



ΘΕΜΑ 1ο (1 + 1 + 1 = 3 μονάδες)

Κατά τη διαδικασία βαθμονόμησης ενός θερμόμετρου αντίστασης (RTD) λευκόχρυσου, προέκυψαν οι τιμές του παρακάτω πίνακα. Στον πίνακα έχουν καταγραφεί οι τιμές της θερμοκρασίας του χώρου που διενεργήθηκε η βαθμονόμηση και οι αντίστοιχες τιμές της αντίστασης του RTD για αυξανόμενη και μειούμενη θερμοκρασία. Ο θερμοκρασιακός συντελεστής του λευκόχρυσου είναι $0,004\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$.

Θερμοκρασία, $\theta\text{ (}^{\circ}\text{C)}$	Αντίσταση RTD, $R_{\text{RTD}}\text{ (}\Omega\text{)}$ για αυξανόμενη θερμοκρασία	Αντίσταση RTD, $R_{\text{RTD}}\text{ (}\Omega\text{)}$ για μειούμενη θερμοκρασία
0	25,0	25,0
25	25,5	27,5
50	32,0	28,0
75	32,5	28,5
100	37,5	32,5
125	41,0	36,0
150	41,5	40,0
175	46,5	40,5
200	47,5	45,0
225	49,5	45,5
250	50,0	50,0

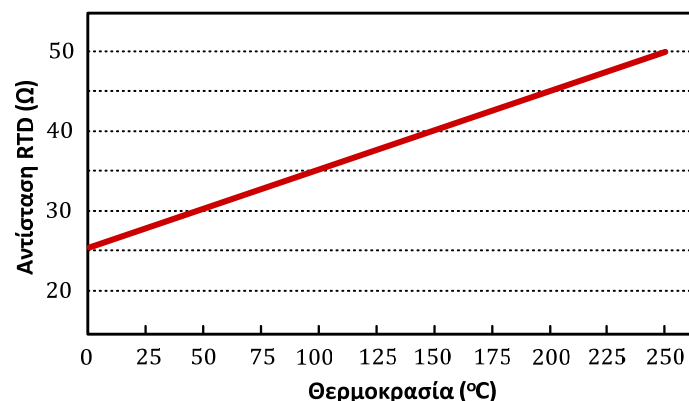
- α) Να σχεδιάσετε με ακρίβεια την ιδανική γραμμική χαρακτηριστική του RTD, χρησιμοποιώντας την σχέση που συνδέει την αντίστασή του με την θερμοκρασία και στη συνέχεια να υπολογίσετε την ευαισθησία (s) του RTD, αναφέροντας και την μονάδα μέτρησής της (διαφορετικά η απάντησή σας δεν θα γίνει δεκτή).
- β) Να υπολογίσετε το μέγιστο σφάλμα μη γραμμικότητας του RTD, εκφρασμένο ως ποσοστό της FSO, δηλαδή της περιοχής (εύρους) τιμών εξόδου του RTD.
- γ) Να υπολογίσετε το μέσο σφάλμα υστέρησης του RTD, εκφρασμένο ως ποσοστό της FSO.

ΛΥΣΗ

- α) Η ιδανική γραμμική χαρακτηριστική του RTD περιγράφεται από τη σχέση $R_{\text{RTD}} = R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \theta)$, όπου $R_0 = 25\text{ }\Omega$ είναι η αντίσταση του RTD σε θερμοκρασία $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ και $\alpha = 0,004\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$ είναι ο θερμοκρασιακός συντελεστής του λευκόχρυσου:

$$R_{\text{RTD}} = R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \theta) \Rightarrow R_{\text{RTD}} = R_0 + R_0 \cdot \alpha \cdot \theta \Rightarrow R_{\text{RTD}} = 25 + 25 \cdot 0,004 \cdot \theta \Rightarrow \mathbf{R_{RTD} = 0,1 \cdot \theta + 25.}$$

