

ΨΣ003 – Φυσική

Φορτίο - Ηλεκτρικό πεδίο - Νόμος Gauss

Γιάννης Λιαπέρδος

Πανεπιστήμιο Πελοποννήσου
Σχολή Οικονομίας και Τεχνολογίας
Τμήμα Ψηφιακών Συστημάτων

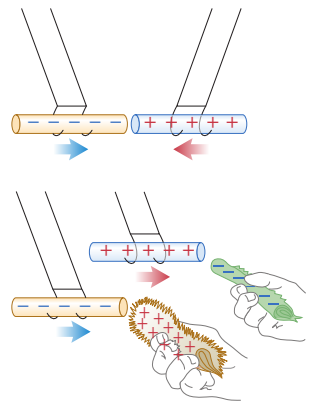
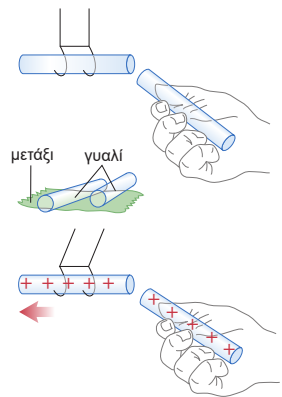
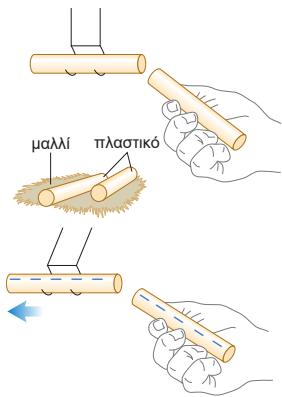


Περιεχόμενα

- 1 Ηλεκτρικό φορτίο
- 2 Νόμος του Coulomb
- 3 Πεδία δυνάμεων
- 4 Ηλεκτρικό πεδίο
- 5 Ασκήσεις
- 6 Νόμος του Gauss



Τι είναι το ηλεκτρικό φορτίο; (1/2)



Τι είναι το ηλεκτρικό φορτίο; (2/2)

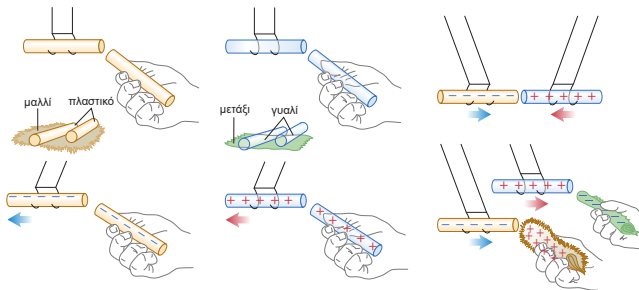
Ορισμός

Ηλεκτρικό φορτίο είναι μια θεμελιώδης **ιδιότητα** η οποία αποτελεί την αιτία άσκησης **δυνάμεων** μεταξύ των αντικειμένων που την διαθέτουν.

Ερώτηση 1.1

Ποια παρόμοια ιδιότητα γνωρίζετε;

Είδη/μορφές ηλεκτρικού φορτίου (1/2)



Το ηλεκτρικό φορτίο διακρίνεται σε δύο μορφές:

- θετικό
- αρνητικό



Είδη/μορφές ηλεκτρικού φορτίου (2/2)

Ερώτηση 1.2

Ποιο είδος δυνάμεων (ελκτικές/απωστικές) ασκείται μεταξύ:

- 1 θετικών φορτίων
- 2 θετικού και αρνητικού φορτίου
- 3 αρνητικών φορτίων



Σύμβολο / μονάδα μέτρησης του ηλεκτρικού φορτίου

Σύμβολο

Το ηλεκτρικό φορτίο συμβολίζεται συνήθως με q ή Q .

Μονάδα μέτρησης

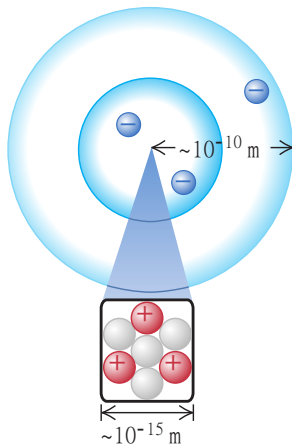
Μονάδα μέτρησης του ηλεκτρικού φορτίου (στο διεθνές σύστημα – SI) είναι το **Coulomb (C ή Cb)**.




