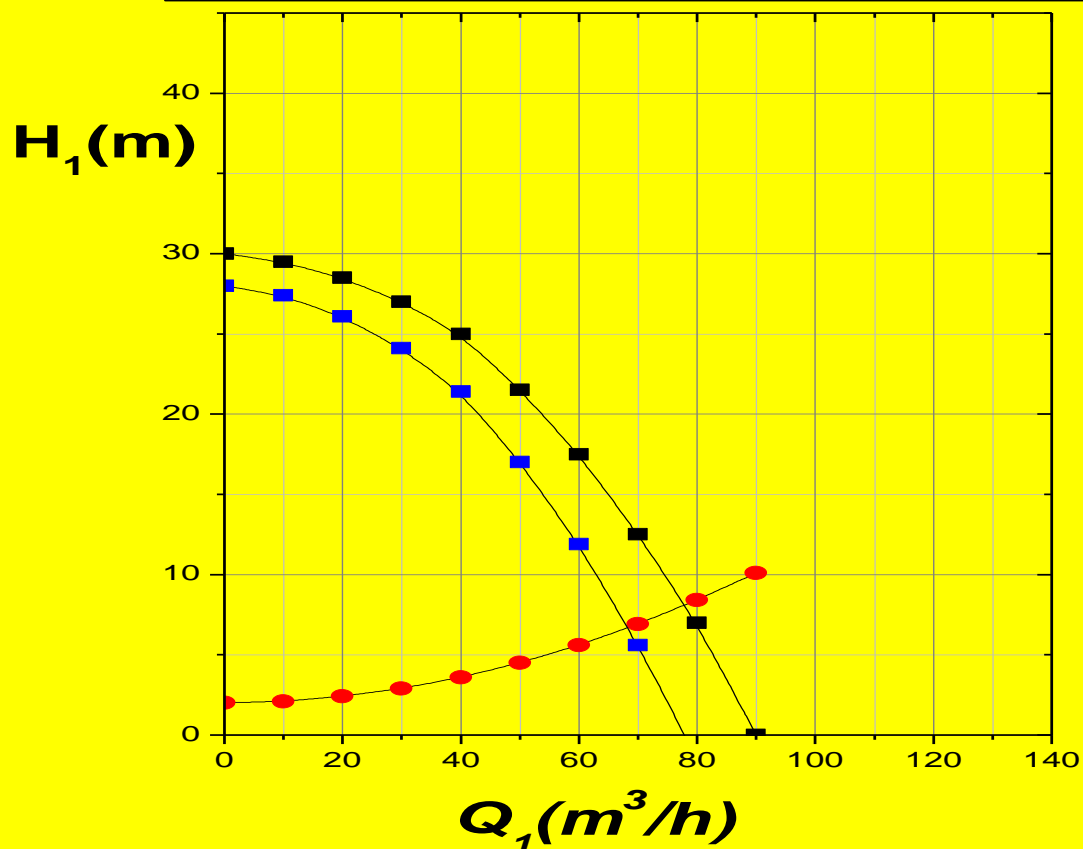
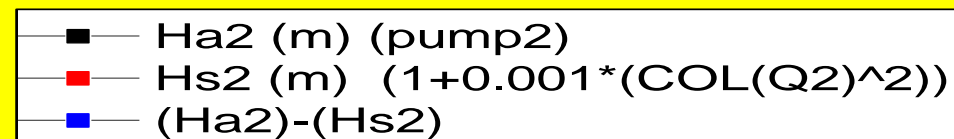
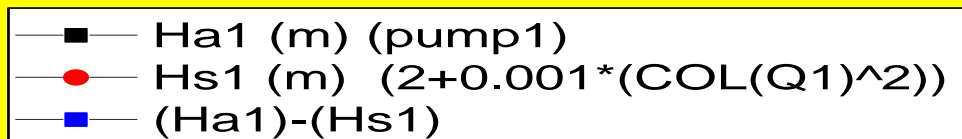
Σε κοινούς άξονες κατασκευάζουμε γραφικές παραστάσεις που περιλαμβάνουν:

- το μανομετρικό κάθε αντλίας $H_{a_i} = f(Q_i)$, από τους πίνακες των αντλιών,
- την εξίσωση σωληνογραμμής (απώλειες κάθε διαδρομής), $H_{\sigma_i} = f(Q_i)$, δηλ. $H_{\sigma_i} = H_{geo,i} + \zeta_i Q_i^2$
- τη διαφορά μεταξύ του μανομετρικού κάθε αντλίας και της αντίστοιχης εξίσωσης απωλειών σωληνογραμμής.
- Από τις εξισώσεις (Α1, Β1, Γ1), αφαιρώντας τα μανομετρικά των αντλιών προκύπτουν οι εξισώσεις απωλειών για κάθε τμήμα σωληνογραμμής.