Για να σχεδιάσουμε την γραμμική χαρακτηριστική του RTD (η οποία είναι της μορφής $y = \alpha \cdot x + \beta$) υπολογίζουμε τα δύο ακραία σημεία της: για $\theta = 0\text{ }^{\circ}\text{C}$ προκύπτει ότι $R_{\text{RTD}} = 25\text{ }\Omega$, ενώ για $\theta = 250\text{ }^{\circ}\text{C}$ προκύπτει ότι $R_{\text{RTD}} = 50\text{ }\Omega$. Η ιδανική γραμμική χαρακτηριστική του RTD, παρουσιάζεται στο σχήμα που ακολουθεί.





Η ευαισθησία (s) του RTD ισούται με την κλίση της ιδανικής γραμμικής χαρακτηριστικής ($s = \Delta R_{RTD} / \Delta \theta$), δηλαδή είναι: **$s = 0,1 \Omega / ^\circ C$.**

- β) Η διαφορά μεταξύ της ιδανικής γραμμικής χαρακτηριστικής του RTD και των μετρήσεων που έγιναν για τη βαθμονόμησή του, καθορίζει το σφάλμα μη γραμμικότητας, το οποίο εκφράζεται ως ποσοστό της περιοχής τιμών εξόδου (FSO). Οι τιμές της αντίστασης του RTD που προκύπτουν από τη σχέση που περιγράφει την ιδανική γραμμική χαρακτηριστική του ($R_{RTD} = 0.1 \cdot \theta + 25$), για θερμοκρασία από 0 έως 250 $^\circ C$, καταγράφονται στον πίνακα που ακολουθεί:

Θερμοκρασία, θ ($^\circ C$)	Τιμές R_{RTD} (Ω) της ιδανικής γραμμικής χαρακτηριστικής
0	25,0
25	27,5
50	30,0
75	32,5
100	35,0
125	37,5
150	40,0
175	42,5
200	45,0
225	47,5
250	50,0

Από τις τιμές του πίνακα που δίνεται στην εκφώνηση και από τις τιμές του παραπάνω πίνακα, συμπεραίνουμε ότι το μέγιστο σφάλμα μη γραμμικότητας (δηλαδή, η μέγιστη απόκλιση μέτρησης από την ιδανική γραμμική χαρακτηριστική) είναι 4 Ω και παρουσιάζεται στη μέτρηση της αντίστασης για θερμοκρασία 75 $^\circ C$ όταν η θερμοκρασία του χώρου είναι μειούμενη, καθώς και στη μέτρηση της αντίστασης για θερμοκρασία 175 $^\circ C$ όταν η θερμοκρασία του χώρου είναι αυξανόμενη. Η περιοχή τιμών εξόδου (εύρος τιμών αντίστασης, FSO) είναι από 25 Ω έως 50 Ω ή 25 Ω . Το μέγιστο σφάλμα μη γραμμικότητας εκφρασμένο ως ποσοστό του εύρους τιμών εξόδου (FSO), έχει ως εξής:

$$\text{Μέγιστο σφάλμα μη γραμμικότητας} = (4 \Omega / 25 \Omega) \cdot 100 = 16 \ \%.$$

- γ) Η απόκλιση των λαμβανομένων μετρήσεων της αντίστασης του RTD (τιμών εξόδου) για την ίδια τιμή εισόδου (θερμοκρασία), αλλά για διαφορετική κατεύθυνση μεταβολής της, αναφέρεται ως σφάλμα υστέρησης. Με βάση τις τιμές μετρήσεων της τάσης εξόδου που δίνονται στον πίνακα της εκφώνησης, καταστρώνουμε τον ακόλουθο πίνακα που περιλαμβάνει τις τιμές του σφάλματος υστέρησης (δηλαδή, της απόκλισης των μετρήσεων της αντίστασης του RTD, για διαφορετική κατεύθυνση μεταβολής της θερμοκρασίας) για τιμές θερμοκρασίας από 0 έως 250 $^\circ C$.