Ερώτηση 1.3

Πώς ορίζεται το Coulomb;



Ηλεκτρικό φορτίο και ατομική δομή



- 
πρωτόνιο: θετικό φορτίο
 $1.673 * 10^{-27} \text{ kg}$
- 
νετρόνιο: χωρίς φορτίο
 $1.675 * 10^{-27} \text{ kg}$
- 
ηλεκτρόνιο: αρνητικό φορτίο
 $9.109 * 10^{-31} \text{ kg}$

$$q_p = -q_e = 1.60217662 \times 10^{-19} \text{ Cb}$$



Διατήρηση του φορτίου



Σε κάθε **κλειστό** σύστημα, το αλγεβρικό άθροισμα του φορτίου που περιέχεται σε αυτό παραμένει **σταθερό**.

Ερώτηση 1.4

Τι εννοούμε με τον όρο **κλειστό σύστημα**;



Φόρτιση

Φορτίο αντικειμένου

Το **συνολικό φορτίο** ενός αντικειμένου μπορεί να είναι:

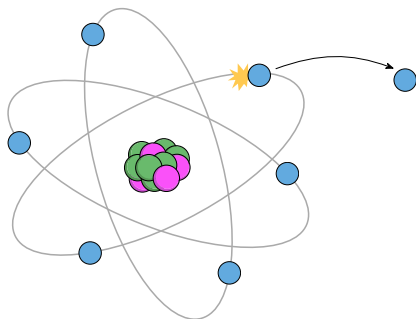
- 1 θετικό
- 2 αρνητικό
- 3 ουδέτερο

Φόρτιση αντικειμένου

Η διαδικασία μετατροπής του συνολικού φορτίου ενός **ουδέτερου** αντικειμένου σε **θετικό** ή **αρνητικό** ονομάζεται **φόρτιση**.



Ιονισμός



Ερώτηση 1.5

Τι απαιτείται για τη μετατροπή ενός ατόμου σε **ιόν**;



Στατικός ηλεκτρισμός

Στατικός ηλεκτρισμός

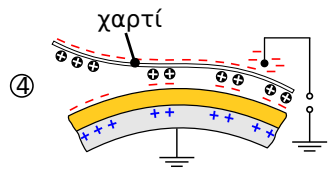
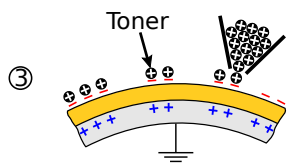
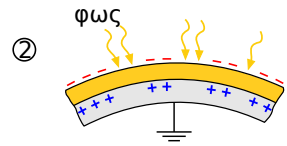
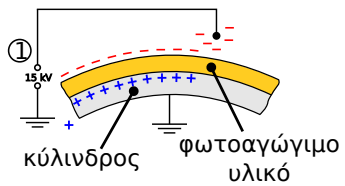
Στατικός ηλεκτρισμός ονομάζεται η **ανισοκατανομή** ηλεκτρικού φορτίου στο εσωτερικό ή στην επιφάνεια ενός υλικού.



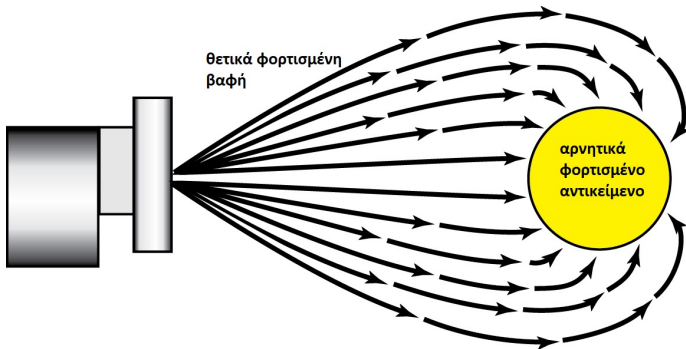
Chris Darling, Portland, USA - static on the playground, CC BY 2.0,
<https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=3416898>



Εφαρμογή: φωτοτυπικό μηχάνημα / εκτυπωτής Laser



Εφαρμογή: ηλεκτροστατική βαφή



Αγωγοί / μονωτές (1/4)

Αγωγοί

Αγωγοί του ηλεκτρισμού ονομάζονται τα υλικά που επιτρέπουν με ευκολία τη **μετακίνηση φορτίου** από μια περιοχή τους σε μια άλλη.



ασήμι



χρυσός



χαλκός



ατσάλι

θαλασσινό
νερό

Αγωγοί / μονωτές (2/4)

Μονωτές

Μονωτές του ηλεκτρισμού ονομάζονται τα υλικά που **δεν** επιτρέπουν τη **μετακίνηση φορτίου** από μια περιοχή τους σε μια άλλη.