9.1 Συνεργασία Αντλιών σε Παράλληλη σύνδεση.

(10)



Διαγράμματα χαρακτηριστικών ανεξαρτήτων αντλιών μέχρι το σημείο σύγκλισης του ρευστού. 52



9.1 Συνεργασία Αντλιών σε Παράλληλη σύνδεση.

(11)

Υπολογισμός Παροχών

➤ Για τη συνέχεια της άσκησης θα χρησιμοποιηθούν μόνο οι καμπύλες

$$H1' = H_{a1} - H_{s1},$$

$$H2' = H_{a2} - H_{s2}$$

δηλ. η διαφορά μεταξύ του μανομετρικού κάθε αντλίας και της αντίστοιχης εξίσωσης απωλειών σωληνογραμμής που στο διάγραμμα που ακολουθεί σημειώνονται με **H1'**, **H2'**.

➤ Για τον υπολογισμό των παροχών λειτουργίας κάθε αντλίας με γραφική λύση αρκεί να σκεφτεί κανείς ότι στο σημείο Γ η στατική πίεση θα είναι ίδια ανεξάρτητα του δρόμου που θα έχει ακολουθήσει το ρευστό μέχρι το συγκεκριμένο σημείο. Δηλ.

$$h_{\Gamma 1} = h_A + H_{a1} - H_{geo1} - \zeta_{A\Gamma} Q_1^2 \quad \text{Από τη διαδρομή ΑΓ}$$

$$h_{\Gamma 2} = h_B + H_{a2} - H_{geo2} - \zeta_{B\Gamma} Q_2^2 \quad \text{Από τη διαδρομή ΒΓ}$$

Εξισώνοντας τις παραπάνω σχέσεις απαιτούμε: $h_{\Gamma 1} = h_{\Gamma 2} \Rightarrow$

$$h_A + H_{a1} - H_{geo1} - \zeta_{A\Gamma} Q_1^2 = h_B + H_{a2} - H_{geo2} - \zeta_{B\Gamma} Q_2^2$$