Θερμοκρασία, θ ($^\circ C$)	Σφάλμα υστέρησης (Ω)
0	0
25	2
50	4
75	4
100	5
125	5
150	1,5

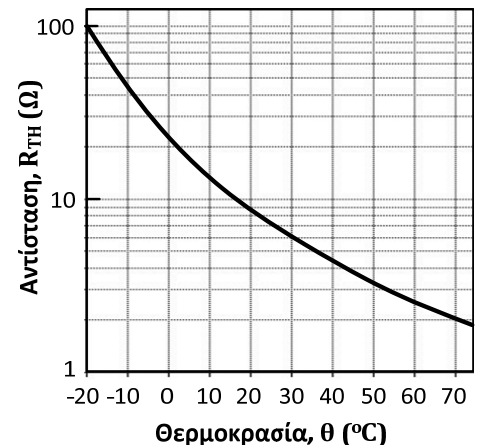
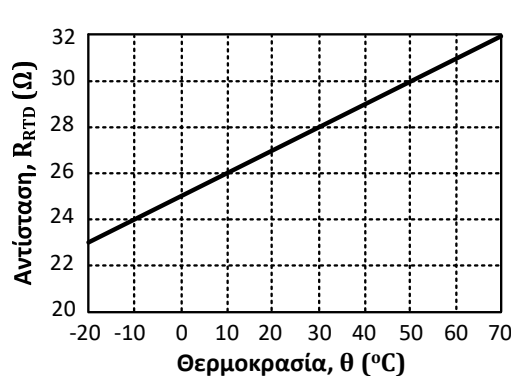
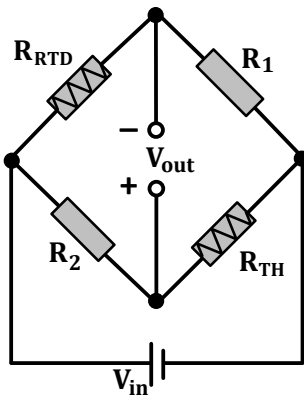
175	6
200	2,5
225	4
250	0

Το μέσο σφάλμα υστέρησης ισούται με τη μέση τιμή των τιμών του σφάλματος υστέρησης του παραπάνω πίνακα, δηλαδή: $(0 + 2 + 4 + 4 + 5 + 5 + 1,5 + 6 + 2,5 + 4 + 0) \Omega / 11 = 3,09 \Omega$. Συνεπώς, το ζητούμενο μέσο σφάλμα υστέρησης, εκφρασμένο ως ποσοστό της περιοχής τιμών της αντίστασης (FSO) του RTD έχει ως εξής:

$$\text{Μέσο σφάλμα υστέρησης} = (3,09 \Omega / 25 \Omega) \cdot 100 = 12,36 \%$$

ΘΕΜΑ 2ο (2 + 2 = 4 μονάδες)

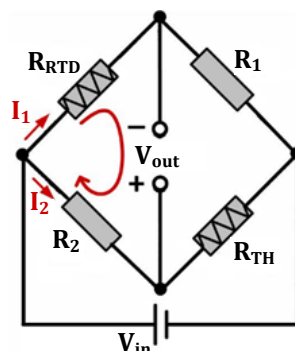
Η γέφυρα Wheatstone του παρακάτω σχήματος περιλαμβάνει δύο αντιστάσεις $R_1 = 14 \Omega$ και $R_2 = 3 \Omega$, έναν αισθητήρα θερμοκρασίας RTD με αντίσταση R_{RTD} και ένα θερμίστορ NTC με αντίσταση R_{TH} . Τα διαγράμματα $R_{RTD} = f(\theta)$ και $R_{TH} = f(\theta)$, δίνονται επίσης στο παρακάτω σχήμα. Η τάση εισόδου (V_{in}) της γέφυρας είναι 12 V.