λάστιχο



γυαλί



λάδι



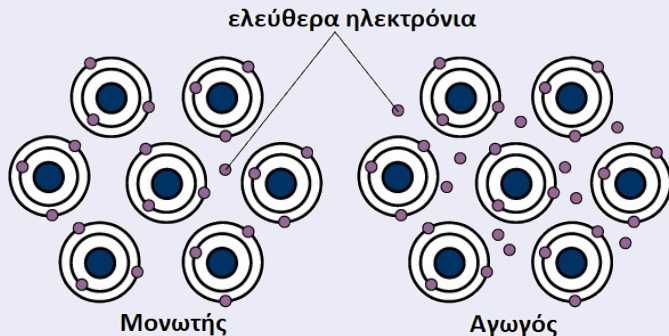
διαμάντι



ξύλο

Αγωγοί / μονωτές (3/4)

Ηλεκτρονική δομή αγωγών / μονωτών



Αγωγοί / μονωτές (4/4)

Ερώτηση 1.6

Έστω ένα υλικό το οποίο είναι αγωγός του ηλεκτρισμού. Ως προς τη μετάδοση θερμότητας, το ίδιο υλικό θα είναι καλός ή κακός αγωγός και γιατί;



Μέθοδοι φόρτισης (1/5)

Φόρτιση αντικειμένου

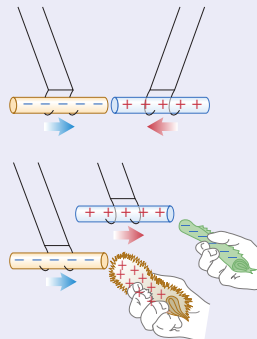
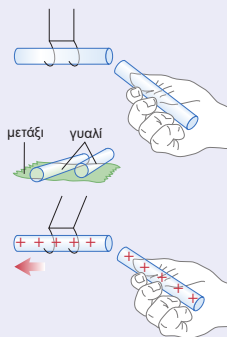
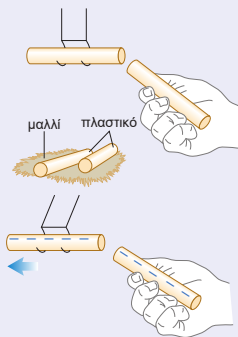
Η **φόρτιση** ενός αντικειμένου μπορεί να γίνει με:

- 1 τριβή
- 2 αγωγή (επαφή)
- 3 επαγωγή
- 4 πόλωση



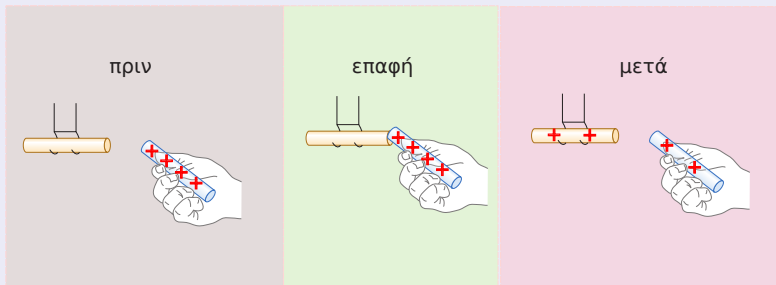
Μέθοδοι φόρτισης (2/5)

Φόρτιση με τριβή



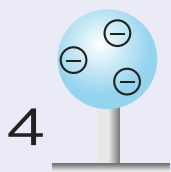
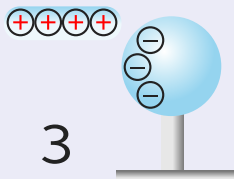
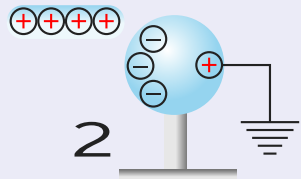
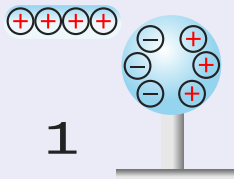
Μέθοδοι φόρτισης (3/5)

Φόρτιση με αγωγή (επαφή)



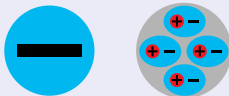
Μέθοδοι φόρτισης (4/5)

Φόρτιση με επαγωγή

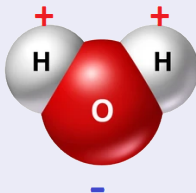


Μέθοδοι φόρτισης (5/5)

Φόρτιση με πόλωση



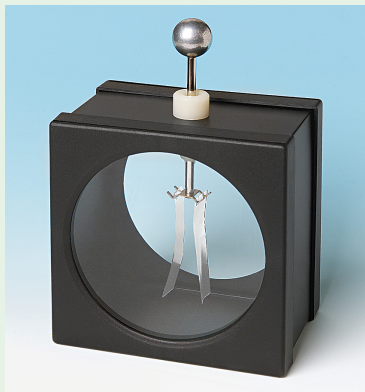
Το μόριο του νερού ως δίπολο



Ερωτήσεις (1/2)