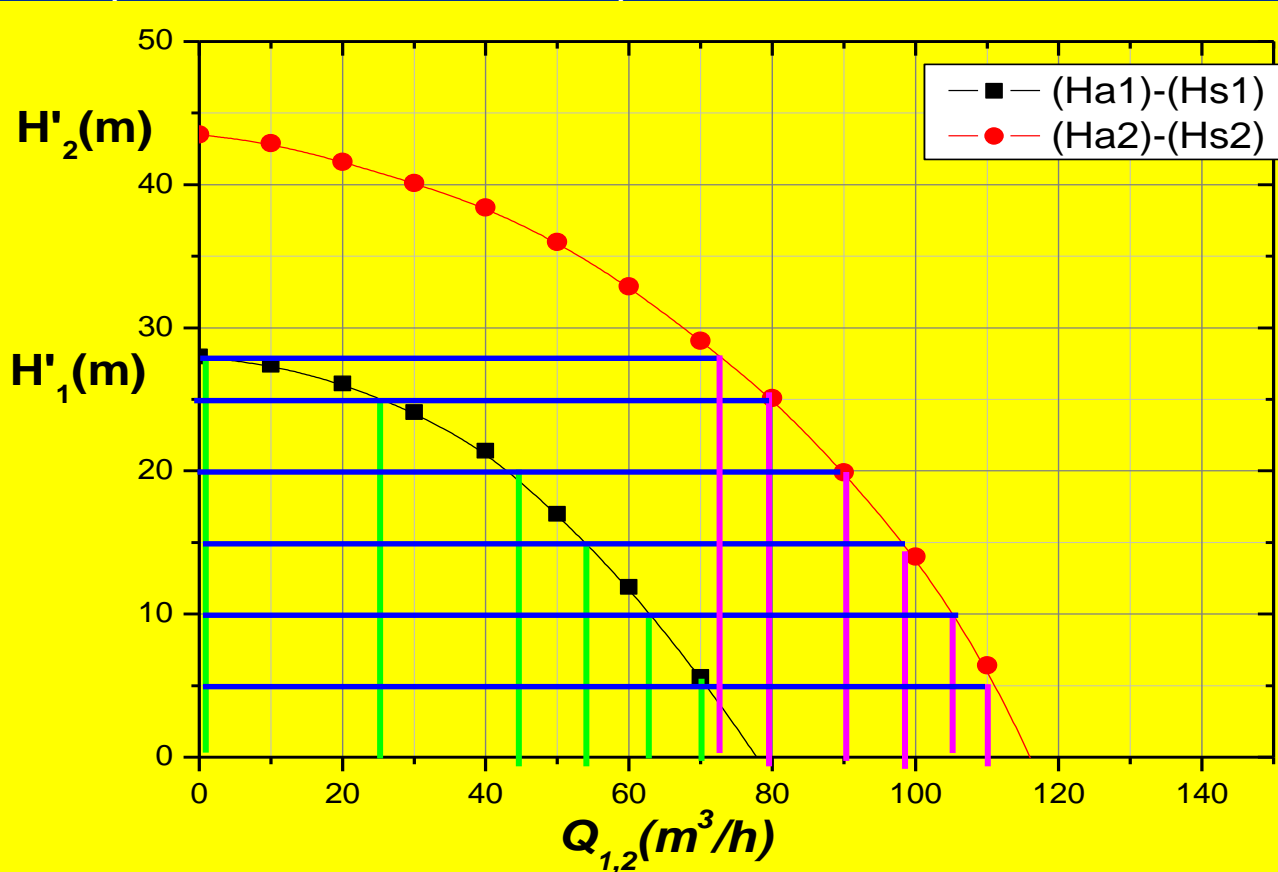


9.1 Συνεργασία Αντλιών σε Παράλληλη σύνδεση.

(12)

Καταγραφή παροχών των αντλιών για κοινά μανομετρικά κατά την παράλληλη σύνδεσή τους

- Στη συνέχεια προβάλλουμε τα σημεία για τα οποία $h_{r1} = h_{r2}$ στον άξονα των παροχών και σημειώνουμε τις παροχές Q_1 , Q_2 κάθε αντλίας. Δημιουργούμε τα αθροίσματα (Q_1+Q_2) όπως φαίνεται στον πίνακα παρακάτω.



ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ - ΠΑΡΟΧΩΝ

	$H[X]$	$Q1[Y]$	$Q2[Y]$	$Q[Y]$
	H'	$Q1$ (m³/h)	$Q2$ (m³/h)	$Q=Q1+Q2$
1	28	0	72	72
2	25	25	80	105
3	20	45	90	135
4	15	54	97	151
5	10	62	105	167
6	5	70	110	180
7				-