- Να υπολογίσετε την τάση εξόδου (V_{out}) της γέφυρας όταν η θερμοκρασία στην οποία βρίσκονται ο αισθητήρας θερμοκρασίας RTD και το θερμίστορ είναι 70°C , θεωρώντας ότι η τιμή των αντιστάσεων R_1 και R_2 δεν επηρεάζεται από τη θερμοκρασία.
- Να υπολογίσετε το θερμοκρασιακό συντελεστή του μετάλλου, από το οποίο είναι κατασκευασμένος ο αισθητήρας RTD, καθώς και τη σταθερά του θερμίστορ.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

- Εφαρμόζουμε τον 2^ο κανόνα Kirchhoff στον αριστερό βρόχο της γέφυρας:



$$I_1 \cdot R_{RTD} - V_{out} - I_2 \cdot R_2 = 0 \Rightarrow V_{out} = I_1 \cdot R_{RTD} - I_2 \cdot R_2.$$

Υπολογίζουμε στη συνέχεια τα ρεύματα I_1 και I_2 :

$$I_1 = \frac{V_{in}}{R_{RTD} + R_1}, \quad I_2 = \frac{V_{in}}{R_2 + R_{TH}}.$$

Από τις παραπάνω σχέσεις προκύπτει ότι:

$$V_{out} = \frac{V_{in}}{R_{RTD} + R_1} \cdot R_{RTD} - \frac{V_{in}}{R_2 + R_{TH}} \cdot R_2.$$

Όπως προκύπτει από το διάγραμμα $R_{RTD} = f(\theta)$, η τιμή της αντίστασης του αισθητήρα θερμοκρασίας RTD στους 70°C είναι 32Ω , ενώ στην ίδια θερμοκρασία από το διάγραμμα $R_{TH} = f(\theta)$ προκύπτει ότι η αντίσταση του θερμίστορ είναι 2Ω . Αντικαθιστώντας τις τιμές αυτές στην παραπάνω σχέση, υπολογίζουμε την τάση εξόδου της γέφυρας για τις δύο τιμές θερμοκρασίας του αισθητήρα:

$$V_{out-70^\circ\text{C}} = \left(\frac{12}{32 + 14} \cdot 32 - \frac{12}{3 + 2} \cdot 3 \right) \text{V} \Rightarrow V_{out-70^\circ\text{C}} = 8,35 \text{ V} - 7,2 \text{ V} \Rightarrow \mathbf{V_{out-70^\circ\text{C}} = 1,15 \text{ V}}.$$

β) Για τον αισθητήρα θερμοκρασίας RTD, ισχύει ότι:

$$R_\theta = R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \theta),$$

όπου: R_0 η αντίσταση (Ω) σε θερμοκρασία 0°C ,

R_θ η αντίσταση (Ω) σε θερμοκρασία $\theta^\circ\text{C}$,

α ο θερμοκρασιακός συντελεστής του μετάλλου της αντίστασης.

Για τον υπολογισμό του θερμοκρασιακού συντελεστή (α) του μετάλλου από το οποίο είναι κατασκευασμένος ο αισθητήρας RTD, από το διάγραμμα $R_{RTD} = f(\theta)$, λαμβάνουμε την τιμή της αντίστασης (R_0) για τη θερμοκρασία των 0°C , καθώς και την τιμή της αντίστασης για μία ακόμη θερμοκρασία, όπως για παράδειγμα η θερμοκρασία των 30°C . Εφαρμόζοντας την παραπάνω σχέση, για τις τιμές της αντίστασης που αντιστοιχούν στις θερμοκρασίες των 0°C και των 30°C , υπολογίζουμε το ζητούμενο συντελεστή:

$$R_{30^\circ\text{C}} = R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot 30^\circ\text{C}) \Rightarrow \alpha \cdot 30^\circ\text{C} = \frac{R_{30^\circ\text{C}}}{R_0} - 1 \Rightarrow \alpha = \frac{\frac{28 \Omega}{25 \Omega} - 1}{30^\circ\text{C}} \Rightarrow \alpha = \frac{1,12 - 1}{30^\circ\text{C}} \Rightarrow \mathbf{\alpha = 0,004^\circ\text{C}^{-1}}.$$