Ερώτηση 1.7

Τι είναι το **ηλεκτροσκόπιο**;



Ερωτήσεις (2/2)

Ερώτηση 1.8

Ποια η χρησιμότητα της αλυσίδας της εικόνας;



Προσομοίωση



`https://phet.colorado.edu/sims/html/
balloons-and-static-electricity/latest/
balloons-and-static-electricity_en.html`

Περιεχόμενα

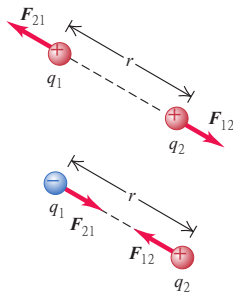
- 1 Ηλεκτρικό φορτίο
- 2 Νόμος του Coulomb**
- 3 Πεδία δυνάμεων
- 4 Ηλεκτρικό πεδίο
- 5 Ασκήσεις
- 6 Νόμος του Gauss



Charles-Augustin de Coulomb (1736 – 1806)

Νόμος του Coulomb (1/2)

$$F = k \frac{|q_1 q_2|}{r^2}$$



$k = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$, η σταθερά του Coulomb

Νόμος του Coulomb (2/2)

Ερώτηση 1.9

Ποια είναι η **διεύθυνση** της δύναμης Coulomb και ποια η **φορά** της;

Ερώτηση 1.10

Ποια σχέση έχουν οι δυνάμεις $F_{12}^{\vec{}}$ και $F_{21}^{\vec{}}$ της προηγούμενης διαφάνειας;

Ερώτηση 1.11

Υπό ποιές **προϋποθέσεις** ισχύει ο Νόμος του Coulomb;

Ερώτηση 1.12

Πώς προκύπτει η μονάδα μέτρησης της σταθεράς k ;

Ασκήσεις (1/2)

Άσκηση 1.1

Μικρή φορτισμένη σφαίρα κρέμεται ελεύθερα από το άγκιστρο δυναμόμετρου. Αν κάτω από αυτή, στην ίδια κατακόρυφο και σε απόσταση 30cm , τοποθετήσουμε φορτίο $+10^{-5}\text{C}$ η ένδειξη του δυναμόμετρου αυξάνεται κατά 2N . Να βρεθεί το είδος και η τιμή του φορτίου της μικρής σφαίρας.

Άσκηση 1.2

Δύο πανομοιότυπες μικρές φορτισμένες σφαίρες έχουν φορτίο q και μάζα 3gr η καθεμία. Οι σφαίρες κρέμονται από το ίδιο σημείο μέσω μονωτικών νημάτων μήκους 40cm και ισορροπούν. Αν η γωνία μεταξύ των νημάτων είναι 60° , να βρεθεί το φορτίο q των σφαιρών.



Ασκήσεις (2/2)

Άσκηση 1.3

Για το άτομο του υδρογόνου υποθέτουμε πως το ηλεκτρόνιο κινείται σε κυκλική τροχιά ακτίνας 4 \AA . Να βρεθεί η ταχύτητα του ηλεκτρονίου αν δεχθούμε πως η μόνη δύναμη που ασκείται μεταξύ πυρήνα και ηλεκτρονίου είναι η δύναμη Coulomb.

Άσκηση 1.4

Για να εξουδετερώσουμε τη βαρυτική δύναμη μεταξύ Γης και Σελήνης τις φορτίζουμε με ίση τιμή ηλεκτρικού φορτίου. Να βρεθεί το συγκεκριμένο φορτίο. Η μάζα της Γης είναι $6.6 \times 10^{24} \text{ kg}$, η μάζα της Σελήνης $7.3 \times 10^{22} \text{ kg}$. Η σταθερά της παγκόσμιας έλξης να θεωρηθεί ίση με $6.6 \times 10^{11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$.

Προσομοίωση



`https://phet.colorado.edu/sims/html/coulombs-law/latest/coulombs-law_en.html`



Περιεχόμενα

- 1 Ηλεκτρικό φορτίο
- 2 Νόμος του Coulomb
- 3 Πεδία δυνάμεων**
- 4 Ηλεκτρικό πεδίο
- 5 Ασκήσεις
- 6 Νόμος του Gauss

Η έννοια του πεδίου δυνάμεων (1/4)

Πεδίο δυνάμεων

Πεδίο δυνάμεων είναι ο **χώρος** σε οποιοδήποτε σημείο του οποίου φέρνοντας το κατάλληλο “**υπόθεμα**” θα ασκείται σε αυτό η αντίστοιχη **δύναμη**.