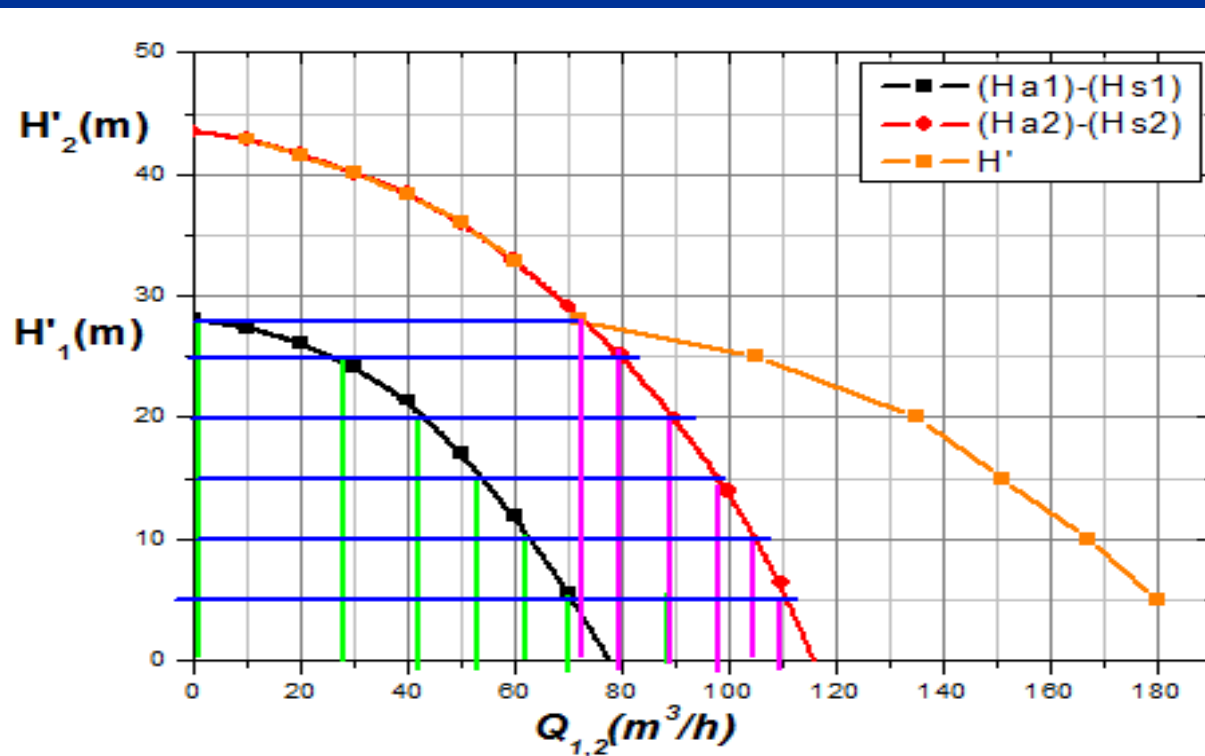


9.1 Συνεργασία Αντλιών σε Παράλληλη σύνδεση.

(13)

Υπολογισμός Χαρακτηριστικής λειτουργίας παράλληλης σύνδεσης αντλιών.

- Κατασκευάζουμε το διάγραμμα $H = f(Q_1+Q_2)$ όπως φαίνεται στον επισυναπτόμενο πίνακα. Παρατηρούμε ότι κοινή περιοχή για το άθροισμα (Q_1+Q_2) υπάρχει για τιμές μεγαλύτερες των $72\text{m}^3/\text{h}$. Προφανώς για τιμές παροχών μικρότερες θα χρησιμοποιηθεί μόνο το μονομετρικό της μεγαλύτερης αντλίας.



H(X1)	Q1(Y1)	Q2(Y1)	Q(Y1)	A(Y1)	Q12(X2)	C(Y2)	B(Y2)
H'	Q1 (m ³ /h)	Q2 (m ³ /h)	Q=Q1+Q2		Q=Q1+Q2	H'	H _g
28	0	72	72		72	28	9.7104
25	25	80	105		105	25	13.215
20	45	90	135		135	20	17.535
15	54	97	151		151	15	20.2806
10	62	105	167		167	10	23.3334
5	70	110	180		180	5	26.04



9.1 Συνεργασία Αντλιών σε Παράλληλη σύνδεση. (14)

Υπολογισμός Σημείου Λειτουργίας παράλληλης συνδεσμολογίας αντλιών

- Για να βρεθεί το σημείο λειτουργίας καταφεύγουμε στην κατάστρωση της εξίσωσης ενεργειακού ισοζυγίου της διαδρομής (ΓΔ) του ρευστού όπως φάνηκε και νωρίτερα στη σχέση (Γ1) όπου με αντικατάσταση των αριθμητικών τιμών υπολογίζεται η εξίσωση σωληνογραμμής (εξίσωση απωλειών στη διαδρομή ΓΔ). Δηλ.

$$h_T = h_{\Delta} + \zeta_{\Gamma\Delta} Q_{12}^2 + H_{geo3} \Rightarrow h_T = 5.1 + 0.0006(Q_1 + Q_2)^2 + 1.5 \Rightarrow h_T = 6.6 + 0.0006(Q_1 + Q_2)^2$$