Για το θερμίστορ ισχύει ότι:

$$R_T = R_0 \cdot e^{\beta \cdot \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right)},$$

όπου: R_0 η αντίσταση (Ω) σε θερμοκρασία αναφοράς $T_0^\circ\text{K}$,

R_T η αντίσταση (Ω) σε θερμοκρασία $T^\circ\text{K}$,

β η σταθερά του θερμίστορ.

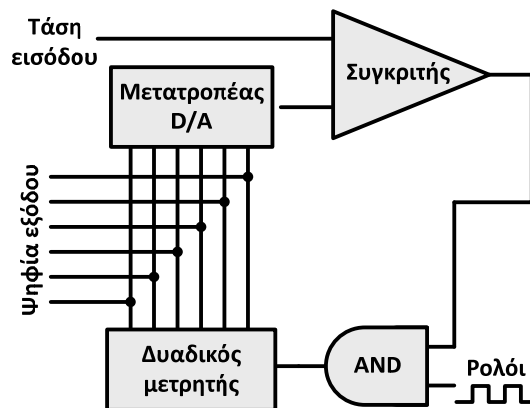
Από το διάγραμμα $R_{TH} = f(\theta)$ του θερμίστορ, παρατηρούμε ότι η αντίστασή του σε θερμοκρασία 30°C είναι 6Ω , ενώ η αντίστασή του σε θερμοκρασία 70°C είναι 2Ω . Συνεπώς, αφού $^\circ\text{K} = ^\circ\text{C} + 273$, επιλέγουμε $T = 30 + 273 = 303^\circ\text{K}$ και $T_0 = 70 + 273 = 343^\circ\text{K}$ και υπολογίζουμε τη ζητούμενη σταθερά του θερμίστορ:

$$\begin{aligned} R_T &= R_0 \cdot e^{\beta \cdot \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right)} \Rightarrow \ln \left(\frac{R_T}{R_0} \right) = \beta \cdot \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right) \Rightarrow \\ \ln \left(\frac{6 \Omega}{2 \Omega} \right) &= \beta \cdot \left(\frac{1}{303^\circ\text{K}} - \frac{1}{343^\circ\text{K}} \right) \Rightarrow \ln 3 = \beta \cdot \left(0,0033 \frac{1}{^\circ\text{K}} - 0,0029 \frac{1}{^\circ\text{K}} \right) \Rightarrow \\ \Rightarrow 1,1 &= \beta \cdot 0,0004 \frac{1}{^\circ\text{K}} \Rightarrow \beta = \frac{1,1}{0,0004} ^\circ\text{K} \Rightarrow \mathbf{\beta = 2750 ^\circ\text{K}}. \end{aligned}$$

ΘΕΜΑ 3ο (0,5 + 1,5 + 1 = 3 μονάδες)

Το εύρος μετατροπής του μετατροπέα A/D κλιμακωτής ανόδου του παρακάτω σχήματος, είναι 12,8 V.

- Να υπολογίσετε τη διακριτική ικανότητα (ή βήμα διακριτότητας) του μετατροπέα.
- Όταν στην έξοδο του μετατροπέα λαμβάνεται η ψηφιακή λέξη 111010, να υπολογίσετε την τάση εισόδου του μετατροπέα και όταν η τάση εισόδου του μετατροπέα είναι 6,8 V, να προσδιορίσετε την ψηφιακή λέξη που λαμβάνεται στην έξοδο του μετατροπέα.
- Εάν η συχνότητα του σήματος ρολογιού του μετατροπέα είναι 25 kHz, να υπολογίσετε τον χρόνο που απαιτείται για την ολοκλήρωση των δύο μετατροπών που περιγράφονται στο προηγούμενο ερώτημα. Κατά την έναρξη λειτουργίας του μετατροπέα οι έξοδοι του δυαδικού μετρητή είναι μηδενικές.