Ερώτηση 1.13

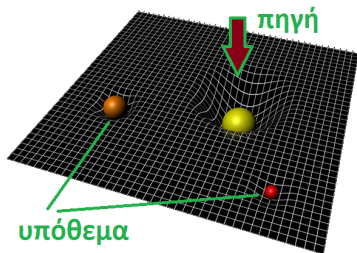
Ποιο είναι το “υπόθεμα” σε ένα **βαρυτικό** πεδίο;



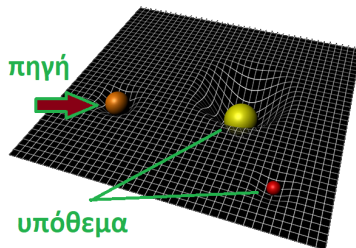
Η έννοια του πεδίου δυνάμεων (2/4)

Αλληλεπίδραση εντός πεδίου δυνάμεων

- 1 Το πεδίο παράγεται από κάποια **πηγή**
- 2 Το πεδίο **αλληλεπιδρά** με κάποιο **υπόθεμα** το οποίο υπάρχει εντός του πεδίου
- 3 Αποτέλεσμα της **αλληλεπίδρασης** είναι η άσκηση **δύναμης** στο υπόθεμα



Η έννοια του πεδίου δυνάμεων (3/4)



Η προηγούμενη διαδικασία είναι *αναστρέψιμη*: Το υπόθεμα παράγει και αυτό πεδίο, το οποίο αλληλεπιδρά με την πηγή της προηγούμενης περίπτωσης.

Η έννοια του πεδίου δυνάμεων (4/4)

Θεωρία της δράσης από απόσταση

- Οι δυνάμεις μεταφέρονται **ακαριαία** από την πηγή στο υπόθεμα και αντίστροφα
- Για τη μεταφορά των δυνάμεων δεν απαιτείται η ύπαρξη κάποιου **μέσου**

Ερώτηση 1.14

Πόσο “**ακαριαία**” μπορεί να είναι η μεταφορά δυνάμεων μέσα σε ένα πεδίο;

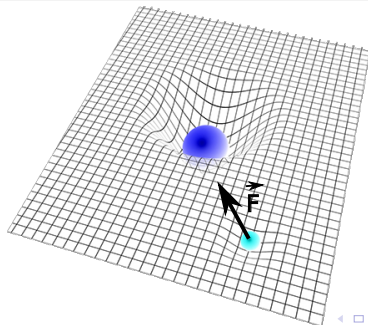


Ένταση πεδίου δυνάμεων (1/2)

Ορισμός

$$\vec{\mathcal{E}} = \frac{\vec{F}}{[\text{υπόθεμα}]}$$

[υπόθεμα] = η μονάδα του υποθέματος



Ένταση πεδίου δυνάμεων (2/2)

Άσκηση 1.5

Να βρεθεί η έκφραση που δίνει την ένταση του βαρυτικού πεδίου της Γης σε απόσταση r από το κέντρο της, για την περίπτωση κατά την οποία $r > R$, όπου R η ακτίνα της Γης.

Ερώτηση 1.15

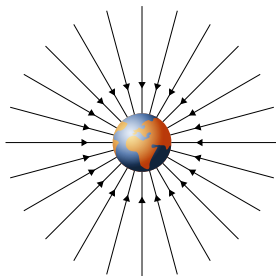
Ποιο πεδίο ονομάζεται **ομογενές**;



Δυναμικές γραμμές (1/4)

Ορισμός

Είναι η γραμμή σε κάθε σημείο της οποίας το διάνυσμα της έντασης \vec{E} του πεδίου είναι **εφαπτόμενο**.



MikeRun, CC BY-SA 4.0 <<https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0>>, via Wikimedia Commons



Δυναμικές γραμμές (2/4)



Οι δυναμικές γραμμές σχεδιάζονται ώστε σε σημεία που η ένταση του πεδίου είναι μεγάλη η **πυκνότητα** των δυναμικών γραμμών να είναι μεγάλη και αντίστροφα.

Ερώτηση 1.16

Πώς σχετίζονται οι δυναμικές γραμμές ενός πεδίου με την τροχιά που θα ακολουθήσει ένα υπόθεμα αν αφεθεί ελεύθερο εντός του πεδίου χωρίς αρχική ταχύτητα;

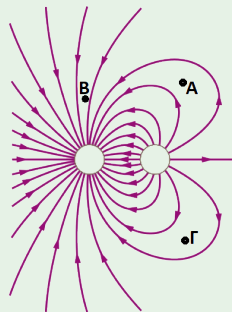


Δυναμικές γραμμές (3/4)

Ερώτηση 1.17

Δίνονται οι δυναμικές γραμμές ενός πεδίου.