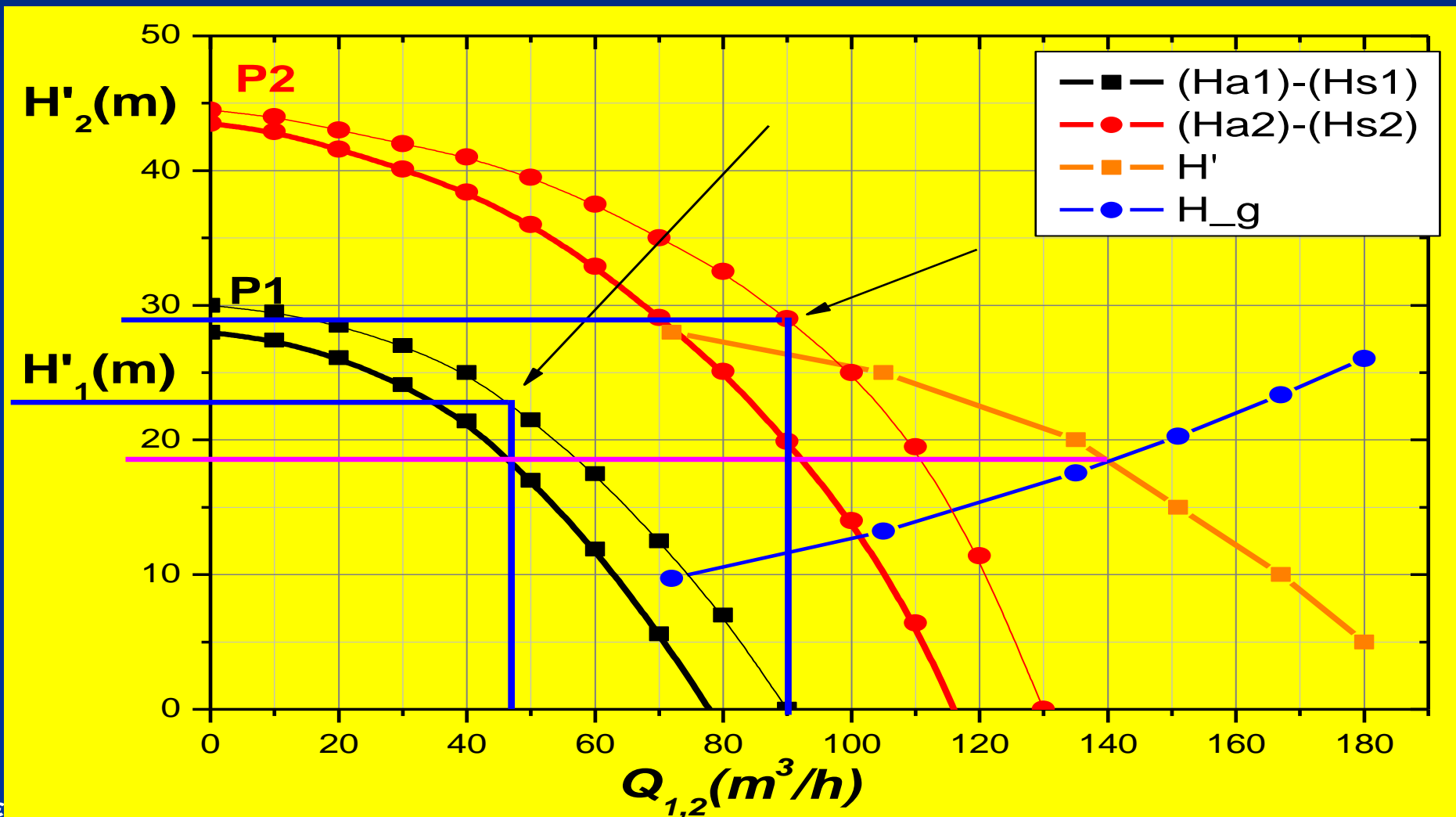
- Αντικαθιστώντας τις τιμές του αθροίσματος των παροχών (Q_1+Q_2) κατασκευάζουμε την εξίσωση σωληνογραμμής που ως γνωστό έχει μορφή παραβολής. Το σημείο τομής της h_T με την $H = f(Q_1+Q_2)$ θα δώσει το σημείο λειτουργίας.



9.1 Συνεργασία Αντλιών σε Παράλληλη σύνδεση.

(15)

Υπολογισμός Σημείου Λειτουργίας παράλληλης συνδεσμολογίας αντλιών





9.1 Συνεργασία Αντλιών σε Παράλληλη σύνδεση. (16)

Υπολογισμός Σημείου Λειτουργίας παράλληλης συνδεσμολογίας αντλιών

Από το διάγραμμα προκύπτει σημείο λειτουργίας της παράλληλης σύνδεσης το σημείο

$$(H, Q) = (18m, 140m^3/h)$$

Από το διάγραμμα προκύπτουν σημεία λειτουργίας των αντλιών

$$\begin{cases} (H_1, Q_1) = (22.5m, 48 m^3/h) \\ (H_2, Q_2) = (28.5m, 90 m^3/h) \end{cases}$$