ΛΥΣΗ

- Για έναν μετατροπέα A/D με n δυαδικά ψηφία εξόδου, η ψηφιακή έξοδος μπορεί να λάβει 2^n διαφορετικές τιμές, συνεπώς εάν το εύρος μετατροπής είναι $V_{\text{ref}} = 12,8 \text{ V}$, θα προκύπτει διαφορετική τιμή εξόδου όταν οι τάσεις εισόδου διαφέρουν τουλάχιστον κατά $V_{\text{ref}} / 2^n$. Η τιμή αυτή αποτελεί και το βήμα διακριτότητας του μετατροπέα, το οποίο (για $n = 6$) υπολογίζεται ως εξής:

$$\frac{V_{\text{ref}}}{2^n} = \frac{12,8 \text{ V}}{2^6} = \frac{12,8}{64} \text{ V} = 0,2 \text{ V}.$$

- Αφού οι τάσεις εισόδου που αντιστοιχούν σε διαδοχικούς συνδυασμούς των ψηφίων εξόδου διαφέρουν κατά 0,2 V, εάν διαιρέσουμε την τάση εισόδου του μετατροπέα με το βήμα διακριτότητας, προκύπτει η δεκαδική μορφή της ψηφιακής εξόδου και εάν πολλαπλασιάσουμε την δεκαδική τιμή της ψηφιακής εξόδου του μετατροπέα με το βήμα διακριτότητας, προκύπτει η τάση εισόδου του μετατροπέα.

Έτσι, στην πρώτη περίπτωση όπου στην έξοδο του μετατροπέα λαμβάνεται η ψηφιακή λέξη 111010, η οποία αντιστοιχεί στον δεκαδικό αριθμό 58, η τάση εισόδου του μετατροπέα είναι: $58 \times 0,2 \text{ V} = \mathbf{11,6 \text{ V}}$. Στη δεύτερη περίπτωση, όπου η τάση εισόδου είναι 6,8 V, προκύπτει ότι $6,8 / 0,2 \text{ V} = 34$, που σημαίνει ότι η ψηφιακή λέξη που λαμβάνεται στην έξοδο του μετατροπέα είναι η δυαδική παράσταση του δεκαδικού αριθμού 34, δηλαδή η ψηφιακή λέξη **100010**.

- Η διάρκεια ενός παλμού του σήματος ρολογιού του μετατροπέα, είναι: $T = 1 / f = 1 / 25 \text{ kHz} = 40 \mu\text{s}$. Αφού κατά την έναρξη λειτουργίας του μετατροπέα οι έξοδοι του μετρητή είναι μηδενικές, αρχικά η ψηφιακή έξοδος του μετατροπέα αποτελείται από επτά μηδενικά. Μετά από κάθε παλμό του σήματος ρολογιού, η έξοδος του μετατροπέα αυξάνεται κατά ένα με αποτέλεσμα για την ολοκλήρωση της πρώτης μετατροπής του προηγούμενου ερωτήματος, να απαιτούνται 58 παλμοί του σήματος ρολογιού, δηλαδή χρόνος που ισούται με: $58 \times 40 \mu\text{s} = 2.320 \mu\text{s} = \mathbf{2,32 \text{ ms}}$. Παρομοίως, για την ολοκλήρωση της δεύτερης μετατροπής του προηγούμενου ερωτήματος, απαιτούνται 34 παλμοί του σήματος ρολογιού, δηλαδή χρόνος που ισούται με: $34 \times 40 \mu\text{s} = 1.360 \mu\text{s} = \mathbf{1,36 \text{ ms}}$.