- 1 Πού είναι μεγαλύτερη η ένταση του πεδίου, στο A ή στο B;
- 2 Ποια είναι, κατά προσέγγιση, η τροχιά που θα ακολουθήσει ένα υπόθεμα αν αφεθεί ελεύθερο στο σημείο Γ χωρίς αρχική ταχύτητα;



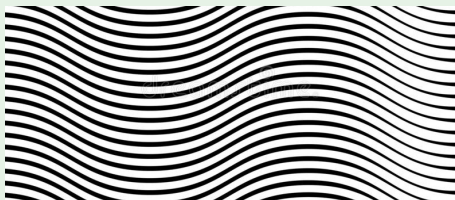
Δυναμικές γραμμές (4/4)

Ερώτηση 1.18

Πώς είναι οι δυναμικές γραμμές **ομογενούς** πεδίου;

Ερώτηση 1.19

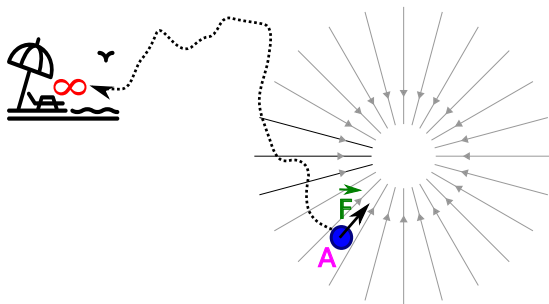
Είναι **ομογενές** το πεδίο με τις πιο κάτω δυναμικές γραμμές;



Δυναμική ενέργεια (1/2)

Ορισμός

Η **δυναμική ενέργεια** (E) ενός υποθέματος σε κάποιο σημείο A ενός πεδίου ισοδυναμεί με το **έργο** $W_{A \rightarrow \infty}$ της (συντηρητικής) δύναμης \vec{F} του πεδίου που ασκείται στο υπόθεμα κατά τη μετακίνησή του από το σημείο A στο **άπειρο**.



Δυναμική ενέργεια (2/2)

Ερώτηση 1.20

Ποια πεδία δυνάμεων ονομάζονται **συντηρητικά**;

Ερώτηση 1.21

Ποια η δυναμική ενέργεια ενός υποθέματος στο **άπειρο**;

Ερώτηση 1.22

Ποια η **μονάδα μέτρησης** της δυναμικής ενέργειας (στο SI);



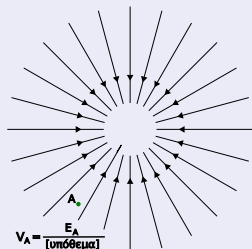
Δυναμικό (1/2)

Ορισμός

Το **δυναμικό** (V_A) στο σημείο A ενός πεδίου ορίζεται ως η δυναμική ενέργεια ανά μονάδα υποθέματος στο συγκεκριμένο σημείο.

$$V_A = \frac{E_A}{[\text{υπόθεμα}]}$$

[υπόθεμα] = η μονάδα του υποθέματος



Δυναμικό (2/2)

Ερώτηση 1.23

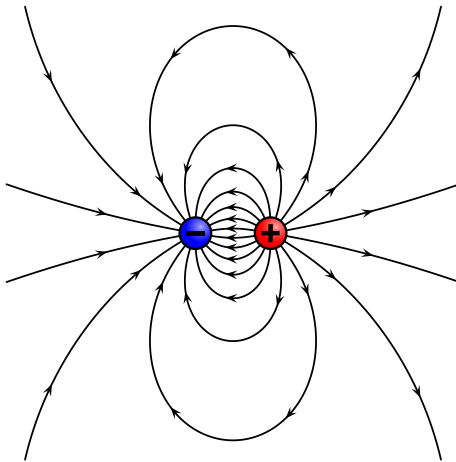
Ποια η **μονάδα μέτρησης** του δυναμικού (στο SI) για ένα βαρυτικό πεδίο;

Περιεχόμενα

- 1 Ηλεκτρικό φορτίο
- 2 Νόμος του Coulomb
- 3 Πεδία δυνάμεων
- 4 Ηλεκτρικό πεδίο**
- 5 Ασκήσεις
- 6 Νόμος του Gauss

Πηγές ηλεκτρικού πεδίου

Ένα ηλεκτρικό πεδίο δημιουργείται από ηλεκτρικά φορτία.