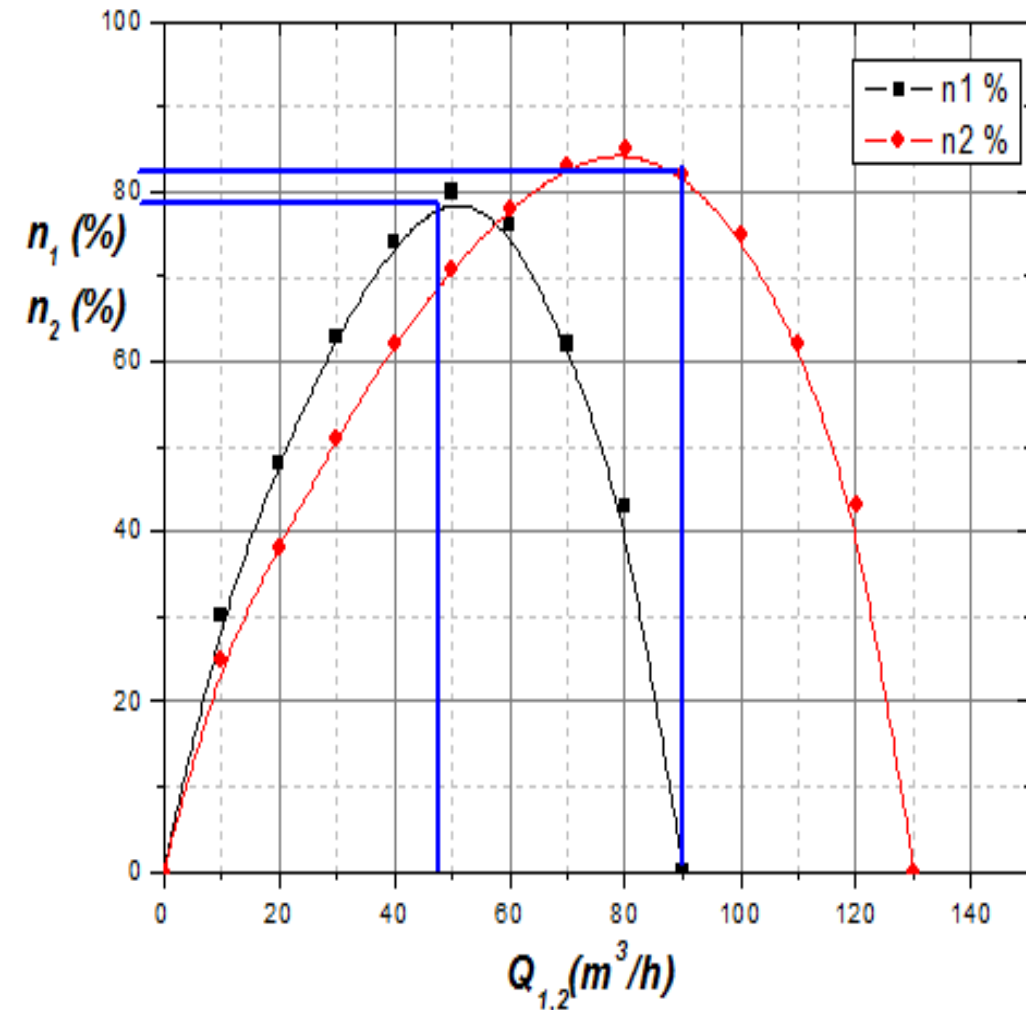
- Παρατηρούμε ότι προκύπτει μικρή απόκλιση ως προς το άθροισμα των παροχών των αντλιών 1,2 το οποίο θα έπρεπε να ισούται με την παροχή του σημείου λειτουργίας.



9.1 Συνεργασία Αντλιών σε Παράλληλη σύνδεση.

(17)

Αξιολόγηση Σημείου Λειτουργίας ως προς την απόδοση του αντλητικού συστήματος.



Αντλία 1

N (rpm)	2900									
Q_1 (m^3/h)	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
H1 (m)	30	29.5	28.5	27	25	21.5	17.5	12.5	7	0
n (%)	0%	30%	48%	63%	74%	80%	76%	62%	43%	0%

Αντλία 2

N (rpm)	2900													
Q_2 (m^3/h)	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130
H2 (m)	44.5	44	43	42	41	39.5	37.5	35	32.5	29	25	19.5	11.4	0
n (%)	0%	25%	30%	51%	62%	71%	78%	83%	85%	82%	75%	62%	43%	0%