Υπόθεμα ηλεκτρικού πεδίου

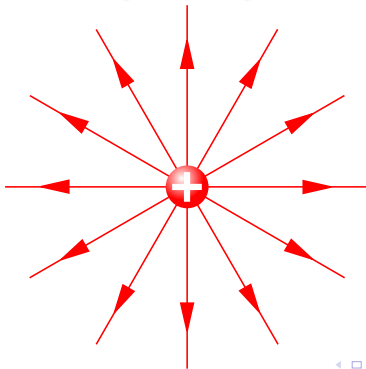
Ερώτηση 1.24

Ποιο είναι το **υπόθεμα** ενός ηλεκτρικού πεδίου;

Ηλεκτρικό πεδίο σημειακού φορτίου (1/6)

Ένταση ηλεκτρικού πεδίου

$$\vec{\mathcal{E}} = \frac{\vec{F}}{q}$$



Ηλεκτρικό πεδίο σημειακού φορτίου (2/6)

Ερώτηση 1.25

Ποια η μονάδα μέτρησης της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου;

Ηλεκτρικό πεδίο σημειακού φορτίου (3/6)

Άσκηση 1.6

Να αποδειχθεί η ακόλουθη έκφραση για το μέτρο της έντασης \mathcal{E} ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργείται από σημειακό φορτίο Q .

$$\mathcal{E} = k \frac{|Q|}{r^2}$$

Πώς καθορίζεται η διεύθυνση και η φορά του διανύσματος $\vec{\mathcal{E}}$;



Ηλεκτρικό πεδίο σημειακού φορτίου (4/6)

Ερώτηση 1.26

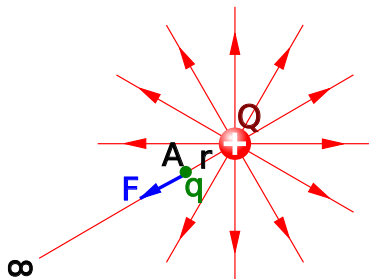
Πώς είναι οι δυναμικές γραμμές ενός ηλεκτρικού πεδίου το οποίο παράγεται από **αρνητικό** σημειακό φορτίο;



Ηλεκτρικό πεδίο σημειακού φορτίου (5/6)

Δυναμική ενέργεια

$$E = W_{A \rightarrow \infty} = \int_r^{\infty} F(r) dr = \int_r^{\infty} k \frac{Qq}{r^2} dr = k \frac{Qq}{r}$$



Ηλεκτρικό πεδίο σημειακού φορτίου (6/6)

Δυναμικό

$$V = \frac{E}{q} = k \frac{Q}{r}$$

Μονάδα μέτρησης του δυναμικού είναι το **Volt (V)**



Περιεχόμενα

- 1 Ηλεκτρικό φορτίο
- 2 Νόμος του Coulomb
- 3 Πεδία δυνάμεων
- 4 Ηλεκτρικό πεδίο
- 5 Ασκήσεις**
- 6 Νόμος του Gauss

Ασκήσεις

Άσκηση 1.7

Ευθύγραμμο τμήμα AB έχει μήκος 18cm και στα άκρα του A και B έχουν τοποθετηθεί δύο φορτία q_A και $q_B = 4q_A$, αντίστοιχα. Σε ποιο σημείο του AB η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου είναι μηδενική;

Άσκηση 1.8

Δύο φορτία $q = +2\mu\text{C}$ και $Q = +100\mu\text{C}$ απέχουν 50cm . Πόσο έργο απαιτείται για να μεταφερθεί το φορτίο q σε σημείο που να απέχει 5cm από το Q ;



Ασκήσεις

Άσκηση 1.9

Ο πυρήνας του ατόμου του μολύβδου έχει φορτίο $q_n = Ze = 82e$. Η δυναμική ενέργεια ενός από τα εσωτερικά ηλεκτρόνια του ατόμου είναι $E_{\Delta} = -1.7 \times 10^5 \text{ eV}$. Πόσο απέχει το συγκεκριμένο ηλεκτρόνιο από το κέντρο του ατόμου;

Άσκηση 1.10

Για δύο ηλεκτρόνια, πόσες φορές είναι μικρότερη η βαρυτική δύναμη σε σχέση με τη δύναμη Coulomb;

Άσκηση 1.11

Να αποδειχθεί πως η μονάδα μέτρησης V/m αντιστοιχεί στην ένταση του ηλεκτρικού πεδίου.

Προσομοίωση



https://phet.colorado.edu/sims/html/charges-and-fields/latest/charges-and-fields_en.html



Περιεχόμενα

- 1 Ηλεκτρικό φορτίο
- 2 Νόμος του Coulomb
- 3 Πεδία δυνάμεων
- 4 Ηλεκτρικό πεδίο
- 5 Ασκήσεις
- 6 Νόμος του Gauss**

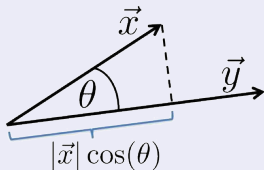


Johann Carl Friedrich Gauss (1777 – 1855)



Χρήσιμες γνώσεις (1/2)

Εσωτερικό γινόμενο διανυσμάτων

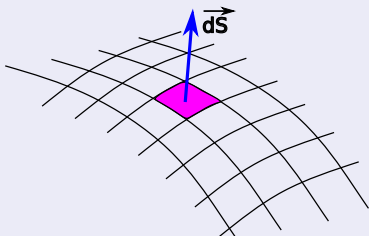


$$\vec{x} \cdot \vec{y} = |\vec{x}| |\vec{y}| \cos(\theta)$$



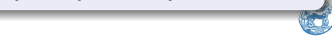
Χρήσιμες γνώσεις (2/2)

Η στοιχειώδης επιφάνεια ως διάνυσμα



Το διάνυσμα $d\vec{S}$ έχει:

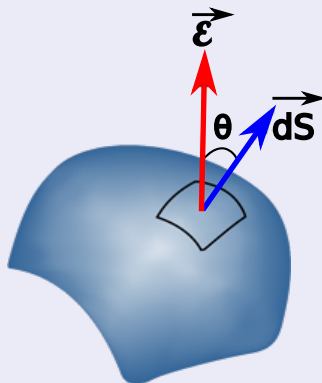
- διεύθυνση **κάθετη** προς τη στοιχειώδη επιφάνεια
- φορά προς το **κυρτό** μέρος της επιφάνειας
- μέτρο ίσο με το **εμβαδό** της στοιχειώδους επιφάνειας



Ηλεκτρική ροή (1/2)

Ορισμός

$$d\Phi = \vec{\mathcal{E}} \cdot d\vec{S}$$



Ηλεκτρική ροή (2/2)

Ερώτηση 1.27

Ποια η μονάδα μέτρησης της **ηλεκτρικής ροής**;

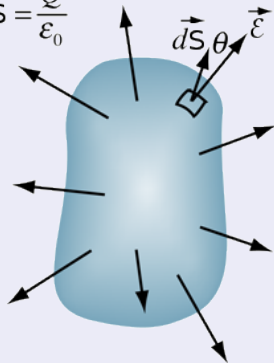
Άσκηση 1.12

Να υπολογιστεί η ηλεκτρική ροή που διέρχεται από την επιφάνεια σφαίρας ακτίνας 1 m , αν στο κέντρο της σφαίρας έχει τοποθετηθεί φορτίο $1\mu\text{C}$.

Νόμος Gauss (1/4)

Ολοκληρωτική μορφή

$$\oint \vec{\epsilon} \cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$



- Q το **συνολικό φορτίο** που περικλείεται από την επιφάνεια
- ϵ_0 η **διηλεκτρική σταθερά** του κενού ($= 8.854 \times 10^{-12} \text{A}^2 \cdot \text{s}^4 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^{-3}$)

Νόμος Gauss (2/4)

Λεκτική διατύπωση

Η **συνολική** ηλεκτρική ροή που διέρχεται από μια υποθετική **κλειστή** επιφάνεια **οποιοδήποτε σχήματος** είναι ίση με το **αλγεβρικό άθροισμα των φορτίων** που περικλείονται από αυτή, προς τη **διηλεκτρική σταθερά του κενού** (ϵ_0).



Νόμος Gauss (3/4)

Άσκηση 1.13

Εφαρμόζοντας τον νόμο του Gauss για το ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργείται γύρω από σημειακό φορτίο Q :

- 1 αποδείξτε τον νόμο του Coulomb
- 2 αποδείξτε τη σχέση $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$, όπου k η σταθερά του Coulomb



Νόμος Gauss (4/4)

Άσκηση 1.14

Σφαίρα ακτίνας R είναι φορτισμένη ομοιόμορφα με φορτίο Q . Να παραστήσετε γραφικά το μέτρο \mathcal{E} της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου σε συνάρτηση με την απόσταση r από το κέντρο της σφαίρας.

Άσκηση 1.15

Τροποποιήστε τη μαθηματική έκφραση του νόμου του Gauss, ώστε αντί της διηλεκτρικής σταθεράς ϵ_0 του κενού να περιέχει τη σταθερά k του Coulomb.

